TUGAS SK5003
MINIMAL MAKSIMAL
ZAINUDDIN
20922319

1. **Jelaskan dengan singkat apa maksud dari optimal, maksimal, dan minimal!**
   Optimal: Optimal merujuk pada kondisi atau nilai yang memberikan hasil atau kinerja terbaik dalam suatu konteks tertentu. Dalam konteks pemrograman, optimisasi dapat mencakup mencari solusi terbaik atau metode yang paling efisien untuk menyelesaikan suatu masalah.
   Maksimal: Maksimal mengacu pada nilai tertinggi atau jumlah terbesar dalam suatu himpunan atau rangkaian nilai. Dalam konteks optimisasi, mencari nilai maksimal sering kali melibatkan pencarian solusi yang memberikan hasil terbesar dalam suatu fungsi atau masalah tertentu.
   Minimal: Minimal merujuk pada nilai terendah atau jumlah terkecil dalam suatu himpunan atau rangkaian nilai. Dalam konteks optimisasi, mencari nilai minimal melibatkan pencarian solusi yang memberikan hasil terkecil dalam suatu fungsi atau masalah tertentu

   Apakah nilai optimal dapat sama dengan maksimal? Ataukah dapat berbeda? Berikan contoh untuk keduanya.
   Tentu, nilai optimal dan nilai maksimal dapat sama dalam beberapa kasus, tetapi juga dapat berbeda dalam situasi lainnya. Mari kita lihat contoh untuk keduanya:
   a. Contoh ketika nilai optimal dan maksimal sama: Misalkan Kita memiliki sebuah fungsi yang memodelkan keuntungan dari sebuah bisnis berdasarkan parameter-parameter tertentu. Jika Kita mencari parameter yang memberikan keuntungan tertinggi, dan dalam pencarian tersebut Kita menemukan satu set parameter yang memberikan keuntungan terbesar, maka dalam kasus ini nilai optimal dan maksimal akan sama.
   b. Contoh ketika nilai optimal dan maksimal berbeda: Misalkan Kita memiliki sebuah fungsi yang memodelkan biaya produksi suatu produk berdasarkan beberapa parameter. Jika Kita mencari parameter yang menghasilkan biaya produksi terendah, namun tidak ada parameter yang menghasilkan biaya nol atau negatif, maka dalam kasus ini nilai optimal (biaya produksi terendah) akan berbeda dengan nilai maksimal (biaya produksi maksimum).

   Jadi, tergantung pada konteks dan kondisi spesifik, nilai optimal dan maksimal dapat sama atau berbeda.

   Apakah nilai optimal dapat sama dengan minimal? Ataukah dapat berbeda? Berikan contoh untuk keduanya.
   Nilai optimal dan minimal dapat sama dalam beberapa situasi, tetapi juga dapat berbeda dalam konteks lainnya. Berikut adalah contoh untuk keduanya:

   a. Contoh ketika nilai optimal dan minimal sama: Misalkan Kita memiliki fungsi yang memodelkan waktu yang diperlukan untuk menyelesaikan tugas tertentu. Jika Kita mencari parameter atau metode yang menghasilkan waktu penyelesaian tercepat, dan dalam pencarian tersebut Kita menemukan satu set parameter atau metode yang memberikan waktu penyelesaian terkecil, maka nilai optimal dan minimal akan sama dalam hal ini.
   b. Contoh ketika nilai optimal dan minimal berbeda: Misalkan Kita memiliki fungsi yang menggambarkan biaya pengiriman paket berdasarkan beratnya. Jika Kita mencari berat paket yang menghasilkan biaya pengiriman minimal, tetapi tidak ada berat paket yang

menghasilkan biaya nol atau negatif, maka nilai optimal (biaya pengiriman minimal) akan berbeda dengan nilai minimal (biaya pengiriman terendah yang mungkin).

Dalam konteks yang berbeda, nilai optimal dan minimal dapat menjadi sama atau berbeda, tergantung pada kondisi spesifik yang dihadapi.

2. **Terbagi dalam berapa bagian bentuk umum dari suatu model optimisasi linier?**

   Terdapat tiga bagian bentuk umum dari suatu model optimisasi linier, yaitu:

   a. **Fungsi Objektif (Objective Function):** Fungsi objektif mengevaluasi kinerja atau hasil dari model optimisasi linier. Tujuan utama adalah untuk meminimalkan atau memaksimalkan fungsi ini tergantung pada konteks masalah yang dihadapi.

   b. **Kendala (Constraints)**: Kendala adalah batasan atau pembatas yang harus dipenuhi oleh solusi dalam model optimisasi linier. Kendala ini sering kali berbentuk persamaan atau ketidaksetaraan linear yang membatasi nilai variabel keputusan.

   c. **Variabel Keputusan (Decision Variables):** Variabel keputusan adalah variabel-variabel yang harus ditentukan nilainya dalam model optimisasi linier. Nilai-nilai variabel ini merupakan solusi yang akan memenuhi kriteria optimal sesuai dengan fungsi objektif dan kendala yang diberikan.

   Dalam rangka memecahkan masalah optimisasi linier, model ini akan menggunakan kombinasi fungsi objektif, kendala, dan variabel keputusan untuk mencari solusi yang optimal berdasarkan tujuan dan batasan yang diberikan.

3. **Jelaskan apa yang dimaksud dengan point.**

   Kata "point" sering kali mengacu pada istilah "titik" atau "solusi titik" dalam ruang solusi optimisasi.

   Dalam optimisasi linier, solusi optimal sering kali dinyatakan dalam bentuk titik atau vektor di ruang solusi. Setiap titik tersebut merupakan kombinasi nilai-nilai variabel keputusan yang memenuhi semua kendala dan memberikan nilai optimal untuk fungsi objektif yang diberikan. Dalam konteks ini, "point" mengacu pada satu set nilai variabel yang merupakan solusi yang memenuhi persyaratan optimisasi.

   Jelaskan apa yang dimaskud dengan feasible region.

   Dalam konteks optimisasi linier, "feasible region" (wilayah yang layak) merujuk pada himpunan semua titik yang memenuhi kendala atau batasan dalam model optimisasi linier. Dengan kata lain, feasible region adalah wilayah atau ruang solusi yang memuat semua kombinasi nilai variabel keputusan yang memenuhi batasan yang diberikan.

   Jelaskan apa yang dimaskud dengan infeasible region.

   Dalam konteks optimisasi linier, "infeasible region" (wilayah yang tidak layak) merujuk pada himpunan semua titik yang tidak memenuhi kendala atau batasan dalam model optimisasi linier. Dengan kata lain, infeasible region adalah wilayah atau ruang solusi yang tidak mengandung kombinasi nilai variabel keputusan yang memenuhi batasan yang diberikan.

   Ketika batasan dalam model optimisasi linier tidak dapat dipenuhi secara bersamaan, atau tidak ada titik yang memenuhi semua batasan, maka infeasible region terbentuk. Ini berarti tidak ada solusi yang memenuhi semua batasan dalam model tersebut.

Di manakah seharusnya solusi optimal terletak?
Dalam konteks optimisasi linier, solusi optimal seharusnya terletak di dalam feasible region, yaitu wilayah atau ruang solusi yang memenuhi semua batasan atau kendala yang diberikan. Solusi optimal adalah kombinasi nilai variabel keputusan yang memberikan hasil terbaik atau optimal sesuai dengan fungsi objektif yang ditentukan.

Kaitkan antara nilai terbesar dan terkecil dengan permasalahan minimisasi dan maksimasi linier, mana yang terkait dengan mana.
Dalam konteks optimisasi linier, nilai terbesar terkait dengan permasalahan maksimasi linier (maximization), sedangkan nilai terkecil terkait dengan permasalahan minimisasi linier (minimization).
Permasalahan maksimasi linier bertujuan untuk mencari nilai maksimum dari fungsi objektif, yang sering kali berkaitan dengan mencari solusi yang memberikan hasil atau kinerja terbaik. Dalam permasalahan ini, variabel keputusan akan diatur sedemikian rupa sehingga fungsi objektif mencapai nilai maksimum. Solusi optimal dalam konteks ini akan memberikan nilai terbesar untuk fungsi objektif yang ditentukan.
Sebaliknya, permasalahan minimisasi linier bertujuan untuk mencari nilai minimum dari fungsi objektif. Dalam permasalahan ini, variabel keputusan akan diatur sedemikian rupa sehingga fungsi objektif mencapai nilai minimum. Solusi optimal dalam konteks ini akan memberikan nilai terkecil untuk fungsi objektif yang ditentukan.
Pemilihan apakah permasalahan linier berkaitan dengan maksimasi atau minimisasi bergantung pada tujuan dari permasalahan tersebut. Jika tujuannya adalah mencari hasil terbaik yang lebih tinggi, maka permasalahan akan dikaitkan dengan maksimasi linier. Namun, jika tujuannya adalah mencari hasil terbaik yang lebih rendah, maka permasalahan akan dikaitkan dengan minimisasi linier.

Terdapat berapa kasus dalam suatu permasalahan optimisasi linier?
Dalam optimisasi linier, terdapat dua kasus umum yang dapat muncul dalam suatu permasalahan, yaitu:

a. Maksimasi Linier (Maximization): Dalam kasus ini, tujuan utama adalah mencari nilai maksimum dari fungsi objektif yang ditentukan. Variabel keputusan diatur sedemikian rupa untuk memaksimalkan nilai fungsi objektif, dengan mempertimbangkan batasan atau kendala yang ada. Solusi optimal dalam kasus ini akan memberikan nilai maksimum yang memenuhi semua kendala yang diberikan.
b. Minimisasi Linier (Minimization): Dalam kasus ini, tujuan utama adalah mencari nilai minimum dari fungsi objektif yang ditentukan. Variabel keputusan diatur sedemikian rupa untuk meminimalkan nilai fungsi objektif, dengan mempertimbangkan batasan atau kendala yang ada. Solusi optimal dalam kasus ini akan memberikan nilai minimum yang memenuhi semua kendala yang diberikan.

Pemilihan antara maksimasi atau minimisasi linier tergantung pada tujuan yang ingin dicapai dalam permasalahan dan fungsi objektif yang diberikan. Jika tujuan adalah mencapai hasil yang paling baik atau optimal dalam konteks tertentu, maka kasus maksimasi linier digunakan. Namun, jika tujuan adalah mencapai hasil yang paling rendah atau minimal dalam konteks tertentu, maka kasus minimisasi linier digunakan.

4. **Apa yang dimaksud dengan variabel slack? Berikan ilustrasi cara menggunakannya.**

Dalam konteks optimisasi linier, variabel slack (atau sering disebut juga variabel surplus atau slack variable) digunakan untuk membantu mengubah batasan ketidaksetaraan dalam model optimisasi linier menjadi bentuk persamaan yang setara.

Variabel slack diperkenalkan ketika terdapat batasan ketidaksetaraan dalam model optimisasi linier yang ingin dipecahkan. Batasan ketidaksetaraan umumnya berbentuk "kurang dari atau sama dengan" (≤) atau "lebih dari atau sama dengan" (≥). Misalnya, jika ada batasan $A^*x \leq b$, di mana A adalah matriks koefisien, x adalah vektor variabel keputusan, dan b adalah vektor batasan.

Dalam hal ini, variabel slack (s) ditambahkan untuk mengubah batasan menjadi bentuk persamaan. Misalnya, batasan $A^*x \leq b$ dapat ditransformasikan menjadi $A^*x + s = b$, di mana s adalah vektor slack yang memenuhi $s \geq 0$.

Penggunaan variabel slack membantu dalam menyelesaikan model optimisasi linier dengan menggunakan metode simplex atau metode yang serupa. Variabel slack memungkinkan konversi batasan ketidaksetaraan menjadi persamaan, sehingga mempermudah proses analisis dan perhitungan dalam mencari solusi optimal.

Ilustrasi penggunaan variabel slack dapat dijelaskan dengan contoh sederhana. Misalkan terdapat permasalahan optimisasi linier dengan dua variabel keputusan (x1 dan x2) dan dua batasan:

a. $2x1 + 3x2 \leq 10$
b. $x1 + 4x2 \geq 8$

Untuk mengubah batasan pertama menjadi bentuk persamaan, kita dapat menambahkan variabel slack s1:

$2x1 + 3x2 + s1 = 10$

Sedangkan untuk mengubah batasan kedua menjadi bentuk persamaan, kita dapat menambahkan variabel slack s2:

$x1 + 4x2 - s2 = 8$

Dalam hal ini, variabel slack s1 dan s2 adalah variabel non-negatif yang ditambahkan untuk membantu mengubah batasan ketidaksetaraan menjadi bentuk persamaan. Dengan menggunakan variabel slack, kita dapat menerapkan metode simplex atau metode lainnya untuk mencari solusi optimal dalam permasalahan optimisasi linier ini.

Apa yang dimaksud dengan variable excess? Berikan ilustrasi cara menggunakannya.

Dalam konteks optimisasi linier, variabel excess (variabel kelebihan) juga dikenal sebagai surplus variable. Variabel excess digunakan untuk mengubah batasan ketidaksetaraan yang berbentuk "lebih dari atau sama dengan" (≥) menjadi bentuk persamaan yang setara.

Variabel excess diperkenalkan ketika terdapat batasan ketidaksetaraan dalam model optimisasi linier yang ingin dipecahkan. Misalnya, jika terdapat batasan $A^*x \geq b$, di mana A adalah matriks koefisien, x adalah vektor variabel keputusan, dan b adalah vektor batasan.

Dalam hal ini, variabel excess (e) ditambahkan untuk mengubah batasan menjadi bentuk persamaan. Misalnya, batasan $A^*x \geq b$ dapat ditransformasikan menjadi $A^*x - e = b$, di mana e adalah vektor excess yang memenuhi $e \geq 0$.

Penggunaan variabel excess membantu dalam menyelesaikan model optimisasi linier dengan menggunakan metode simplex atau metode yang serupa. Variabel excess memungkinkan konversi batasan ketidaksetaraan menjadi persamaan, sehingga mempermudah proses analisis dan perhitungan dalam mencari solusi optimal.

Berikut adalah ilustrasi penggunaan variabel excess dengan contoh sederhana: Misalkan terdapat permasalahan optimisasi linier dengan dua variabel keputusan (x1 dan x2) dan dua batasan:

1. $3x1 + 2x2 \geq 5$
2. $4x1 - 2x2 \geq 10$

Untuk mengubah batasan pertama menjadi bentuk persamaan, kita dapat menambahkan variabel excess e1:

$3x1 + 2x2 - e1 = 5$

Sedangkan untuk mengubah batasan kedua menjadi bentuk persamaan, kita dapat menambahkan variabel excess e2:

4x1 - 2x2 - e2 = 10

Dalam hal ini, variabel excess e1 dan e2 adalah variabel non-negatif yang ditambahkan untuk membantu mengubah batasan ketidaksetaraan menjadi bentuk persamaan. Dengan menggunakan variabel excess, kita dapat menerapkan metode simplex atau metode lainnya untuk mencari solusi optimal dalam permasalahan optimisasi linier ini.

Apakah syarat nilai dari variabel slack dan excess?

Variabel slack dan variabel excess memiliki syarat nilai yang perlu dipenuhi dalam konteks optimisasi linier. Berikut adalah syarat-syarat tersebut:

1. Variabel Slack (Slack Variable):
    a. Nilai variabel slack harus non-negatif, yaitu s ≥ 0.
    b. Variabel slack dapat mengambil nilai nol ketika batasan yang sesuai terpenuhi secara ketat (tidak ada kelebihan kapasitas pada batasan tersebut).
    c. Variabel slack dapat menjadi nol dalam solusi optimal jika batasan yang sesuai adalah batasan tidak aktif atau tidak berkontribusi pada hasil optimal.
2. Variabel Excess (Excess Variable):
    a. Nilai variabel excess juga harus non-negatif, yaitu e ≥ 0.
    b. Variabel excess dapat mengambil nilai nol ketika batasan yang sesuai terpenuhi secara ketat (tidak ada kelebihan yang mencapai batasan tersebut).
    c. Variabel excess dapat menjadi nol dalam solusi optimal jika batasan yang sesuai adalah batasan tidak aktif atau tidak berkontribusi pada hasil optimal.

Pada dasarnya, syarat nilai untuk variabel slack dan excess memastikan bahwa variabel-variabel tersebut memiliki nilai yang valid dan tidak melanggar batasan non-negativitas.

5. **Bila terdapat beberapa constraint yang berupa pertidaksamaan, bagaimanakah caranya agar menjadi persamaan?**

Untuk mengubah constraint yang berupa pertidaksamaan menjadi persamaan dalam konteks optimisasi linier, ada beberapa pendekatan yang dapat digunakan. Dua pendekatan umum adalah:

1. Pendekatan Variabel Slack:
    a. Jika terdapat batasan pertidaksamaan berbentuk "kurang dari atau sama dengan" (≤), Kita dapat menambahkan variabel slack (s) untuk mengubahnya menjadi bentuk persamaan.
    b. Misalnya, jika terdapat batasan A*x ≤ b, Kita dapat menambahkan variabel slack s sehingga batasan menjadi A*x + s = b, dengan s ≥ 0.
    c. Variabel slack akan mengindikasikan sejauh mana batasan tersebut tidak aktif (slack = 0) atau terpenuhi dengan kelebihan (slack > 0).
2. Pendekatan Variabel Excess:
    a. Jika terdapat batasan pertidaksamaan berbentuk "lebih dari atau sama dengan" (≥), Kita dapat menambahkan variabel excess (e) untuk mengubahnya menjadi bentuk persamaan.
    b. Misalnya, jika terdapat batasan A*x ≥ b, Kita dapat menambahkan variabel excess e sehingga batasan menjadi A*x - e = b, dengan e ≥ 0.
    c. Variabel excess akan mengindikasikan sejauh mana batasan tersebut tidak aktif (excess = 0) atau terpenuhi dengan kekurangan (excess > 0).

Dengan menggunakan pendekatan variabel slack atau variabel excess, batasan pertidaksamaan dapat diubah menjadi persamaan yang setara dalam model optimisasi linier. Hal ini memungkinkan penerapan metode seperti metode simplex atau metode lainnya yang lebih umum digunakan untuk mencari solusi optimal.

Apa yang perlu dilakukan bila constraint kurang dari suatu nilai tertentu?
Jika Kita memiliki constraint yang berbentuk "kurang dari" suatu nilai tertentu dalam model optimisasi linier, Kita dapat mengubahnya menjadi bentuk persamaan menggunakan pendekatan variabel slack. Misalkan Kita memiliki batasan A*x < b, di mana A adalah matriks koefisien, x adalah vektor variabel keputusan, dan b adalah vektor batasan. Untuk mengubahnya menjadi bentuk persamaan, Kita dapat menambahkan variabel slack positif (s) dan mengubah pertidaksamaan menjadi pertidaksamaan ketat.
Berikut adalah langkah-langkah untuk mengubah constraint "kurang dari" menjadi persamaan:

a. Tambahkan variabel slack positif (s) pada sisi kiri pertidaksamaan:
   $A^*x + s$
b. Ubah pertidaksamaan menjadi pertidaksamaan ketat (≤):
   $A^*x + s \leq b$
c. Pastikan variabel slack (s) memiliki batasan non-negativitas:
   $s \geq 0$

Dengan mengubah constraint "kurang dari" menjadi pertidaksamaan ketat dan menambahkan variabel slack, Kita telah mengubahnya menjadi bentuk persamaan yang setara. Hal ini memungkinkan penerapan metode optimisasi linier yang umum digunakan untuk mencari solusi optimal.

Apa yang perlu dilakukan bila constraint lebih dari suatu nilai tertentu?
Jika Kita memiliki constraint yang berbentuk "lebih dari" suatu nilai tertentu dalam model optimisasi linier, Kita dapat mengubahnya menjadi bentuk persamaan menggunakan pendekatan variabel excess.
Misalkan Kita memiliki batasan A*x > b, di mana A adalah matriks koefisien, x adalah vektor variabel keputusan, dan b adalah vektor batasan. Untuk mengubahnya menjadi bentuk persamaan, Kita dapat menambahkan variabel excess positif (e) dan mengubah pertidaksamaan menjadi pertidaksamaan ketat.
Berikut adalah langkah-langkah untuk mengubah constraint "lebih dari" menjadi persamaan:

1. Tambahkan variabel excess positif (e) pada sisi kiri pertidaksamaan:
   $A^*x - e$
2. Ubah pertidaksamaan menjadi pertidaksamaan ketat (≥):
   $A^*x - e \geq b$
3. Pastikan variabel excess (e) memiliki batasan non-negativitas:
   $e \geq 0$

Dengan mengubah constraint "lebih dari" menjadi pertidaksamaan ketat dan menambahkan variabel excess, Kita telah mengubahnya menjadi bentuk persamaan yang setara. Hal ini memungkinkan penerapan metode optimisasi linier yang umum digunakan untuk mencari solusi optimal.

Berikan contoh untuk kedua kondisi di atas.
Tentu! Berikut ini adalah contoh untuk kedua kondisi tersebut.

1. Constraint "kurang dari" (less than):
   Misalkan kita memiliki constraint berikut:
   $2x + 3y < 10$
   Untuk mengubahnya menjadi bentuk persamaan, kita dapat menambahkan variabel slack (s): $2x + 3y + s = 10$
   Dalam contoh ini, kita menambahkan variabel slack s pada sisi kiri pertidaksamaan, dan mengubahnya menjadi pertidaksamaan ketat (≤) dengan menambahkan slack s pada persamaan. Variabel slack s memiliki batasan non-negativitas $s \geq 0$.
2. Constraint "lebih dari" (greater than):
   Misalkan kita memiliki constraint berikut:
   $5x - 2y > 7$
   Untuk mengubahnya menjadi bentuk persamaan, kita dapat menambahkan variabel excess

(e): 5x - 2y - e = 7

Dalam contoh ini, kita menambahkan variabel excess e pada sisi kiri pertidaksamaan, dan mengubahnya menjadi pertidaksamaan ketat (≥) dengan menambahkan excess e pada persamaan. Variabel excess e memiliki batasan non-negativitas e ≥ 0.

Dengan mengubah constraint "kurang dari" menjadi persamaan dengan variabel slack, dan constraint "lebih dari" menjadi persamaan dengan variabel excess, kita dapat menyajikan kedua kondisi tersebut dalam bentuk persamaan yang setara dalam model optimisasi linier.

Tuliskan beberapa constraint yang telah menjadi persamaan dan nyatakan dalam bentuk perkalian matriks.

Berikut adalah beberapa contoh constraint yang telah diubah menjadi persamaan dalam bentuk perkalian matriks:

1. Constraint: 2x + 3y = 10
   Constraint: 4x - 5y + z = 8
   Constraint: 3x + 2y - 5z = -3
   Dalam bentuk perkalian matriks:
   [2 3 0] * [x] = [10]
   [4 -5 1] * [y] = [8]
   [3 2 -5] * [z] = [-3]

2. Constraint: x + y + z = 1
   Dalam bentuk perkalian matriks:
   [1 1 1] * [x] = [1]
   [y]
   [z]
3. Constraint: -2x + 4y + 3z = 5
   Dalam bentuk perkalian matriks:
   [-2 4 3] * [x] = [5]
   [y]
   [z]

Dalam semua contoh di atas, kita dapat menggambarkan constraint dalam bentuk perkalian matriks dengan menggunakan matriks koefisien [A] dan vektor variabel keputusan [x] yang dikalikan untuk menghasilkan vektor batasan [b]. Dalam notasi perkalian matriks, kita dapat menyajikan constraint sebagai [A] * [x] = [b], di mana [A] adalah matriks koefisien, [x] adalah vektor variabel keputusan, dan [b] adalah vektor batasan.

6. **Apa yang dimaksud dengan variabel decision? Jelaskan dengan singkat**

   Variabel keputusan adalah variabel-variabel yang digunakan untuk mewakili nilai-nilai yang harus ditentukan dalam suatu masalah optimisasi. Mereka adalah kuantitas yang ingin dioptimalkan untuk mencapai tujuan tertentu dengan mematuhi batasan yang ada. Contohnya adalah alokasi sumber daya dalam produksi.

   Apa yang dimaksud dengan fungsi obyektif? Jelaskan dengan singkat

   Fungsi objektif adalah fungsi matematis yang menggambarkan tujuan yang ingin dicapai dalam suatu masalah optimisasi. Ini memberikan ukuran yang ingin dimaksimalkan atau diminimalkan berdasarkan variabel keputusan.

   Tuliskan kaitan antara fungsi obyektif dan variabel decision.

   Fungsi objektif dan variabel keputusan saling terkait dalam suatu masalah optimisasi. Variabel keputusan adalah variabel-variabel yang digunakan untuk mewakili nilai-nilai yang harus ditentukan

dalam masalah tersebut, sedangkan fungsi objektif menggambarkan tujuan yang ingin dicapai berdasarkan nilai-nilai variabel keputusan tersebut.
Fungsi objektif menggunakan variabel keputusan sebagai inputnya dan memberikan ukuran atau nilai yang ingin dimaksimalkan atau diminimalkan. Variabel keputusan mempengaruhi nilai fungsi objektif, dan dengan mencari nilai-nilai variabel keputusan yang optimal, kita dapat mencapai solusi yang memaksimalkan atau meminimalkan nilai fungsi objektif sesuai dengan tujuan yang diinginkan.
Dalam optimisasi linier, fungsi objektif sering kali berbentuk linier dan dinyatakan dalam bentuk persamaan linear yang melibatkan variabel keputusan. Dengan memanipulasi nilai variabel keputusan, kita dapat mengoptimalkan nilai fungsi objektif untuk mencapai solusi yang optimal.
Jadi, fungsi objektif dan variabel keputusan saling berinteraksi dalam masalah optimisasi. Variabel keputusan digunakan sebagai input dalam fungsi objektif, sementara fungsi objektif memberikan arah dan ukuran yang ingin dicapai dalam memilih nilai-nilai variabel keputusan yang optimal.

7. **Pelajari studi kasus 1**
Sebuah pabrik kimia industri memproduksi dua produk, A dan B. Harga pasar untuk satu pound produk A adalah $12.75, dan untuk produk B adalah $15.25. Setiap pound dari produk A membutuhkan 0.25 pound bahan P dan 0.125 pound bahan Q. Setiap pound dari produk B membutuhkan 0.15 pound bahan P dan 0.35 pound bahan Q. Jumlah bahan yang tersedia dalam seminggu adalah 21.85 pound bahan P dan 29.5 pound bahan Q. Manajemen memperkirakan bahwa paling banyak 18.5 pound produk A dapat dijual dalam seminggu. Tujuan dari masalah ini adalah menghitung jumlah produk A dan B yang harus diproduksi untuk mengoptimalkan penjualan.

Memahami Permasalahan:
Untuk mempermudah pemahaman dan merumuskan masalah secara matematis, data yang diberikan direpresentasikan dalam bentuk tabel sebagai berikut. Seperti yang disebutkan sebelumnya, sumber daya utama yang dibutuhkan dalam produksi zat kimia A dan B adalah jumlah material jenis P dan Q.

Material	Available	Substance of type A	Substance of type B
P	21.85	0.250	0.15
Q	29.50	0.125	0.35

Formula Matematika:
Biarkan x1 menyatakan jumlah zat (lbs) dari jenis A yang akan diproduksi, dan x2 menyatakan jumlah zat (lbs) dari jenis B yang akan diproduksi. Total penjualan adalah 12.75x1 + 15.25x2 (akan dimaksimalkan). Fungsi objektif dari formulasi model optimisasi linier dari masalah yang diberikan adalah:
Maksimalkan S = 12.75x1 + 15.25x2
dengan Batasan:

$0.25x1 + 0.15x2 \leq 21.85$
$0.125x1 + 0.35x2 \leq 29.5$
$x1 \leq 18.5$
$x1 \geq 0$
$x2 \geq 0$

Bila terdapat tambahan produk C yang harga jualnya adalah $13.50, tuliskan fungsi obyektifnya.
Jika terdapat tambahan produk C dengan harga jual $13.50, fungsi objektif akan berubah untuk mencakup penjualan produk C. Mari kita asumsikan x3 sebagai jumlah produk (lbs) dari jenis C yang akan diproduksi. Oleh karena itu, fungsi objektif baru akan menjadi:
Maximize S = 12.75x1 + 15.25x2 + 13.50x3
Fungsi objektif ini mencerminkan total penjualan dari setiap jenis produk yang diproduksi (A, B,

dan C), dengan koefisien harga masing-masing produk. Tujuan masih tetap untuk memaksimalkan nilai S, yang mewakili total pendapatan dari penjualan produk-produk tersebut.

Bila produk C dapat terjual per minggu sejumlah 16.5 pound, tuliskan constraint tambahannya
Jika produk C dapat terjual sebanyak 16.5 pound per minggu, kita dapat menambahkan constraint berikut:

$x3 \leq 16.5$

Constraint ini memastikan bahwa jumlah produk C yang diproduksi tidak melebihi batasan penjualan sebesar 16.5 pound per minggu.

8. **Pelajari studi kasus 2**

Sebuah produsen mainan memproduksi dua jenis mainan: X dan Y. Dalam produksi mainan-mainan ini, sumber daya utama yang dibutuhkan adalah waktu mesin, dan tiga mesin digunakan: M1, M2, dan M3. Waktu mesin yang dibutuhkan untuk memproduksi mainan jenis X adalah 4.5 jam mesin M1, 6.45 jam mesin M2, dan 10.85 jam mesin M3. Waktu mesin yang dibutuhkan untuk memproduksi mainan jenis Y adalah 7.25 jam mesin M1, 3.65 jam mesin M2, dan 4.85 jam mesin M3. Waktu mesin maksimum yang tersedia untuk mesin M1, M2, M3 adalah masing-masing 415 jam, 292 jam, dan 420 jam. Satu mainan jenis X memberikan keuntungan sebesar 4.75 dolar, dan satu mainan jenis Y memberikan keuntungan sebesar 3.55 dolar. Temukan jumlah mainan dari setiap jenis yang harus diproduksi untuk mendapatkan keuntungan maksimum.

Memahami Permasalahan:
Untuk mempermudah pemahaman dan merumuskan masalah secara matematis, data yang diberikan direpresentasikan dalam bentuk tabel sebagai berikut. Seperti yang disebutkan sebelumnya, sumber daya utama yang dibutuhkan dalam produksi mainan adalah waktu mesin dari mesin-mesin M1, M2, dan M3.

Machine	Total time available	Req time toy type X	Req time toy type Y
M1	415	4.5	7.25
M2	292	6.45	3.64
M3	420	10.85	4.85

Formula Matematika:
Biarkan x menyatakan jumlah mainan jenis X yang akan diproduksi, dan y menyatakan jumlah mainan jenis Y yang akan diproduksi. Total keuntungan adalah $4.75x + 3.55y$ (akan dimaksimalkan). Fungsi objektif dari formulasi model optimisasi linier dari masalah yang diberikan adalah:
Maksimalkan: $P = 4.75x + 3.55y$
Dengan Batasan:

a. Waktu mesin M1: $4.5x + 7.25y \leq 415$
b. Waktu mesin M2: $6.45x + 3.65y \leq 292$
c. Waktu mesin M3: $10.85x + 4.85y \leq 420$
d. Jumlah mainan non-negatif: $x \geq 0$, $y \geq 0$

Tujuan adalah mencari nilai x dan y yang memaksimalkan keuntungan P, dengan memperhatikan batasan-batasan waktu mesin dan non-negatifitas jumlah mainan.

Bila waktu maksimum penggunaan mesin M1, M2, dan M3 adalah 420, 300, 400 jam, tuliskan semua constraintnya.
Berdasarkan waktu maksimum penggunaan mesin M1, M2, dan M3 yang masing-masing adalah 420 jam, 300 jam, dan 400 jam, constraintnya adalah sebagai berikut:

a. Waktu mesin M1: $4.5x + 7.25y \leq 420$
b. Waktu mesin M2: $6.45x + 3.65y \leq 300$

c. Waktu mesin M3: $10.85x + 4.85y \leq 400$

Constraint ini memastikan bahwa total waktu mesin yang digunakan untuk memproduksi mainan X dan Y tidak melebihi waktu maksimum yang tersedia pada setiap mesin.

Bila keuntungan kedua produk, berturut-turut, menjadi 5.25 dolar dan 7.45 dolar, tentukan fungsi obyektifnya

Jika keuntungan kedua produk tersebut menjadi 5.25 dolar untuk produk X dan 7.45 dolar untuk produk Y, maka fungsi objektif akan berubah sesuai dengan keuntungan baru. Mari kita asumsikan x sebagai jumlah mainan (dalam unit) dari jenis X yang akan diproduksi, dan y sebagai jumlah mainan (dalam unit) dari jenis Y yang akan diproduksi. Oleh karena itu, fungsi objektif baru akan menjadi:

Maximize $P = 5.25x + 7.45y$

Fungsi objektif ini mencerminkan total keuntungan dari penjualan mainan jenis X dan Y, dengan koefisien keuntungan masing-masing produk yang baru. Tujuannya tetap sama, yaitu untuk memaksimalkan nilai P, yang mewakili total keuntungan dari penjualan mainan-mainan tersebut.

9. **Pelajari studi kasus 3**

Seseorang perlu mengikuti diet yang membutuhkan setidaknya 5.045 unit karbohidrat, 450,75 unit lemak, dan 325,15 unit protein. Tersedia dua jenis makanan: P dan Q. Satu unit makanan jenis P memiliki harga 2,55 dolar dan satu unit makanan jenis Q memiliki harga 3,55 dolar. Satu unit makanan jenis P mengandung 9,75 unit karbohidrat, 18,15 unit lemak, dan 13,95 unit protein. Satu unit makanan jenis Q mengandung 22,95 unit karbohidrat, 12,15 unit lemak, dan 18,85 unit protein. Diperlukan model linear matematika untuk menemukan biaya minimum untuk diet yang terdiri dari campuran kedua jenis makanan tersebut dan memenuhi persyaratan diet minimum.

Memahami Permasalahan:

Untuk mempermudah pemahaman dan merumuskan masalah secara matematis, data yang diberikan direpresentasikan dalam bentuk tabel. Untuk setiap jenis makanan, data meliputi harga per unit makanan, serta kandungan karbohidrat, lemak, dan protein. Data untuk masalah diet direpresentasikan sebagai berikut:

Food type	Cost	Carbohydrates	Fat	Protein
P	2.55	9.75	18.15	13.95
Q	3.55	22.95	12.15	18.85

Formula Matematika:

Biarkan x1 menyatakan jumlah unit makanan jenis P dan x2 menyatakan jumlah unit makanan jenis Q yang terkandung dalam diet. Total biaya diet adalah 2,55x1 + 3,55x2. Seperti yang disebutkan sebelumnya, batasan utama adalah kebutuhan minimum karbohidrat, lemak, dan protein. Kombinasi unit jenis P dan jenis Q harus memiliki jumlah minimum yang ditentukan dari karbohidrat, lemak, dan protein. Fungsi objektif dari formulasi model optimisasi linier dari masalah diet yang diberikan adalah:

Minimalkan: C = 2,55x1 + 3,55x2

Dengan batasan-batasan berikut:

a. Karbohidrat: $9{,}75x1 + 22{,}95x2 \geq 5045$
b. Lemak: $18{,}15x1 + 12{,}15x2 \geq 450{,}75$
c. Protein: $13{,}95x1 + 18{,}85x2 \geq 325{,}15$
d. Non-negativitas: $x1 \geq 0$, $x2 \geq 0$

Tujuannya adalah mencari nilai x1 dan x2 yang meminimalkan biaya C, dengan memperhatikan batasan-batasan kebutuhan minimum karbohidrat, lemak, dan protein, serta non-negativitas jumlah unit makanan.

Jelaskan mengapa dalam kasus ini fungsi obyektifnya harus diminimumkan sedangkan pada kasus-kasus sebelumnya harus dimaksimumkan? Apa perbedaan kasus ini dengan kedua kasus sebelumnya?
Dalam kasus ini, fungsi objektif harus diminimumkan karena tujuan kita adalah mencari jumlah makanan yang paling ekonomis atau biaya yang paling rendah untuk memenuhi kebutuhan nutrisi minimum. Dalam konteks ini, kita mencari solusi yang meminimalkan biaya total yang dibutuhkan untuk mencapai target nutrisi yang ditetapkan.
Perbedaan utama antara kasus ini dengan kasus sebelumnya terletak pada tujuan yang ingin dicapai. Dalam kasus sebelumnya, seperti masalah produksi mainan dan diet sebelumnya, tujuan kita adalah memaksimalkan keuntungan atau nilai tertentu (seperti total penjualan mainan atau total keuntungan dari penjualan mainan). Oleh karena itu, fungsi objektif dalam kasus-kasus sebelumnya harus dimaksimumkan.
Dalam kasus ini, tujuan kita adalah mencari kombinasi makanan yang memberikan kebutuhan nutrisi minimum dengan biaya yang paling rendah. Oleh karena itu, kita mencari solusi yang meminimalkan biaya total. Ini menjelaskan mengapa fungsi objektif dalam kasus ini harus diminimumkan.

10. **Pelajari studi kasus 4**
Pemilik sebuah pertanian mendapatkan pinjaman sebesar $16,850.00 untuk menanam tiga jenis tanaman—jagung, barley, dan gandum—di lahan seluas 140 acre. Satu acre lahan dapat menghasilkan rata-rata 135 bushel jagung, 45 bushel barley, atau 100 bushel gandum. Keuntungan bersih per bushel barley adalah $3.05, untuk jagung adalah $1.70, dan untuk gandum adalah $2.25. Setelah panen, tanaman-tanaman ini harus disimpan dalam wadah yang relatif besar. Saat ini, pertanian tersebut dapat menyimpan 3895 bushel. Total biaya untuk menanam satu acre lahan adalah $95.00 untuk jagung, $205.00 untuk barley, dan $115.00 untuk gandum. Berapa luas lahan yang harus dialokasikan untuk setiap tanaman agar memaksimalkan keuntungan?

Memahmi Permasalahan:
Seperti dalam studi kasus sebelumnya, data yang diberikan direpresentasikan dalam tabel untuk memudahkan pemahaman dan merumuskan permasalahan secara matematis. Terdapat tiga jenis sumber daya yang akan memberikan batasan dalam rumusan masalah ini: kapasitas total penyimpanan pertanian untuk tanaman, dana total yang tersedia, dan jumlah total lahan. Data untuk masalah ini direpresentasikan sebagai berikut:

Resource	Total	Corn	Barley	Wheat
Storage (bushels)	3895	135	45	100
Funds ($)	16,850.00	95.00	205.00	115.00
Land (acres)	140	x_1	x_2	x_3

Formula Matematika:
Biarkan x1 menyatakan jumlah lahan dalam acre yang dialokasikan untuk jagung, x2 jumlah lahan yang dialokasikan untuk barley, dan x3 jumlah lahan yang dialokasikan untuk gandum. Masalah ini bertujuan untuk memaksimalkan keuntungan. Keuntungan bersih total dinotasikan dengan P dan untuk setiap tanaman terdiri dari keuntungan bersih per bushel dikalikan dengan jumlah bushel per acre, dikalikan dengan jumlah acre yang akan ditanami. Kendala-kendala berasal dari keterbatasan sumber daya dalam masalah ini. Ekspresi aritmatika untuk P diberikan oleh:

$P = 135 \times 1.70 \times x1 + 45 \times 3.05 \times x2 + 100 \times 2.25 \times x3$.
Fungsi objektif dari formulasi optimisasi linier dari masalah ini adalah:
Maksimalkan: $P = 229.5x1 + 137.25x2 + 225.00x3$
Dengan kendala-kendala berikut:
$135x1 + 45x2 + 100x3 \leq 3895$
$95x1 + 205x2 + 115x3 \leq 16850.00$
$x1 + x2 + x3 \leq 140$
$x1 \geq 0$
$x2 \geq 0$
$x3 \geq 0$

Jelaskan apa yang dimaksud dengan batasan sumber daya (resource limitation).
Batasan sumber daya (resource limitation) mengacu pada pembatasan yang ada pada jumlah atau ketersediaan sumber daya yang dapat digunakan dalam suatu masalah optimisasi. Dalam konteks kasus ini, batasan sumber daya dapat mencakup hal-hal seperti kapasitas penyimpanan untuk hasil panen, dana yang tersedia, atau jumlah lahan yang tersedia. Batasan ini diberlakukan untuk memastikan bahwa solusi optimal yang ditemukan memenuhi keterbatasan sumber daya yang ada. Dalam perumusan masalah optimisasi, batasan sumber daya digunakan sebagai kendala yang harus dipatuhi oleh solusi yang dihasilkan.

Mengapa constraint diturukan dari batasan tersebut?
Constraint (kendala) dalam masalah optimisasi diturunkan dari batasan sumber daya yang ada untuk memastikan bahwa solusi yang dihasilkan memenuhi keterbatasan-keterbatasan tersebut. Ketika merumuskan masalah optimisasi, kita harus mempertimbangkan ketersediaan sumber daya yang terbatas dan memastikan bahwa penggunaannya tidak melebihi kapasitas atau ketersediaan yang ada.
Dengan menurunkan constraint dari batasan sumber daya, kita memastikan bahwa solusi optimal yang dihasilkan memenuhi pembatasan yang ada. Constraints tersebut berfungsi sebagai pembatas yang harus dipatuhi oleh variabel-variabel keputusan dalam solusi. Dengan mempertimbangkan batasan sumber daya, kita dapat menghindari solusi yang tidak memungkinkan atau tidak realistis dalam konteks permasalahan yang sedang dihadapi.