

בראונית

27 בדצמבר 2020

1 51% תאור הרקע ומטרת הניסוי

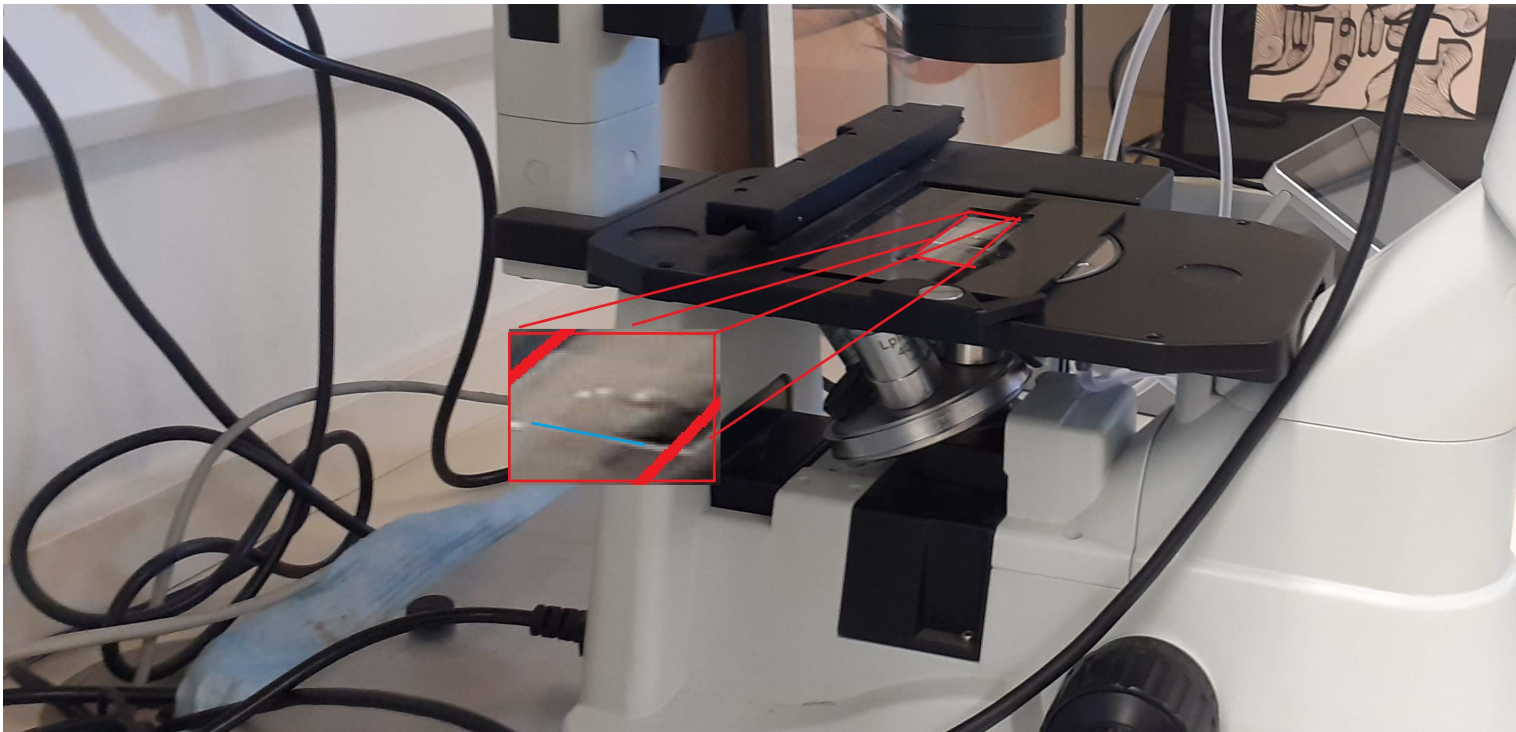
הניסוי בוחן תנועה רב חלקיקית, תחת הנחת הארגודיות - לפיה הכוח מתפלג באופן אחיד על כלל המערכת. ולכן מיצוע שלו יניב $\langle xF(t) \rangle = 0$. פיתוח מהכיוון הנ"ל יביא למשוואת התנועה הבאה :

$$\langle x^2 \rangle = \frac{m}{\alpha} e^{-\frac{\alpha}{m}t} x_0^2 + \frac{2k_B T}{\alpha} t$$

נזכיר כי ל α היה יחידות של $\left[\frac{m}{t}\right]$ (קבוע משוואת סטוקס), אנו מצפים כי למדידה לאחר זמן סביר תזניח את האיבר המעריכי ונקבל את :

$$\frac{2k_B T}{6\pi\mu a} t = \frac{2k_B T}{\alpha} t = \langle r^2 \rangle$$

. מה שמתאים לפיתוח דרך משוואת הדיפוזיה - $\frac{\partial}{\partial t} \psi = D \nabla^2 \psi$, כאשר ψ היא צפיפות החומר, הפתרון הוא : $\psi(x) = \frac{e^{-\frac{x^2}{4Dt}}}{\sqrt{4\pi Dt}}$ כלומר התפלגות נורמלית ולכן $\mathbb{V}[x] = \mathbb{E}[x^2] = \sqrt{2Dt}$ (לבדוק שאכן פקטור $\sqrt{2}$). מטרתנו בניסוי הייתה תחילה לאשש תאוריה זאת, כלומר לבדוק האם ההנחת הרגודיות היא סבירה בתנאים של טמפ' החדר וריכוזים שונים של טווחים אותם אנו מערכים כ"סטנדרטים". לאחר הערכה הגסה, לתת תוקף נוסף בהמצאות חישוב קבוע בולצמן עד כדי שגיאה שמקורה ביכולת המדידה. לשמחתנו אף על פי שהתרשלנו במדידת הטמפ' ונוכחות של זרם, הגענו להערכה טובה של קבוע זה עד להשלים ספרות אחרי הנקודה. בטווח ...



איור 1 : המיקרוסקופ בו השתמשנו כדי לקחת את הדגימות, בהגדלה ניתן לראות את הצלחית ששימשה אותנו, הפס הכחול מדגיש את הזכוכית העליונה שנועדה לשטח את הרכיז.

2 53% תאור מהלך הניסוי איך הניסוי בוצע - שיטת העבודה בעיות מיוחדות – איך התגברתם

2.0.1 תיאור טכני של מהלך הניסוי.

כדי לבחון את התנועה הבראווית חילקנו את הניסוי לפי ריכוזים שונים. כל ריכוז הכיל כ 10% ריכוז של חלקיקים -להלן טבלה-, וכ 90% מתערובת של מים וגליצרו. יחד בנפח כולל של $40[\mu L]$. להלן טבלה המתארת את את ריכוז הגליצרו בתערובת בכל אחד הניסויים, ולכל ריכוז שכוה את קבוע הצמיגות המאפיין אותה. כל ריכוז שוכן בין שתי פלטות זכוכית, במטרה לצמצם את דרגת החופש של התנועה בציר ה \hat{z} . ובכך להבטיח שאנו מסתכלים על מערכת שהיא בקרוב דו מימדית.

עוד קצת פרטים טכנים על הכנת הריכוזים. כדי להבטיח יחס של 90 ל 10 %, בתמיסה הכוללת דגמנו כ $160[\mu L]$ מריכוז תערובת הגליצרו וכ $40[\mu L]$ מתערובת החלקיקים, שמנו לב כי עבור ריכוזים גבוהים של גליצרו, הפטיפטה מזייפת, בערכה גסה כ ..., כלומר היא אינה יונקת כ $160[\mu L]$ נפח.

את תמונה המתקבלת מהמיקרוסקופ ניתחנו בהמצאות תוכנת מעקב, עבור חלקיקים שנבחרו באופן סלקטיבי כך שלמראית העין ניראים כדורים. כארבעה חלקיקים פר ריכוז. במערכת המצייתת באופן מושלם להנחת הארגודיות, מקטע הנתונים $[t_1 \rightarrow t_2]$ הוא מדידה בפני עצמו. זאת מאחר ומערכת ארגודית היא חסרת זכרון. הסעיף הבא מתאר כיצד השתמשנו בעובדה הזאת, כדי להתגבר על משברים שנקלנו בס בעת ההסקה מהמדידה. לצורך המשך הדיון נגיד כי חלון ω הוא אינטרוול זמן, ומיצוע על החלונות פירושה

$$\bar{X}(t) = \frac{1}{\#windows} \sum_{\omega} X[\omega + t]$$

כאשר X הוא גודל כל שהוא (כמובן שבהקשר המרחק $X = \bar{x}^2$). שוב, בהתאמה מושלמת לתאוריה, המדידה על פני החלונות שקולה למדידה על פני חלקיקים שונים ברדיוס זהה.

נציין כי בתחילת הניסוי ההיינו חשדנים לגבי טיב האיכות של התוצאות המתקבלות מבחירה סלקטיבית של חלקיקים (כדורים). ולמעשה הדרישה הזאת אינה הכרחית אם מניחים כי התפלגות צורת החלקיקים היא ללא עדיפות מבחינה מרחבית, כלומר שבתוחלת הכדורים שואפים להיות כדורים. המחשבה הזאת, התניעה בנו מוטיבציה לסכום על פני כל החלקיקים במערכת, ומשם קבוע בולצמן יהיה השיפוע של הישר התקבל מחישוב התוחלת המותנת

$$k_B t = c \cdot \mathbb{E}[\mathbb{E}[r^2|a]](t)$$

. תוצאה שכזאת הייתה יכולה להיות מאוד מרגשת. לבסוף לא הצלחנו לממש את הרעיון אך יצאו לנו כמה תמונות יפות, ויותר חשוב, ההתנסקות בכך חיזקה את הבנה הכללית שלנו לגבי קנה המידה של המערכת, עד כמה היא רועשת, מה זה אומר ארגודיות בעצם ולמה כשאומרים "סביר להניח" אז באמת סביר להניח.

2.0.2 סחף.

נזכיר שוב כי פיתוח הקשר של התנועה הבראווית מניח כי מיצוע על פני הכוח אותו ירגיש חלקיק במרחב מתאפס $\langle xF(x, t) \rangle$. אך ברור כי גורמים שונים יכולים להטות כיוון לכוח זה ומכאן כיוון מרכזי לזרימה על הצלוחית. בהינתן כיוון מועדף נצפה כי $\langle x(t) \rangle \neq 0$ (תוחלת מיקום החלקיק).

הגישה הראשונה בה נקטו כדי להתמודד עם הפער בין ההנחות למצב המערכת היתה צימצום למינמום השפעות החיצוניות על המערכת. השתמשנו בפלס כדי לוודא שמשטח המיקרוסקופ ישר ובכך נמנע מכוח הגרויטציה של כדו"א להאיץ את החלקיקים, דאגנו לחכות לחכות זמן סביר כדי שתנאי ההתחלה שנירכשו ברגע הצבת הצלוחית ידעכו. נוסף על כל זה הקפדנו על סטראיליות מאחר וראינו כי הצטברות אבק עקב הזנחה של צלוחית עשויה גם לתת תוצאות מוזרות.

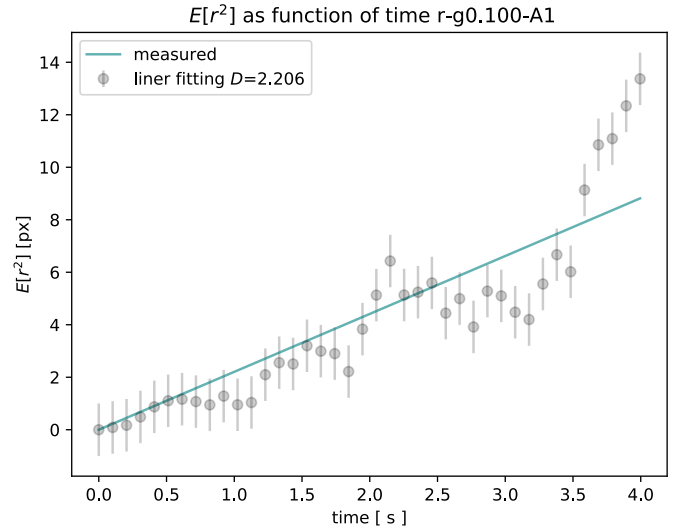
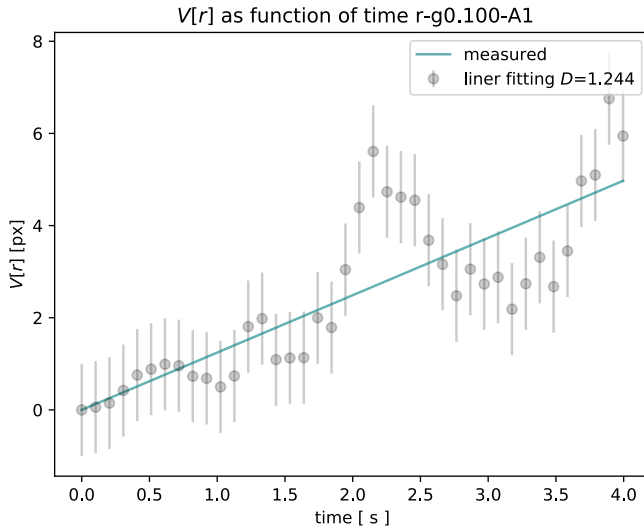
לאחר שיצמצמנו את עוצמת השפעת ההפרעות, נקטנו בגשיה שניה - כעת היה ניתן להניח כי ההפרעות בטווח קצר (טווח שהתברר בדיעבד בסדר גודל של שניות, כלומר אכן מתאים לזמן האופייני בניסוי) הן אינן הגורם העיקרי בהכתבת אופי התנועה ומעתה היה ניתן לחשוב עליהם כאל 'משתנה מקרי', ועל מקטע זמן כאל דגימה, חילקנו הנתונים אל חלונות.

זה עדיין, לא הספיק. להל"נ (איור 2) ניתוח על פני 60 ~ פריימים (6 שניות לחלון) לחלקיק הנמצא בתווך עם מקדם צמיגות $[P \cdot s] \cdot 10^{-4}$. של מיצוע על פני החלונות. וההתאמה הלניארית המתאימה לו. מאחר והסקלה קטנה קל להתבלבל וחשוב שקיבלנו גרף לניארי, אבל למעשה בזמן של 6 שניות קיבלנו שיפוע של 3.5 ~, כלומר בערך הכפלה לאחר 4 שניות. הגדלים הללו אינם דומים כלל לזמן האופייני במערכת.

את הגישה השלישית, אנחנו חייבים לצוות ההדרכה. למעשה, פיתוח משוואה הדיפוזיה חוזה כי המקדם אותו אנו מחפשים $\frac{2k_B T}{\alpha}$ הוא שונות התפלגות המתקבלת ממשוואת הדיפוזיה. תחת ההפרעות, נקבל כי הממוצע של התפלגות כבר אינו מתאפס. ומכאן שנקבל מיפוי:

$$\mathbb{E}[r] \neq 0 \Rightarrow \mathbb{V}[x] \mapsto \mathbb{E}[r^2] - \mathbb{E}^2[r]$$

הפירוש פיזיקלי, הוא שחיסור התוחלת ממפה את המערכת בחזרה אל מערכת בה מרכז המסה סטטי. מה שמגביר את מידת הארגודיות במערכת.



איור 2: $\mathbb{E}[r^2]$ ו- $\mathbb{V}[r^2]$ ניתוח על פני 4 שניות לחלון. לחלקיק הנמצא בריכוז 0.1% גליצרול (מקדם צמיגות $10^{-4} [P \cdot s]$) הערה חשובה, אומנם זה נראה שהאתאמה הלניארית היא פחות טובה עבור השונות. אבל יש לשים לב שהסקלה של ציר ה- \hat{y} בתרשים הקודם היא כפולה. ולכן גם המרחקים מהציר הם משמעותיים יותר. והשיפוע תלול בהרבה.

2.0.3 סקלינג, שגיאות.

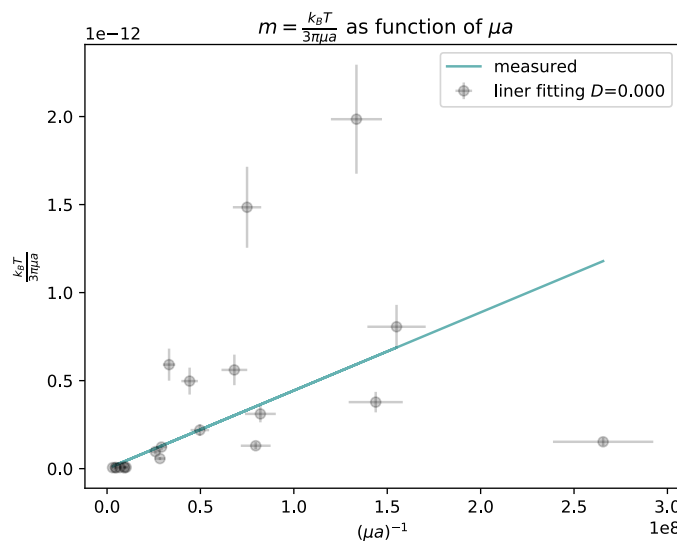
ליחידות המדידה בעולם הטורקזר אנו קוראים אורז אופייני של המערכת. כלומר הערכים המחושבים ע"י. את תהליך המיפוי בין ערכים אלה לבין ערכי המרחק ביצענו באופן הבא. תחילה השתמשנו בלוחית הכיול כדי לספור כמה פיקסלים בתמונה הם $10^{-2} [mm]$. עבור מספר פריימים בודד, לקחנו את הפרש מיקום של חלקיק מסוים בפיקסלים וחילקנו מספר זה. קיבלנו כי 1 "אורז אופייני" שקול ל $\sim \frac{1}{2} 10^{-6} [m]$. בנוסף, הוספנו שגיאת מדידה. של כ 1 [אורז אופייני] הערכה הזאת היא הערכה גסה, השגיאה האמיתית קצת יותר נמוכה ותלויה בעיקר במידת הסימטריה של החלקיק, חלק מהשגיאה גם נובע מקיוונוט של פיקסלים ופיפוס שלנו בספירת פיקסל או שתיים. (עבור חלקיקים כדורים, התוכנה אינה מפשלת בחישוב מרכז החלקיק). את טבלת הצמיגות לקחנו ממסד הנתונים של הספרייה thermo. (של Caleb Bell, קישור <https://github.com/CalebBell/thermo>). ההנחה העיקרית היא שהשגיאה העיקרית בצמיגות נובעת מהיכולת שלנו לקחת בדיוק את הריכוז הנדרש (אם כי ברור כי יש גם שגיאה לערכי הצמיגות) ולכן נוסיף שגיאה גסה של כ 10% אל מקדם הצמיגות. אל הרדיוסים של החלקיקים אנו מוסיפים שגיאה שמונחי אורז אופייני $(\sim \frac{1}{2} 10^{-6})$. מכאן שבגרף השיפועים נצפה לשגיאה של :

$$\begin{aligned} \frac{k_B T}{3\pi\mu a} &= \frac{k_B (T_0 \pm 8)}{3\pi (\mu \pm \Delta\mu) (a \pm 1\sigma)} = \frac{k_B T_0 \left(1 \pm \frac{8}{T_0}\right)}{3\pi\mu a} \left(1 \mp \frac{\Delta\mu}{\mu}\right) \left(1 \mp \frac{1\sigma}{a}\right) \\ &= \frac{k_B T_0}{3\pi\mu a} \left(1 \mp \frac{\Delta\mu}{\mu} \mp \frac{1\sigma}{a} \pm \frac{8}{T_0} + \dots\right) \Rightarrow \sigma \leq 2 \left(\frac{\Delta\mu}{\mu} + \frac{1\sigma}{a} + \frac{8}{T_0}\right) = 2 \left(\frac{1}{20} + \frac{1\sigma}{a} + 0.268\right) = \\ &= \frac{1\sigma}{a} + 0.1536 (\%) \end{aligned}$$

בדומה השגיאה בציר x בגרף השיפועים היא

$$(\mu r)^{-1} = \frac{1}{(\mu \pm \Delta\mu) (a \pm \Delta a)} = \frac{1}{\mu r} \left(1 \pm \frac{\Delta\mu}{\mu} \pm \frac{\Delta a}{a}\right) \Rightarrow \sigma \leq 2 \cdot \left(\frac{1}{20} + \frac{1\sigma}{a}\right) \sim \frac{1\sigma}{a} + 0.1 (\%)$$

2.0.4 חישוב קבוע בולצמן



איור 3: $\mathbb{E}[r^2]$ ו- $\mathbb{V}[r^2]$ ניתוח על פני 4 שניות לחלון. לחלקיק הנמצא בריכוז 0.1% גליצרול (מקדם צמיגות $[P \cdot s] \cdot 10^{-4}$) הערה חשובה, אומנם זה נראה שהאתאמה הלניארית היא פחות טובה עבור השונות. אבל יש לשים לב שהסקלה של ציר ה- \hat{y} בתרשים הקודם היא כפולה. ולכן גם המרחקים מהציר הם משמעותיים יותר. והשיפוע תלול בהרבה.

3

3.0.1 תיאור טכני של אלגוריתם, שגיאות, מספרים. (מצבו הסופי)

3.0.2 עניין הסחף, לדעתי אפשר לשים פה גם עניין של רזוננס. פתירת משוואת הדיפוסיה תחת תנאי התפסות על השפה, צריכים לתת תיקון כי לא יתכן שזה ישאף להיות כמו e^{-t} אלא צריך להתייבב על משהו (לחומר אין לאן לברוח). הפתרון הוא כמובן חקר המערכת רק בסדר ראשון (חלוקה לבאנצ'יפ).

3.0.3 עניין הרעש, בדגימה. (שימוש בפילטרים וכל העניין).

3.0.4 עניין השידוכים לדבר תחילה על שימוש ב- DFS ודגימה פר פריים, ואז על המעבר אל BFS ושימוש במרכזי המסה שמצאנו כנקודות מוצא לחיפוש.

3.0.5 התייחסות לכך שהמסות ונהפחים אינם בהכרח כדורים, ולכן אנו מצפים לקבל עבור המסה והרדיוס המוצעים.

4 05% פרוש התוצאות הצגת התוצאות + חישוב שגיאות מקור השגיאות – איך הערכתם אותן – מה מקורן – איך התגברתם השוואת התוצאות לתאוריה

precents	0.000	0.100	0.200	0.350	0.500	0.600
viscositie[Pa*s]	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

הכרות המערכת ומדידה ראשונית: השתמשו במיקרוסקופ לקבלת תמונה איכותית של חלקיק הנמצא בתנועה בראונית בתמיסה. בצעו כיוול של הגודל הנראה של החלקיק באמצעות שקף כיוול.

כיצד תנתחו את ממוצע ריבוע ההעתק? כמה חלקיקים שונים נדרשים לקבלת תוצאה איכותית? התייחסו להנחה הארגודית.

האם החלקיקים חופשיים לנוע בציר (Z) בניצב ללוחית המיקרוסקופ? כיצד זה ישפיע על המדידה?

כיצד תוודאו שהמערכת איזוטרופית, כלומר שאין סחיפה לכיוון מסוים? מה ניתן לעשות בנייתוח הנתונים כדי להתמודד עם סחף?

איך תראה התלות של $r < 2$ בזמן במקרה של סחיפה? קבלו את התלות של $r < 2$ בזמן עבור מספר חלקיקים בגדלים שונים.

בדקו את התלות בגודל ביחס לצפי תיאורטית.

2. תלות בצמיגות: הוסיפו תמיסת חלקיקים מרוכזת לתערובת של מים וגליצרול בריכוזים שונים.

קחו בחשבון את המים שבתמיסת החלקיקים וחשבו מחדש את הריכוז בתמיסה 2 הסופית. השתמשו בטבלאות לחישוב הצמיגות וקבלו תלות של $r < 2$ ושל מקדם הדיפוזיה בצמיגות.

כיצד ניתן להשתמש במדידה זו לחישוב קבוע בולצמן?

3. תלות בטמפרטורה: שנו את הטמפ' וחזרו על המדידות בערכי טמפ' שונים. קחו בחשבון את שינוי הצמיגות כתוצאה משינוי הטמפ' (ניתן למצוא מחשבוניס וטבלאות לחישוב הבדל זה, שהוא משמעותי).

4. דיפוזיה של חזית (אופציונאלי): השתמשו בנוזלים שונים מסיסים במים (חלב, צבע מאכל, דיו) וצפו בחזית התקדמות הנוזל לתוך המים. האם יש לכם אומדן לגודל החלקיקים? האם כל דיפוזיה היא תנועה בראונית?

5 שיחת סיכום -10 נקודות על אי-קיומה

6 נספחים :

