

Nama: Listyani Nirmalasari

NIM: 20922324

#1 Optimal, maksimal, minimal

1. Jelaskan dengan singkat apa maksud dari optimal, maksimal dan minimal.

Jawab:

Nilai optimal merupakan nilai/solusi terbaik yang didapatkan dari sebuah persamaan numerik atau model matematis yang digunakan di banyak bidang seperti sains, teknik, bisnis, dan industri.

Nilai maksimal merupakan nilai yang tertinggi yang didapatkan dari sebuah persamaan numerik atau model matematis.

Nilai minimal merupakan nilai terendah yang didapatkan dari sebuah persamaan numerik atau model matematis.

2. Apakah nilai optimal dapat sama dengan maksimal? Ataupun dapat berbeda? Berikan contoh untuk keduanya.

Jawab:

Nilai optimal dapat sama dengan maksimal atau sebaliknya tergantung kepada fungsi/model matematis yang diberikan. Sebagai contohnya:

- a) Nilai optimal sama dengan nilai maksimal

Pada baris deret $A = [4, 5, 6, 7, 9]$, yang memiliki kriteria mencari nilai maksimal dari A maka nilai maksimal yang diberikan adalah angka 9. Angka 9 juga merupakan nilai optimal karena sesuai dengan kriteria/fungsi/tujuan dari model matematis.

- b) Nilai optimal bukan nilai maksimal

Pada baris deret $A = [4, 5, 6, 7, 9]$, memiliki kriteria nilai optimal adalah median dari deret baris A , maka akan diberikan angka 6 sebagai median sedangkan nilai maksimal pada baris deret A adalah 9.

3. Apakah nilai optimal dapat sama dengan minimal? Ataupun dapat berbeda? Berikan contoh untuk keduanya.

Nilai optimal dapat sama dengan minimal atau sebaliknya tergantung kepada fungsi/model matematis yang diberikan. Sebagai contohnya:

- a) Nilai optimal sama dengan nilai minimal

Pada baris deret $A = [4, 5, 6, 7, 9]$, yang memiliki kriteria mencari nilai minimal dari A maka nilai maksimal yang diberikan adalah angka 4. Angka 4 juga merupakan nilai optimal karena sesuai dengan kriteria/fungsi/tujuan dari model matematis.

- b) Nilai optimal bukan nilai minimal

Pada baris deret $A = [4, 5, 6, 7, 9]$, memiliki kriteria nilai optimal adalah median dari deret baris A , maka akan diberikan angka 6 sebagai median sedangkan nilai minimal pada baris deret A adalah 4.

#2 Bentuk Umum Model Optimasi Linier

1. Terbagi dalam berapa bagian bentuk umum dari suatu model optimisasi linier?

Jawab:

Bentuk umum dari suatu model optimisasi terbagi atas:

- Objective function (f)
 - Batasan (m)
 - Batasan pada variable
2. Tuliskan dan jelaskan dengan singkat bagian-bagian tersebut.
 - *Objective function* (f) merupakan fungsi/model matematis yang digunakan untuk menghitung nilai maksimal atau nilai minimal. *Objective function* dapat dituliskan dalam bentuk:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n.$$

- Batasan (m) merupakan rentang nilai yang diberikan dalam melakukan perhitungan *objective function* untuk membatasi nilai i yang diberikan pada *objective function*. Bentuk dari Batasan (m) adalah sebagai berikut:

$$a_{i,1}x_1 + a_{i,2}x_2 + \dots + a_{i,n}x_n \leq b_i \quad i = 1, \dots, m.$$

- Batasan pada variable merupakan sebuah kriteria untuk menghitung hasil dari *objective function*.

#3 Point, feasible region, infeasible region

1. Jelaskan apa yang dimaksud dengan point.
Jawab:
Point merupakan sekumpulan nilai yang saling berkorespondensi.
2. Jelaskan apa yang dimaksud dengan feasible region.
Jawab:
Feasible region merupakan himpunan solusi yang memenuhi Batasan.
3. Jelaskan apa yang dimaksud dengan infeasible region.
Jawab:
Infeasible region merupakan himpunan solusi yang tidak memenuhi Batasan.
4. Di manakah seharusnya solusi optimal terletak?
Jawab:
Solusi optimal seharusnya terletak pada feasible region yang memenuhi Batasan atas objective function.
5. Kaitkan antara nilai terbesar dan terkecil dengan permasalahan minimisasi dan maksimasi linier, mana yang terkait dengan mana.
Jawab:
Nilai optimal pada permasalahan optimasi maksimal adalah nilai/hampiran solusi yang memiliki nilai tertinggi pada feasible region. Sedangkan pada permasalahan minimisasi maka nilai optimal merupakan nilai/hampiran solusi yang memiliki nilai terendah pada feasible region.
6. Terdapat berapa kasus dalam suatu permasalahan optimisasi linier?
Jawab:
Terdapat 4 kasus dalam suatu permasalahan optimisasi linier.
7. Tuliskan kasus-kasus yang dimaksud tersebut.
Jawab:
4 kasus tersebut adalah:
 - 1) Solusi optimal yang unik (Unique optimal solution)
 - 2) Solusi optimal tak hingga (an infinite number of optimal solutions)
 - 3) Solusi yang tidak layak (no feasible solutions)
 - 4) Solusi yang dibuat tanpa batas (an unbounded solutions)

#4 Variabel slack dan excess

1. Apa yang dimaksud dengan variabel slack? Berikan ilustrasi cara menggunakannya.

Jawab:

Slack variables merupakan variabel yang ditambahkan ke sistem persamaan linier saat terdapat ketidaksetaraan dalam Batasan permasalahan program linear. Contohnya pada setiap Batasan dengan bentuk \leq , seperti berikut:

$$a_{i,1}x_1 + a_{i,2}x_2 + \dots + a_{i,n}x_n \leq b_i.$$

Maka untuk membuat fungsi di atas sebagai fungsi kesamaan, ditambahkan variabel s_i dan batas $s_i \geq 0$ sehingga bentuk fungsi adalah sebagai berikut:

$$a_{i,1}x_1 + a_{i,2}x_2 + \dots + a_{i,n}x_n + s_i = b_i.$$

2. Apa yang dimaksud dengan variable excess? Berikan ilustrasi cara menggunakannya.

Jawab:

Excess variable merupakan variabel yang ditambahkan ke sistem persamaan linear saat tidak terdapat ketidaksetaraan dalam bentuk \geq . Ilustrasi pengaplikasian *excess variable* adalah sebagai berikut:

$$a_{i,1}x_1 + a_{i,2}x_2 + \dots + a_{i,n}x_n \geq b_i.$$

Maka untuk membuat fungsi di atas sebagai fungsi kesamaan, ditambahkan variabel e_i dan batas $e_i \geq 0$ sehingga bentuk fungsi adalah sebagai berikut:

$$a_{i,1}x_1 + a_{i,2}x_2 + \dots + a_{i,n}x_n - e_i = b_i.$$

3. Apakah syarat nilai dari variabel slack dan excess?

Jawab:

Syarat nilai variable slack dan excess merupakan bilangan positif.

#5 Bentuk standar umum

1. Bila terdapat beberapa constraint yang berupa pertidaksamaan, bagaimanakah caranya agar menjadi persamaan?

Jawab:

Untuk mengubah *constraint* yang berupa pertidaksamaan maka perlu ditambahkan variabel tambahan berupa *slack variable* atau *excess variable*.

2. Apa yang perlu dilakukan bila constraint kurang dari suatu nilai tertentu?

Jawab:

Maka perlu ditambahkan *slack variable*.

3. Apa yang perlu dilakukan bila constraint lebih dari suatu nilai tertentu?

Jawab:

Maka perlu ditambahkan *excess variable*.

4. Berikan contoh untuk kedua kondisi di atas.

Jawab:

Maximize: $5x_1 + 3x_2$
Subject to:

$$\begin{array}{rcl} 2x_1 & + & x_2 & \leq & 40 \\ x_1 & + & 2x_2 & \leq & 50 \\ & & x_1 & \geq & 0 \\ & & x_2 & \geq & 0 \end{array}$$

Maka ditambahkan *slack variable* sebagai berikut.

Maximize: $z - 5x_1 - 3x_2 = 0$.
Subject to the following constraints:

$$\begin{array}{rcl} 2x_1 & + & x_2 & + & s_1 & = & 40 \\ x_1 & + & 2x_2 & & + & s_2 & = & 50 \\ & & x_1 & \geq & & & 0 \\ & & x_2 & \geq & & & 0 \\ & & s_1 & \leq & & & 0 \\ & & s_2 & \leq & & & 0 \end{array}$$

5. Tuliskan beberapa constraint yang telah menjadi persamaan dan nyatakan dalam bentuk perkalian matriks.

Jawab:

$$\begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \cdots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \cdots & a_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m,1} & a_{m,2} & \cdots & a_{m,n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

#6 Variabel decision dan fungsi obyektif

1. Apa yang dimaksud dengan variabel decision? Jelaskan dengan singkat.

Jawab:

Variable decision merupakan variabel yang harus ditentukan nilainya untuk mencapai tujuan yang diinginkan. *Variable decision* biasanya dinyatakan dengan symbol atau nama tertentu (misalnya: x, y, z) dan nilainya akan dicari dalam permasalahan optimasi.

2. Apa yang dimaksud dengan fungsi obyektif? Jelaskan dengan singkat.

Jawab:

Fungsi obyektif merupakan fungsi matematis yang menggambarkan tujuan yang ingin dicapai dalam sebuah permasalahan optimasi. Fungsi ini menghubungkan *variable decision* dengan nilai yang harus dioptimalkan baik dalam permasalahan maksimasi atau minimasi.

3. Tuliskan kaitan antara fungsi obyektif dan variabel decision.

Jawab:

Variable decision mempengaruhi nilai fungsi obyektif dalam mencapai nilai optimal fungsi tersebut. Dalam proses optimisasi, langkah-langkah diambil untuk mencari nilai *variable decision* yang memaksimalkan atau meminimalkan nilai fungsi obyektif. Langkah-langkah ini melibatkan pemodelan masalah optimasi dengan mengidentifikasi *variable decision* yang relevan dan merumuskan fungsi obyektif yang sesuai

#7 Studi kasus 1

1. Pelajari studi kasus 1.
2. Bila terdapat tambahan produk C yang harga jualnya adalah \$13.50, tuliskan fungsi obyektifnya.
3. Bila produk C dapat terjual per minggu sejumlah 16.5 pound, tuliskan constraint tambahannya.

Jawab:

$$\text{Maximise } S = 12.75x_1 + 15.25x_2 + 13.5x_3$$

Dengan Batasan:

$$0.25x_1 + 0.15x_2 \leq 21.85$$

$$0.125x_1 + 0.3x_2 \leq 29.5$$

$$x_1 \leq 18.5$$

$$x_3 \leq 16.5$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

#8 Studi kasus 2

1. Pelajari studi kasus 2.
2. Bila waktu maksimum penggunaan mesin M1, M2, dan M3 adalah 420, 300, 400 jam, tuliskan semua constraintnya.
3. Bila keuntungan kedua produk, berturut-turut, menjadi 5.25 dolar dan 7.45 dolar, tentukan fungsi obyektifnya.

Jawab:

$$\text{Maximise Profit} = 5.25x + 7.45y$$

Dengan batasan:

$$4.5x + 7.25y \leq 420$$

$$6.45x + 3.65y \leq 300$$

$$10.85x + 4.85y \leq 400$$

$$x, y \geq 0$$

#9 Studi kasus 3

1. Pelajari studi kasus 3.
2. Jelaskan mengapa dalam kasus ini fungsi obyektifnya harus diminimumkan sedangkan pada kasus-kasus sebelumnya harus dimaksimumkan? Apa perbedaan kasus ini dengan kedua kasus sebelumnya?

Jawab:

Pada studi kasus 3, obyektif dari permasalahan adalah mencari biaya terendah untuk mendapatkan makanan P dan Q yang mengandung karbohidrat, lemak dan protein yang rendah. Pada kasus-kasus sebelumnya permasalahan yang dicari adalah untuk meningkatkan *profit* atau penjualan dari sebuah barang.

#10 Studi kasus 4

1. Pelajari studi kasus 4.
2. Jelaskan apa yang dimaksud dengan batasan sumber daya (resource limitation).
3. Mengapa constraint diturunkan dari batasan tersebut?

Jawab:

Batasan sumberdaya pada studi kasus 4 merupakan batasan yang dibuat terkait dengan ketersediaan atau penggunaan sumber daya tertentu yang relevan pada sebuah permasalahan optimasi. Pada kasus 4, Batasan sumberdaya disebabkan adanya keterbatasan lahan untuk menanam jagung, *barley* dan gandum, terdapat kapasitas Gudang yang terbatas untuk menyimpan hasil panen, serta modal investasi yang terbatas untuk menanam jagung, *barley* dan gandum. Setiap keuntungan hasil panen diperoleh tiap jumlah panen yang ditanam setiap hektarnya dikali dengan profit setiap satu hasil panen.