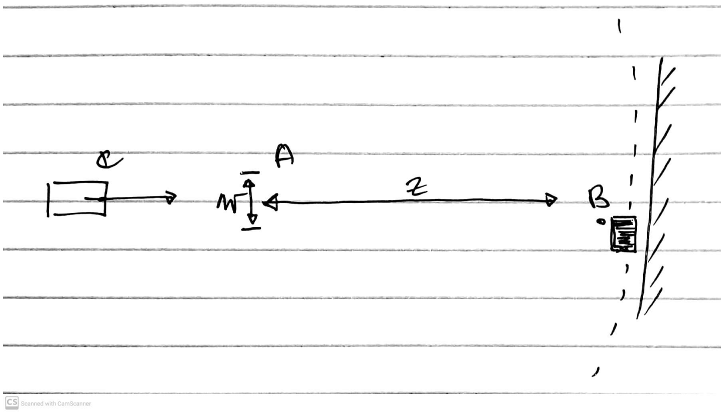
דוח התאבכות

מיכאל כהן ודויד פונרובסקי

28 במאי 2021



איור 1: מערכת הניסוי עבור סדק יחיד, הנקודה B היא מיקום החיישן, הנע על מסלול שהוא בקירוב טוב מקביל למסך, הנקודה A היא נקודת המעבר של קרן הלייזר בסדק ובנקודה C נמצא מקור הלייזר.

תיאור מערכת הניסוי. איור 1 מציג שירטוט סכמתי של מערכת הניסוי. בנקודה C ממוקם הלייזר, קרן זאת עוברת דרך נקודה A שם מונח השריג, שיכל להיות סדק בודד או זוג שכאלה. באות W נסמן את רוחב הסדק, ובמקרה של שתי סדקים נשתמש בנוסף באות d כדי לסמן את המרחק ביינהם. z יציין את המרחק המינמלי (האנך) אותו עוברת קרן האור עד להגעה למישור המסך. בB נמצא הגלאי, הנע על מסלול מעגלי שבקרוב מתלכד עם המישור, הזווית הנפרשת ממנו אל האנך, היא דרגת החופש שלנו במערכת אותה נסמן ב θ. בחרנו למדוד רק עבור ערכי $|\theta| < \frac{2\pi}{24}$ ($\pm 15^\circ$) שם מתקיים כי מסדר ראשון

$$\tan(\theta) \sim \theta + \mathcal{O}\left(\frac{\theta^3}{3}\right) \le \theta + \frac{1}{3}\left(\frac{2\pi}{24}\right)^3 \le \theta + 7\cdot 10^{-4}$$

ולכן נוכל להצדיק קירובי זוויות קטנות $\frac{x}{z} = \tan\theta \to |x-z\theta| \le\sim \frac{1}{20}$. התחשבות השגיאה ב x, תעמיס על החישובים ואינה תתרום בסדרי גדול מעבר לתרומות שגיאות אחרות. לכן לא נתחשב בה, ונניח כי ערכי את ה x עלפני המסך אנו מודדים בקרוב טוב. נסמן ב x' נקודה בה הקרן יכולה להיות במישור השריג, אורך הגל מקיים

$$\frac{1}{\lambda}\cdot x'^2 \le \frac{1}{\lambda}\cdot W^2 \sim \frac{(\mu m)^2}{\mu m} \le \mathcal{O}\left(10^{-6} z\right)$$

כלומר קירוב השדה הרחוק של פרנוהפר מוצדק במערכת.

את הזווית ועוצמת האור אנו מודדים על ידי חשיינים שאנו מניחים כי הם מבצעים רק פעולות לניאריות על הקלט, כלומר מוסיפים רק כפולות בקבוע.

אימות התאוריה אל מול אורך הגל. בניסוי השתמשנו בלייזר אדום בעל אורך גל $\lambda \sim 0.6_{[\mu m]}$. אורך זה משותף לכל הניסויים, ללא תלות ביחס לרוחב הסדק או כמות הסדקים. בנוסף בניגוד לערכים משתופים אחרים, למשל מרחק הלייזר מהגלאי, אורך הגל רובסטי במיוחד לשגיאות כיול. ביחס ליכולת המדידה שלנו גודל זה הוא אוניברסלי ולכן אם הניסויים שלנו תואמים את התאוריה, נצפה שחישוב יניב אורך גל זהה.

כזכור, לפי קירוב פרנהופר העוצמה המתקבלת היא $V(\theta) \sim V(x_\theta) \propto sinc^2\left(\frac{\pi w x}{\lambda z}\right)$ עבור סדק יחיד. סכמת החישוב מתבצעת באופן הבא,

1. תחילה אנו מוצאים את תדירות הסינק $\alpha_W = \arg\min_\alpha RMS\left(V(x), Amp\cdot sinc^2(\alpha x)\right)$ עבור כל ניסוי.
2. לאחר מכן, אנו מחלצים את שיפוע ההתאמה הלינארית לגדלים המתקבלים מ $\frac{1}{\alpha_W\cdot W}$ כלומר

$$\lambda = \arg\min_{\lambda,\phi} RMS\left(\frac{1}{\alpha_W}\left(\frac{1}{W}\right), \lambda\cdot\left(\frac{1}{W}\right)+\phi\right)$$

אפקטיבית, השגיאה ברוחב הסדק זניחה (סדר גודל של פחות מ-μm אין לנו יכולת להבחין בה), ולכן ניתחשב רק בשיגאת של מדידת המרחק Δz, ונסמן ב σ את סטיין התקן אותה מחזירה התאמת ה RMS של ספריית ה$scipy$. מכאן ש

$$\alpha(W) = \frac{\pi W}{\lambda(z\pm\Delta z)} \pm\sigma \Rightarrow \lambda = \frac{\pi W}{(\alpha(W)\pm\sigma)(z\pm\Delta z)}$$

$$\lambda \sim \frac{\pi W}{\alpha(W) z}\left[1\pm\left(\frac{\sigma}{\alpha(W)}+\frac{\Delta z}{z}\right)+\mathcal{O}\left(\Delta^2\right)\right]$$

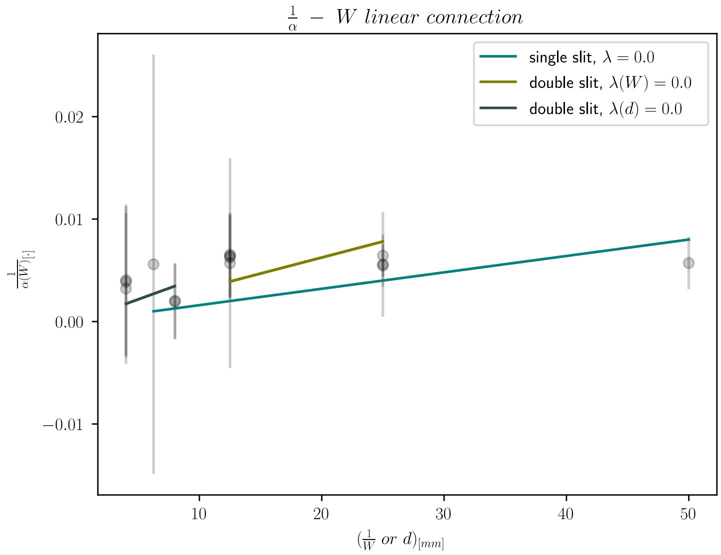
באופן זהה לחלוטין נאמת את ניסוי שני הסדקים, רק ששם התאוריה חוזה קשר של $V(x_\theta) \propto sinc^2\left(\frac{\pi w x}{\lambda z}\right)\cos^2\left(\frac{\pi}{\lambda z}\frac{d+W}{2}x\right)$ כאשר הקשר מתקבל לאור הזהות

$$\mathcal{F}\left[\frac{f(t+\tau)+f(t-\tau)}{2}\right] = \mathcal{F}[f]\cos(\tau x)$$

במקרה שלנו, המרחק בין הסדקים הוא d, מרכזם נמצא ב $\frac{d+W}{2}$, ולכן עוצמת האהרה ברגע המעבר בסדק שקולה לעוצמת שתי מקרות אור במרחק $\pm\frac{d+W}{2}$ מהראשית. הפעם נוסיף פרמטר $\beta_{W,d}$ שייצג את התדירות האופטימלית של רכיב ה cos כלומר

$$\alpha_{W,d},\beta_{W,d} = \arg\min RMS\left(V(x), Amp\cdot sinc^2(\alpha x)\cos^2(\beta x)\right)$$

נחלץ את אורך הגל לפי הפרצודרה עבור α ו β בנפרד, ונאמת את ערך אורך הגל בנפרד.



איור 2: מערכת הניסוי עבור סדק יחיד, הנקודה B היא מיקום החיישן, הנע על מסלול שהוא בקירוב טוב מקביל למסך, הנקודה A היא נקודת המעבר של קרן הלייזר בסדק ובנקודה C נמצא מקור הלייזר.