Aplicações de Processamento Digital de Sinais – 4456S-04

Experiência E10: Codificação preditiva linear (LPC)

Objetivos

a) Utilização dos métodos da autocorrelação e da covariância para modelamento de sinais através de predição linear.

b) Prática na utilização do MATLAB para análise e projeto de sistemas em tempo discreto.

Introdução

Na modelagem paramétrica, um sinal é representado por um modelo matemático que possui um conjunto de parâmetros, cujos valores são ajustados para caracterizar o sinal ou sistema em questão. Uma solução frequentemente utilizada é a adoção de um modelo denominado "só polos" na forma abaixo.

$$H(z) = \frac{G}{1 - \sum_{k=1}^{p} a_k z^{-k}} \quad (1)$$

$$y[n] = \sum_{k=1}^{p} a_k y[n-k] + Gx[n] \quad (2) \qquad \hat{y}[n] = \sum_{k=1}^{p} a_k \hat{y}[n-k] + G\delta[n] \quad (3)$$

Considerando $x[n] = \delta[n]$, a equação de diferenças (3) do modelo indica que o valor presente do sinal pode ser aproximado ou predito em função de seus valores passados. Como a resposta à amostra unitária do filtro preditor (filtro LPC) é uma aproximação do sinal, $y[n]$ pode ser modelado de forma compacta através dos parâmetros do filtro. Esta ideia é utilizada em estimação espectral e por diversos procedimentos de codificação de sinais (redução do volume de dados), sendo denominada codificação preditiva linear (LPC – *Linear Predictive Coding*).

O método da autocorrelação e o método da covariância são procedimentos largamente utilizados para determinação dos coeficientes do filtro LPC. Em ambos o métodos, os parâmetros a_k (para um modelo de ordem p) podem ser determinados de forma a minimizar a energia do erro de predição $e[n]$ (Figura 1), porém de forma distinta. Primeiramente, o sinal $y[n]$ é segmentado em janelas de $M + 1$ amostras ($0 \le n \le M$), para as quais serão determinados os coeficientes LPC. O método da autocorrelação considera que o sinal $y[n]$ é nulo fora do intervalo, enquanto que o método da covariância leva em conta também as últimas p amostras da janela anterior ou considera somente as amostras do sinal no intervalo $p \le n \le M$. As considerações conduzem a sistemas de equações lineares utilizados para determinação dos coeficientes a_k específicos para cada método.

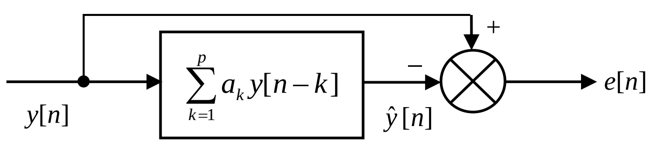

Figura 1 – Modelo para determinação dos coeficientes do filtro LPC.

a) Método da autocorrelação:

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{yy}[0] & r_{yy}[1] & \cdots & r_{yy}[p-1] \\ r_{yy}[1] & r_{yy}[0] & \dots & r_{yy}[p-2] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{yy}[p-1] & r_{yy}[p-2] & \cdots & r_{yy}[0] \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} r_{yy}[1] \\ r_{yy}[2] \\ \vdots \\ r_{yy}[p] \end{bmatrix}$$

$$r_{yy}[m] = \sum_{n=0}^{M-|m|} y[n]y[n+|m|] \qquad G = \sqrt{r_{yy}[0]/r_{\hat{y}\hat{y}}[0]}$$

A matriz p x p é denominada matriz de autocorrelação, enquanto que $r_{yy}[m]$ são os valores de autocorrelação de $y[n]$ calculados no instante m.

b) Método da covariância:

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{yy}[1,1] & \Phi_{yy}[1,2] & \cdots & \Phi_{yy}[1,p] \\ \Phi_{yy}[2,1] & \Phi_{yy}[2,2] & \dots & \Phi_{yy}[2,p] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Phi_{yy}[p,1] & \Phi_{yy}[p,2] & \cdots & \Phi_{yy}[p,p] \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Phi_{yy}[1,0] \\ \Phi_{yy}[2,0] \\ \vdots \\ \Phi_{yy}[p,0] \end{bmatrix}$$

$$\Phi_{yy}[i,k] = \sum_{n=p}^{M} y[n-i]y[n-k] \qquad G = \sqrt{r_{yy}[0]/r_{\hat{y}\hat{y}}[0]}$$

A matriz p x p é denominada matriz covariância, enquanto que $\Phi_{yy}[i,k]$ são os valores de covariância de $y[n]$ calculados nos instantes i e k.

Ao contrário do método da autocorrelação, o método da covariância pode conduzir a erro nulo. Por outro lado, o método da covariância apresenta-se com maior custo computacional e o filtro obtido não tem garantia de estabilidade. A garantia de estabilidade faz do método da autocorrelação mais adequado nos casos onde deseja-se recuperar ou sintetizar o sinal original a partir da resposta do filtro.

Atividade Prática (utilizando o MATLAB)

a) O arquivo *Sinal_0x* possui um sinal com duração de 50 ms, enquanto que o arquivo *Sinal_0xr* possui um sinal resultante da convolução do sinal anterior com ruído branco. Utilizando as funções do MATLAB para os métodos da autocorrelação e da covariância (*lpc* e *arcov*), determinar os coeficientes dos filtros LPC para representar cada um dos sinais. Para cada método, plotar os sinais originais (sem e com ruído) e as respostas à amostra unitária dos filtros LPC (função *impz*) determinados utilizando cada um dos métodos (sem e com ruído). Apresentar os polos (*fvtool*) e o ganho G dos filtros LPC determinados para os dois sinais e com os dois métodos. (**10 pontos**)

Grupo	Sinal $y[n]$	Sinal $y_r[n]$
1	Sinal_01	Sinal_01r
2	Sinal_02	Sinal_02r
3	Sinal_03	Sinal_03r
4	Sinal_04	Sinal_04r
5	Sinal_05	Sinal_05r
6	Sinal_06	Sinal_06r
7	Sinal_07	Sinal_07r
8	Sinal_08	Sinal_08r
9	Sinal_09	Sinal_09r