

$$\begin{aligned} P(\theta, D_1, D_2) &= P(\theta, D) \\ &= P(\theta) P(D_1, D_2 | \theta) \\ &= P(\theta) P(D_1 | \theta) P(D_2 | \theta) \end{aligned}$$

כלומר D_1, D_2 הם תלויים זה בזה
 D_1 - תלוי ב θ ו D_2 - תלוי ב θ
 כלומר D_1, D_2 הם תלויים זה בזה
 $P(D_1, D_2) = P(D_1) P(D_2)$

$$\begin{aligned} P(D_1, D_2 | \theta) &= P(D_1 | \theta) \cdot P(D_2 | \theta) \\ \Rightarrow P(\theta, D_1, D_2) &= P(\theta) P(D_1 | \theta) P(D_2 | \theta) \end{aligned}$$

$$P(\theta | D_1, D_2) = \frac{P(\theta) P(D_1 | \theta) P(D_2 | \theta)}{P(D_1, D_2)}$$

$$= \frac{1}{Z} P(\theta) P(D_1 | \theta) P(D_2 | \theta)$$

כלומר D_1, D_2 הם תלויים זה בזה

$$D_1 \sim N(\mu, \sigma^2)$$

$$\begin{aligned} P(D_1 | \theta) &= \exp\left(-\frac{1}{2} (y - \mu)^T \frac{1}{\sigma^2} (y - \mu)\right) \\ &= \exp\left(-\frac{1}{2} (y - H_1 \theta)^T (y - H_1 \theta)\right) \end{aligned}$$

$$\exp\left(-\frac{1}{2} (\theta - \mu)^T \Sigma^{-1} (\theta - \mu) - \frac{1}{2} (y^{(w)} - H_1^{(w)} \theta)^T (y^{(w)} - H_1^{(w)} \theta) - \frac{1}{2} (y^{(w)} - H_2^{(w)} \theta)^T (y^{(w)} - H_2^{(w)} \theta)\right)$$

כלומר D_1, D_2 הם תלויים זה בזה

$$H_2 = \begin{bmatrix} H_1 & 0 \\ 0 & H_2 \end{bmatrix} \quad y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$H_3 = \begin{bmatrix} H_1 & H_2 \end{bmatrix} \quad H_3 = \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \end{bmatrix}$$

כלומר D_1, D_2 הם תלויים זה בזה

$$H^T H \rightarrow \begin{bmatrix} H_1^T & H_2^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \end{bmatrix} = H_1^T H_1 + H_2^T H_2$$

$$H^T y \rightarrow \begin{bmatrix} H_1^T & H_2^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = H_1^T y_1 + H_2^T y_2$$

1. כלומר D_1, D_2 הם תלויים זה בזה
 $f: X \rightarrow Y$

$$P_y(y) = \left| \frac{\partial f^{-1}(y)}{\partial y} \right| P_x(f^{-1}(y))$$

כלומר D_1, D_2 הם תלויים זה בזה

$$J_x(x) = \sum_{n=1}^N (10^n) x^n + 1$$

$$\Rightarrow f(x_1, \dots, x_k) = 10 \cdot 8$$

$$f^{-1}(\theta_1, \dots, \theta_k) = 10 \cdot 8 \Rightarrow \frac{\partial f^{-1}(\theta)}{\partial \theta_i} = \delta_i \cdot 10 = \begin{bmatrix} 10 & & \\ & \ddots & \\ & & 10 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow P_x(10 \cdot 8) = P_\theta(10 \cdot 8) \cdot 10^k$$

כלומר D_1, D_2 הם תלויים זה בזה

$$J_\theta(x) = \sum_{n=1}^N \delta_n^2 x^n + 1$$

$$f^{-1}(\theta_1, \dots, \theta_k) =$$

$$f^{-1}(\theta_1, \dots, \theta_k) = \begin{bmatrix} \delta_1^2 \\ \vdots \\ \delta_k^2 \end{bmatrix} \Rightarrow \frac{\partial f^{-1}(\theta)}{\partial \theta_i} = \begin{bmatrix} 2\delta_1^2 & & \\ & \ddots & \\ & & 2\delta_k^2 \end{bmatrix}$$

$$P_\theta(\delta | D) = P_\theta(\delta_1^2, \dots, \delta_k^2 | D) \left(\prod_{i=1}^k \delta_i^2 \right)^k$$

כלומר D_1, D_2 הם תלויים זה בזה

$$\hat{\theta}^{MSE}(D) = E[\theta | D]$$

$$\hat{\theta}^{MSE}(D) = E[\theta | D] =$$

כלומר D_1, D_2 הם תלויים זה בזה

$$= \int \theta P_\theta(\theta | D) d\theta = \int 10^k P_\theta(10 \cdot 8) d\theta =$$

$$\stackrel{\text{כלומר}}{=} \int 10^k P_\theta(10 \cdot 8) d\theta = \int 10^k P_\theta(\theta | D) d\theta =$$

$$= 1/10 E[\theta | D]$$

$$\hat{\theta}^{MSE}(D) = \int \theta P_\theta(\theta | D) d\theta = \int 10^k \theta P_\theta(\theta | D) d\theta =$$

$$= \int 10^k \theta P_\theta(\theta | D) d\theta \neq E[\theta | D]$$

$$\Sigma_{\theta D} = \Sigma^{-1} + \frac{1}{\sigma^2} H^T H$$

5. loss

$$M_{\theta D} = \Sigma_{\theta D} \left(\Sigma^{-1} \mu + \frac{1}{\sigma^2} H^T y \right)$$

דוגמה: יחידות (D) וקטור μ וקטור y

$$\Sigma_{\theta D}^{(1)} = \Sigma^{-1} + \frac{1}{\sigma^2} H^{(1)T} H^{(1)}$$

$$M_{\theta D}^{(1)} = \Sigma_{\theta D}^{(1)} \left(\Sigma^{-1} \mu + \frac{1}{\sigma^2} H^{(1)T} y^{(1)} \right)$$

$$\Rightarrow \Sigma^{-1} = \Sigma_{\theta D}^{(1)} + \Sigma_{\theta D}^{(2)} - \Sigma^{-1}$$

$$M_{\theta D} = \Sigma^{-1} \cdot \left(\Sigma_{\theta D}^{(1)-1} M_{\theta D}^{(1)} + \Sigma_{\theta D}^{(2)-1} M_{\theta D}^{(2)} - \Sigma^{-1} \mu \right)$$