בראונית

מיכאל כהן* ודויד פונרבוסקי† בהנחיית שני מעוז‡

30 בדצמבר 2020

1 תאור הרקע ומטרת הניסוי

תנועה בראונית היא שם לתופעה בה הבחין בוטנאי בשם רוברט בראון במאה ה-19. הוא צפה בתרחיף של אבקת פרחים במים וראה שחלקיקי האבקה זזים אקראית, בלי שיש סיבה נראית לעין לכוח שיגרום להם לשנות את מהירותם. בהמשך המאה פיזיקאים החלו לטעון שזה קשור למודל החלקיקי של החומר (שלא היה מקובל על כולם באותו זמן) ולהתנגשויות בין החלקיקים שגורמות לתנועה.

הניסוי בוחן תנועה בראונית רב חלקיקית, תחת הנחת הארגודיות - לפיה נוכל להחליף את הממוצע על צבר חלקיקים אם נמדוד חלקיק יחיד לפרק זמן ארוך ונחלץ ממערך המיקומים חלונות ממורכזים בהם המיקום ההתחלתי 0. כל חלון כזה שקול לחלקיק שונה לפי הנחת הארגודיות וכך נוכל לחשב את הממוצע על צבר.

הכוח שעומד מאחורי התנועה נובע מהתנגשויות אקראיות של החלקיקים, כלומר הכוח עצמו אקראי, ולכן מיצוע שלו יניב $\langle xF(t)\rangle = 0$. פיתוח של משוואת לנגווין (Langevin):

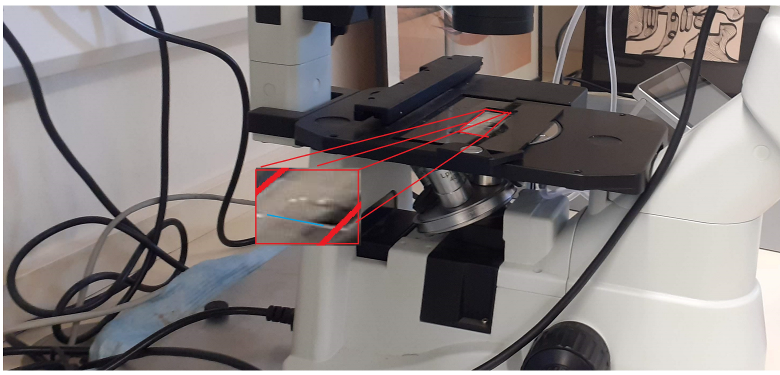
$$m\ddot{x} = -\alpha\dot{x} + F(t)$$

תוך שימוש בהנחת האקראיותת והנחת זמן ארוך מספיק שיביא לדעיכת איברים אקספוננציאליים ב-t—יביא למשוואת התנועה הבאה:

$$\left\langle x^2\right\rangle = \frac{m}{\alpha}e^{-\frac{\alpha}{m}t}x_0^2 + \frac{2k_BT}{\alpha}t$$

כאשר המשוואה פותחה עבור הממוצע של x^2 מאחר שאקראיות הכוח גוררת את איפוס הממוצע של x. נשים לב שמאחר שהממוצע על x מתאפס המשוואה היא בעצם על השונות של x:

$$\mathbb{V}[x] = \mathbb{E}\left[x^2\right] - \mathbb{E}[x]^2 = \mathbb{E}\left[x^2\right] = \left\langle x^2\right\rangle$$



איור 1: המיקרוסקופ בו השתמשנו כדי לקחת את הדגימות, בהגדלה ניתן לראות את הצלחית ששימשה אותנו, הפס הכחול מדגיש את הזכוכית העליונה שנועדה לשטח את הרכיוז.

נזכיר כי ל α היה יחידות של $\left[\frac{m}{t}\right]$ (קבוע משוואת סטוקס), אנו מצפים כי למדידה לאחר זמן סביר תזניח את האיבר המעריכי ונקבל את:

$$\frac{2k_BT}{6\pi\mu a}t = \frac{2k_BT}{\alpha}t = \left\langle r^2\right\rangle$$

מה שמתאים לפיתוח דרך משוואת הדיפוזיה - $\frac{\partial}{\partial t}\psi = D\nabla^2\psi$, כאשר ψ היא צפיפות החומר, הפתרון הוא: $\psi(x) = \frac{e^{-\frac{x^2}{2Dt}}}{\sqrt{4\pi Dt}}$ כלומר התפלגות נורמלית ולכן $\mathbb{V}[x] = \mathbb{E}\left[x^2\right] = Dt$.

בניסוי זה בחנו את תנועת חלקיקי פוליאתילן בתוך תערבובות של מים וגליצרול בריכוזים שונים, בכדי להבחין ולמדוד את תופעת התנועה הבראונית, ואף לבחון את השפעת הבדלי הצמיגות של התערובות השונות על תנועת החלקיקים. בנוסף, חישבנו גם את מקדמי הדיפוזיה השונים בכל אחת מהתצפיות, דרכם נוכל לבצע חישוב של קבוע בולצמן, עד כדי שגיאה שנובעת משגיאות המדידה. בחישוב זה הגענו להערכה של קבוע בולצמן שנכון בסדרי גודל. ($1.448 \cdot 10^{-23}$)

*האוניברסיטה העיברית בירושלים
†האוניברסיטה העיברית בירושלים
‡מכון רוקח לפיסיקה

2 מהלך הניסוי

2.0.1 תיאור טכני של מהלך הניסוי.

כדי לבחון את התנועה הבראונית חילקנו את הניסוי לפי ריכוזים שונים. כל ריכוז הכיל כ 10% ריכוז של חלקיקים, וכ 90% מתערובת של מים וגליצרול. יחד בנפח כולל של כ- $40_{[\mu L]}$. להלן טבלה המתארת את את ריכוז הגליצרול בתערובת בכל אחד הניסויים, ולכל ריכוז שכזה את קבוע הצמיגות המאפיין אותה. כל ריכוז שוכן בין שתי פלטות זכוכית, במטרה לצמצם את דרגת החופש של התנועה בציר ה $\hat{z}$. ובכך להבטיח שאנו מסתכלים על מערכת שהיא בקרוב טוב דו מימדית.

עוד קצת פרטים טכנים על הכנת הריכוזים. כדי להבטיח יחס של מים וגליצרול לחלקיקים, בתמיסה הכוללת דגמנו כ $180_{[\mu L]}$ מריכוז תערובת הגליצרול וכ $20_{[\mu L]}$ מתערובת החלקיקים.

את התמונה המתקבלת מהמיקרוסקופ ניתחנו בהמצאות תוכנת המעקב Tracker, עבור חלקיקים שנבחרו באופן סלקטיבי כך שלמראית העין ניראים כדוריים, ארבעה חלקיקים פר ריכוז. במערכת המצייתת באופן מושלם להנחת הארגודיות, מקטע הנתונים $[t_1 \to t_2]$ הוא מדידה בפני עצמו. זאת מאחר ומערכת ארגודית היא חסרת זכרון. הסעיף הבא מתואר כיצד השתמשנו בעובדה הזאת, כדי להתגבר על משברים שנקלנו בם בעת ההסקה מהמדידה. לצורך המשך הדיון נגיד כי חלון ω הוא אינטרול זמן, ומיצוע על החלונות פירושה

$$\bar{X}(t) = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} X\left[\omega_n + t\right]$$

כאשר X הוא גודל כל שהוא (כמובן שבהקשר המרחק $X = \bar{x}^2$). שוב, בהתאמה מושלמת לתאוריה, המדידה על פני החלונות שקולה למדידה על פני חליקיקים שונים ברדיוס זהה.

נציין כי בתחילת הניסוי ראינו שעבודה עם התוכנה Tarcker עלולה להיות מסורבלת ולשאוב זמן יקר בזמן המעבדה שלנו, לכן ניסינו למצוא פתרון אחר שיאפשר לנו עבודה יותר ממוקדת בציוד ובמכשור שקיים במעבדה (מדידות, הכנת תערובות שונות) ולקבל יותר מידע לעבוד איתו. כמו כן, שיטה זו הייתה מאפשרת לנו להגיע לתוצאות מבלי להשתמש בהנחת הארגודיות אלא מעבודה עם מספר גדול של חלקיקים אמיתיים. כתבנו בעצמנו תכנת מעקב אוטומטית המקבלת סרטונים, מפרסרת אותם לפריימים, ומשתמשת בשיטות של עיבוד תמונה כדי לעקוב אחרי החלקיקים תחת תנאים לבחירתנו (כמו גודל מקסימלי/מינימלי של חלקיק אחריו נרצה לעקוב וזמן הופעת החלקיק בסרטון). ההיפותזה שלנו הייתה שאף שהתוכנה אינה בוחרת רק חלקיקים ספריים, נוכל להשתמש בפרמטרים של התוכנה כדי לסנן צורות משונות (למשל דרישת גודל דומה בציר x ובציר y) ושאם מניחים כי התפלגות צורת החלקיקים היא ללא עדיפות מבחינה מרחבית, כלומר שבתוחלת החלקיקים ממילא שואפים להיות כדוריים. המחשבה הזאת, התניעה בנו מוטיבציה לסכום על פני כל החלקיקים במערכת, ומשם קבוע בולצמן יהיה השיפוע של הישר התקבל מחישוב התוחלת המותנת

$$k_B t = c \cdot \mathbb{E}\left[\mathbb{E}\left[r^2|a\right]\right](t)$$

תוצאה שכזאת הייתה יכולה להיות מאוד מרגשת. לבסוף נוכחנו לראות שהתוכנה שלנו מוציאה מידע משמעותית פחות איכותי מהמידע של התוכנה Tracker, בין אם זה בגלל הגישה הכוללת והנחות לא מדוייקות שלנו או באגים שונים שלו עיתותינו היו בידינו היינו יכולים לחקור ולתקן. עם זאת קיבלנו כמה תמונות יפות, ויותר חשוב, ההתעסקות בכך חיזקה את הבנה הכללית שלנו לגבי קנה המידה של המערכת, עד כמה היא רועשת, מה זה אומר ארגודיות בעצם ולמה כשאומרים "סביר להניח" אז באמת סביר להניח.

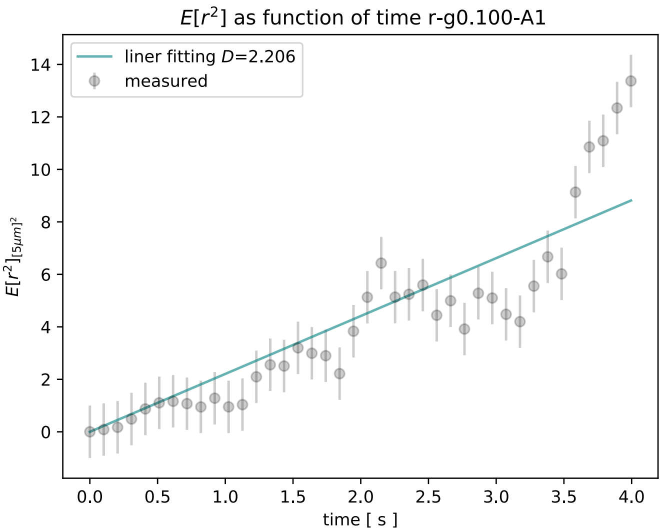
2.0.2 סחף.

נזכיר שוב כי פיתוח הקשר של התנועה הבראונית מניח כי מיצוע על פני הכוח אותו ירגיש חלקיק במרחב מתאפס $\langle xF(x,t)\rangle$. אך ברור כי גורמים שונים יכולים להוסיף כוח שאינו אקראי וליצור כוח שקול על החלקיק שאינו מתמצע לאפס וכך נקבל סחף - כיוון דומיננטי לזרימה על הצלוחית. בהינתן כיוון מועדף נצפה כי $\langle x(t)\rangle \neq 0$ (תוחלת מיקום החלקיק).

הגישה הראשונה בה נקטו כדי להתמודד עם הפער בין ההנחות למצב המערכת היתה צימצום למינמום השפעות החיצוניות על המערכת. השתמשנו בפלס כדי לוודא שמשטח המיקרסקופ ישר ובכך נמנע מכוח הגרביטציה של כדו"א להאיץ את החליקיקים, דאגנו לחכות לחכות זמן סביר כדי שתנאי ההתחלה שנירכשו ברגע הצבת הצלוחית ידעכו. נוסף על כל זה הקפדנו על סטריליות המכשירים (במיוחד צלוחיות הזכוכית - שיהיו נקיות ולא יתערבב בתרחיף שלנו אבק, למשל) והסביבה (מכות על השולחן או כל דבר שעלול להפר את איזון המערכת).

לאחר שיצמצמנו את עוצמת השפעת ההפרעות, נקטנו בגישה שניה - כעת היה ניתן להניח כי ההפרעות בטווח קצר (טווח שהתברר בדיעבד בסדר גודל של שניות, כלומר אכן מתאים לזמן האופייני בניסוי) הן אינן הגורם העיקרי בהכתבת אופי התנועה ומעתה היה ניתן לחשוב עליהן כאל 'משתנה מקרי', ועל מקטע זמן כאל דגימה, חילקנו הנתונים אל חלונות.

זה עדיין, לא הספיק. להלן (איור 2) ניתוח על פני 4 שניות. לחלקיק הנמצא בתווך עם מקדם צמיגות $10^{-4}\,[P\cdot s]$. של מיצוע על פני החלונות. וההתאמה הלינארית המתאימה לו. מאחר והסקלה קטנה קל להתבלבל וחשוב שקיבלנו גרף לניארי, אבל למעשה בזמן של 6 שניות קיבלנו שיפוע של $3.5 \sim$, כלומר בערך הכפלה לאחר 4 שניות. הגדלים הללו אינם דומים כלל לזמן האופייני במערכת.



איור 2: $\mathbb{E}\left[r^2\right]$- ניתוח על פני 4 שניות לחלון. לחלקיק הנמצא בריכוז 10% גליצרול (מקדם צמיגות $10^{-4}\,[P\cdot s]$)

את הגישה השלישית אנחנו חייבים לצוות ההדרכה. למעשה, פיתוח משוואה הדיפוזיה חוזה כי המקדם אותו אנו מחפשים $\frac{2k_BT}{\alpha}$ הוא שונות התפלגות המתקבלת ממשוואת הדיפוזיה. תחת ההפרעות, נקבל כי הממוצע של ההתפלגות כבר אינו מתאפס. ומכאן שנקבל מיפוי:

$$\mathbb{E}\left[r\right] \neq 0 \Rightarrow \mathbb{V}\left[x\right] \mapsto \mathbb{E}\left[r^2\right] - \mathbb{E}^2\left[r\right]$$

. הפירוש פיזיקלי, הוא שחיסור התוחלת ממפה את המערכת בחזרה אל מערכת בה אין כיוון מועדף.

ניתן לראות זאת בצורה יותר מפורשת. ניזכר שהמודל הבסיסי עבור תנועה בראונית הוא מהלך אקראי בכל ציר, כאשר מיקום חלקיק בזמן מוגדר רקורסיבית ע"י:

$$x_t = x_{t-1} + \delta_t = \sum_{i=0}^{t-1} \delta_{t-i}$$

כאשר x_{t-1} הוא המיקום בציר ה-x בזמן $t-1$ ו-δ_t הוא השינוי האקראי במיקום. התנועה מתחילה מהראשית.

במקרה הזה קיבלנו משוואה על השונות (התוחלת היא 0 מאקראיות δ):

$$\mathbb{V}\left[x_t\right]=\mathbb{E}\left[x_t-\mathbb{E}\left[x_t\right]\right]^2=\mathbb{E}\left[\sum_{i=0}^{t-1}\delta_{t-i}\right]^2=$$
$$=\mathbb{E}\left[x_t^2\right]=\left\langle x^2\right\rangle=\frac{2k_BT}{\alpha}t$$

הפיתוח ל-y זהה ובלתי תלוי בתנועה ב-x. לכן קיבלנו בסה"כ עבור r:

$$\left\langle r^2\right\rangle=\left\langle y^2\right\rangle+\left\langle x^2\right\rangle=\frac{4k_BT}{\alpha}t$$

כעת נניח סחף הגורם לתנועה שאינה אקראית לגמרי.
בזמנים קצרים נוכל להניח סחף אחיד המביא לתנועה לינארית בזמן, כלומר האיבר הכללי בסדרת מיקומי חלקיק יחיד הוא:

$$x_t=\beta\Delta t+x_{t-1}+\delta_t$$

כאשר β הוא התוספת מהסחף ליחידת זמן. נפתח את המשוואה (נסמן $\alpha=\beta\Delta t$ ונניח $x_0=0$, שמוצדק על ידי מרכוז החלקיקים בחלונות הזמן שמדדנו):

$$x_t=\beta\Delta t+x_{t-1}+\delta_t=\beta\Delta t+\beta\Delta t+x_{t-2}+\delta_t+\delta_{t-1}=$$
$$\ldots=\sum_t\beta\Delta t+x_0+\sum_{i=0}^{t-1}\delta_{t-i}=\alpha t+\sum_{i=0}^{t-1}\delta_{t-i}$$

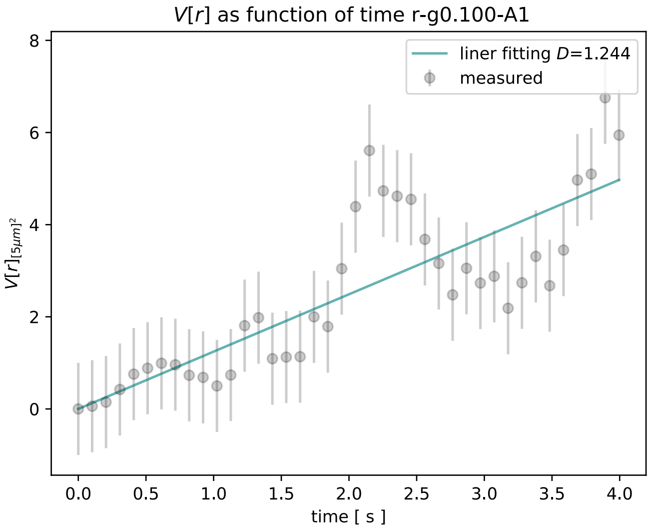
נכתוב את התוחלת של המיקום:

$$\mathbb{E}\left[x_t\right]=\alpha t+\mathbb{E}\left[\sum_{i=0}^{t-1}\delta_{t-i}\right]=\alpha t+\sum_{i=0}^{t-1}\mathbb{E}\left[\delta_{t-i}\right]=\alpha t$$

והשונות:

$$\mathbb{V}\left[x_t\right]=\mathbb{E}\left[x_t-\mathbb{E}\left[x_t\right]\right]^2=\mathbb{E}\left[\alpha t+\sum_{i=0}^{t-1}\delta_{t-i}-\alpha t\right]^2=$$
$$\mathbb{E}\left[\sum_{i=0}^{t-1}\delta_{t-i}\right]^2=\left\langle x^2\right\rangle=\frac{2k_BT}{\alpha}t$$

כלומר קיבלנו שעבור השונות נקבל תנועה בראונית גם כאשר הנחנו סחף אחיד.



איור 3: $\mathbb{V}\left[r^2\right]$ ניתוח על פני 4 שניות לחלון. לחלקיק הנמצא בריכוז 10% גליצרול (מקדם צמיגות $10^{-4}\left[P\cdot s\right]$)

הערה חשובה: ניתן לחשוב שההתאמה הלניארית היא פחות טובה עבור השונות. אבל יש לשים לב שהסקלה של ציר ה $\hat{y}$ בתרשים הקודם היא כפולה (השיפוע תלול בהרבה), ולכן גם המרחקים מהציר הם גדולים יותר. כמו כן, ניתן לראות שניתן בקלות להתאים את הגרף של הממוצע על ריבוע הרדיוס לפרבולה.

2.0.3 שגיאות, Scaling.

ליחדות המדידה בעולם הטרקר אנו קוראים אורך אופייני של המערכת. כלומר הערכים המחושבים על ידו. את תהליך המיפוי בין ערכים אלה לבין ערכי המרחק ביצענו באופן הבא. תחילה השתמשנו בלוחית הכיול כדי לספור כמה פיקסלים בתמונה הם $10^{-2}\left[mm\right]$. עבור מספר פריימים בודד, לקחנו את הפרש מיקום של חלקיק מסוים בפיקסלים וחילקנו מספר זה.
קיבלנו כי 1 "אורך אופייני" שקול ל $\frac{1}{5}10^{-6}\left[m\right]\sim$. בנוסף, הוספנו שגיאת מדידה של 1 [אורך אופייני] נסמן שגיאה זאת מכאן ועד סוף הדוח כ 1_σ. הערכה הזאת היא הערכה גסה, השגיאה האמיתית קצת יותר נמוכה ותלויה בעיקר במידת הסימטריה של החלקיק, חלק מהשגיאה גם נובע מקווינטוט של פיקסלים ופספוס שלנו בספירת פיקסל או שתיים. (עבור חלקיקים כדורים, התוכנה אינה מפשלת בחישוב מרכז החלקיק). כמובן שבחישוב הממוצע נקבל כי השגיאה מצטברת אל

$$\mathbb{E}\left[\left(r\pm 1_\sigma\right)^2\right]=\mathbb{E}\left[r^2\pm 2r\cdot 1_\sigma+1_\sigma^2\right]=$$
$$\mathbb{E}\left[r^2\right]\pm 2\mathbb{E}\left[r\right]\cdot\mathbb{E}\left[1_\sigma\right]+\mathbb{E}\left[1_\sigma^2\right]$$
$$\leq\mathbb{E}\left[r^2\right]+2\mathbb{E}\left[r\right]\cdot 1_\sigma+1_\sigma^2$$

כאשר נקודת המוצא הייתה ש 1_σ נקבעת לפי היכולת שלנו ולכון ישנה אי תלות בין 1_σ ל r ולכן $\mathbb{E}\left[r1_\sigma\right]=\mathbb{E}\left[r\right]\cdot\mathbb{E}\left[1_\sigma\right]$. כלומר השגיאה היא:

$$2\mathbb{E}\left[r\right]\cdot 1_\sigma+1_\sigma^2$$

(בגרף כמעט ולא רואים זאת אבל אורך השנתות משתנה). באופן זהה לחלוטין:

$$\mathbb{V}\left[\left(r\pm 1_\sigma\right)\right]=\mathbb{V}\left[r\right]+\cancel{2COV\left(r,1_\sigma\right)}+\mathbb{V}\left[1_\sigma\right]$$
$$\mapsto\mathbb{V}\left[r\right]\pm 1_\sigma$$

נדגיש שבחישוב חיפשנו חסם עליון מבלי להניח כי התפלגות השגיאה על פני 1_σ.

את טבלת הצמיגות לקחנו ממסד הנתונים של הספרייה $thermo$ [1]. ההנחה העיקרית היא שהשגיאה העיקרית בצמיגות נובעת מהיכולת שלנו לקחת בדיוק את הריכוז הנידרש (אם כי ברור כי יש גם שגיאה לערכי הצמיגות) ולכן נוסיף

[1](של Caleb Bell, קישור $https://github.com/CalebBell/thermo$)

שגיאה גסה של כ 10% אל מקדם הצמיגות. אל הרדיוסים של החלקיקים אנו מוסיפים שגיאה במונחי אורך אופייני ($\sim \frac{1}{5}10^{-6}[m]$). מכאן שבגרף השיפועים נצפה לשגיאה של:

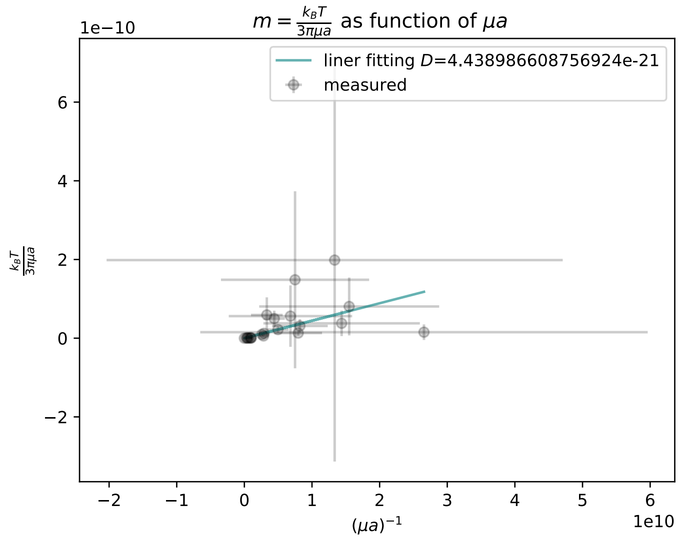
$$\frac{k_BT}{3\pi\mu a}=\frac{k_B\left(T_0\pm 8\right)}{3\pi\left(\mu\pm\Delta\mu\right)\left(a\pm 1_\sigma\right)}=$$
$$\frac{k_BT_0\left(1\pm\frac{8}{T_0}\right)}{3\pi\mu a}\left(1\mp\frac{\Delta\mu}{\mu}\right)\left(1\mp\frac{1_\sigma}{a}\right)$$
$$=\frac{k_BT_0}{3\pi\mu a}\left(1\mp\frac{\Delta\mu}{\mu}\mp\frac{1_\sigma}{a}\pm\frac{8}{T_0}+...\right)\Rightarrow$$
$$\sigma\le 2\left(\frac{\Delta\mu}{\mu}+\frac{1_\sigma}{a}+\frac{8}{T_0}\right)=2\left(\frac{1}{20}+\frac{1_\sigma}{a}+0.0268\right)=$$
$$=\frac{1_\sigma}{a}+0.1536\ (\%)$$

בדומה, השגיאה בציר x בגרף השיפועים היא:

$$(\mu r)^{-1}=\frac{1}{\left(\mu\pm\Delta\mu\right)\left(a\pm\Delta a\right)}=\frac{1}{\mu r}\left(1\pm\frac{\Delta\mu}{\mu}\pm\frac{\Delta a}{a}\right)\Rightarrow$$
$$\sigma\le 2\cdot\left(\frac{1}{20}+\frac{1_\sigma}{a}\right)\sim\frac{1_\sigma}{a}+0.1\,(\%)$$

2.0.4 חישוב קבוע בולצמן

אספנו את כל השיפועים מהצורה הנ"ל $\frac{k_BT}{3\pi\mu a}$, המיפוי הלניארי בין ערכי $\frac{1}{\mu a}$ נותן ערך של כ $1.488\cdot 10^{-23}$ פער של 10% מערך קבוע בולצמן $1.38\cdot 10^{-23}$. נשים לב כי ההתאמה הטובה ביותר מתקבלת כאשר ערכי μa גדולים (אז $\frac{1}{\mu a}$ קטן). בנוסף לאור העבודה כי יש פיזור רחב, נסיק כי יש תלות שאינה ישירה במכפלה μa. אחרת היינו מצפים לראות מגמה מונוטונית ברורה של שינוי הכיוון הגרף.



איור 4: גרף השיפועים מהצורה $\frac{k_BT}{3\pi\mu a}$ ערכי $\hat{x}$הם $\frac{1}{\mu a}$ הפעם לשם שינוי יחידות במידה הינם $[mks]$ כלומר- $\frac{s}{m^3}=\frac{1}{m^2/s\cdot m}$ ויחידות ציר ה $\hat{y}$ הן $\frac{JK^{-1}Ks}{m^3}=\frac{Js}{m^3}$. חישוב קבוע בולצמן יצא לנו כ $1.488\cdot 10^{-23}$ פער של 10% מערך קבוע בולצמן $1.38\cdot 10^{-23}$.

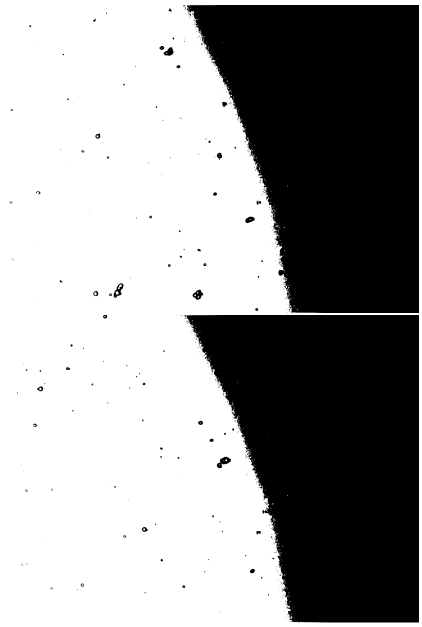
3 מסקנות.

לסיכום ניתן לראות כי לתנועת חלקיקי פוליאתילן יש התאמה טובה מאוד לתאוריה כאשר מסתכלים על ריכוז גבוהה של גליצרול או כאשר רדיוס החלקיק מאוד גדול (μ, a גבוה גורר כי $\frac{1}{\mu a}$ הוא ערך נמוך) . וישנה התאמה "חלקית" עבור ריכוז נמוך של גליצרול או חלקיק בעל רדיוס קטן. חשוב לציין שזאת לא עובדה טרוויאלית, אומנם התאוריה מספקת לנו את תנאי ההתחלה $\frac{m}{\alpha}e^{-\frac{\alpha}{m}t}x_0^2$ אך אנו מודידים תמיד ביחס אל נקודת המוצא של החלקיק כלומר $x_0=0$. מכאן שנצפה לתיקון נוסף אל משוואת התנועה. מהסתכלות על הגרף אנו מערכים בהערכה גסה כי התיקון הבא תלוי רק בגורם יחיד μ או a ולא מכפלתם (זאת מאחר והפיזור מתפצל ולכן אנו מצפים לאמפליפיקציה רק שינוי פרמטר יחיד).

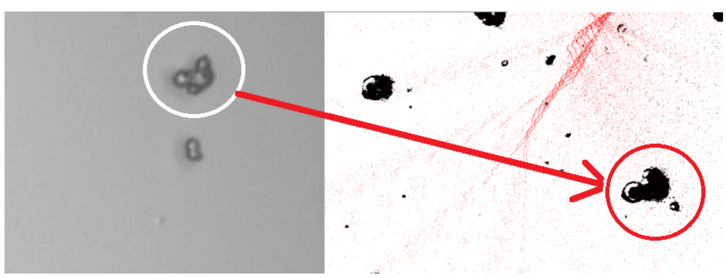
4 דברים שניסינו לעשות.

כפי שנאמר בהתחלה, בשלב מוקדם בניסוי הרגשנו אי-נוחות עם הבחירה הסלקטבית של החלקיקים אחריהם עקבנו, והתחלנו במקביל לכתוב תוכנה שתבצע מעקב בעצמה על כל החלקיקים במקביל. זאת ניסו לעשות בכמה שלבים, תחילה בשלב הראשון ניקינו רעשים מהפריימים של הסרטונים, וביצענו קוונטיזציה של התמונות לתמונה בינארית (שחור-לבן). לאחר מכן מצאנו את כל החלקיקים פר פריים - רצנו על המטריצה וכל מקבץ של פיקסלים עם ערך 1 (גושים שחורים) הוכרז כחלקיק. השלב המסובך היה לנסות לשדך בין חלקיקים של פריימים עוקבים, ניסינו גישות שונות, רובן חמדניות, כמו לקיחת המסה הקרובה ביותר או החליקיק בעל המסה הקרובה ביותר.

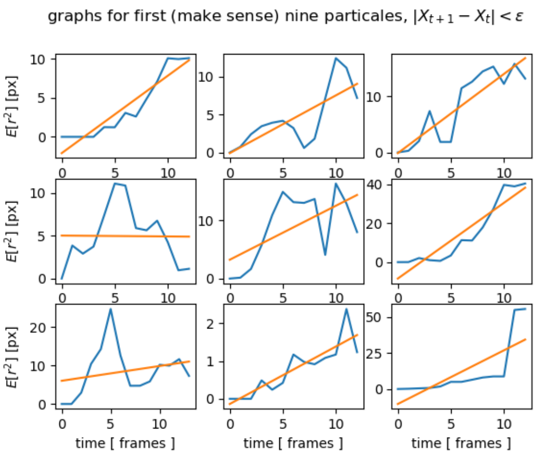
נתקלנו במגוון בעיות שונות, העיקריות שבהן היו התמודדות לא מוצלחת עם רעש, בנוסף לכך להיתה דריסה במהלך השידוכים, כלומר אם שתי חלקיקים הצביעו לשידוך מסויים, אז רק אחת השרשראות שרדה. בנוסף נתקלנו בקושי להתמודד עם חלקיקים שנכנסו לתמונה באמצע הסרטון.



איור 5: דוגמא של שני פריימים לאחר קוונטיזציה, אחת הבעיות בהן ניתקלנו הייתה להפטר מהצל בצד התמונה. הגישה הנאיבית הייתה פשוט לחתוך את המטריצה בנקודה בה מתחיל הצל.
הגישה גרמה לנו לאובדן של חלקיקים. ניסיון שני ויותר מתוחכם היה פשוט להתייחס אליו כאל חלקיק אחד גדול, ומאחר והמיצוע נותן יחס זהה לכל חלקיק בלי קשר לגודלו הערכים היו אמורים להסתדר.
בכל אופן, גם לאחר הניסיון הזה לפתרון הבעיה הזאת, לא הצלחנו לתת פתרון לפונקציית שידוך איכותית.

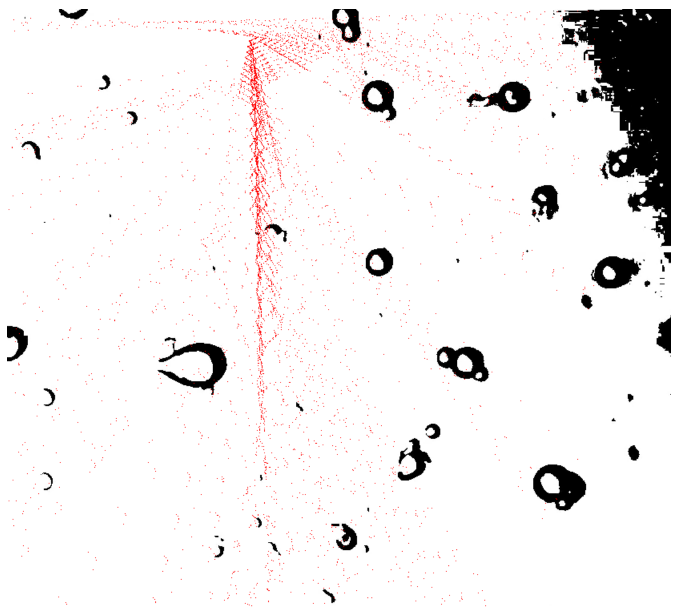


איור 6: החלקיק לאחר קוונטיזציה לעומת החלקיק המקורי. באדום אנו יכולים לראות את הטרייס שצוייר לפי מקומי מרכז המסה באחד הנסיונות. הטרייס צויר לאחר "זיהוי" כל השרשראות (השידוכים לאורך כל הפריימים) ואז הדפסה אל התמונה האחרונה בסרטון את המיקומים הנ"ל.



איור 7: פלט של חישוב $\mathbb{E}\left[r^2\right]$ מהתוכנה שכתבנו עבור 9 חלקיקים ב10% גליצרול אותם ראינו כסבירים. נציין שהתמונה ניבחרה באופן סלקטיבי, ושהתוכנה שכתבנו ברוב המקרים החזיר תוצאות גרועות בהרבה.

אנו יודעים להגיד בוודאות, שמשימת השידוך עבור החלקיקים בפריימים עוקבים, אינה משימה טרויאלית שנגמרת רק ב"תקח את הקרוב ביותר, או הדומה ביותר". וניתן להעביר פרק זמן ארוך רק בחקר השידוך המתאים. יחד עם זאת נציין כי קיבלנו את הרושם שיש קשר בין תנועת החלקיקים לבין זרימת הפיקסלים בתמונה, כולל זרימת הרעש בתמונה. אנו מאמינים כי מגמות שינוי במיקום הרעש קשורות לאינטרקציה בין אור לבין תנודות מכניות בזורם.
תמונה אחרונה בה רואים גם את החלקיקים, גם את הצל וגם את הטרייס:



איור 8: תמונה אחרונה בשביל היופי.

5 נספחים.

טבלת הצמגויות:

precents	0.000	0.100	0.200	0.350	0.500	0.600
viscositie[Pa*s]	0.001	0.001	0.001	0.002	0.003	0.004