

A. SLIDE 1

1. Jelaskan dengan singkat apa maksud dari optimal, maksimal, dan minimal
 - Optimal: Mengacu pada keadaan atau nilai yang menghasilkan hasil terbaik atau paling menguntungkan dalam suatu situasi atau tujuan tertentu. Ini mencerminkan kondisi di mana tidak ada peningkatan lebih lanjut yang mungkin dilakukan.
 - Maksimal: Menunjukkan nilai tertinggi atau jumlah terbesar yang dapat dicapai atau diperoleh dalam suatu konteks. Ini mengindikasikan tingkat tertinggi atau batas atas dari suatu variabel atau metrik.
 - Minimal: Merujuk pada nilai terendah atau jumlah terkecil yang dapat dicapai atau diperoleh dalam suatu situasi atau konteks. Ini menggambarkan tingkat terendah atau batas bawah dari suatu variabel atau metrik.

2. Apakah nilai optimal dapat sama dengan maksimal? Ataupun dapat berbeda? Berikan contoh untuk keduanya
Nilai optimal bisa sama dengan nilai maksimal, tergantung dengan sudut pandang goal yang ingin dilakukan, jika kita mengasumsikan dari segi pendapatan perusahaan maka yang revenue yang paling maksimal adalah titik optimalnya.

3. Apakah nilai optimal dapat sama dengan minimal? Ataupun dapat berbeda? Berikan contoh untuk keduanya.
Nilai optimal bisa juga sama dengan nilai minimal, tergantung dengan sudut pandang goal yang ingin dilakukan, jika kita mengasumsikan dari efisiensi biaya operasional dari suatu perusahaan dimana biaya yang terkecil menunjukkan tingkat efisiensi perusahaan maka penurunan biaya sampai titik minimum merupakan titik optimalnya.

B. SLIDE 2

1. Terbagi dalam berapa bagian bentuk umum dari suatu model optimisasi linier
Terbagi menjadi 3 yaitu Fungsi Tujuan (Objective Function), Variable Keputusan (Decision Variable), Batasan (Constraint)
2. Tuliskan dan jelaskan dengan singkat bagian-bagian tersebut

- Fungsi tujuan (objective function) adalah representasi matematis dari kriteria yang ingin dioptimalkan dalam suatu model. Tujuan tersebut dapat berupa memaksimalkan atau meminimalkan fungsi tujuan tersebut.

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n.$$

- Batasan (constraints) digunakan untuk membatasi nilai-nilai yang mungkin diberikan kepada variabel-variabel keputusan. Batasan ini diungkapkan dalam bentuk kombinasi linear dari variabel-variabel keputusan dengan koefisien yang terkait dan berhubungan dengan jenis pertidaksamaan.

$$a_{i,1}x_1 + a_{i,2}x_2 + \dots + a_{i,n}x_n \leq b_i \quad i = 1, \dots, m.$$

- Variabel keputusan (Decision variable) adalah variabel-variabel yang nilainya harus ditentukan untuk memenuhi tujuan dan batasan model. Variabel-variabel ini mewakili keputusan yang dapat diambil dalam konteks masalah yang dihadapi. Dapat ditulis secara matematika sebagai berikut:

$$x_j \geq 0, \text{ atau } x_j \leq 0,$$

C. SLIDE 3

1. Jelaskan apa yang dimaksud dengan point
Dalam konteks optimisasi linier, "point" mengacu pada titik-titik dalam ruang solusi yang memenuhi semua batasan dalam permasalahan linier. Dalam hal ini, "point" merujuk pada kumpulan nilai yang memenuhi persyaratan untuk setiap variabel keputusan. Dalam optimisasi linier, kita mencari titik-titik ini yang memenuhi semua batasan dan mengoptimalkan fungsi tujuan yang ditetapkan. Dengan demikian, "point" dalam konteks ini merujuk pada himpunan nilai yang merupakan solusi yang memenuhi kriteria dan batasan dalam model linier.
2. Jelaskan apa yang dimaksud dengan feasible region
Feasible region, dalam optimisasi linier, mengacu pada wilayah yang terdiri dari semua titik yang memenuhi semua batasan dalam permasalahan linier. Feasible region adalah kumpulan nilai yang mungkin untuk variabel keputusan yang memenuhi semua persyaratan batasan yang ditetapkan. Feasible region dapat berbentuk area dua dimensi (misalnya, bidang) atau wilayah multidimensi yang lebih kompleks (misalnya, ruang). Area ini dibatasi oleh garis, bidang, atau hiperbidang yang mewakili batasan-batasan linier yang diterapkan pada variabel keputusan.
3. Jelaskan apa yang dimaksud dengan infeasible region
Infeasible region, dalam optimisasi linier, mengacu pada wilayah dalam ruang solusi di mana tidak ada titik yang memenuhi satu atau lebih batasan yang ditetapkan dalam permasalahan linier. Dalam infeasible region, tidak ada kombinasi nilai variabel keputusan yang dapat memenuhi semua batasan secara bersamaan. Infeasible region bisa berupa wilayah dua dimensi atau wilayah multidimensi yang lebih kompleks. Wilayah ini dibatasi oleh batasan-batasan linier yang saling bertentangan atau bertentangan dengan persyaratan dalam konteks permasalahan yang sedang dihadapi.
4. Di manakah seharusnya solusi optimal terletak
Solusi optimal dalam Model Optimisasi Linier seharusnya berada di dalam feasible region (wilayah yang layak). Feasible region adalah kumpulan semua titik yang memenuhi semua batasan linier yang ada dalam masalah optimisasi. Dalam kata lain, solusi optimal harus memenuhi semua batasan dan berada dalam wilayah yang memungkinkan sesuai dengan persyaratan yang ditetapkan oleh batasan linier.
5. Kaitkan antara nilai terbesar dan terkecil dengan permasalahan minimisasi dan maksimasi linier, mana yang terkait dengan mana
Dalam Model Optimisasi Linier, nilai maksimum terkait dengan masalah maksimisasi, sedangkan nilai minimum terkait dengan masalah minimisasi.
Dalam konteks optimisasi linier, ketika kita mencari solusi optimal, ada dua tujuan yang umumnya diinginkan: memaksimalkan nilai tertentu atau meminimalkan nilai tertentu. Masalah maksimisasi bertujuan untuk mencari solusi yang memberikan nilai tertinggi untuk fungsi tujuan yang ditetapkan, sementara masalah minimisasi bertujuan untuk mencari solusi yang memberikan nilai terendah untuk fungsi tujuan yang ditetapkan.
Jadi, dalam optimisasi linier, nilai terbesar (maximum value) berkaitan dengan upaya memaksimalkan fungsi tujuan, sementara nilai terkecil (minimum value) berkaitan dengan upaya meminimalkan fungsi tujuan.

6. Terdapat berapa kasus dalam suatu permasalahan optimisasi linier
Terdapat 4 case yaitu : unique optimal solution, infinite number of optimal solutions, No feasible solutions, unbounded solution.
7. Tuliskan kasus-kasus yang dimaksud tersebut
- A unique optimal solution: Hanya terdapat satu titik dalam feasible region yang merupakan solusi optimal.
 - An infinite number of optimal solutions: Terdapat lebih dari satu titik dalam feasible region yang merupakan solusi optimal. Dalam kasus ini, semua titik tersebut memberikan nilai ekstrem yang sama untuk fungsi objektif.
 - No feasible solutions: Tidak ada titik dalam feasible region yang memenuhi semua batasan. Dalam situasi ini, permasalahan optimisasi linier tidak memiliki solusi yang memenuhi semua batasan yang diberikan.
 - An unbounded solution: Solusi tak terbatas terjadi dalam permasalahan optimisasi linier ketika fungsi objektif dapat terus meningkat atau menurun tanpa batas saat titik-titik dalam daerah yang dapat dicapai didekati.

D. SLIDE 4

1. Apa yang dimaksud dengan variabel slack? Berikan ilustrasi cara menggunakannya
Variabel slack digunakan dalam model optimisasi linier untuk mengubah batasan ketidaksamaan menjadi batasan kesetaraan. Variabel slack digunakan untuk memastikan bahwa ada solusi yang memenuhi semua batasan kendala.

Dengan memperkenalkan variabel slack, kita memastikan bahwa ada solusi yang memenuhi semua batasan kendala yang ada. Variabel slack memberikan fleksibilitas dalam mencapai solusi optimal dengan memperluas ruang solusi yang mungkin. Dengan demikian, variabel slack memainkan peran penting dalam memodelkan masalah optimisasi linier dengan batasan ketidaksamaan.

Contoh :

$$2x + y + s_1 = 70$$

$$x + 2y + s_2 = 30$$

Dalam hal ini, kita menambahkan variabel slack s_1 dan s_2 untuk mengubah batasan-batasan tersebut menjadi batasan ketaksamaan. Variabel slack membantu kita memodelkan batasan kesetaraan sebagai batasan ketaksamaan yang dapat digunakan dalam metode simplex. Setelah menambahkan variabel slack, kita dapat menulis ulang batasan-batasan tersebut sebagai:

$$2x + x + s_1 \leq 70$$

$$x + 2y + s_2 \leq 30$$

2. Apa yang dimaksud dengan variable excess? Berikan ilustrasi cara menggunakannya
Excess variable digunakan dalam permasalahan optimisasi linier untuk mengubah batasan ketidaksamaan menjadi batasan kesetaraan dalam bentuk standar.

Misalnya, dalam permasalahan optimisasi linier berikut:

Maksimumkan: $4x_1 + 2x_2$

Dengan batasan:

$$3x_1 + 2x_2 \leq 30$$

$$2x_1 + 5x_2 \leq 10$$

Untuk mengubah batasan ketidaksamaan menjadi batasan kesetaraan dalam bentuk standar, kita dapat memperkenalkan variabel excess (e_1, e_2) sebagai variabel tambahan yang nonnegatif. Dengan melakukan ini, batasan ketidaksamaan menjadi batasan kesetaraan:

$$3x_1 + 2x_2 + e_1 = 30$$

$$2x_1 + 5x_2 + e_2 = 10$$

Dalam hal ini, variabel excess (e_1, e_2) memungkinkan kita untuk mengekspresikan batasan-batasan dalam bentuk kesetaraan, yang akan mempermudah pemodelan dan analisis masalah optimisasi linier. Variabel excess memberikan kebebasan tambahan dalam mencapai solusi optimal dengan memperluas ruang solusi yang mungkin.

3. Apa yang dimaksud dengan variable excess? Berikan ilustrasi cara menggunakannya
Variabel slack adalah variabel yang nilainya harus nonnegatif, yaitu harus lebih besar atau sama dengan nol ($s \geq 0$). Hal ini berarti variabel slack tidak dapat memiliki nilai negatif dan harus memiliki nilai nol atau lebih besar.

Variabel excess juga memiliki sifat yang sama dengan variabel slack, yaitu harus lebih besar atau sama dengan nol ($e \geq 0$). Variabel excess juga tidak dapat memiliki nilai negatif dan harus memiliki nilai nol atau lebih besar.

E. SLIDE 5

1. Bila terdapat beberapa constraint yang berupa pertidaksamaan, bagaimanakah caranya agar menjadi persamaan

Dalam proses mengubah pertidaksamaan menjadi persamaan, kita dapat memperkenalkan variabel tambahan yang nonnegatif yang disebut "slack variables" ke setiap pertidaksamaan. Dengan memasukkan slack variables, kita dapat memastikan bahwa pertidaksamaan tersebut berubah menjadi persamaan dengan mempertimbangkan batasan yang ada.

Pada dasarnya, slack variables berfungsi sebagai variabel penyangga yang membantu menjaga keseimbangan antara kedua sisi pertidaksamaan. Dengan menambahkan slack variables, kita dapat mengekspresikan pertidaksamaan sebagai persamaan dengan menetapkan nilai slack variables menjadi nol ketika pertidaksamaan terpenuhi dan memperluas ruang solusi yang mungkin.

2. Apa yang perlu dilakukan bila constraint kurang dari suatu nilai tertentu
Jika terdapat batasan kurang dari suatu nilai tertentu dalam permasalahan, kita dapat memperkenalkan variabel non-negatif baru yang disebut "surplus variables" untuk mengubahnya menjadi batasan persamaan. Variabel surplus akan mencerminkan jumlah kelebihan atau surplus dari nilai batasan tersebut.

Dalam konteks ini, surplus variables berfungsi sebagai variabel tambahan yang membantu mengubah batasan ketidaksamaan menjadi batasan persamaan. Dengan memasukkan surplus variables, kita dapat mengungkapkan batasan kurang dari sebagai batasan persamaan dengan memperhitungkan kelebihan atau surplus yang ada. Penggunaan surplus variables memungkinkan kita untuk mengukur seberapa jauh batasan kurang dari nilai yang ditentukan. Nilai surplus variables akan menunjukkan jumlah kelebihan yang ada dalam batasan tersebut

3. Apa yang perlu dilakukan bila constraint lebih dari suatu nilai tertentu
Jika terdapat batasan lebih dari suatu nilai tertentu dalam permasalahan, kita dapat memperkenalkan "slack variables" untuk mengubahnya menjadi batasan persamaan. Slack variables akan mengindikasikan jumlah kekurangan atau selisih dari nilai batasan tersebut.

Dalam konteks ini, slack variables berfungsi sebagai variabel tambahan yang membantu mengubah batasan ketidaksamaan menjadi batasan persamaan. Dengan memasukkan slack variables, kita dapat mengungkapkan batasan lebih dari sebagai batasan persamaan dengan memperhitungkan kekurangan atau selisih yang ada. Penggunaan slack variables memungkinkan kita untuk mengukur seberapa jauh batasan lebih dari nilai yang ditentukan.

4. Berikan contoh untuk kedua kondisi di atas
 - Pertidaksamaan menjadi persamaan:
Constraint asli: $5x + 2y \leq 12$
Constraint yang diubah: $5x + 2y + s = 12$ (dengan menambahkan slack variable s)

- Constraint kurang dari suatu nilai tertentu:
Constraint asli: $3x + 4y < 15$
Constraint yang diubah: $3x + 4y + s = 15$ (dengan menambahkan surplus variable s)
- Constraint lebih dari suatu nilai tertentu:
Constraint asli: $2x - 3y > -7$
Constraint yang diubah: $2x - 3y + s = -7$ (dengan menambahkan slack variable s)

5. Tuliskan beberapa constraint yang telah menjadi persamaan dan nyatakan dalam bentuk perkalian

Misalkan kita memiliki beberapa constraint yang telah diubah menjadi persamaan:

- Constraint asli: $5x + 2y + s = 12$
Dalam bentuk perkalian matriks, constraint ini dapat ditulis sebagai:
 $[5 \ 2 \ 1] * [x \ y \ s] = 12$
- Constraint asli: $3x + 4y + s = 15$
Dalam bentuk perkalian matriks, constraint ini dapat ditulis sebagai:
 $[3 \ 4 \ 1] * [x \ y \ s] = 15$
- Constraint asli: $2x - 3y + s = -7$
Dalam bentuk perkalian matriks, constraint ini dapat ditulis sebagai:
 $[2 \ -3 \ 1] * [x \ y \ s] = -7$

Dalam setiap contoh di atas, kita menggabungkan koefisien variabel (x , y , s) ke dalam sebuah vektor $[x \ y \ s]$ dan mengalikannya dengan matriks koefisien $[5 \ 2 \ 1]$, $[3 \ 4 \ 1]$, $[2 \ -3 \ 1]$ untuk mendapatkan persamaan constraint dalam bentuk perkalian matriks. Hasil perkalian matriks tersebut akan sama dengan nilai konstanta pada sisi kanan persamaan (12 , 15 , -7), menunjukkan keseimbangan persamaan antara variabel dan konstanta.

F. SLIDE 6

1. Apa yang dimaksud dengan variabel decision? Jelaskan dengan singkat
Variabel keputusan (decision variables) adalah variabel-variabel yang digunakan dalam model optimisasi linear yang nilainya akan ditentukan atau dipilih untuk mencapai tujuan tertentu.
2. Apa yang dimaksud dengan fungsi obyektif? Jelaskan dengan singkat
Fungsi tujuan (objective function) adalah fungsi matematis yang digunakan dalam model optimisasi linear untuk mengevaluasi kualitas solusi. Tujuan dari fungsi ini adalah untuk mencari nilai variabel keputusan yang dapat meminimalkan atau memaksimalkan fungsi tersebut, sesuai dengan tujuan yang ditetapkan dalam permasalahan yang sedang dihadapi.
3. Tuliskan kaitan antara fungsi obyektif dan variabel decision
Fungsi obyektif dan variabel keputusan saling terkait dalam konteks optimisasi linear. Fungsi obyektif digunakan untuk mengukur atau mengevaluasi kualitas solusi, sedangkan variabel keputusan adalah variabel-variabel yang nilainya akan ditentukan atau dipilih untuk mencapai tujuan tersebut.

Dalam model optimisasi linear, fungsi obyektif akan bergantung pada variabel keputusan. Tujuan dari optimisasi adalah untuk mencari nilai-nilai variabel keputusan yang meminimalkan atau memaksimalkan fungsi obyektif sesuai dengan tujuan permasalahan yang sedang dihadapi. Dengan kata lain, variabel keputusan akan mempengaruhi nilai fungsi obyektif, dan pencarian solusi optimal melibatkan mencari kombinasi nilai variabel keputusan yang mengoptimalkan fungsi tersebut.

Dengan demikian, fungsi obyektif dan variabel keputusan memiliki hubungan yang erat dalam optimisasi linear, di mana variabel keputusan digunakan untuk mencapai tujuan yang dinyatakan oleh fungsi obyektif.

G. SLIDE 7

1. Pelajari studi kasus 1
2. Bila terdapat tambahan produk C yang harga jualnya adalah \$13.50, tuliskan fungsi obyektifnya
Jika terdapat tambahan produk C dengan harga jual \$13.50, maka dapat memperbarui fungsi tujuan (objective function) sebagai berikut:

Objective Function:

$$\text{Maximize } S = 12.75X_1 + 15.25X_2 + 13.50X_3$$

Subject to the constraints:

$$0.25x_1 + 0.15x_2 + X_3 \leq 21.85$$

$$0.125x_1 + 0.35x_2 + X_3 \leq 29.5$$

$$x_1 \leq 18.5$$

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0$$

$$X_3 \geq 0$$

3. Bila produk C dapat terjual per minggu sejumlah 16.5 pound, tuliskan constraint tambahannya

Dalam situasi ini, jika produk C dapat terjual sebanyak 16.5 pound per minggu, kita dapat memasukkan batasan tambahan untuk produksi dan penjualan produk C. Constraint tambahan yang dapat ditambahkan adalah sebagai berikut:

$$X_3 \leq 16.5$$

Batasan ini memastikan bahwa jumlah total produksi dan penjualan dari produk A, B, dan C tidak melebihi 16.5 pound per minggu. Dengan demikian, produksi dan penjualan produk C dibatasi agar tetap berada dalam batas yang telah ditentukan.

H. SLIDE 8

1. Pelajari studi kasus 2
2. Bila waktu maksimum penggunaan mesin M1, M2, dan M3 adalah 420, 300, 400 jam, tuliskan semua constraintnya

$$4.5x + 7.25y \leq 420 \text{ (Machine M1 constraint)}$$

$$6.45x + 3.65y \leq 300 \text{ (Machine M2 constraint)}$$

$$10.85x + 4.85y \leq 400 \text{ (Machine M3 constraint)}$$

$$x \geq 0 \text{ (Non-negativity constraint)}$$

$$y \geq 0 \text{ (Non-negativity constraint)}$$

3. Bila keuntungan kedua produk, berturut-turut, menjadi 5.25 dolar dan 7.45 dolar, tentukan fungsi obyektifnya

Jika keuntungan dari produk pertama (X) menjadi \$5.25 dan keuntungan dari produk kedua (Y) menjadi \$7.45, kita dapat mengubah fungsi tujuan (objective function) sebagai berikut:

Fungsi Tujuan:

$$\text{Maksimalkan } P = 5.25x + 7.45y$$

Dalam fungsi tujuan tersebut, kita mencari nilai variabel keputusan x dan y yang akan memaksimalkan nilai P, yang merupakan total keuntungan dari produk X dan Y.

I. SLIDE 9

1. Pelajari studi kasus 3
2. Jelaskan mengapa dalam kasus ini fungsi obyektifnya harus diminimumkan sedangkan pada kasus-kasus sebelumnya harus dimaksimumkan? Apa perbedaan kasus ini dengan kedua kasus sebelumnya

Dalam kasus ini, tujuan optimisasi adalah untuk mencari biaya minimum untuk memenuhi kebutuhan diet minimum. Kami ingin menemukan kombinasi makanan yang memiliki biaya paling rendah, tetapi tetap memenuhi persyaratan nutrisi minimum yang telah ditetapkan.

Dalam kasus sebelumnya, tujuan optimisasi adalah mencari nilai maksimum dari fungsi objektif, seperti maksimalkan penjualan atau maksimalkan keuntungan. Namun, dalam kasus ini, tujuan optimisasi adalah mencari nilai minimum dari fungsi objektif, yaitu biaya minimum.

Jadi, perbedaan utama antara kasus ini dengan kasus sebelumnya adalah tujuan optimisasi yang berbeda, yaitu mencari biaya minimum daripada nilai maksimum.

J. SLIDE 10

1. Jelaskan apa yang dimaksud dengan batasan sumber daya (resource limitation).

Batasan sumber daya (resource limitations) merujuk pada pembatasan yang ada dalam masalah optimisasi karena adanya keterbatasan atau kapasitas terbatas dari suatu sumber daya. Sumber daya tersebut dapat berupa hal seperti lahan, dana, waktu, atau kapasitas penyimpanan. Batasan sumber daya ini membatasi opsi dan keputusan yang dapat diambil dalam mencapai solusi optimal.

2. Mengapa constraint diturunkan dari batasan tersebut?

Constraint (kendala) merupakan hasil turunan dari batasan sumber daya karena constraint adalah representasi matematis dari keterbatasan sumber daya yang terdapat dalam masalah optimisasi. Constraint menetapkan batasan-batasan yang harus dipatuhi oleh variabel keputusan dalam mencari solusi optimal. Dengan memasukkan constraint ke dalam model optimisasi, kita memastikan bahwa solusi yang dihasilkan memenuhi keterbatasan yang ada dan sesuai dengan ketersediaan sumber daya yang terbatas. Dengan kata lain, constraint memastikan bahwa solusi yang dihasilkan adalah solusi yang memadai dalam konteks sumber daya yang terbatas.