דוח רעש

מיכל כהן ודויד פונרובסקי

29 במאי 2021

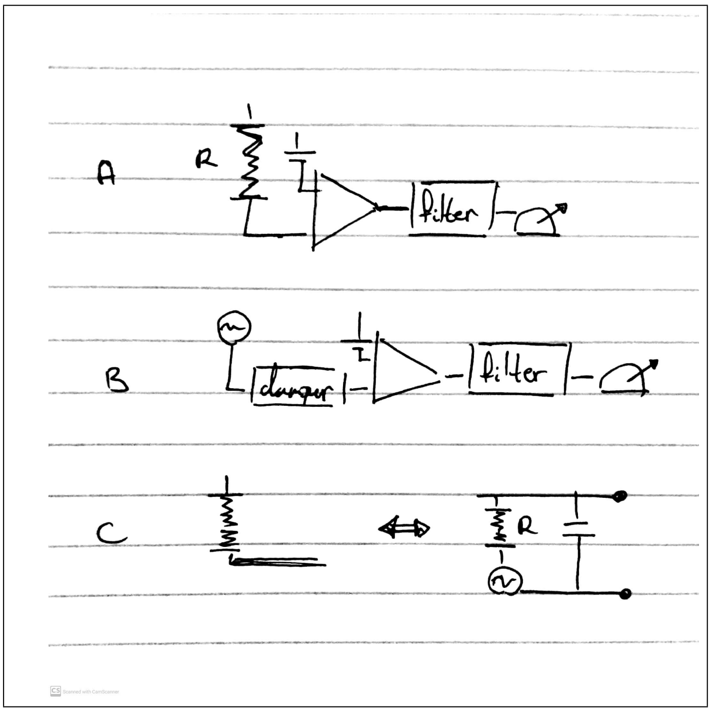
רעש ג'ונסון. כידוע לפי הנוסח (הכי פשטני) זרם חשמלי הוא מעבר של מטען בין דרגות שונות של פוטנציאל חשמלי, את הדינמיקה המתקבלת כאשר ההפרש הוא גס מתארת היטב התורה האלקטרומגנטית. אם זאת, כאשר יוצאים ממסגרת ההעולם האידאלי הפוטנציאל החשמלי של כל גוף/רכיב אינו אחיד על פניו. רעש ג'ונסון מתאר את העולם בגבול הזה, נרצה לחשוב על המתח V, המאפיין תדר ν, הנמדד משתי נקודות שונות של נגד R כאל משתנה מקרי $V(\nu)$.

כזכור מחשמל, הקשר בין ההספק למתח מתואר ע"י $P=\frac{V^2}{4R}$ כלומר במקרה שלנו $\langle P\rangle=\frac{\langle V^2\rangle}{4R}\mapsto$. מצד שני אנו יודעים כי האנרגיה הממוצעת של הוסילטור בעל תדר עצמי ν מתפלג לפי $\langle\varepsilon(\nu)\rangle=\frac{2\pi\hbar\nu}{e^{\frac{2\pi\hbar\nu}{kT}}-1}$ ובטמפ' גבוהות מתקבל $\langle\varepsilon(\nu)\rangle\sim kT$. וממהקשר של הספק לאנרגיה $\langle P(\nu)\rangle=\langle\varepsilon(\nu)\rangle d\nu$ נקבל כי

$$\left\langle V^2(\nu)\right\rangle=4kTRd\nu\quad(eq\ 1)$$

בניסוי זה אנו מאמתים את נכונות התאוריה, במהצאות חישוב שני קבועים אוניברסלים, הראשון הוא קבוע בולצמן והשני הוא טמפרטורת האפס המוחלט, נציין כי את שתי הגדלים חישבנו ברמת דיוק משביעה רצון ביחס אל יכולת המדידה שלנו.

אימות אל מול קבוע בולצמן. את קבוע בולצמן נמצא על ידי ההתאמה הלניארית של ערכי $\left\langle V^2\right\rangle$ הנמדדים עבור ערכי R שונים, מאחר ובהערכה גסה, בטמפ' החדר ולנגד מסדר גודל של $[10M\Omega]$ רעש ג'ונסון הוא מסדר גודל של $\sim\sqrt{10^{-23}\cdot10^{7}\cdot10^{2}}<10^{-6}\,[V]$



איור 1: ב A מוצגת סכמת הניסוי, בB סכמת הכיול ובC מתואר המעגל השקול לחיבור של נגד אל כבל קואקסלי.

נזדקק למגבר על מנת להגיע לסקלה אותה מכשירי המדידה שלנו יכולים למדוד. השתמשנו במגבר המחובר לספק של $15\,[V]$ ונסמן ב $g(\nu)$ את יחס ההגברה (עבור $\left\langle V^2\right\rangle$) של המגבר עבור תדר ν.

במעגל טרויאלי היינו מצפים לקבל כי $V^2=4kTRG$ כאשר $G=\int_{-\infty}^{\infty}g^2(\nu)$. אם זאת, מאחר ואנו משתמשים כבל קואקסלי כדי להוריד השפעות של שדות מגנטים, נקבל כי חיבור הנגד בכבל הקואקסלי שקול לחיבור של קבל במקביל לנגד כמתואר באיור 1. פונקציית התמסורת של מעגל זה היא $g'(\nu)=\frac{1}{1+i2\pi\nu RC}$ ולכן שירשור המעגל יניב כי

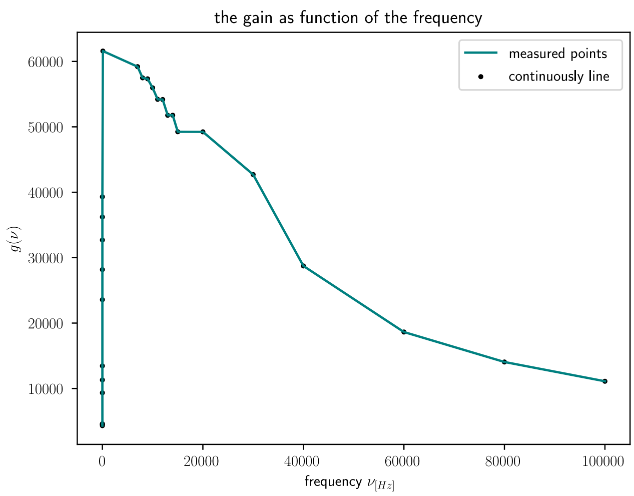
$$\frac{\left\langle V_{amplified}^2(\nu)\right\rangle}{\left\langle V_{resistor}^2(\nu)\right\rangle}=g\circ g'=\frac{g^2(\nu)}{1+(2\pi\nu CR)^2}d\nu\quad(eq\ 2)$$

שלבי הניסוי:

1. מציאת מתח הרוויה של המגבר ורוחב הסרט בו הקרוב $\varepsilon\sim kT$ עדיין תקף, כאשר עבור תדירויות מעבר לרוחב זה האנרגיה שואפת לאפס (הרי ש $\lim_{\nu\to\infty}\frac{2\pi\hbar\nu}{e^{\frac{2\pi\hbar\nu}{kT}}-1}=0$) ומשם גם ההספק. אנו משתמשים במגבר **להשלים** ,
2. מציאת $g(\nu)$ עבור מספר רב של מודים בתחום רוחב הסרט, זאת נעשה על ידי הזנת המגבר בסיגנל סניוסאלי, מסיבות טכניות איננו יכולים ליצור מתח בסדר של 10^{-6} ולכן נשתמש במנחת (מופיע באיור 1, B כ $dumper$) המנחית פי 10^3.
3. חישוב עבור מספר של נגדים את הערך G ומדידה עבור כל אחד מהם את הערך $\left\langle V^2\right\rangle$.
4. חילוץ הערכה לקבוע בולצמן

$$\tilde{k}\leftarrow\arg\min_{\tilde{k},c}RMS\left[\left\langle V^2\right\rangle,\tilde{k}\cdot(4TG)+c\right]$$

.



איור 2: ב A מוצגת סכמת הניסוי, בB סכמת הכיול ובC מתואר המעגל השקול לחיבור של נגד אל כבל קואקסלי.

נציין כי שגיאות של $\Delta R,\Delta C,\Delta g(v)$ יביאו לשגיאה כוללת ב G

מהצורה :

$$\frac{(g(\nu)\pm\Delta g(\nu))^2}{\ldots + (2\pi\nu(C\pm\Delta C)(R\pm\Delta R))^2} \sim \frac{g(\nu)^2}{\ldots + (2\pi\nu CR)^2}\cdot \left(1\pm\left(\frac{\Delta R}{R}\right)^2 \pm \left(\frac{\Delta C}{C}\right)^2 \pm \frac{\Delta g(\nu)}{g(\nu)} + \mathcal{O}(\Delta^4)\right)$$

הרכיב $\left(\frac{\Delta R}{R}\right)^2 + \left(\frac{\Delta C}{C}\right)^2$ תורם שגיאה קבועה לאינטגרל
$\frac{\Delta g(\nu)}{g(\nu)}$ תורם שגיאה מהצורה

$$\int_{Width}\frac{g(\nu)\Delta g(\nu)}{1+(2\pi\nu CR)^2}d\nu \le \max_{\nu} \Delta g(\nu)\cdot \int_{Width}\frac{g(\nu)}{1+(2\pi\nu\cdot CR)^2}$$

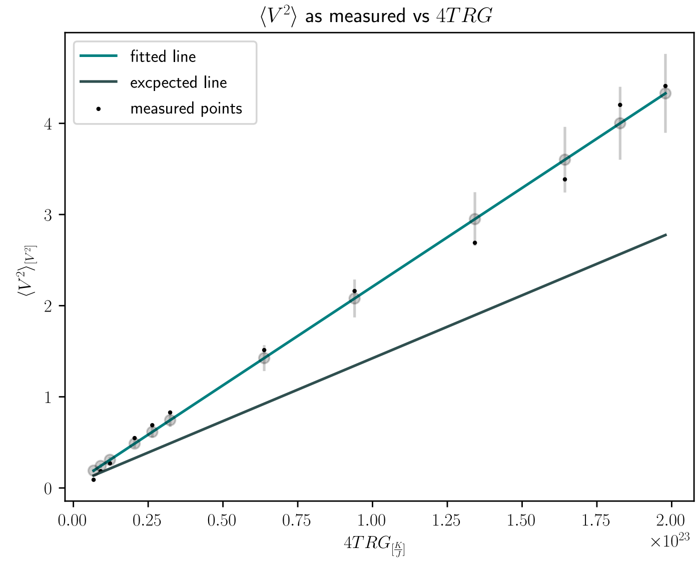
מאחר ומיצאנו יותר מ 500 מדידות, (כל קובץ csv במינימום כ 6000 שורות על פני 10 תדרים) נקבל כי $\frac{instrument\ error}{\sqrt{500}} \sim \frac{6}{\sqrt{5}}10^{-3}$ כאשר את השגיאה לקחנו כ הטכני: [DMU].

$$G+\Delta \sim G\left(1\pm\left(\frac{\Delta R}{R}\right)^2\pm\left(\frac{\Delta C}{C}\right)^2\right)\pm$$
$$\pm\frac{6}{\sqrt{5}}10^{-3}\cdot\int_{Width}\frac{g(\nu)}{1+(2\pi\nu\cdot CR)^2}$$

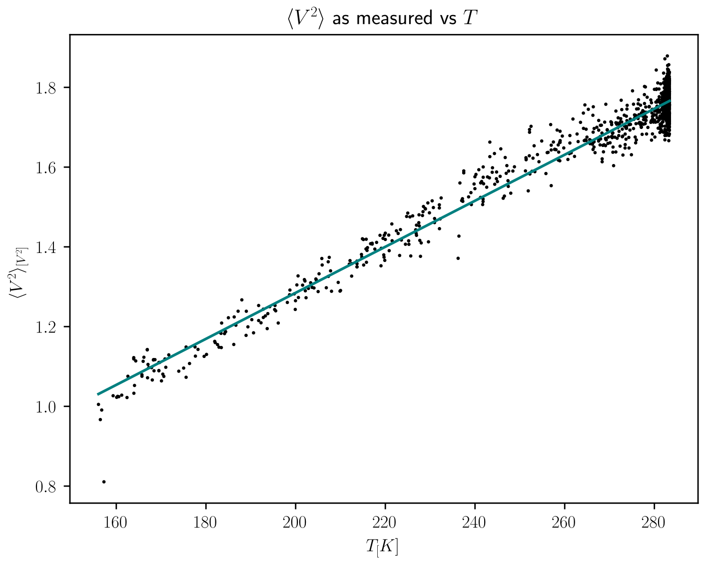
ולכן אנו מצפים למצוא את קבוע בולצמן בטווח:

$$\ldots = \frac{\langle V^2\rangle}{4(G\pm\Delta G)(T\pm\Delta T)(R\pm\Delta R)} =$$
$$\sim \frac{\langle V^2\rangle}{4GTR}\left(1\pm\frac{\Delta G}{G}\pm\frac{\Delta T}{T}\pm\frac{\Delta R}{R}\right)$$
$$\sim \frac{\langle V^2\rangle}{4GTR}\left(1\pm\frac{\Delta R}{R}\pm\left(\frac{\Delta C}{C}\right)^2\pm\frac{\Delta T}{T}\pm\frac{6}{\sqrt{5}}10^{-3}\cdot\frac{\int_{Width}\frac{g(\nu)}{1+(2\pi\nu\cdot CR)^2}}{\int_{Width}\frac{g^2(\nu)}{1+(2\pi\nu\cdot CR)^2}}\right)$$

מאחר והחישוב הנ"ל מסורבל מאוד, וכל שגיאה לחוד קטנה מאוד, פשטנו את השגיאה על ידי הקירוב הגס הבא : בטמפ' לקחנו שגיאה של כ $2\% \sim 6^\circ/296^\circ$ בנגדים לקחנו שגיאה של מחצית הפרש המקסימלי בין ערך הנגד אותו ממדנו לבין הערך המצופה לפי מה שהיה רשום $0.1\,[M\Omega]$ ערך הנגד הנמדד היה $8.42\,[M\Omega]$ בעוד שהערך המצופה היה $8.2\,[M\Omega]$, כלומר שגיאה של 1.25%, ערכי הקבל נמדדו ב $100pF$ כלומר באזור ה 10^{-10}, מדדנו לבסוף ערך של $120pF$ אבל מאחר והמדידה הייתה בעייתית (יצוב המוליטמטר על פני מגעים) החלטנו פשוט לקחת את השגיאה $\left(\frac{\Delta C}{C}\right)^2 \sim 6\%$, חישוב של מנת האינטגרל נתן ערך זניח (גם ללא הפקטור), אך אנו מאמינים כי יש גורם נוסף שלא התחשבנו בו, מאחר וציפנו כי עיקר השגיאה תגיעה מחישוב הערך G, לכן ניתן ערך של 1%. סך כל השגיאה היא 10.25%.



איור 3: ב A מוצגת סכמת הניסוי, בB סכמת הכיול ובC מתואר המעגל השקול לחיבור של נגד אל כבל קואקסלי.



איור 4: ב A מוצגת סכמת הניסוי, בB סכמת הכיול ובC מתואר המעגל השקול לחיבור של נגד אל כבל קואקסלי.

אימות אל מול האפס המוחלט. חזרה אל $V^2 = 4kTRG$ מציאת $ax+b$ בשתי דרכים, באחת, על ידי פשוט התאמה. בשניה על ידי, לקיחת ה G בסעיף הקודם $\pm\sigma$.

מקורות

[DMU] 34401A Digital Multimeter, □6 Digit