

Nama : DYAH PUSPITA SARI NILAM UTAMI

NIM : 20922327

SLIDE 1

1. Jelaskan dengan singkat apa maksud dari optimal, maksimal, dan minimal.

Jawab :

- Optimal: Optimal merujuk pada keadaan atau nilai yang memberikan hasil terbaik atau yang paling menguntungkan dalam suatu konteks tertentu. Ini berarti mencapai tujuan atau kriteria yang ditetapkan dengan efisiensi tertinggi atau kualitas terbaik.
- Maksimal: Maksimal berarti mencapai jumlah, ukuran, atau nilai yang paling besar atau tertinggi dalam suatu set data atau dalam suatu konteks. Ini mengacu pada mencapai batas atas atau titik puncak yang tidak dapat lagi ditingkatkan atau diperbesar.
- Minimal: Minimal merujuk pada jumlah, ukuran, atau nilai yang paling kecil atau terendah dalam suatu set data atau dalam suatu konteks. Ini berarti mencapai batas bawah atau titik terendah yang tidak dapat lagi dikurangi atau dikurangkan.

2. Apakah nilai optimal dapat sama dengan maksimal? Ataupun dapat berbeda? Berikan contoh untuk keduanya.

Jawab :

Ya, nilai optimal dapat sama dengan maksimal, tergantung pada konteks atau situasi yang spesifik. Dalam beberapa kasus, nilai optimal juga merupakan nilai maksimal yang dapat dicapai. Namun, ada juga situasi di mana nilai optimal dapat berbeda dari nilai maksimal.

Contoh 1: Nilai Optimal Sama dengan Maksimal

Misalnya, dalam sebuah kompetisi lari di mana peserta diukur berdasarkan waktu yang dibutuhkan untuk mencapai garis finish, jika ada peserta yang mencapai waktu tercepat, waktu yang dicapainya akan menjadi nilai optimal dan nilai maksimal karena tidak ada peserta lain yang mencapai waktu yang lebih cepat.

Contoh 2: Nilai Optimal Berbeda dengan Maksimal

Misalnya, dalam sebuah penjualan produk, ada beberapa faktor yang mempengaruhi keuntungan, seperti harga produk dan volume penjualan. Jika kita ingin memaksimalkan keuntungan, mungkin ada beberapa kombinasi harga dan volume penjualan yang menghasilkan keuntungan tertinggi. Dalam hal ini, nilai maksimal akan merujuk pada keuntungan tertinggi yang dapat dicapai, sementara nilai optimal akan merujuk pada kombinasi harga dan volume penjualan yang memberikan tingkat keuntungan yang optimal berdasarkan faktor-faktor lain seperti biaya produksi, persaingan pasar, atau preferensi pelanggan.

3. Apakah nilai optimal dapat sama dengan minimal? Ataupun dapat berbeda? Berikan contoh untuk keduanya.

Jawab :

Tidak, nilai optimal tidak dapat sama dengan minimal. Ini karena nilai optimal merujuk pada nilai yang memberikan hasil terbaik atau paling menguntungkan, sedangkan nilai minimal merujuk pada nilai terendah yang dapat dicapai.

Contoh: Nilai Optimal dan Minimal yang Berbeda

Misalnya, dalam sebuah perusahaan, manajer ingin mengurangi biaya produksi untuk meningkatkan keuntungan. Ada beberapa metode yang dapat digunakan untuk mengurangi biaya produksi, seperti mengurangi penggunaan energi atau mengoptimalkan penggunaan bahan baku. Dalam hal ini, nilai optimal akan merujuk pada tingkat pengurangan biaya produksi yang memberikan hasil terbaik dalam hal meningkatkan keuntungan. Di sisi lain, nilai minimal akan merujuk pada tingkat pengurangan biaya produksi terendah yang dapat dicapai, tanpa memperhatikan keuntungan yang diperoleh.

SLIDE 2

1. Terbagi dalam berapa bagian bentuk umum dari suatu model optimisasi linier?

Jawab :

Model optimisasi linier umum terdiri dari tiga bagian utama:

- Fungsi Objektif (Objective Function): Fungsi objektif menentukan tujuan yang ingin dicapai dalam model optimisasi linier. Ini biasanya berupa fungsi matematis yang harus di maksimalkan atau di minimalkan.
- Kendala (Constraints): Kendala adalah batasan atau kriteria yang harus dipenuhi dalam model optimisasi linier. Kendala ini membatasi nilai variabel keputusan dan mempengaruhi solusi yang dapat diterima.
- Variabel Keputusan (Decision Variables): Variabel keputusan adalah variabel yang nilainya harus ditentukan dalam model optimisasi linier. Variabel ini merupakan faktor yang mempengaruhi hasil akhir dan dapat diatur untuk mencapai solusi yang optimal.

2. Tuliskan dan jelaskan dengan singkat bagian-bagian tersebut.

Jawab :

Fungsi Objektif (Objective Function): Fungsi objektif dalam model optimisasi linier menentukan tujuan yang ingin dicapai. Biasanya berupa fungsi matematis yang harus dimaksimalkan atau diminimalkan. Contohnya, dalam masalah optimisasi produksi, fungsi objektif dapat berupa maksimisasi keuntungan atau minimisasi biaya produksi.

Kendala (Constraints): Kendala dalam model optimisasi linier adalah batasan atau kriteria yang harus dipenuhi. Kendala ini membatasi nilai variabel keputusan dan mempengaruhi solusi yang dapat diterima. Contohnya, dalam masalah optimisasi produksi, kendala dapat berupa batasan pada jumlah bahan baku yang tersedia atau kapasitas produksi maksimum.

Variabel Keputusan (Decision Variables): Variabel keputusan adalah variabel yang nilainya harus ditentukan dalam model optimisasi linier. Variabel ini merupakan faktor yang mempengaruhi hasil akhir dan dapat diatur untuk mencapai solusi yang optimal. Contohnya, dalam masalah optimisasi

produksi, variabel keputusan dapat berupa jumlah produk yang harus diproduksi dari setiap jenis barang.

SLIDE 3

1. Jelaskan apa yang dimaksud dengan point.

Jawab :

Dalam konteks matematika dan geometri, "point" mengacu pada entitas dasar yang tidak memiliki dimensi. Titik merepresentasikan suatu lokasi atau posisi dalam ruang atau sistem koordinat. Sebuah titik dapat direpresentasikan oleh koordinat dalam sistem koordinat yang sesuai. Misalnya, dalam sistem koordinat dua dimensi, sebuah titik dinyatakan dengan sepasang koordinat (x, y) , di mana x adalah koordinat horizontal dan y adalah koordinat vertikal. Dalam matematika dan pemodelan, titik juga bisa digunakan untuk merujuk pada elemen dasar dalam struktur matematika tertentu.

2. Jelaskan apa yang dimaksud dengan feasible region.

Jawab :

Feasible region adalah kawasan atau wilayah dalam ruang parameter di mana solusi-solusi yang memenuhi kendala-kendala dalam suatu masalah optimisasi atau pemodelan matematika ditemukan. Feasible region terbentuk oleh semua kombinasi nilai variabel keputusan yang memenuhi kendala-kendala yang telah ditetapkan. Dalam konteks optimisasi linier, feasible region adalah wilayah di mana semua nilai variabel keputusan memenuhi kendala linear dan batasan non-negativitas.

3. Jelaskan apa yang dimaksud dengan infeasible region.

Jawab :

Infeasible region adalah kawasan atau wilayah dalam ruang parameter di mana tidak ada solusi yang memenuhi semua kendala yang ditetapkan dalam suatu masalah optimisasi atau pemodelan matematika. Dalam infeasible region, tidak ada kombinasi nilai variabel keputusan yang memenuhi kendala-kendala yang diberlakukan. Ini menunjukkan bahwa tidak ada solusi yang memenuhi semua persyaratan yang telah ditetapkan. Dalam konteks optimisasi linier, infeasible region terjadi ketika kendala-kendala tidak dapat dipenuhi secara bersamaan atau ketika ada kontradiksi antara kendala-kendala yang ada.

4. Di manakah seharusnya solusi optimal terletak?

Jawab :

Solusi optimal seharusnya terletak di dalam feasible region (daerah feasible) dalam konteks masalah optimisasi. Feasible region adalah kawasan dalam ruang parameter di mana solusi-solusi yang memenuhi semua kendala dan batasan dalam masalah optimisasi ditemukan.

5. Kaitkan antara nilai terbesar dan terkecil dengan permasalahan minimisasi dan maksimasi linier, mana yang terkait dengan mana.

Jawab :

Dalam permasalahan minimisasi linier, kita ingin mencari nilai variabel keputusan yang meminimalkan nilai fungsi tujuan, yaitu mencapai nilai terkecil yang mungkin. Oleh karena itu, permasalahan minimisasi linier berhubungan dengan nilai terkecil atau minimum.

Sementara itu, dalam permasalahan maksimasi linier, kita ingin mencari nilai variabel keputusan yang memaksimalkan nilai fungsi tujuan, yaitu mencapai nilai terbesar yang mungkin. Oleh karena itu, permasalahan maksimasi linier berhubungan dengan nilai terbesar atau maksimum.

6. Terdapat berapa kasus dalam suatu permasalahan optimisasi linier?

Jawab :

Ada tiga kemungkinan kasus yang dapat terjadi:

- Kasus Solusi Optimal
- Kasus Solusi Tidak Terbatas (Unbounded Solution)
- Kasus Solusi Tidak Ada (No Feasible Solution)

7. Tuliskan kasus-kasus yang dimaksud tersebut.

Jawab :

- Kasus Solusi Optimal: Kasus ini terjadi ketika terdapat satu solusi yang memenuhi semua kendala (constraints) dan memberikan nilai optimal untuk fungsi tujuan. Solusi ini merupakan solusi yang dianggap sebagai solusi optimal.
- Kasus Solusi Tidak Terbatas (Unbounded Solution): Kasus ini terjadi ketika tidak ada batasan (constraints) yang membatasi nilai fungsi tujuan. Dalam kasus ini, solusi optimalnya adalah tak terbatas, artinya nilai fungsi tujuan dapat mencapai nilai tak terhingga.
- Kasus Solusi Tidak Ada (No Feasible Solution): Kasus ini terjadi ketika tidak ada solusi yang memenuhi semua kendala (constraints) dalam permasalahan. Dalam kasus ini, tidak ada solusi yang memenuhi semua kendala, sehingga tidak ada solusi optimal yang dapat ditemukan.

SLIDE 4

1. Apa yang dimaksud dengan variabel slack? Berikan ilustrasi cara menggunakannya.

Jawab :

Variabel slack adalah variabel buatan yang digunakan dalam metode Simplex untuk memperluas kendala ketidakseimbangan (imbalance) dalam sistem persamaan linier. Variabel slack ditambahkan untuk mengubah kendala ketidakseimbangan menjadi kesetimbangan dalam bentuk persamaan linier, sehingga memungkinkan penerapan metode Simplex. Variabel slack diizinkan untuk memiliki nilai non-negatif.

Contoh penggunaan variabel slack:

Misalkan terdapat sistem persamaan linier sebagai berikut:

$$2x + 3y + \text{slack} = 5$$

$$4x - y + \text{slack} = 10$$

Dalam hal ini, variabel slack (dalam bentuk slack1 dan slack2) ditambahkan untuk mengubah ketidakseimbangan persamaan menjadi kesetimbangan, sehingga menjadi:

$$2x + 3y + \text{slack1} = 5$$

$$4x - y + \text{slack2} = 10$$

Variabel slack digunakan untuk membantu dalam proses pengoptimalan sistem persamaan linier dengan metode Simplex.

2. Apa yang dimaksud dengan variable excess? Berikan ilustrasi cara menggunakannya.

Jawab :

Variabel excess juga merupakan variabel buatan yang digunakan dalam metode Simplex untuk memperluas kendala ketidakseimbangan (imbalance) dalam sistem persamaan linier. Variabel excess ditambahkan untuk mengubah ketidakseimbangan menjadi kesetimbangan dalam bentuk persamaan linier. Variabel excess diizinkan untuk memiliki nilai non-negatif.

Contoh penggunaan variabel excess:

Misalkan terdapat sistem persamaan linier sebagai berikut:

$$2x + 3y - \text{excess} = 5$$

$$4x - y - \text{excess} = 10$$

Dalam hal ini, variabel excess (dalam bentuk excess1 dan excess2) ditambahkan untuk mengubah ketidakseimbangan persamaan menjadi kesetimbangan, sehingga menjadi:

$$2x + 3y - \text{excess1} = 5$$

$$4x - y - \text{excess2} = 10$$

Variabel excess digunakan untuk membantu dalam proses pengoptimalan sistem persamaan linier dengan metode Simplex.

3. Apakah syarat nilai dari variabel slack dan excess?

Jawab :

- Variabel slack harus memiliki nilai non-negatif ($\text{slack} \geq 0$).
- Variabel excess juga harus memiliki nilai non-negatif ($\text{excess} \geq 0$).
- Nilai variabel slack dan excess dapat berubah selama proses pengoptimalan, tetapi tetap memenuhi syarat non-negatif.

SLIDE 5

- Bila terdapat beberapa constraint yang berupa pertidaksamaan, bagaimanakah caranya agar menjadi persamaan?
- Apa yang perlu dilakukan bila constraint kurang dari suatu nilai tertentu?
- Apa yang perlu dilakukan bila constraint lebih dari suatu nilai tertentu?

- Berikan contoh untuk kedua kondisi di atas.
- Tuliskan beberapa constraint yang telah menjadi persamaan dan nyatakan dalam bentuk perkalian matriks.

Jawab :

Untuk mengubah constraint yang berupa pertidaksamaan menjadi persamaan, dapat dilakukan dengan memperkenalkan variabel surplus atau variabel penalti. Variabel surplus ditambahkan jika pertidaksamaan adalah kurang dari atau sama dengan (\leq), sedangkan variabel penalti ditambahkan jika pertidaksamaan adalah lebih dari atau sama dengan (\geq). Dengan penambahan variabel tersebut, pertidaksamaan dapat diubah menjadi persamaan.

1. Bila constraint kurang dari suatu nilai tertentu (\leq):
Misalkan terdapat constraint: $3x + 2y \leq 10$. Untuk mengubahnya menjadi persamaan, tambahkan variabel surplus, misalnya s , sehingga menjadi: $3x + 2y + s = 10$. Variabel s akan bernilai non-negatif ($s \geq 0$).
Contoh:
Constraint awal: $3x + 2y \leq 10$
Setelah diubah menjadi persamaan: $3x + 2y + s = 10$
2. Bila constraint lebih dari suatu nilai tertentu (\geq):
Misalkan terdapat constraint: $4x - y \geq 5$. Untuk mengubahnya menjadi persamaan, tambahkan variabel penalti, misalnya p , sehingga menjadi: $4x - y - p = 5$. Variabel p akan bernilai non-negatif ($p \geq 0$).
Contoh:
Constraint awal: $4x - y \geq 5$
Setelah diubah menjadi persamaan: $4x - y - p = 5$

Beberapa constraint yang telah menjadi persamaan dan dinyatakan dalam bentuk perkalian matriks adalah sebagai berikut:

1. Constraint 1: $2x + 3y = 10$
Dalam bentuk perkalian matriks: $[2 \ 3] * [x; y] = [10]$
2. Constraint 2: $x - 3y = 5$
Dalam bentuk perkalian matriks: $[1 \ -3] * [x; y] = [5]$
3. Constraint 3: $4x + 2y - z = 8$
Dalam bentuk perkalian matriks: $[4 \ 2 \ -1] * [x; y; z] = [8]$

SLIDE 6

Apa yang dimaksud dengan variabel decision? Jelaskan dengan singkat.

Apa yang dimaksud dengan fungsi obyektif? Jelaskan dengan singkat.

Tuliskan kaitan antara fungsi obyektif dan variabel decision

Jawab :

Variabel decision adalah variabel-variabel yang nilainya harus ditentukan dalam suatu masalah optimisasi. Variabel-variabel ini merupakan variabel yang mempengaruhi hasil atau solusi dari masalah yang sedang dianalisis.

Fungsi objektif adalah suatu fungsi matematis yang digunakan untuk mengukur kualitas atau nilai dari solusi yang mungkin dalam suatu masalah optimisasi. Tujuan dari masalah optimisasi adalah mencari nilai variabel decision yang dapat meminimalkan atau memaksimalkan fungsi objektif.

Kaitan antara fungsi objektif dan variabel decision adalah bahwa nilai variabel decision akan mempengaruhi nilai atau hasil dari fungsi objektif. Dalam masalah optimisasi, tujuan utamanya adalah menemukan kombinasi nilai variabel decision yang mengoptimalkan (minimalkan atau memaksimalkan) nilai fungsi objektif. Variabel decision yang ditentukan akan mempengaruhi nilai fungsi objektif, sehingga perubahan dalam nilai variabel decision akan menghasilkan perubahan dalam nilai fungsi objektif.

SLIDE 7

1. Pelajari studi kasus 1.
2. Bila terdapat tambahan produk C yang harga jualnya adalah 13.50, tuliskan fungsi obyektifnya.
3. Bila produk C dapat terjual per minggu sejumlah 16.5 pound, tuliskan constraint tambahannya

Jawab :

1. $A = x_1, B = x_2, C = x_3$
2. $C = aP + bQ$
 $a = 13,5$
 $S = 12,75x_1 + 15,25x_2 + 13,5x_3$
 $0,25x_1 + 0,15x_2 + ax_3 \leq 21,85$
 $0,125x_1 + 0,35x_2 + bx_3 \leq 29,5$
 $x_1 \leq 18,5$
 $x_1 \geq 0$
 $x_2 \geq 0$
 $x_3 \geq 0$
3. $C = aP + bQ$
 $a = 16,50$
 $x_3 \leq 16,5$

SLIDE 8

1. Pelajari studi kasus 2.
2. Bila waktu maksimum penggunaan mesin M1, M2, dan M3 adalah 420, 300, 400 jam, tuliskan semua constraintnya.

Jawab :

Constraints:

$$4,5x + 7,25y \leq 420$$

$$6,45x + 3,75y \leq 300$$

$$10,85x + 4,85y \leq 400$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

3. Bila keuntungan kedua produk, berturut-turut, menjadi 5.25 dolar dan 7.45 dolar, tentukan fungsi obyektifnya.

Jawab :

Jika keuntungan dari produk pertama (X) menjadi \$5,25 dan keuntungan dari produk kedua (Y) menjadi \$7,45, maka Objective Function:

$$\text{Maximize } Z = 5.25x + 7.45y$$

SLIDE 9

1. Pelajari studi kasus 3.

Jawab :

$$P = x_1, Q = x_2$$

$$C = 4,55x_1 + 3,55x_2$$

Constraints:

$$9,75 x_1 + 22,95 x_2 \geq 5045$$

$$18,15 x_1 + 12,15 x_2 \geq 450,75$$

$$13,95 x_1 + 18,85 x_2 \geq 325.15$$

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0$$

2. Jelaskan mengapa dalam kasus ini fungsi obyektifnya harus diminimumkan sedangkan pada kasus-kasus sebelumnya harus dimaksimumkan? Apa perbedaan kasus ini dengan kedua kasus sebelumnya?.

Jawab :

Karena pada studi kasus 3 optimisasi linear yang dicari adalah minimal cost atau cost terkecil untuk diet yang sesuai dengan ketentuan kebutuhan karbohidrat, lemak, dan protein minimum dengan dua tipe makanan P dan Q.

Hal tersebut yang membedakan studi kasus 3 dengan studi kasus 1 dan 2 dimana yang dicari adalah optimisasi linear maksimal.

SLIDE 10

1. Pelajari studi kasus 4.

Jawab :

$$\text{Corn} = x_1, \text{Barley} = x_2, \text{Wheat} = x_3$$

$$P = 135 \cdot 1.70 \cdot x_1 + 45 \cdot 3.05 \cdot x_2 + 100 \cdot 2.25 \cdot x_3$$

$$P = 229.5 x_1 + 137.25 x_2 + 225 x_3$$

Constraints:

$$135 x_1 + 45 x_2 + 100 x_3 \leq 3895$$

$$95 x_1 + 205 x_2 + 115 x_3 \leq 16850$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 140$$

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0$$

$$x_3 \geq 0$$

2. Jelaskan apa yang dimaksud dengan batasan sumber daya (resource limitation).

Jawab :

Batasan sumber daya (resource limitation) adalah pembatasan yang ada dalam suatu permasalahan optimisasi terkait dengan ketersediaan atau penggunaan sumber daya yang terbatas. Dalam konteks ini sumber daya berupa Storage (bushels), funds (\$), dan Land (acres).

3. Mengapa constraint diturunkan dari batasan tersebut?

Jawab :

Constraint (kendala) dalam masalah optimisasi diturunkan dari batasan sumber daya yang ada untuk memastikan bahwa solusi yang dihasilkan memenuhi keterbatasan-keterbatasan tersebut. Ketika merumuskan masalah optimisasi, kita harus mempertimbangkan ketersediaan sumber daya yang terbatas dan memastikan bahwa penggunaannya tidak melebihi kapasitas atau ketersediaan yang ada.

Dengan menurunkan constraint dari batasan sumber daya, kita memastikan bahwa solusi optimal yang dihasilkan memenuhi pembatasan yang ada. Constraints tersebut berfungsi sebagai pembatas yang harus dipatuhi oleh variabel-variabel keputusan dalam solusi. Dengan mempertimbangkan batasan sumber daya, kita dapat menghindari solusi yang tidak memungkinkan atau tidak realistis dalam konteks permasalahan yang sedang dihadapi.