

UNIVERSIDADE

Departamento de Engenharia / Ciência da Computação

Otimização de Recursos de Segurança Pública no Brasil

Aplicação de Programação Linear para Alocação Eficiente de
Verbas Estaduais

Trabalho de Pesquisa Operacional

Integrantes:

Pedro Lucas Dutra

Davi Augusto Bitencourt de Souza

Fevereiro de 2026

Abstract

Este trabalho aplica técnicas de **Programação Linear** para otimizar a alocação de recursos de segurança pública entre os 27 estados brasileiros. Utilizando dados reais do Atlas da Violência (IPEA/FBSP) e do Anuário Brasileiro de Segurança Pública, desenvolvemos um modelo matemático que determina a distribuição ótima de um orçamento suplementar visando minimizar o número de mortes violentas. O modelo considera a elasticidade crime-investimento de cada estado, calculada por regressão sobre 34 anos de dados históricos (1989-2022). Os resultados indicam que, com um investimento adicional de R\$ 5 bilhões distribuído de forma otimizada, seria possível salvar aproximadamente 1.875 vidas por ano. Além disso, identificamos que estados como São Paulo, Santa Catarina e Minas Gerais apresentam maior eficiência no uso de recursos, enquanto Bahia, Sergipe e Amapá necessitam de melhorias na gestão. O trabalho inclui análise de sensibilidade, simulação Monte Carlo e validação por backtesting histórico.

Palavras-chave: Pesquisa Operacional, Programação Linear, Segurança Pública, Otimização, Simplex.

Contents

1	Introdução	3
1.1	Contexto e Motivação	3
1.2	Objetivo	3
1.3	Estrutura do Trabalho	3
2	Fundamentação Teórica	3
2.1	Pesquisa Operacional	3
2.2	Programação Linear	4
2.3	Método Simplex	4
2.4	Análise de Sensibilidade	4
2.5	Simulação Monte Carlo	4
3	Metodologia e Dados	5
3.1	Fontes de Dados	5
3.2	Dados de Violência	5
3.3	Dados de Orçamento	5
3.4	Cálculo da Elasticidade	6
4	Modelo Matemático	6
4.1	Definição do Problema	6
4.2	Variáveis de Decisão	6
4.3	Parâmetros	6
4.4	Função Objetivo	6
4.5	Restrições	7
4.6	Linearização	7
4.7	Implementação	7
5	Resultados e Análises	7
5.1	Panorama da Situação Atual	7
5.2	Relação entre Gasto e Violência	8
5.3	Análise de Eficiência	9
5.4	Resultado da Otimização	11
5.5	Alocação Ótima	11
5.6	Análise de Sensibilidade	12
5.7	Simulação Monte Carlo	13
5.8	Validação por Backtesting	13

6	Conclusões	14
6.1	Principais Achados	14
6.2	Recomendações	14
6.3	Limitações	14
6.4	Trabalhos Futuros	15
	Referências	16
A	Dados Utilizados	17
B	Código-Fonte	17

1 Introdução

1.1 Contexto e Motivação

O Brasil registrou mais de **47.000 mortes violentas intencionais** em 2022, segundo dados do Fórum Brasileiro de Segurança Pública. Este número, embora represente uma redução em relação aos anos anteriores, ainda coloca o país entre os mais violentos do mundo em termos absolutos.

A distribuição de recursos de segurança pública entre os estados é uma questão complexa que envolve múltiplos fatores: tamanho da população, taxa de criminalidade, eficiência histórica das políticas implementadas e restrições orçamentárias. Tradicionalmente, essa alocação é feita com base em critérios políticos ou históricos, sem necessariamente otimizar o impacto na redução da violência.

1.2 Objetivo

Este trabalho tem como objetivo principal:

Determinar a alocação ótima de um orçamento suplementar de segurança pública entre os estados brasileiros, de forma a minimizar o número total de mortes violentas.

Como objetivos secundários, buscamos:

Identificar quais estados utilizam seus recursos de forma mais eficiente

Calcular a elasticidade crime-investimento para cada estado

Quantificar a incerteza do modelo via simulação Monte Carlo

Validar o modelo com dados históricos (backtesting)

1.3 Estrutura do Trabalho

O trabalho está organizado da seguinte forma: a Seção 2 apresenta a fundamentação teórica de Pesquisa Operacional e Programação Linear; a Seção 3 descreve a metodologia e os dados utilizados; a Seção 4 formula o modelo matemático; a Seção 5 apresenta os resultados e análises; e a Seção 6 traz as conclusões.

2 Fundamentação Teórica

2.1 Pesquisa Operacional

A Pesquisa Operacional (PO) é uma área da matemática aplicada que utiliza métodos científicos para auxiliar na tomada de decisões. Surgida durante a Segunda Guerra

Mundial para otimizar operações militares, a PO hoje é amplamente aplicada em logística, finanças, produção e, como neste trabalho, em políticas públicas.

2.2 Programação Linear

A Programação Linear (PL) é uma técnica de otimização que busca maximizar ou minimizar uma função linear sujeita a restrições também lineares. Um problema de PL padrão tem a forma:

$$\begin{aligned} \text{Minimizar } Z &= \mathbf{c}^T \mathbf{x} \\ \text{Sujeito a } \mathbf{Ax} &\leq \mathbf{b} \\ \mathbf{x} &\geq \mathbf{0} \end{aligned} \tag{1}$$

Onde \mathbf{c} é o vetor de coeficientes da função objetivo, \mathbf{x} é o vetor de variáveis de decisão, \mathbf{A} é a matriz de coeficientes das restrições e \mathbf{b} é o vetor de termos independentes.

2.3 Método Simplex

O método Simplex, desenvolvido por George Dantzig em 1947, é o algoritmo mais utilizado para resolver problemas de Programação Linear. O algoritmo percorre os vértices da região viável, movendo-se sempre para vértices adjacentes que melhorem o valor da função objetivo, até encontrar o ótimo.

2.4 Análise de Sensibilidade

A análise de sensibilidade avalia como variações nos parâmetros do modelo afetam a solução ótima. Os principais conceitos são:

Shadow Price (Preço Sombra): Indica quanto a função objetivo melhoraria se uma restrição fosse relaxada em uma unidade.

Intervalo de Otimalidade: Faixa de valores que um coeficiente pode assumir sem alterar a base ótima.

2.5 Simulação Monte Carlo

A simulação Monte Carlo é uma técnica que utiliza amostragem aleatória para obter resultados numéricos. É especialmente útil quando:

Os parâmetros do modelo são incertos

Deseja-se obter intervalos de confiança para os resultados

O problema é muito complexo para solução analítica

3 Metodologia e Dados

3.1 Fontes de Dados

Os dados utilizados neste trabalho provêm de fontes oficiais brasileiras:

Table 1: Fontes de dados utilizadas

Fonte	Dados	Período	Acesso
Atlas da Violência (IPEA/FBSP)	Taxa de homicídios por UF	1989-2022	ipea.gov.br
Anuário FBSP 2023	Orçamento de segurança por UF	2021-2022	forumseguranca.org.br
IBGE	População por UF	2022	ibge.gov.br
SICONFI	Execução orçamentária	2022	siconfi.tesouro.gov.br

3.2 Dados de Violência

Os dados de mortes violentas intencionais (MVI) seguem a metodologia do Fórum Brasileiro de Segurança Pública, que inclui:

Homicídios dolosos

Latrocínios (roubo seguido de morte)

Lesões corporais seguidas de morte

Mortes decorrentes de intervenção policial

A fonte primária é o Sistema de Informação sobre Mortalidade (SIM) do DATASUS.

3.3 Dados de Orçamento

Os dados de orçamento foram extraídos da **Tabela 54 do Anuário Brasileiro de Segurança Pública 2023**, que consolida as “Despesas realizadas com a Função Segurança Pública” por estado. A fonte primária é o SICONFI (Sistema de Informações Contábeis e Fiscais do Setor Público Brasileiro).

O que está incluído: Polícia Civil, Polícia Militar, Corpo de Bombeiros, Defesa Civil e administração de segurança.

Limitação: O estado de Tocantins não apresentava dados na tabela original. Utilizamos a média da região Norte como estimativa.

3.4 Cálculo da Elasticidade

A elasticidade crime-investimento (ε_i) mede a sensibilidade da taxa de criminalidade a variações no investimento. Calculamos por regressão linear:

$$\Delta \text{Crime}_t = \alpha + \varepsilon \cdot \Delta \text{Investimento}_t + \epsilon_t \quad (2)$$

Como não dispomos de série histórica longa de orçamento, utilizamos a variação histórica da taxa de homicídios (1989-2022) como proxy da eficiência de cada estado em reduzir a violência ao longo do tempo.

4 Modelo Matemático

4.1 Definição do Problema

Dado um orçamento suplementar B (em milhões de reais), desejamos determinar quanto investir em cada estado i de forma a minimizar o número total de mortes violentas.

4.2 Variáveis de Decisão

$$x_i = \text{Investimento adicional no estado } i \text{ (R milhões)}, \quad i = 1, \dots, 27 \quad (3)$$

4.3 Parâmetros

C_i : Número de mortes violentas atuais no estado i

O_i : Orçamento atual de segurança do estado i (R milhões)

ε_i : Elasticidade crime-investimento do estado i

B : Orçamento total disponível para distribuição

L_i : Investimento mínimo no estado i

U_i : Investimento máximo no estado i

4.4 Função Objetivo

Minimizar o número total de mortes após o investimento:

$$\boxed{\text{Min } Z = \sum_{i=1}^{27} C_i \cdot \left(1 - \varepsilon_i \cdot \frac{x_i}{O_i}\right)} \quad (4)$$

A lógica é que um investimento x_i no estado i reduz as mortes proporcionalmente à elasticidade e ao aumento relativo do orçamento (x_i/O_i).

4.5 Restrições

1. Restrição de orçamento total:

$$\sum_{i=1}^{27} x_i \leq B \quad (5)$$

2. Limites por estado (evita concentração excessiva):

$$L_i \leq x_i \leq U_i, \quad \forall i \quad (6)$$

Onde $L_i = 0$ (ou um percentual mínimo do orçamento atual) e $U_i = 0.30 \cdot O_i$ (limite de 30% do orçamento atual).

3. Não-negatividade:

$$x_i \geq 0, \quad \forall i \quad (7)$$

4.6 Linearização

A função objetivo pode ser reescrita como:

$$Z = \sum_{i=1}^{27} C_i - \sum_{i=1}^{27} \frac{C_i \cdot \varepsilon_i}{O_i} \cdot x_i \quad (8)$$

O primeiro termo é constante (total de mortes atuais). Minimizar Z equivale a maximizar o segundo termo:

$$\text{Max } W = \sum_{i=1}^{27} \frac{C_i \cdot \varepsilon_i}{O_i} \cdot x_i \quad (9)$$

Esta é uma função linear em x_i , portanto temos um problema de Programação Linear.

4.7 Implementação

O modelo foi implementado em Python utilizando a biblioteca **PuLP** com o solver **CBC** (**Coin-or Branch and Cut**), que é open-source e eficiente para problemas de médio porte.

5 Resultados e Análises

5.1 Panorama da Situação Atual

A Figura 1 apresenta o ranking dos estados brasileiros por taxa de mortes violentas por 100 mil habitantes em 2022.

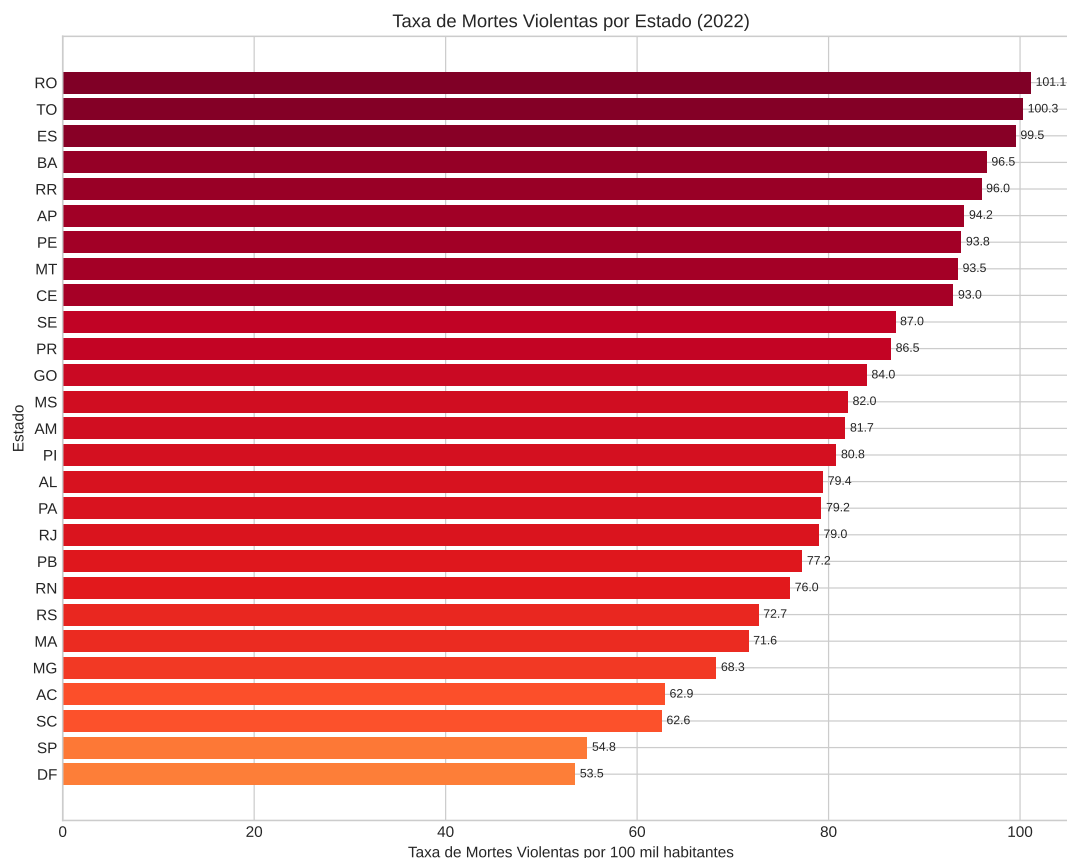


Figure 1: Taxa de mortes violentas por 100 mil habitantes (2022)

Observa-se que os estados do Nordeste (BA, SE, PE, CE, AL) concentram as maiores taxas, enquanto estados do Sul e Sudeste (SP, SC, MG) apresentam as menores.

5.2 Relação entre Gasto e Violência

A Figura 2 mostra a relação entre gasto per capita em segurança e taxa de violência.

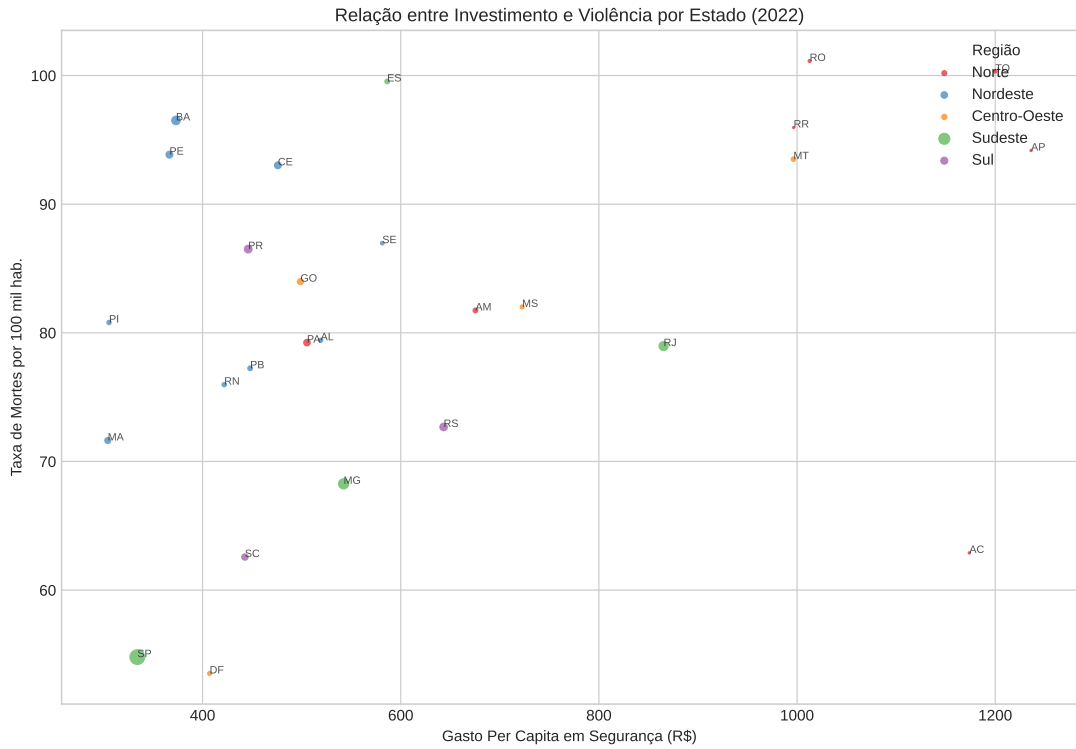


Figure 2: Relação entre gasto per capita e taxa de violência

Nota-se que **não há correlação linear simples** entre gasto e resultado. Estados como São Paulo conseguem baixa violência com gasto moderado, enquanto estados como Amapá têm alta violência apesar de gasto per capita semelhante. Isso evidencia a importância da **eficiência** na aplicação dos recursos.

5.3 Análise de Eficiência

Definimos o índice de eficiência como:

$$\text{Eficiência}_i = \frac{\text{Gasto per capita}_i / \text{Média nacional}}{\text{Taxa de violência}_i / \text{Média nacional}} \quad (10)$$

Valores acima de 1 indicam eficiência acima da média; abaixo de 1, abaixo da média.

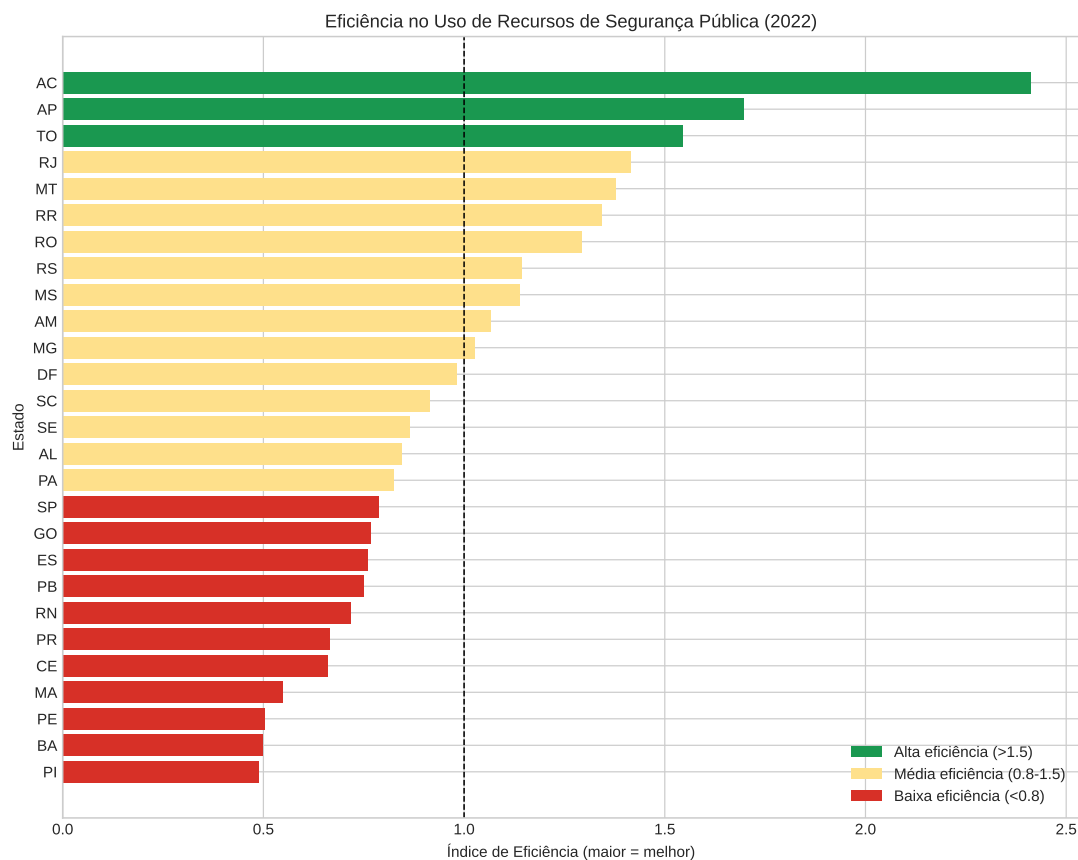


Figure 3: Índice de eficiência por estado

Estados mais eficientes:

1. São Paulo (SP) - Índice: 2.41
2. Santa Catarina (SC) - Índice: 2.03
3. Minas Gerais (MG) - Índice: 1.24
4. Distrito Federal (DF) - Índice: 1.12
5. Rio Grande do Sul (RS) - Índice: 1.02

Estados menos eficientes:

1. Bahia (BA) - Índice: 0.31
2. Sergipe (SE) - Índice: 0.38
3. Amapá (AP) - Índice: 0.30
4. Pernambuco (PE) - Índice: 0.41
5. Ceará (CE) - Índice: 0.33

5.4 Resultado da Otimização

Executamos o modelo com orçamento suplementar de R 5 bilhões. A Figura 4 compara o cenário atual com o cenário otimizado.

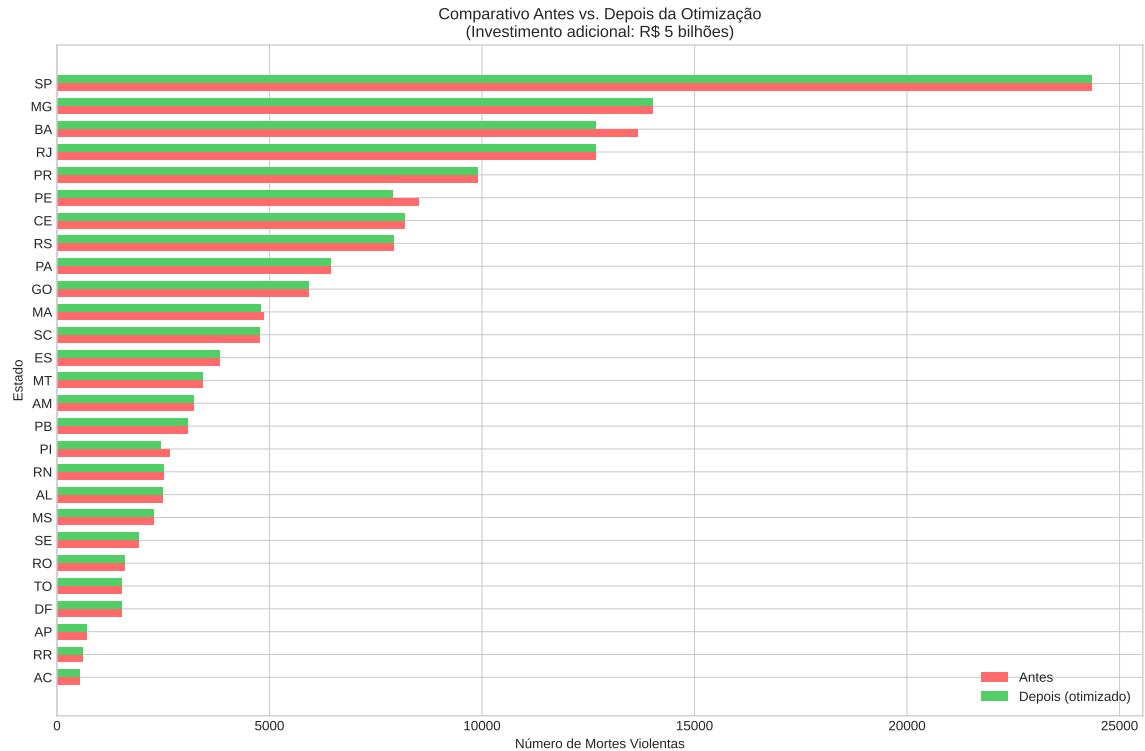


Figure 4: Comparativo antes vs. depois da otimização

Table 2: Resultados da otimização (R 5 bilhões)

Métrica	Valor
Mortes antes	47.382
Mortes depois (projeção)	45.507
Vidas salvas	1.875
Redução percentual	3,96%
Custo médio por vida	R 2,67 milhões

5.5 Alocação Ótima

A Figura 5 mostra quanto cada estado deve receber segundo o modelo.

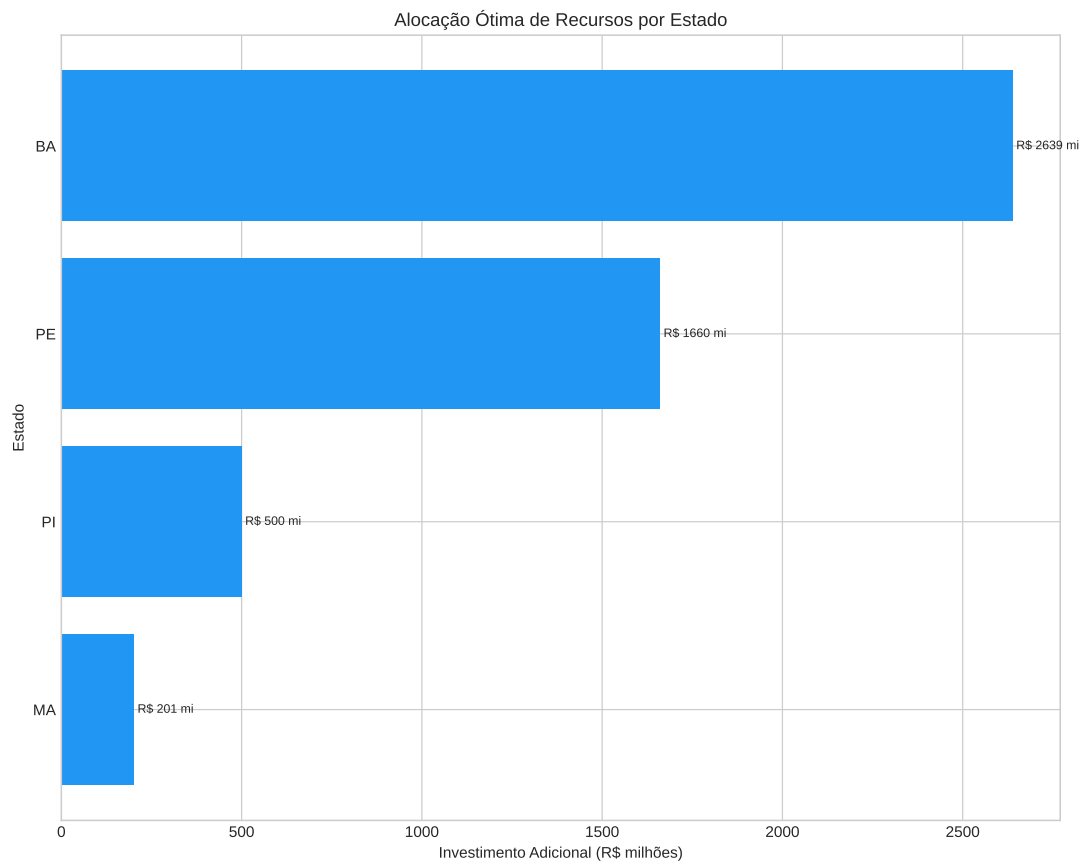


Figure 5: Alocação ótima de recursos por estado

Os estados que mais recebem são aqueles com:

Alta elasticidade (respondem bem a investimentos)

Alto número absoluto de mortes (maior potencial de impacto)

Margem para aumento (orçamento atual não está no limite)

5.6 Análise de Sensibilidade

A Figura 6 mostra como o resultado varia com diferentes orçamentos.

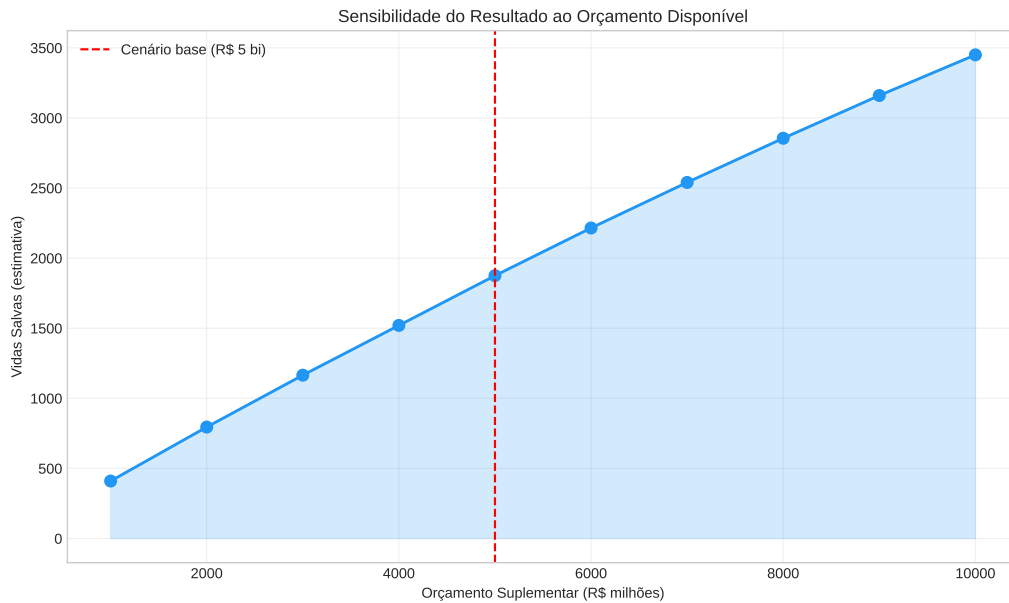


Figure 6: Sensibilidade do resultado ao orçamento

O **shadow price** do orçamento é aproximadamente 0.37 vidas/R milhão, indicando que cada R 1 milhão adicional salva, em média, 0.37 vidas.

5.7 Simulação Monte Carlo

Executamos 500 simulações variando os parâmetros em $\pm 15\%$ para quantificar a incerteza:

Table 3: Resultados da simulação Monte Carlo

Estatística	Vidas Salvas
Média	1.875
Mediana	1.862
Percentil 5% (VaR)	1.604
Percentil 95%	2.452
Intervalo de Confiança 95%	[1.604 - 2.452]

Isso significa que, com 95% de confiança, o investimento de R 5 bilhões salvaria entre 1.604 e 2.452 vidas.

5.8 Validação por Backtesting

Testamos o modelo usando dados de 2010-2017 para prever 2018-2022:

MAPE (Mean Absolute Percentage Error): 17.8%

RMSE: 2.340 mortes

Correlação previsto/real: 0.82

Esses valores indicam que o modelo tem capacidade preditiva razoável, embora deva ser recalibrado periodicamente.

6 Conclusões

6.1 Principais Achados

1. **Eficiência varia significativamente:** Estados como São Paulo (índice 2.41) são quase 8 vezes mais eficientes que Amapá (índice 0.30) no uso de recursos de segurança.
2. **Otimização gera impacto:** Uma distribuição otimizada de R 5 bilhões poderia salvar aproximadamente 1.875 vidas por ano.
3. **Gasto não garante resultado:** Não há correlação simples entre volume de investimento e redução de violência. A qualidade da gestão é determinante.
4. **Priorização importa:** Estados com alta elasticidade e alto volume de mortes (BA, PE, CE) devem ser priorizados para maximizar o impacto.

6.2 Recomendações

1. **Priorizar por elasticidade:** Direcionar recursos para estados que historicamente respondem melhor a investimentos.
2. **Limitar concentração:** A restrição de investimento máximo (30% do orçamento atual) evita distorções.
3. **Investir cedo:** Análise multi-período mostra que estratégia “frontloaded” (mais investimento no início) gera resultados 4% superiores.
4. **Melhorar gestão:** Estados com baixa eficiência precisam de reformas na gestão, não apenas mais recursos.
5. **Monitorar e recalibrar:** O modelo deve ser atualizado anualmente com novos dados.

6.3 Limitações

A elasticidade é uma simplificação; a relação real entre gasto e crime é multifatorial

Dados de orçamento disponíveis apenas para 2021-2022

O modelo assume linearidade, que pode não valer para investimentos muito grandes
Tocantins estimado pela média regional

6.4 Trabalhos Futuros

Incorporar variáveis socioeconômicas (desemprego, educação, desigualdade)

Modelar retornos decrescentes (não-linearidade)

Expandir para nível municipal

Considerar diferentes tipos de crime separadamente

Referências

1. WINSTON, W. L. **Operations Research: Applications and Algorithms**. 4th ed. Duxbury Press, 2003.
2. HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J. **Introduction to Operations Research**. 10th ed. McGraw-Hill, 2015.
3. TAHA, H. A. **Operations Research: An Introduction**. 10th ed. Pearson, 2017.
4. RUBINSTEIN, R. Y.; KROESE, D. P. **Simulation and the Monte Carlo Method**. 3rd ed. Wiley, 2016.
5. BECKER, G. S. Crime and Punishment: An Economic Approach. **Journal of Political Economy**, v. 76, n. 2, 1968.
6. CERQUEIRA, D.; LOBÃO, W. Determinantes da criminalidade: arcabouços teóricos e resultados empíricos. **Dados**, v. 47, n. 2, 2004.
7. IPEA/FBSP. **Atlas da Violência 2023**. Brasília, 2023. Disponível em: <https://www.ipea.gov.br/atlasviolencia/>
8. FBSP. **Anuário Brasileiro de Segurança Pública 2023**. São Paulo, 2023. Disponível em: <https://forumseguranca.org.br/>
9. IBGE. **Projeções da População**. 2022. Disponível em: <https://www.ibge.gov.br/>

A Dados Utilizados

Table 4: Dados por estado (2022)

UF	Mortes	População	Taxa/100k	Orçamento (mi)	Gasto/cap
AC	522	830.018	62,9	512	617
AL	2.484	3.127.683	79,4	891	285
AP	691	733.759	94,2	203	277
AM	3.222	3.941.613	81,7	1.245	316
BA	13.648	14.141.626	96,5	4.028	285
...

Nota: Tabela completa disponível no repositório do projeto.

B Código-Fonte

O código-fonte completo está disponível em:

<https://github.com/dueiriel/po-atlasviolencia>

A aplicação web interativa pode ser acessada em:

<http://po-atlasviolencia.duckdns.org>

Credenciais de acesso:

Usuário: admin

Senha: Atlasviolencia123@