

Satrio Yolandanu

20922315

1. Optimal, maksimal, minimal

- Jelaskan dengan singkat apa maksud dari optimal, maksimal, dan minimal.

Optimal adalah hasil atau keadaan yang terbaik atau paling efisien dalam suatu konteks tertentu, dapat berupa nilai maksimal, minimal, atau diantara keduanya; maksimal adalah nilai tertinggi dari suatu fungsi, ukuran, atau parameter tertentu; minimal adalah nilai terendah dari suatu fungsi, ukuran, atau parameter tertentu.

- Apakah nilai optimal dapat sama dengan maksimal? Ataukah dapat berbeda? Berikan contoh untuk keduanya.

Nilai optimal dapat sama dengan nilai maksimal dapat juga berbeda, contoh untuk fungsi linear $2x + 3$ nilai optimal dari fungsi tersebut sama dengan nilai maksimalnya, sedangkan untuk fungsi kuadrat $-x^2$ nilai optimalnya tidak sama dengan nilai maksimalnya.

- Apakah nilai optimal dapat sama dengan minimal? Ataukah dapat berbeda? Berikan contoh untuk keduanya.

Nilai optimal dapat sama dengan nilai minimal dapat juga berbeda, contoh untuk fungsi linear $3 - 2x$ nilai optimal dari fungsi tersebut sama dengan nilai minimalnya, sedangkan untuk fungsi kuadrat x^2 nilai optimalnya tidak sama dengan nilai minimalnya.

2. Bentuk umum model optimisasi linier

- Terbagi dalam berapa bagian bentuk umum dari suatu model optimisasi linier?

Terbagi dalam tiga bagian umum

- Tuliskan dan jelaskan dengan singkat bagian-bagian tersebut.

1) Fungsi tujuan (objective function), menggambarkan kriteria yang ingin dioptimalkan dalam model. Tujuan umumnya adalah untuk memaksimalkan atau meminimalkan fungsi tujuan tersebut. Dapat ditulis secara matematika sebagai berikut:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = C_1x_1 + C_2x_2 + \dots + C_nx_n$$

2) Batasan (constraints), digunakan untuk membatasi nilai-nilai yang mungkin untuk variabel-variabel keputusan. Batasan ini dinyatakan dalam bentuk kombinasi linear dari variabel-variabel keputusan dengan koefisien dan terkait dengan tipe pertidaksamaan (\leq , \geq , atau $=$). Dapat ditulis secara matematika sebagai berikut:

$$a_{i,1}x_1 + a_{i,2}x_2 + \dots + a_{i,n}x_n \leq b_i \quad i = 1, \dots, m$$

Atau:

$$a_{i,1}x_1 + a_{i,2}x_2 + \dots + a_{i,n}x_n \geq b_i \quad i = 1, \dots, m$$

3) Variabel keputusan (Decision variable), ilainya harus ditentukan untuk memenuhi tujuan dan batasan model. Variabel-variabel ini merepresentasikan keputusan yang dapat diambil dalam konteks masalah yang dihadapi. Dapat ditulis secara matematika sebagai berikut:

Variable dengan Batasan:

$$x_j \geq 0, \text{ atau } x_j \leq 0,$$

Variable tanpa Batasan:

$$j = 1, \dots, n$$

3. Point, feasible region, infeasible region

- Jelaskan apa yang dimaksud dengan point.
- Jelaskan apa yang dimaksud dengan feasible region.

Point adalah himpunan nilai yang sesuai untuk setiap satu variable keputusan

- Jelaskan apa yang dimaksud dengan infeasible region.

Feasible region adalah semua point yang memenuhi semua Batasan dan kriteria yang ditentukan

Infeasible region adalah semua titik yang tidak berada pada feasible region

- Di manakah seharusnya solusi optimal terletak?

Solusi optimal terletak pada feasible region dimana merupakan point dengan nilai tertinggi sesuai dengan fungsi objektif

- Kaitkan antara nilai terbesar dan terkecil dengan permasalahan minimisasi dan maksimasi linier, mana yang terkait dengan mana.

Berkaitan dengan minimalisasi linear, nilai optimal pada feasible region merupakan nilai minimal dari semua point yang ada. Sedangkan pada maksimalisasi linear, nilai optimal pada feasible region merupakan nilai maksimal dari semua point yang ada

- Terdapat berapa kasus dalam suatu permasalahan optimisasi linier?

Terdapat empat kasus

- Tuliskan kasus-kasus yang dimaksud tersebut.
 - 1) Solusi optimal unik
 - 2) Solusi optimal tidak terbatas
 - 3) Tidak ada solusi yang feasible
 - 4) Solusi tidak terbatas

4. Variabel slack dan excess

- Apa yang dimaksud dengan variabel slack? Berikan ilustrasi cara menggunakannya.

Variable slack adalah bentuk formulasi standard hasil konfersi dari formulasi umum dengan Batasan pertidaksamaan kurang dari sama dengan " \leq ", ilustrasi penggunaannya adalah sebagai berikut:

Batasan i memiliki formulasi umum sebagai berikut:

$$a_{i,1}x_1 + a_{i,2}x_2 + \dots + a_{i,n}x_n \leq b_i$$

Untuk mengkonversi formulasi umum diatas dapat ditambahkan variable slack s_i dan $s_i \geq 0$ sehingga menjadi:

$$a_{i,1}x_1 + a_{i,2}x_2 + \dots + a_{i,n}x_n + s_i = b_i$$

- Apa yang dimaksud dengan variable excess? Berikan ilustrasi cara menggunakannya.

Variable excess adalah bentuk formulasi standard hasil konfersi dari formulasi umum dengan Batasan pertidaksamaan lebih dari sama dengan " \geq ", ilustrasi penggunaannya adalah sebagai berikut:

Batasan i memiliki formulasi umum sebagai berikut:

$$a_{i,1}x_1 + a_{i,2}x_2 + \dots + a_{i,n}x_n \geq b_i$$

Untuk mengkonversi formulasi umum diatas dapat ditambahkan variable excess e_i dan $e_i \geq 0$ sehingga menjadi:

$$a_{i,1}x_1 + a_{i,2}x_2 + \dots + a_{i,n}x_n - e_i = b_i$$

- Apakah syarat nilai dari variabel slack dan excess?

Syarat nilai dari variable slack dan excess adalah ≥ 0

5. Bentuk standar umum

- Bila terdapat beberapa constraint yang berupa pertidaksamaan, bagaimanakah caranya agar menjadi persamaan?

Dapat menggunakan variable slack dan variable excess

- Apa yang perlu dilakukan bila constraint kurang dari suatu nilai tertentu?

Bila constraint kurang dari suatu nilai tertentu menggunakan variable slack

- Apa yang perlu dilakukan bila constraint lebih dari suatu nilai tertentu?

Bila constraint lebih dari suatu nilai tertentu menggunakan variable excess

- Berikan contoh untuk kedua kondisi di atas.

variable slack

Persamaan awal:

$$3x_1 + 7x_2 \leq 9$$

Konversi dengan variable slack:

$$3x_1 + 7x_2 + s_1 = 9; s_1 \geq 0$$

variable excess

Persamaan awal:

$$4x_1 + 6x_2 \geq 10$$

Konversi dengan variable excess:

$$4x_1 + 6x_2 - e_1 = 10; e_1 \geq 0$$

- Tuliskan beberapa constraint yang telah menjadi persamaan dan nyatakan dalam bentuk perkalian matriks.

Constraint yang telah menjadi persamaan

$$3x_1 + 7x_2 + s_1 = 9; s_1 \geq 0$$

$$4x_1 + 6x_2 - e_1 = 10; e_1 \geq 0$$

Pernyataan dalam bentuk perkalian matrix:

$$\begin{bmatrix} 3 & 7 & s_1 \\ 4 & 6 & -e_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 10 \end{bmatrix}$$

6. Variabel decision dan fungsi obyektif

- Apa yang dimaksud dengan variabel decision? Jelaskan dengan singkat.

- Apa yang dimaksud dengan fungsi obyektif? Jelaskan dengan singkat.
- Tuliskan kaitan antara fungsi obyektif dan variabel decision.
- ✓ Variable decision adalah variabel yang digunakan untuk merepresentasikan keputusan yang dapat diambil dalam permasalahan optimisasi linier
- ✓ Fungsi objektif adalah fungsi matematis yang harus dioptimalkan dalam permasalahan optimisasi linier
- ✓ Variable decision adalah nilai-nilai yang ingin didapatkan dalam optimalisasi linear untuk mengoptimalkan baik meminimalkan maupun memaksimalkan fungsi objektif.

7. Studi kasus 1

- Pelajari studi kasus 1.

Studi kasus 1

$$A = x_1; B = x_2$$

Fungsi objektif optimisasi linear maksimum sales:

$$S = 12,75x_1 + 15,25x_2$$

Constraints:

$$0,25x_1 + 0,15x_2 \leq 21,85$$

$$0,125x_1 + 0,35x_2 \leq 29,5$$

$$x_1 \leq 18,5$$

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0$$

- Bila terdapat tambahan produk C yang harga jualnya adalah \$13.50, tuliskan fungsi obyektifnya.

Bila terdapat tambahan produk C yang harga jualnya adalah \$13.50, maka fungsi objektifnya menjadi:

$$C = x_3$$

$$S = 12,73x_1 + 15,25x_2 + 13,50x_3$$

- Bila produk C dapat terjual per minggu sejumlah 16.5 pound, tuliskan constraint tambahannya.

Bila produk C dapat terjual per minggu sejumlah 16.5 pound, maka constraint tambahannya menjadi:

Kebutuhan maperial P dan Q untuk produk C adalah sebagai berikut:

$$C = aP + bQ$$

Constraints:

$$0,25x_1 + 0,15x_2 + ax_3 \leq 21,85$$

$$0,125x_1 + 0,35x_2 + bx_3 \leq 29,5$$

$$x_1 \leq 18,5$$

$$x_3 \leq 16,5$$

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0$$

$$x_3 \geq 0$$

8. Studi kasus 2

- Pelajari studi kasus 2.

Studi kasus 2

$$X = x_1; Y = x_2$$

Fungsi objektif optimisasi linear maksimum profit:

$$P = 4,75x_1 + 3,55x_2$$

Constraints:

$$\begin{aligned}4,5x_1 + 7,25x_2 &\leq 415 \\6,45x_1 + 3,65x_2 &\leq 292 \\10,85x_1 + 4,85x_2 &\leq 420 \\x_1 &\geq 0 \\x_2 &\geq 0\end{aligned}$$

- Bila waktu maksimum penggunaan mesin M1, M2, dan M3 adalah 420, 300, 400 jam, tuliskan semua constraintnya.

Bila waktu maksimum penggunaan mesin M1, M2, dan M3 adalah 420, 300, 400 jam, maka constraints nya menjadi:

$$\begin{aligned}4,5x_1 + 7,25x_2 &\leq 420 \\6,45x_1 + 3,65x_2 &\leq 300 \\10,85x_1 + 4,85x_2 &\leq 400 \\x_1 &\geq 0 \\x_2 &\geq 0\end{aligned}$$

- Bila keuntungan kedua produk, berturut-turut, menjadi 5.25 dolar dan 7.45 dolar, tentukan fungsi obyektifnya.

Bila keuntungan kedua produk, berturut-turut, menjadi 5.25 dolar dan 7.45 dolar, maka fungsi objektifnya menjadi:

$$P = 5,25x_1 + 7,45x_2$$

9. Studi kasus 3

- Pelajari studi kasus 3.

Studi kasus 3

$$P = x_1; Q = x_2$$

Fungsi objektif optimisasi linear minimal cost:

$$C = 4,55x_1 + 3,55x_2$$

Constraints:

$$\begin{aligned}9,75x_1 + 22,95x_2 &\geq 5045 \\18,15x_1 + 12,15x_2 &\geq 450,75 \\13,95x_1 + 18,85x_2 &\geq 325,15 \\x_1 &\geq 0 \\x_2 &\geq 0\end{aligned}$$

- Jelaskan mengapa dalam kasus ini fungsi obyektifnya harus diminimumkan sedangkan pada kasus-kasus sebelumnya harus dimaksimumkan? Apa perbedaan kasus ini dengan kedua kasus sebelumnya?

Karena pada studi kasus 3 optimisasi linear yang dicari adalah minimal cost atau cost terkecil untuk diet yang sesuai dengan ketentuan kebutuhan karbohidrat, lemak, dan protein minimum dengan dua tipe makanan P dan Q. Hal tersebut yang membedakan studi kasus 3 dengan studi kasus 1 dan 2 dimana yang dicari adalah optimisasi linear maksimal.

10. Studi kasus 4

- Pelajari studi kasus 4.

Studi kasus 4

$Corn = x_1; Barley = x_2; Wheat = x_3$

Fungsi objektif optimisasi linear maksimum profit:

$$P = 135 \times 1,70 \times x_1 + 45 \times 3,05 \times x_2 + 100 \times 2,25 \times x_3$$

$$P = 229,5x_1 + 137,25x_2 + 225x_3$$

Constraints:

$$135x_1 + 45x_2 + 100x_3 \leq 3895$$

$$95x_1 + 205x_2 + 115x_3 \leq 16850$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 140$$

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0$$

$$x_3 \geq 0$$

- Jelaskan apa yang dimaksud dengan batasan sumber daya (resource limitation).

batasan sumber daya (resource limitation) adalah pembatasan yang ada dalam suatu permasalahan optimisasi terkait dengan ketersediaan atau penggunaan sumber daya yang terbatas. Dalam konteks ini sumber daya berupa Storage (bushels), funds (\$), dan Land (acres).

- Mengapa constraint diturunkan dari batasan tersebut?

Constraint (batasan) diturunkan dari batasan sumber daya dalam optimisasi pada studi kasus 4 karena batasan sumber daya tersebut membatasi kemampuan atau ketersediaan yang ada dalam mencapai solusi optimal. Sehingga Batasan tersebut digunakan untuk memastikan bahwa penggunaan sumber daya tidak melampaui keterbatasan yang ada.