

Ahmad Mushawir – 20922307

Tugas 17 Juni 2023

ISSUE 1

- Jelaskan dengan singkat apa maksud dari optimal, maksimal, dan minimal.

Di dalam Linear Optimization Model, optimal adalah solusi yang memenuhi semua kendala dan memberikan nilai ekstrim (maksimum atau minimum) untuk fungsi objektif

Maksimal adalah nilai tertinggi atau paling tinggi dari fungsi objektif

Minimal adalah nilai terendah atau paling rendah dari fungsi objektif

- Apakah nilai optimal dapat sama dengan maksimal? Ataukah dapat berbeda? Berikan contoh untuk keduanya.

Nilai optimal tidak selalu menghasilkan nilai maksimal. Nilai optimal dapat menghasilkan nilai maksimal atau nilai minimal dari suatu kasus tertentu.

Nilai Optimal sama dengan Maksimal akan terjadi ketika solusi optimal yang ditemukan menghasilkan nilai ekstrim (maksimum atau minimum) yang sama untuk fungsi objektif. Artinya, tidak ada solusi lain yang menghasilkan nilai yang lebih baik. Contohnya adalah ketika mencari solusi untuk memaksimalkan keuntungan penjualan, dan terdapat beberapa kombinasi variabel yang menghasilkan keuntungan yang sama, yang merupakan nilai tertinggi dalam model tersebut.

Nilai Optimal Berbeda dari Maksimal akan terjadi ketika solusi optimal yang ditemukan menghasilkan nilai ekstrim yang berbeda dengan nilai maksimal yang mungkin dicapai dalam model. Artinya, masih terdapat solusi lain yang dapat memberikan nilai yang lebih baik. Contohnya adalah ketika mencari solusi untuk meminimalkan biaya produksi, dan terdapat beberapa kombinasi variabel yang menghasilkan biaya produksi yang sama, namun terdapat kombinasi lain yang memberikan biaya produksi lebih rendah.

- Apakah nilai optimal dapat sama dengan minimal? Ataukah dapat berbeda? Berikan contoh untuk keduanya.

Nilai optimal tidak selalu menghasilkan nilai minimal. Nilai optimal dapat menghasilkan nilai maksimal atau nilai minimal dari suatu kasus tertentu.

Nilai Optimal Sama dengan Minimal akan terjadi ketika solusi optimal yang ditemukan menghasilkan nilai terendah yang bisa dicapai untuk fungsi objektif. Artinya, tidak ada solusi lain yang menghasilkan nilai yang lebih rendah. Contohnya adalah ketika mencari solusi untuk meminimalkan biaya operasional, dan terdapat beberapa kombinasi variabel yang menghasilkan biaya operasional yang sama, yang merupakan nilai terendah dalam model tersebut.

Nilai Optimal Berbeda dari Minimal akan terjadi ketika solusi optimal yang ditemukan menghasilkan nilai yang berbeda dari nilai minimal yang mungkin dicapai dalam model. Artinya, masih terdapat solusi lain yang dapat memberikan nilai yang lebih rendah. Contohnya adalah ketika mencari solusi untuk memaksimalkan produksi, dan terdapat beberapa kombinasi variabel yang menghasilkan produksi yang sama, namun terdapat kombinasi lain yang memberikan produksi lebih tinggi.

ISSUE 2

- Terbagi dalam berapa bagian bentuk umum dari suatu model optimisasi linier?

Terbagi menjadi 3 bagian yaitu Objective Function, Constraints dan Sign restriction untuk variabelnya

- Tuliskan dan jelaskan dengan singkat bagian-bagian tersebut.

Objective Function adalah fungsi matematis yang ingin dioptimalkan dalam model. Tujuannya adalah untuk memaksimalkan atau meminimalkan fungsi objektif. Contoh fungsi objektif adalah memaksimalkan keuntungan atau meminimalkan biaya.

Constraints adalah batasan atau kendala yang harus dipenuhi dalam model. Kendala ini dapat berupa batasan pada variabel keputusan, sumber daya yang terbatas, persyaratan tertentu, atau keterbatasan lainnya. Misalnya, batasan produksi maksimum, ketersediaan bahan baku, atau keterbatasan kapasitas.

Sign Restriction for Variables maksudnya pembatasan tanda atau sifat positif/negatif yang diberikan pada variabel keputusan. Dalam beberapa kasus, variabel keputusan mungkin terbatas oleh sifat positif, negatif, atau non-negatif. Misalnya, variabel keputusan hanya dapat memiliki nilai non-negatif atau harus memiliki tanda negatif.

ISSUE 3

- Jelaskan apa yang dimaksud dengan *point*.

Point/titik pada Optimisasi Linier adalah kombinasi nilai yang spesifik untuk variabel keputusan dalam model. Setiap titik mewakili suatu solusi potensial dalam ruang solusi. Misalnya, jika kita memiliki dua variabel keputusan x dan y , maka sebuah titik dapat dinyatakan sebagai (x, y) dengan nilai-nilai spesifik untuk x dan y .

- Jelaskan apa yang dimaksud dengan *feasible region*.

Feasible region adalah wilayah dalam ruang solusi yang memenuhi semua kendala atau batasan yang diberlakukan pada model optimisasi linier.

- Jelaskan apa yang dimaksud dengan *infeasible region*.

Infeasible region adalah wilayah dalam ruang solusi yang tidak memenuhi satu atau lebih kendala dalam model optimisasi linier

- Di manakah seharusnya solusi optimal terletak?

Solusi optimal seharusnya terletak di Feasible Region dikarenakan semua kombinasi variabel memenuhi constraints yang berlaku pada Model

- Kaitkan antara nilai terbesar dan terkecil dengan permasalahan minimisasi dan maksimasi linier, mana yang terkait dengan mana.

Nilai terbesar (max) digunakan untuk mencari solusi dalam permasalahan maksimisasi linier dimana solusi akan memberikan nilai objektif yang terbesar.

Nilai terkecil (min) digunakan untuk mencari solusi dalam permasalahan minimisasi linier dimana solusi akan memberikan nilai objektif yang terkecil.

- Terdapat berapa kasus dalam suatu permasalahan optimisasi linier?

Ada 4 kasus, yaitu:

1. Unique Optimal Solution
2. Infinite Number of Optimal Solution
3. No Feasible Solution
4. Unbounded Solution

- Tuliskan kasus-kasus yang dimaksud tersebut.

1. Unique Optimal Solution
Terdapat satu solusi yang memenuhi semua kendala atau batasan dalam model dan memberikan nilai optimal untuk fungsi objektif. Solusi ini adalah solusi yang paling baik dan tidak ada solusi lain yang memberikan nilai yang lebih baik.
2. Infinite Number of Optimal Solutions
Terdapat banyak solusi yang memenuhi semua kendala dalam model dan memberikan nilai yang sama untuk fungsi objektif. Dalam hal ini, terdapat banyak titik optimal yang memadai. Solusi optimal tak terhingga terjadi ketika daerah pemungkinan (feasible region) membentuk garis atau bidang dalam ruang solusi.
3. No Feasible Solution
Dalam kasus ini, tidak ada solusi yang memenuhi semua kendala atau batasan dalam model. Ini dapat terjadi jika batasan saling bertentangan atau jika daerah pemungkinan (feasible region) kosong. Dalam hal ini, tidak ada titik optimal yang memadai dan tidak ada solusi yang memenuhi persyaratan kendala yang diberikan.
4. Unbounded Solution

Dalam beberapa kasus, daerah pemungkinan (feasible region) tidak memiliki batasan yang membatasi nilai variabel keputusan. Dalam hal ini, solusi optimal tidak terbatas dan tidak ada batasan pada nilai fungsi objektif. Solusi tak terbatas terjadi ketika daerah pemungkinan membentang ke arah tak terbatas dalam ruang solusi.

ISSUE 4

- Apa yang dimaksud dengan variabel slack? Berikan ilustrasi cara menggunakannya.

Variable slack adalah variabel yang digunakan untuk mengubah ketidaksetaraan menjadi kesetaraan yang ditambahkan ke dalam model.

Misalnya, kita memiliki kendala berikut:

$$2x + 3y \leq 10$$

Untuk mengubah ketidaksetaraan ini menjadi kesetaraan, kita dapat memperkenalkan variabel slack, misalnya s:

$$2x + 3y + s = 10$$

- Apa yang dimaksud dengan variable excess? Berikan ilustrasi cara menggunakannya.

Variabel excess adalah variabel digunakan untuk mengubah ketidaksetaraan menjadi kesetaraan dalam kendala yang ditambahkan ke model. Variabel excess mirip dengan variabel slack, tetapi digunakan dalam konteks ketidaksetaraan yang berlawanan.

Misalnya, kita memiliki kendala berikut:

$$2x + 3y \geq 8$$

Untuk mengubah ketidaksetaraan ini menjadi kesetaraan, kita dapat memperkenalkan variabel excess, misalnya e:

$$2x + 3y - e = 8$$

- Apakah syarat nilai dari variabel slack dan excess?

Syarat nilai variable slack dan variable excess adalah non-negatif

$$s \geq 0; e \geq 0$$

ISSUE 5

- Bila terdapat beberapa constraint yang berupa pertidaksamaan, bagaimanakah caranya agar menjadi persamaan?

Untuk mengubah constraint pertidaksamaan menjadi persamaan, kita dapat menggunakan teknik variabel slack atau variabel excess

- Apa yang perlu dilakukan bila constraint kurang dari suatu nilai tertentu?

Jika constraint kurang dari suatu nilai tertentu, kita dapat mengubahnya menjadi persamaan dengan memperkenalkan variabel slack (s) yang tidak negatif. Langkah-langkahnya adalah:

1. Tuliskan constraint awal dalam bentuk pertidaksamaan: $a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n < b$.
2. Tambahkan variabel slack (s) ke sisi kiri pertidaksamaan: $a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n + s = b$.
3. Pastikan $s \geq 0$.

- Apa yang perlu dilakukan bila constraint lebih dari suatu nilai tertentu?

Jika constraint lebih dari suatu nilai tertentu, kita dapat mengubahnya menjadi persamaan dengan memperkenalkan variabel excess (e) yang tidak negatif. Langkah-langkahnya adalah:

1. Tuliskan constraint awal dalam bentuk pertidaksamaan: $a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n > b$.
2. Kurangi variabel excess (e) dari sisi kiri pertidaksamaan: $a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n - e = b$.
3. Pastikan $e \geq 0$.

- Berikan contoh untuk kedua kondisi di atas.

1. Constraint kurang dari suatu nilai tertentu:

Misalkan kita memiliki constraint: $3x + 2y < 7$.

Menggunakan variabel slack, kita dapat mengubahnya menjadi persamaan: $3x + 2y + s = 7$, dengan $s \geq 0$.

Contoh solusi: $x = 1, y = 2, s = 2$. Dalam hal ini, solusi memenuhi persamaan dengan kelebihan kapasitas yang ditunjukkan oleh nilai variabel slack $s = 2$.

2. Constraint lebih dari suatu nilai tertentu:

Misalkan kita memiliki constraint: $4x - 2y > 10$.

Menggunakan variabel excess, kita dapat mengubahnya menjadi persamaan: $4x - 2y - e = 10$, dengan $e \geq 0$.

Contoh solusi: $x = 3, y = 1, e = 0$. Solusi ini memenuhi persamaan dengan tidak ada kelebihan kapasitas yang ditunjukkan oleh nilai variabel excess $e = 0$.

- Tuliskan beberapa constraint yang telah menjadi persamaan dan nyatakan dalam bentuk perkalian matriks.

Misalkan kita memiliki variabel $x, y,$ dan $z,$ dan beberapa constraint yang telah menjadi persamaan sebagai berikut:

Constraint pertama: $2x + 3y - z = 4$

Constraint kedua: $x - 2y + z = 1$

Constraint ketiga: $3x + y + 2z = 6$

Jika ditulis kedalam bentuk matriks maka:

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{bmatrix}$$

ISSUE 6

- Apa yang dimaksud dengan variabel decision? Jelaskan dengan singkat.

Variable decision adalah variabel-variabel yang harus dipilih atau ditentukan dalam upaya mencapai solusi optimal. Variabel keputusan ini mewakili keputusan atau tindakan yang dapat diambil dalam masalah optimisasi untuk mencapai tujuan yang diinginkan.

- Apa yang dimaksud dengan fungsi obyektif? Jelaskan dengan singkat.

Fungsi objektif adalah suatu fungsi matematis yang harus dioptimalkan atau dimaksimalkan atau diminimalkan. Fungsi ini menggambarkan tujuan atau kriteria yang ingin dicapai dalam permasalahan optimisasi. Tujuannya dapat untuk mencari nilai maksimal keuntungan atau nilai minimal biaya.

- Tuliskan kaitan antara fungsi obyektif dan variabel decision.

Fungsi objektif menentukan tujuan, sementara variabel keputusan adalah nilai-nilai yang harus ditentukan untuk mencapai tujuan tersebut.

ISSUE 7

- Pelajari studi kasus 1.

An industrial chemical plant produces two products, A and B. The market price for a pound of A is \$12.75, and that of B is \$15.25. Each pound of substance A produced requires 0.25 lbs of material P dan 0.125 lbs of material Q. Each pound of substance B produced requires 0.15 lbs of material P and 0.35 lbs of material Q. The amounts of materials available in a week are 21.85 lbs of material P and 29.5 lbs of material Q. Management estimates that at the most, 18.5 pounds of substance A can be sold in a week. The goal of this problem is to compute the amounts of substance A and B to manufacture in order to optimize sales.

- Bila terdapat tambahan produk C yang harga jualnya adalah \$13.50, tuliskan fungsi obyektifnya.

$$S = 12.75x_1 + 15.25x_2 + 13.50x_3$$

- Bila produk C dapat terjual per minggu sejumlah 16.5 pound, tuliskan constraint tambahannya.

$$x_3 \leq 16.5$$

ISSUE 8

- Pelajari studi kasus 2.

A manufacturer of toys produces two types of toys: X and Y. In the production of these toys, the main resource required is machine time and three machines are used: M1, M2, and M3. The machine time required to produce a toy of type X is 4.5 hours of machine M1, 6.45 hours of machine M2, and 10.85 hours of machine M3. The machine time required to produce a toy of type Y is 7.25 hours of machine M1, 3.65 hours of machine M2, and 4.85 hours of machine M3. The maximum available machine time for the machines M1, M2, M3 are 415, 292, and 420 hours, respectively. A toy of type X gives a profit of 4.75 dollars, and a toy of type Y gives a profit of 3.55 dollars. Find the number of toys of each type that should be produced to get maximum profit.

- Bila waktu maksimum penggunaan mesin M1, M2, dan M3 adalah 420, 300, 400 jam, tuliskan semua constraintnya.

$$4.5x + 7.25y \leq 420$$

$$6.45x + 3.65y \leq 300$$

$$10.85x + 4.85y \leq 400$$

- Bila keuntungan kedua produk, berturut-turut, menjadi 5.25 dolar dan 7.45 dolar, tentukan fungsi obyektifnya.

$$S = 5.25x + 7.45y$$

ISSUE 9

- Pelajari studi kasus 3.

A person needs to follow a diet that has at least 5,045 units of carbohydrates, 450.75 units of fat, and 325.15 units of protein. Two types of food are available: P and Q. A unit of food of type P costs 2.55 dollars and a unit of food of type Q costs 3.55 dollars. A unit of food of type P contains 9.75 units of carbohydrates, 18.15 units of fat, and 13.95 units of protein. A unit of food type Q

contains 22.95 units of carbohydrates, 12.15 units of fat, and 18.85 units of protein. A mathematical linear model is needed to find the minimum cost for a diet that consists of a mixture of the two types of food and that meets the minimum diet requirements.

- Jelaskan mengapa dalam kasus ini fungsi obyektifnya harus diminimumkan sedangkan pada kasus-kasus sebelumnya harus dimaksimumkan? Apa perbedaan kasus ini dengan kedua kasus sebelumnya?

Untuk kasus 1 dan kasus 2 permasalahannya adalah pencarian profit tertinggi dari suatu produksi barang. Sedangkan untuk kasus 3 ini adalah tujuannya untuk menentukan biaya terendah dalam pembuatan makanan dengan 2 tipe yang berbeda sehingga mendapatkan kebutuhan minimal gizi yang dibutuhkan.

ISSUE 10

- Pelajari studi kasus 4.

The owners of a farm acquired a loan of \$16,850.00 to produce three types of crops—corn, barley, and wheat—on 140 acres of land. An acre of land can produce an average of 135 bushels of corn, 45 of barley, or 100 bushels of wheat. The net profit per bushel of barley is \$3.05, for corn is \$1.70, and for wheat is \$2.25. After the harvest, these crops must be stored in relatively large containers. At present, the farm can store 3895 bushels. The total expenses to plant an acre of land are \$95.00 for corn, \$205.00 for barley, and \$115.00 for wheat. What amount of land should the farm plan to dedicate to each crop in order to optimize profit?

- Jelaskan apa yang dimaksud dengan batasan sumber daya (resource limitation).

Resource limitation atau batasan sumber daya adalah kondisi di mana ketersediaan atau penggunaan sumber daya terbatas dalam suatu permasalahan. Ini berarti bahwa dalam mencapai solusi optimal, kita harus mempertimbangkan batasan-batasan ini.

- Mengapa constraint diturunkan dari batasan tersebut?

Constraint diturunkan dari batasan yang ada dalam permasalahan optimisasi untuk memastikan bahwa solusi yang ditemukan memenuhi semua persyaratan atau pembatasan yang ada.