multiplicações e três adições. Uma maneira de reduzir o erro de arredondamento é reduzir o número de operações que produzem erro.

EXERCÍCIOS 1.2

1. Calcule o erro absoluto e o erro relativo na aproximação de p por p^*.
   a. $p = \pi$, $p^* = 22/7$ **b.** $p = \pi$, $p^* = 3{,}1416$
   c. $p = e$, $p^* = 2{,}718$ **d.** $p = \sqrt{2}$, $p^* = 1{,}414$
   e. $p = e^{10}$, $p^* = 22\,000$ **f.** $p = 10^{\pi}$, $p^* = 1.400$
   g. $p = 8!$, $p^* = 39\,900$ **h.** $p = 9!$, $p^* = \sqrt{18\pi}(9/e)^9$

2. Determine o maior intervalo no qual p^* deve estar contido a fim de aproximar p com erro relativo de no máximo 10^{-4} para cada valor de p.
   a. π **b.** e **c.** $\sqrt{2}$ **d.** $\sqrt[3]{7}$

3. Suponha que p^* deva aproximar p como erro relativo de no máximo 10^{-3}. Determine o maior intervalo no qual p^* deve estar contido para cada valor de p.
   a. 150 **b.** 900 **c.** 1 500 **d.** 90

4. Efetue os seguintes cálculos (i) exatamente, (ii) usando aritmética de truncamento, com três algarismos, e (iii) usando aritmética de arredondamento, com três algarismos. (iv) Calcule os erros relativos nas partes (ii) e (iii).
   a. $\frac{4}{5} + \frac{1}{3}$ **b.** $\frac{4}{5} \cdot \frac{1}{3}$ **c.** $\left(\frac{1}{3} - \frac{3}{11}\right) + \frac{3}{20}$ **d.** $\left(\frac{1}{3} + \frac{3}{11}\right) - \frac{3}{20}$

5. Use a aritmética de arredondamento, com três algarismos, para efetuar os seguintes cálculos. Calcule o erro absoluto e o erro relativo com o valor exato determinado com pelo menos cinco algarismos.
   a. $133 + 0{,}921$ **b.** $133 - 0{,}499$ **c.** $(121 - 0{,}327) - 119$
   d. $(121 - 119) - 0{,}327$ **e.** $\dfrac{\frac{13}{14} - \frac{6}{7}}{2e - 5{,}4}$ **f.** $-10\pi + 6e - \frac{3}{62}$
   g. $\left(\frac{2}{9}\right) \cdot \left(\frac{9}{7}\right)$ **h.** $\dfrac{\pi - \frac{22}{7}}{\frac{1}{7}}$

6. Repita o Exercício 5 usando a aritmética de arredondamento, com quatro algarismos.

7. Repita o Exercício 5 usando a aritmética de truncamento, com três algarismos.

8. Repita o Exercício 5 usando a aritmética de truncamento, com quatro algarismos.

9. Os primeiros três termos diferentes de zero na série de Maclaurin para a função arco-tangente são $x - (1/3)x^3 + (1/5)x^5$. Calcule o erro absoluto e o erro relativo nas seguintes aproximações de π usando o polinômio em vez do arco-tangente:
   a. $4\left[\operatorname{arctg}\left(\frac{1}{2}\right) + \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{3}\right)\right]$ **b.** $16 \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{5}\right) + 4 \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{239}\right)$

10. O número e pode ser definido por $e = \sum_{n=0}^{\infty}(1/n!)$. Calcule o erro absoluto e o erro relativo nas seguintes aproximações de e:
    a. $\sum_{n=0}^{5} \frac{1}{n!}$ **b.** $\sum_{n=0}^{10} \frac{1}{n!}$

11. Seja

$$f(x) = \frac{x \cos x - \operatorname{sen} x}{x - \operatorname{sen} x}.$$

a. Determine $\lim_{x \to 0} f(x)$.
b. Use a aritmética de arredondamento, com quatro algarismos, para calcular $f(0,1)$.
c. Substitua cada função trigonométrica por seu polinômio de Maclaurin de grau três e repita o item (b).
d. O valor real é $f(0,1) = -1{,}99899998$. Determine o erro relativo para os valores obtidos nos itens (b) e (c).

12. Seja

$f(x)$

Fórmula de Bhaskara
(com ou sem
racionalização)

a. Determine $\lim_{x \to 0}(e^x - e^{-x})/x$.
b. Use a aritmética de arredondamento, com (0,1).
c. Substitua cada função exponencial por seu polinômio de Maclaurin de grau três e repita o item (b).
d. O valor real é $f(0,1) = 2{,}003335000$. Determine o erro relativo para os valores obtidos nos itens (b) e (c).

13. Use a aritmética de arredondamento, com quatro algarismos, e as fórmulas do Exemplo 5 para determinar a aproximação mais precisa para as raízes das seguintes equações quadráticas. Calcule os erros absolutos e relativos.

a. $\frac{1}{3}x^2 - \frac{123}{4}x + \frac{1}{6} = 0$ **b.** $\frac{1}{3}x^2 + \frac{123}{4}x - \frac{1}{6} = 0$

c. $1{,}002x^2 - 11{,}01x + 0{,}01265 = 0$ **d.** $1{,}002x^2 + 11{,}01x + 0{,}01265 = 0$

14. Repita o Exercício 13 usando a aritmética de truncamento, com quatro algarismos.

15. Use o formato real longo de 64 bits para determinar o equivalente decimal dos seguintes números de máquina em ponto flutuante.

a. 0 10000001010 10010011000000000000 00000000000000000000000000000000
b. 1 10000001010 10010011000000000000 00000000000000000000000000000000
c. 0 01111111111 01010011000000000000 00000000000000000000000000000000
d. 0 01111111111 01010011000000000000 00000000000000000000000000000001

16. Determine os próximos maior e menor números de máquina na forma decimal para os números fornecidos no Exercício 15.

17. Suponha que dois pontos (x_0, y_0) e (x_1, y_1) estejam em uma reta, com $y_1 \neq y_0$. Há duas fórmulas disponíveis para determinar a intersecção da reta com o eixo x:

$$x = \frac{x_0 y_1 - x_1 y_0}{y_1 - y_0} \quad \text{e} \quad x = x_0 - \frac{(x_1 - x_0)y_0}{y_1 - y_0}.$$

a. Mostre que ambas as fórmulas são algebricamente corretas.
b. Use os dados $(x_0, y_0) = (1{,}31;\ 3{,}24)$ e $(x_1, y_1) = (1{,}93;\ 4{,}76)$ e a aritmética de arredondamento, com três algarismos, para calcular a intersecção com o eixo x das duas maneiras. Qual método é melhor e por quê?

18. O polinômio de Taylor de grau n para $f(x) = e^x$ é $\sum_{i=0}^{n}(x^i/i!)$. Use o polinômio de grau nove e a aritmética de truncamento, com três algarismos, para determinar uma aproximação de e^{-5} por cada um dos seguintes métodos.

a. $e^{-5} \approx \sum_{i=0}^{9} \frac{(-5)^i}{i!} = \sum_{i=0}^{9} \frac{(-1)^i 5^i}{i!}$

b. $e^{-5} = \frac{1}{e^5} \approx \frac{1}{\sum_{i=0}^{9} \frac{5^i}{i!}}$.