

Nama : Muhammad Ghafur Abdulah

NIM : 20922308

A. OPTIMAL, MAKSIMAL, MINIMAL

1. Jelaskan dengan singkat apa maksud dari optimal, maksimal, dan minimal.

- **Optimal:** merujuk pada keadaan atau solusi yang memberikan hasil terbaik atau paling efisien dalam suatu situasi. Sesuatu yang optimal telah dicapai ketika tidak ada cara lain yang dapat memberikan hasil yang lebih baik atau efisien.
- **Maksimal:** mencapai atau memiliki jumlah, ukuran, atau tingkat yang paling tinggi dalam suatu konteks tertentu. Ketika suatu nilai atau kuantitas mencapai maksimum, itu berarti tidak ada nilai yang lebih tinggi lagi.
- **Minimal:** merujuk pada jumlah, ukuran, atau tingkat yang paling rendah dalam suatu konteks tertentu. Ketika suatu nilai atau kuantitas mencapai minimum, itu berarti tidak ada nilai yang lebih rendah lagi.

2. Apakah nilai optimal dapat sama dengan maksimal? Ataukah dapat berbeda? Berikan contoh untuk keduanya.

Nilai optimal dapat sama dengan nilai maksimal, tetapi tidak selalu demikian. Tergantung pada konteks dan kriteria yang digunakan untuk menentukan apa yang dianggap sebagai hasil yang optimal.

a. Nilai optimal sama dengan nilai maksimal

Misalkan, terdapat kumpulan data yang terdiri dari angka 5, 8, 10, dan 12. Dalam konteks ini, angka 12 akan dianggap sebagai nilai optimal dan juga nilai maksimal karena tidak ada angka yang lebih tinggi.

b. Nilai optimal berbeda dengan nilai maksimal

Misalkan, terdapat sejumlah pilihan mobil dengan harga yang berbeda dan konsumsi bahan bakar yang berbeda. Untuk memilih mobil yang memberikan efisiensi terbaik dalam hal konsumsi bahan bakar dengan harga yang masuk akal. Dalam konteks ini, mobil dengan konsumsi bahan bakar terendah mungkin tidak memiliki harga yang paling rendah. Dalam hal ini, nilai optimal akan ditemukan pada mobil yang memberikan kombinasi terbaik antara konsumsi bahan bakar rendah dan harga yang wajar, sedangkan mobil dengan konsumsi bahan bakar paling rendah secara absolut mungkin memiliki harga yang jauh lebih tinggi.

3. Apakah nilai optimal dapat sama dengan minimal? Ataukah dapat berbeda? Berikan contoh untuk keduanya.

Nilai optimal dapat sama dengan nilai minimal, tetapi tidak selalu demikian. Hal ini tergantung pada konteks dan kriteria yang digunakan untuk menentukan apa yang dianggap sebagai hasil yang optimal.

a. Nilai optimal sama dengan nilai minimal

Misalkan, terdapat tugas yang harus diselesaikan dalam waktu yang seefisien mungkin. Dalam konteks ini, waktu yang paling singkat untuk menyelesaikan tugas tersebut akan dianggap sebagai nilai optimal dan juga nilai minimal karena tidak ada waktu yang lebih pendek lagi.

b. Nilai optimal berbeda dengan nilai minimal

Misalkan, terdapat sejumlah produk yang memiliki biaya produksi dan pendapatan yang berbeda. Anda ingin memilih produk yang memberikan keuntungan paling tinggi dengan biaya produksi yang paling rendah. Dalam hal ini, produk dengan keuntungan tertinggi yang masih memenuhi batasan biaya produksi akan dianggap sebagai nilai optimal. Mungkin ada beberapa produk

Nama : Muhammad Ghafur Abdulah

NIM : 20922308

dengan biaya produksi yang lebih rendah tetapi keuntungan yang lebih rendah pula. Oleh karena itu, nilai optimal akan dicapai ketika produk memberikan keuntungan yang paling tinggi dengan biaya produksi yang masih masuk akal, meskipun bukan nilai minimal dalam hal biaya produksi.

B. BENTUK UMUM MODEL OPTIMISASI LINIER

1. Terbagi dalam berapa bagian bentuk umum dari suatu model optimisasi linier?

Model optimisasi linier umum terbagi menjadi lima bagian utama

2. Tuliskan dan jelaskan dengan singkat bagian-bagian tersebut.

- a. Fungsi Tujuan (Objective Function): Fungsi tujuan menggambarkan tujuan yang ingin dicapai dalam model optimisasi. Biasanya, tujuan ini adalah memaksimalkan atau meminimalkan suatu nilai yang terkait dengan variabel keputusan.
- b. Variabel Keputusan (Decision Variables): Variabel keputusan adalah variabel yang nilainya dapat diatur dalam model untuk mencapai tujuan yang diinginkan. Variabel ini mewakili keputusan yang akan diambil dalam konteks permasalahan yang sedang dihadapi.
- c. Kendala (Constraints): Kendala adalah batasan atau pembatas yang harus dipenuhi dalam model optimisasi. Kendala-kendala ini menggambarkan batasan fisik, sumber daya yang terbatas, atau pembatas lainnya yang mempengaruhi solusi yang mungkin.
- d. Fungsi-fungsi Linear: Model optimisasi linier didasarkan pada fungsi-fungsi linear. Fungsi tujuan dan kendala dalam model optimisasi linier harus dinyatakan dalam bentuk fungsi linear, yaitu fungsi yang terdiri dari variabel keputusan yang dikuadratkan, terbagi, atau dikalikan dengan konstanta.
- e. Batasan Non-negativitas: Model optimisasi linier mengasumsikan bahwa variabel keputusan tidak dapat memiliki nilai negatif. Ini berarti solusi yang diperbolehkan hanya dalam ruang solusi non-negatif.

C. POINT, FEASIBLE REGION, INFEASIBLE REGION

1. Jelaskan apa yang dimaksud dengan point.

Dalam konteks optimasi linier, istilah "point" merujuk pada solusi atau kombinasi nilai yang memenuhi semua kendala dan mencapai nilai optimal untuk fungsi tujuan. Dalam model optimasi linier, tujuan umumnya adalah memaksimalkan atau meminimalkan suatu nilai tertentu dengan memilih nilai variabel keputusan yang tepat.

2. Jelaskan apa yang dimaksud dengan feasible region.

Feasible region merupakan wilayah yang memungkinkan atau wilayah yang dapat dilaksanakan, merujuk pada himpunan semua titik atau kombinasi nilai variabel keputusan yang memenuhi semua kendala dalam suatu model optimasi linier.

Nama : Muhammad Ghafur Abdulah

NIM : 20922308

3. Jelaskan apa yang dimaksud dengan infeasible region

Infeasible region, atau wilayah yang tidak memungkinkan, merujuk pada himpunan titik atau kombinasi nilai variabel keputusan yang tidak memenuhi semua kendala dalam suatu model optimasi linier. Dalam infeasible region, tidak ada titik atau solusi yang memenuhi semua kendala yang ada.

4. Di manakah seharusnya solusi optimal terletak?

Solusi optimal dalam optimasi linier seharusnya terletak di dalam feasible region atau wilayah yang memungkinkan.

5. Kaitkan antara nilai terbesar dan terkecil dengan permasalahan minimisasi dan maksimasi linier, mana yang terkait dengan mana

Dalam konteks optimisasi linier, kaitan antara nilai terbesar (maximum) dan terkecil (minimum) terkait dengan jenis tujuan yang ingin dicapai.

Dalam permasalahan minimisasi linier, tujuannya adalah meminimalkan nilai fungsi tujuan. Dalam hal ini, nilai terkecil (minimum) akan menjadi fokus utama. Solusi optimal dalam permasalahan minimisasi linier akan memberikan nilai fungsi tujuan yang paling kecil mungkin di antara semua solusi yang memenuhi kendala.

Dalam permasalahan maksimasi linier, tujuannya adalah memaksimalkan nilai fungsi tujuan. Dalam hal ini, nilai terbesar (maximum) akan menjadi fokus utama. Solusi optimal dalam permasalahan maksimasi linier akan memberikan nilai fungsi tujuan yang paling besar mungkin di antara semua solusi yang memenuhi kendala.

6. Terdapat berapa kasus dalam suatu permasalahan optimisasi linier?

Terdapat tiga kemungkinan kasus yang dapat terjadi.

7. Tuliskan kasus-kasus yang dimaksud tersebut.

- a. Solusi Optimal Unik (Unique Optimal Solution): Dalam kasus ini, terdapat satu solusi optimal tunggal yang memenuhi semua kendala dan memberikan nilai fungsi tujuan yang optimal.
- b. Solusi Optimal Tak Terhingga (Unbounded Optimal Solution): Dalam kasus ini, tidak ada batasan atas atau batasan bawah pada fungsi tujuan, sehingga solusi optimal tidak terbatas. Ini berarti nilai fungsi tujuan dapat ditingkatkan (dalam kasus maksimasi) atau dikurangi (dalam kasus minimasi) secara tak terhingga tanpa melanggar kendala.
- c. Solusi Tidak Memungkinkan (Infeasible Solution): Dalam kasus ini, tidak ada solusi yang memenuhi semua kendala dalam model. Solusi tidak memungkinkan karena terdapat kontradiksi atau ketidaksesuaian antara kendala yang ditetapkan.

D. VARIABEL SLACK DAN EXCESS

1. Apa yang dimaksud dengan variabel slack? Berikan ilustrasi cara menggunakannya.

Dalam konteks optimasi linier, variabel slack (yang juga dikenal sebagai variabel surplus atau variabel penyangga) digunakan untuk memperluas kendala ketaksamaan menjadi kesetaraan. Variabel slack ditambahkan ke kendala ketaksamaan untuk mengubahnya menjadi bentuk kesetaraan.

Nama : Muhammad Ghafur Abdulah

NIM : 20922308

Ilustrasinya sebagai berikut: Anggaplah kita memiliki permasalahan optimisasi linier dengan tiga kendala ketaksamaan:

$$2x + 3y \leq 10$$

$$x - y \geq 5$$

$$4x + y \leq 8$$

Untuk mengubah ketiga kendala ini menjadi bentuk kesetaraan, kita dapat memperkenalkan tiga variabel slack, yaitu s_1 , s_2 , dan s_3 . Variabel slack ini mengukur sejauh mana kendala ketaksamaan diabaikan atau "tersisa" dalam bentuk kesetaraan.

Dengan menggunakan variabel slack, kendala-kendala tersebut dapat ditulis ulang menjadi:

$$2x + 3y + s_1 = 10$$

$$x - y - s_2 = 5$$

$$4x + y + s_3 = 8$$

2. Apa yang dimaksud dengan variable excess? Berikan ilustrasi cara menggunakannya

Variabel excess (variabel surplus) adalah variabel tambahan yang diperkenalkan dalam model optimasi linier untuk menangani surplus nilai dalam kendala ketidaksetaraan. Dalam konteks optimasi linier, ketika ada batasan-batasan dalam bentuk ketidaksetaraan yang memiliki surplus nilai atau kelebihan, kita dapat menggunakan variabel excess untuk mengubah kendala ketidaksetaraan tersebut menjadi kesetaraan. Variabel excess ini memiliki nilai nonnegatif dan digunakan untuk menunjukkan sejauh mana surplus nilai kendala ketidaksetaraan tersebut diabaikan.

Misalkan kita memiliki permasalahan optimisasi linier dengan kendala ketidaksetaraan berikut:

$$3x + 4y \leq 15$$

Kendala ini memiliki surplus nilai atau kelebihan, yaitu ketidaksetaraan kurang ketat. Untuk mengatasi hal ini, kita dapat memperkenalkan variabel excess (variabel surplus) s dan mengubah kendala menjadi bentuk kesetaraan:

$$3x + 4y + s = 15$$

3. Apakah syarat nilai dari variabel slack dan excess?

Variabel Slack:

- Nilai variabel slack harus nonnegatif, yaitu tidak boleh negatif.
- Variabel slack tidak memiliki batasan atas (upper bound), sehingga nilainya dapat berkisar dari 0 hingga tak terbatas.

Variabel Excess:

- Nilai variabel excess juga harus nonnegatif.
- Variabel excess tidak memiliki batasan bawah (lower bound), sehingga nilainya dapat berkisar dari 0 hingga tak terbatas.

Nama : Muhammad Ghafur Abdulah

NIM : 20922308

E. BENTUK STANDAR UMUM

1. Bila terdapat beberapa constraint yang berupa pertidaksamaan, bagaimanakah caranya agar menjadi persamaan?

Untuk mengubah kendala pertidaksamaan menjadi bentuk kesetaraan, kita dapat menggunakan variabel surplus (variabel penyangga) dan variabel kendala (slack variables)

2. Apa yang perlu dilakukan bila constraint kurang dari suatu nilai tertentu?

Perlu ditambahkan slack variable

3. Apa yang perlu dilakukan bila constraint lebih dari suatu nilai tertentu?

Perlu ditambahkan excess variable

4. Berikan contoh untuk kedua kondisi di atas

$x + s = b$, dengan $s \geq 0$ (variabel surplus)

Dalam hal ini, variabel surplus (s) menunjukkan seberapa jauh x kurang dari batas b

$-x + s = -b$, dengan $s \geq 0$ (variabel surplus)

Variabel surplus s akan mengukur seberapa jauh x lebih besar dari batas b.

5. Tuliskan beberapa constraint yang telah menjadi persamaan dan nyatakan dalam bentuk perkalian matriks.

$$\begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \cdots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \cdots & a_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m,1} & a_{m,2} & \cdots & a_{m,n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

F. VARIABEL DECISION DAN FUNGSI OBYEKTIF

1. Apa yang dimaksud dengan variabel decision? Jelaskan dengan singkat.

Variabel decision dalam konteks optimisasi linier adalah variabel yang harus diambil keputusan nilainya dalam rangka mencapai tujuan optimisasi. Variabel ini mewakili jumlah atau kuantitas yang dapat kita kontrol atau manipulasi untuk mencapai hasil yang diinginkan.

Dalam model optimisasi linier, variabel decision sering kali merupakan variabel yang ingin dioptimalkan. Kita mencari nilai-nilai optimal untuk variabel ini dengan memaksimalkan atau meminimalkan fungsi tujuan (objective function) yang terkait dengan variabel tersebut. Variabel decision dapat mewakili berbagai hal, seperti jumlah produk yang diproduksi, alokasi sumber daya, jadwal produksi, dan sebagainya.

Nama : Muhammad Ghafur Abdulah

NIM : 20922308

2. Apa yang dimaksud dengan fungsi obyektif? Jelaskan dengan singkat.

Fungsi objektif, juga dikenal sebagai fungsi tujuan, adalah fungsi matematis yang harus dioptimalkan dalam permasalahan optimisasi. Fungsi ini mengevaluasi kinerja atau efisiensi sistem atau proses yang sedang dioptimalkan berdasarkan nilai-nilai variabel decision.

Dalam konteks optimisasi linier, fungsi objektif biasanya berbentuk linier dan dapat berupa fungsi yang harus dimaksimalkan atau diminimalkan. Tujuan umum dari optimisasi linier adalah mencari nilai-nilai variabel decision yang membuat fungsi objektif mencapai nilai maksimal atau minimal yang diinginkan.

3. Tuliskan kaitan antara fungsi obyektif dan variabel decision.

Dalam model optimisasi linier, variabel decision sering kali merupakan variabel yang ingin dioptimalkan. Kita mencari nilai-nilai optimal untuk variabel ini dengan memaksimalkan atau meminimalkan fungsi tujuan (objective function) yang terkait dengan variabel tersebut. Variabel decision dapat mewakili berbagai hal, seperti jumlah produk yang diproduksi, alokasi sumber daya, jadwal produksi, dan sebagainya.

Dengan memanipulasi nilai variabel decision dalam batasan yang ditetapkan, kita dapat mencapai solusi optimal yang memaksimalkan atau meminimalkan fungsi tujuan sesuai dengan kebutuhan permasalahan optimisasi linier yang sedang dihadapi.

G. STUDI KASUS 1

1. Pelajari kasus 1.

2. Bila terdapat tambahan produk C yang harga jualnya adalah \$13.50, tuliskan fungsi obyektifnya.

3. Bila produk C dapat terjual per minggu sejumlah 16.5 pound, tuliskan constraint tambahannya.

Fungsi Obyektifnya:

$$\text{Maximize } S = 12.75x_1 + 15.25x_2 + 13.5x_3$$

Dengan Batasan:

$$0.25x_1 + 0.15x_2 \leq 21.85$$

$$0.125x_1 + 0.3x_2 \leq 29.5$$

$$x_1 \leq 18.5$$

$$x_2 \leq 16.5$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

H. STUDI KASUS 2

1. Pelajari studi kasus 2.

2. Bila waktu maksimum penggunaan mesin M1, M2, dan M3 adalah 420, 300, 400 jam, tuliskan semua constraintnya.

Nama : Muhammad Ghafur Abdulah

NIM : 20922308

3. Bila keuntungan kedua produk, berturut-turut, menjadi 5.25 dolar dan 7.45 dolar, tentukan fungsi obyektifnya

$$\text{Maximize Profit} = 5.25x + 7.45y$$

Dengan batasan:

$$4.5x + 7.25y \leq 420$$

$$6.45x + 3.65y \leq 300$$

$$10.85x + 4.85y \leq 400$$

$$x, y \geq 0$$

I. STUDI KASUS 3

1. Pelajari studi kasus 3.

2. Jelaskan mengapa dalam kasus ini fungsi obyektifnya harus diminimumkan sedangkan pada kasus-kasus sebelumnya harus dimaksimumkan? Apa perbedaan kasus ini dengan kedua kasus sebelumnya?

Pada studi kasus 3 optimisasi linear yang dicari adalah minimal *cost* atau *cost* terkecil untuk diet yang sesuai dengan ketentuan kebutuhan karbohidrat, lemak, dan protein minimum dengan dua tipe makanan P dan Q. Sedangkan kedua kasus sebelumnya yang dicari adalah optimisasi linear maksimal.

J. STUDI KASUS 4

1. Pelajari studi kasus 4.

2. Jelaskan apa yang dimaksud dengan batasan sumber daya (resource limitation).

Batasan sumber daya (resource limitation) mengacu pada situasi di mana jumlah atau ketersediaan sumber daya yang ada terbatas, sedangkan kebutuhan atau permintaan terhadap sumber daya tersebut melebihi jumlah yang tersedia. Sumber daya dapat berupa berbagai hal, seperti uang, tenaga kerja, waktu, material, peralatan, atau kapasitas fisik.

3. Mengapa *constraint* diturunkan dari batasan tersebut?

Constraint (batasan) diturunkan dari batasan sumber daya untuk memastikan bahwa solusi yang dihasilkan adalah solusi yang memadai dalam konteks sumber daya yang terbatas.