

UNIVERSITÉ CATHOLIQUE DE LOUVAIN
Faculté des Sciences
Département de Physique

Ventilation et rétention dans un bassin océanique idéalisé

Mémoire présenté par CATHERINE TIMMERMANS
en vue de l'obtention du grade de
licenciée en sciences physiques.

Promoteurs : E. DELEERSNIJDER, T. FICHEFET
Lecteur : J-F. REMACLE

Louvain-la-Neuve
Année académique 2005–2006

Merci à tous ceux qui ont contribué à la réalisation de ce travail.

Merci à Monsieur Deleersnijder et à Monsieur Fichefet d'avoir été promoteurs de ce mémoire.

Merci à Monsieur Remacle d'en être le lecteur.

Merci aussi à Madame Mouchet pour ses informations concernant les échanges de carbone à l'interface air-mer.

Merci enfin à Jacques et à Géry pour leurs conseils de graphisme et de mise en page.

Table des matières

Introduction	3
1 Cadre général	7
1.1 La circulation océanique à la plus grande échelle dans l'océan Atlantique	7
1.2 Le dioxyde de carbone dans l'océan et ses échanges à l'interface air-mer	11
2 Formalisation du problème étudié	17
2.1 Une représentation idéalisée de la circulation méridienne dans l'océan Atlantique	17
2.2 La représentation du dioxyde de carbone et de ses échanges à l'interface air-mer	20
2.3 Le problème différentiel pour l'âge	22
2.4 Le problème différentiel pour le temps de résidence	26
3 Études préliminaires	31
3.1 L'âge, le temps de résidence et le temps de transit dans une colonne d'eau sujette à la diffusion	31
3.2 L'âge, le temps de résidence et le temps de transit dans la « boucle de Munk »	33
4 Simulation numérique	39
4.1 La structure générale du programme	39
4.2 Le calcul du champ de vitesse	42
4.3 L'implémentation des modules de calcul de l'âge et du temps de résidence	42
5 Résultats et discussion	48
5.1 Les champs d'âge, de temps de résidence et de temps de transit pour l'eau de mer et le dioxyde de carbone	48
5.2 Une étude de sensibilité	53
Conclusion	73
Bibliographie	74

Introduction

La circulation de l'océan mondial à la plus grande échelle peut être envisagée comme un renouvellement progressif des eaux de l'océan profond par de l'eau qui fut antérieurement présente dans la couche océanique superficielle [England, 1995]. Ce phénomène est appelé la ventilation de l'océan. Or, les caractéristiques principales d'une parcelle d'eau de mer - la température, la salinité et la concentration en gaz dissous - sont essentiellement déterminées par les échanges de chaleur, d'eau douce et de gaz qui s'effectuent au niveau de l'interface air-mer du bassin océanique. Lorsqu'une parcelle d'eau de la couche superficielle de l'océan est entraînée vers la profondeur, elle conserve l'empreinte des caractéristiques physiques et chimiques acquises lors de son passage dans la couche océanique superficielle. Primeau [2005] parle à ce propos de « mémoire à long terme des parcelles fluides ». Il souligne que pour une parcelle d'eau donnée, cette mémoire n'excède pas le temps durant lequel la parcelle est isolée de l'atmosphère : elle ne précède pas son dernier passage dans la couche de surface ni ne persiste après son dernier passage dans celle-ci puisque les interactions air-mer « réinitialisent » les propriétés de la parcelle à chacun de ses séjours dans la couche océanique superficielle. Cette mémoire de la parcelle est néanmoins altérée par des processus de mélange et des réactions chimiques qui se superposent à l'advection par la circulation océanique en sorte que les différents constituants d'une parcelle d'eau - particules d'eau, sels, et constituants dissous - sont susceptibles d'avoir une histoire propre.

Mieux connaître les échelles de temps auxquelles se réalise la ventilation de l'océan est essentiel, car la rapidité de ventilation influence la capacité de l'océan à répondre à des changements climatiques. Cette capacité de l'océan se traduit non seulement par une redistribution de la chaleur mais également par sa faculté à absorber des gaz présents dans l'atmosphère tels le dioxyde de carbone (CO_2) dont la concentration dans l'atmosphère est de nos jours en augmentation croissante. Elle est passée de 220 $ppmv^1$ environ à l'époque préindustrielle à environ 370 $ppmv$ aujourd'hui [IPCC, 2001].

Par ailleurs, dans son rapport sur l'évaluation du climat [IPCC, 2001], le Groupe intergouvernemental d'experts sur l'évolution du climat (GIEC), souligne qu' « un nombre croissant d'observations nous donne aujourd'hui une image d'ensemble d'une planète qui se réchauffe ». Il indique que la température moyenne globale à la surface s'est accrue d'environ 0.6 degrés au cours du XX^e siècle et que cette tendance à la hausse semble se poursuivre actuellement. Il souligne que « l'essentiel du réchauffement observé ces 50 dernières années est probablement ² dû à l'augmentation des concentrations de gaz à effet de serre dans l'atmosphère » et que, parmi ceux-ci, le CO_2 est particulièrement

¹Partie par million en volume.

²Ceci signifie qu'il y a entre 66 et 90% de chances que cela soit vrai.

en cause. Il ajoute qu'il « est pratiquement certain³ que les émissions [anthropiques] de CO_2 [...] vont exercer une influence dominante, tout au long du XXI^e siècle, sur les tendances de la concentration de CO_2 dans l'atmosphère ». Si l'on souhaite stabiliser cette concentration de CO_2 dans l'atmosphère, il paraît dès lors nécessaire d'en réduire fortement les émissions d'origine humaine.

Dans ce contexte, l'injection délibérée dans l'océan de CO_2 d'origine anthropique a été proposée comme procédé technologique d'atténuation de ses impacts climatiques. Selon le rapport spécial du GIEC sur la capture et le stockage du CO_2 [IPCC, 2005], la mise en oeuvre d'une telle injection ne semble pas devoir se heurter à des difficultés techniques majeures. En revanche, elle soulève des questions relativement à son coût - notamment en termes d'énergie et d'émission de CO_2 - et suscite de vives controverses quant aux répercussions qu'elle serait susceptible d'entraîner, en particulier sur les écosystèmes marins. Quoiqu'il en soit, la pertinence de cette option dépend en premier lieu de la capacité de l'océan à séquestrer le CO_2 injecté. Cette capacité de l'océan à conserver un constituant en son sein est appelée la rétention.

La rétention du CO_2 est limitée par les interactions océan-atmosphère. En effet, si la concentration en CO_2 d'une parcelle d'eau qui arrive dans la couche océanique superficielle est supérieure à la concentration en CO_2 de l'atmosphère sus-jacente, du CO_2 est libéré vers l'atmosphère jusqu'à ce qu'un nouvel équilibre s'établisse entre les concentrations respectives de la parcelle et de l'atmosphère. Cependant, tout le CO_2 injecté à un certain instant en un point n'atteint pas cette couche superficielle au même moment ni au même lieu, en raison des processus de mélange et des réactions chimiques qui se superposent à l'advection par la circulation océanique. Chacune des particules de la masse de CO_2 injectée est dès lors susceptible de connaître un devenir propre.

Ainsi, la rapidité de ventilation de l'océan et sa capacité de rétention sont toutes deux déterminées par les interactions air-mer à grande échelle. Le présent travail a été réalisé dans la perspective d'une meilleure compréhension des temps caractéristiques auxquels se déroulent ces processus. Deux échelles de temps - l'âge et le temps de résidence - permettent de les estimer en tout point d'un domaine d'intérêt.

Tout au long de ce travail, on utilisera les termes d'âge et de temps de résidence dans les sens suivants, dérivés de *Deleersnijder et al. [2001]* et *Delhez et al. [2004]* :

Âge d'une particule d'un constituant dissous : temps écoulé depuis que la particule considérée a pénétré dans l'océan.

Temps de résidence d'une particule d'un constituant dissous : temps nécessaire à cette particule pour retourner dans l'atmosphère.

Âge d'une particule d'eau de mer : temps écoulé depuis le dernier passage de la particule dans la couche océanique superficielle.

Temps de résidence d'une particule d'eau de mer : temps nécessaire pour que cette particule se retrouve dans la couche océanique superficielle.

Ces concepts sont illustrés à la figure 1.

³Ceci signifie qu'il y a plus de 99% de chances que ce soit vrai.

Une double définition complémentaire est encore introduite :

Temps de transit d'une particule d'un constituant dissous : temps de présence de cette particule dans l'océan.

Temps de transit d'une particule d'eau de mer : temps écoulé entre deux passages successifs de cette particule dans la couche océanique superficielle.

Le temps de transit est donc, tant pour une particule d'eau de mer que pour un constituant dissous, la somme de l'âge et du temps de résidence.

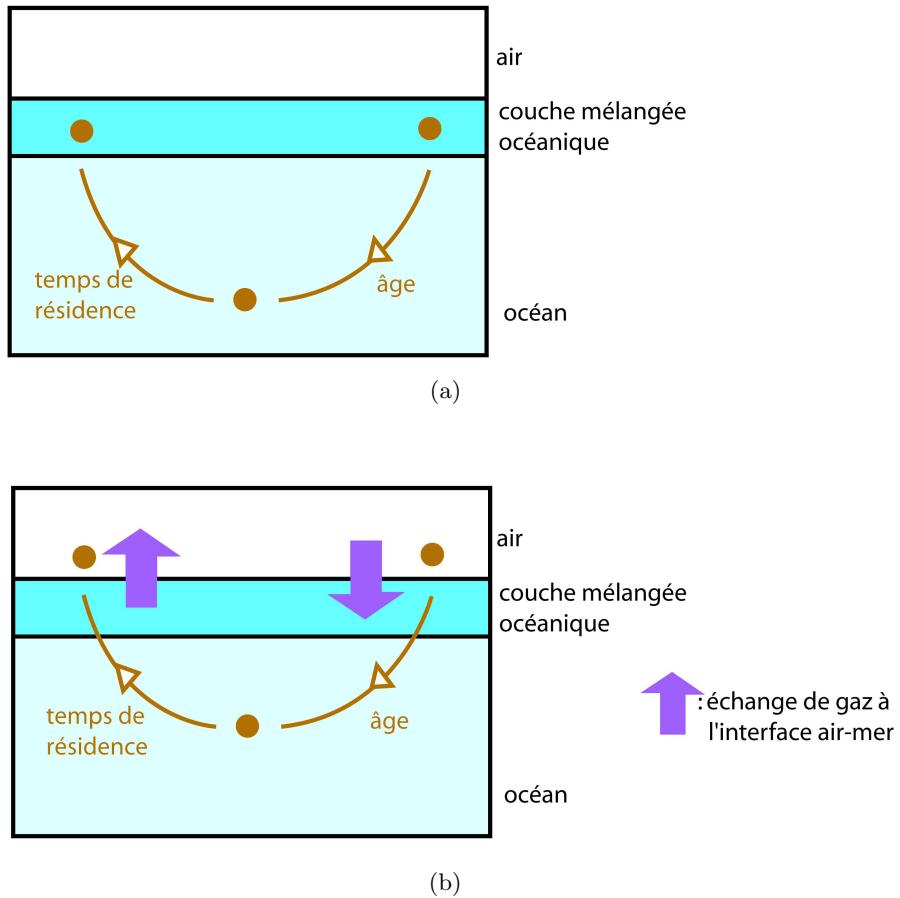


FIG. 1 – (a) : définition de l'âge et du temps de résidence d'une particule d'eau de mer. (b) : définition de l'âge et du temps de résidence d'une particule d'un constituant gazeux dissous.

Pour évaluer ces grandeurs, on dispose de la théorie CART - *Constituent-oriented Age and Residence time Theory* - essentiellement introduite par Deleersnijder *et al.* [2001] et Delhez *et al.* [2004]. Celle-ci a été conçue comme un outil pour l'investigation et l'interprétation de modèles numériques d'océan via l'estimation d'échelles de temps diagnostiques, c'est-à-dire de variables dont la valeur est déterminée par l'écoulement mais qui ne déterminent pas celui-ci. CART permet de prendre en compte tous les processus qui affectent le devenir d'une masse d'eau ou d'un constituant dissous : advection, mélange et phénomènes de production-destruction.

L'objectif de ce travail est la détermination des champs d'âge, de temps de résidence et de temps de transit, tant pour l'eau de mer que pour le dioxyde de carbone, dans un bassin océanique moyen-zonalement. Celui-ci présente de façon idéalisée certains traits majeurs de l'océan Atlantique.

Le **premier chapitre** présente les caractéristiques essentielles de la circulation dans cet océan à la plus grande échelle. Il introduit également la chimie du carbone dans l'océan et les échanges de dioxyde de carbone à l'interface air-mer. Ceci fixe le **cadre général du problème**. Le **second chapitre** définit le bassin océanique idéalisé qui sera analysé, indique comment le transfert de dioxyde de carbone entre l'océan et l'atmosphère peut être représenté et développe les problèmes différentiels qui devront être résolus pour la détermination des champs d'âge et de temps de résidence. Ceci constitue la **formalisation du problème** qui sera étudié. Afin de développer une première intuition physique de la situation, deux problèmes unidimensionnels comportant une solution analytique ont été étudiés. Ces **études préliminaires** sont l'objet du **troisième chapitre**. Pour obtenir les champs d'âge, de temps de résidence et de temps de transit de l'eau de mer et du dioxyde de carbone, dans le bassin océanique idéalisé considéré, une **simulation numérique** a été réalisée. Le **quatrième chapitre** lui est consacré. Enfin, le **cinquième chapitre** de ce travail présente et discute les **résultats obtenus** ainsi qu'une étude de sensibilité de ceux-ci.

Chapitre 1

Le cadre général du problème

La circulation océanique à la plus grande échelle dans l'océan Atlantique, la chimie du carbone dans l'océan et les échanges de dioxyde de carbone à l'interface air-mer.

La circulation idéalisée qui sera définie et étudiée dans le cadre de ce mémoire est construite pour reproduire certains traits majeurs de la circulation méridienne moyenne de l'océan Atlantique. La première section de ce chapitre constitue un bref rappel des caractéristiques globales de celle-ci. Par ailleurs, comme un intérêt particulier sera accordé au dioxyde de carbone tout au long de cette étude, la seconde section de ce chapitre est consacrée au comportement de ce dernier dans l'océan et à l'interface océan-atmosphère.

1.1 La circulation océanique à la plus grande échelle dans l'océan Atlantique

La plus grande partie de l'océan Atlantique est composée d'eau froide. Seule une poche d'eau peu profonde, située environ entre les latitudes 43° Sud et 52° Nord présente une température supérieure à 10° C, comme l'illustre la figure 1.1. Cette poche d'eau est limitée en profondeur par une thermocline, c'est-à-dire une zone de fort gradient de température. Cette thermocline se trouve à une profondeur qui varie entre 200 et 1000 m. Les anglo-saxons nomment cette poche d'eau chaude *Warm Water Sphere* et utilisent pour la désigner l'acronyme *WWS*. Cette notation sera également utilisée dans la suite du texte. Comme on le verra, la présence de cette *WWS* et des courants qui la traversent a un effet crucial pour la circulation océanique ainsi que pour les interactions à grande échelle entre l'océan et l'atmosphère.

La circulation dans la *WWS*, et plus généralement au sein de la couche supérieure de l'océan (environ les 10% supérieurs du volume océanique), est essentiellement déterminée par les vents. En moyenne zonale, le transport des masses d'eau dans la couche supérieure de l'océan Atlantique est dirigé vers le Nord. Un transport vertical, appelé transport d'Ekman, s'y superpose à cette circulation « horizontale »¹. Lui aussi est essentiellement déterminé par les vents. En outre, dans les premières dizaines de mètres

¹Voir à ce propos un cours d'océanographie physique

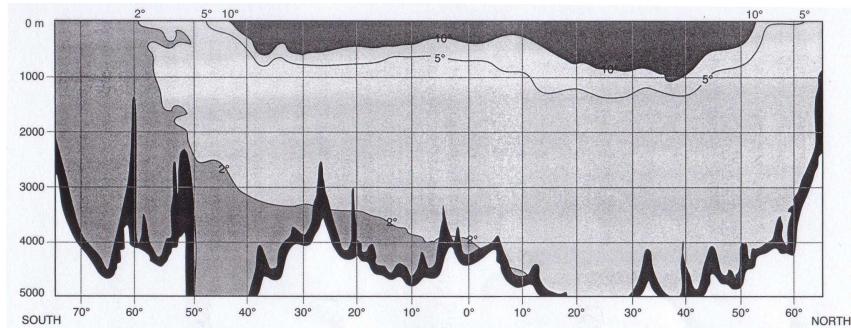


FIG. 1.1 – **Warm Water Sphere** dans une section Sud-Nord de l’océan Atlantique. [Wüsst, 1935]

de l’océan, la tension éolienne à la surface induit un mélange turbulent important dont résulte une homogénéisation des propriétés de l’eau de mer dans la couche superficielle. Pour cette raison, celle-ci est appelée couche mélangée océanique. Elle est essentiellement limitée en profondeur par l’existence d’une thermocline qui freine le mélange vertical. Celle-ci peut être plus ou moins marquée selon les variations saisonnières de la température.

Pour esquisser la circulation impliquant les masses d’eau profonde de l’océan, il est utile de mettre en regard les cartes présentées par les figures 1.2(a) et 1.2(b). La première est une carte du flux de chaleur net, en moyenne annuelle, à la surface de l’océan Atlantique. Globalement, on peut constater que l’Atlantique gagne de la chaleur dans l’hémisphère Sud et en perd dans l’hémisphère Nord. La seconde est une carte des températures de surface de l’océan. L’observation de la figure 1.2(b) montre que ces pertes de chaleur dans l’Atlantique Nord ne correspondent pas à un refroidissement constant de la surface de l’océan. Au contraire, l’hémisphère Nord est globalement bien plus chaud que l’hémisphère Sud où la *WWS* de l’Atlantique s’étend d’ailleurs de 10 à 20° de latitude plus loin vers le pôle. Il s’ensuit que la perte de chaleur au Nord doit être compensée par un transport de chaleur océanique important, assuré par les courants qui traversent la *WWS*.

Affirmer qu’il y a une perte nette de chaleur dans l’Atlantique Nord revient à dire que les parcelles d’eau y subissent un refroidissement et quittent donc finalement la *WWS*. Cette sortie de la *WWS* correspond à une conversion d’eau chaude en eau froide ; elle se produit lors des phénomènes dits « de convection profonde », étudiés notamment dans [Killworth, 1983]. Leur déroulement est illustré à la figure 1.3.

Sous l’action d’un fort vent de surface, de l’eau chaude et salée parvenant dans les mers de l’Atlantique Nord forme, juste sous la couche de mélange, une poche d’eau chaude et dense, animée d’une circulation cyclonique. A la gyre ainsi formée correspond un pompage d’Ekman positif et l’on observe en conséquence un soulèvement des courbes isothermes, isohalines et isopycnies dans la colonne d’eau. Vers le milieu de l’hiver, un refroidissement continu de la surface combiné à des vents forts occasionne une turbulence convective qui accroît la profondeur de la couche de mélange et entraîne du fluide de plus grande densité vers la surface. Ceci réduit la stabilité de la colonne d’eau. La couche de mélange érode finalement la thermocline saisonnière correspondant à la limite supérieure du dôme d’eau relativement chaude et salée sous-jacent. En outre, la formation de glace de mer à la surface peut entraîner un rejet de sel dans la couche de mélange, ce qui contribue encore à augmenter sa densité et à diminuer la stabi-

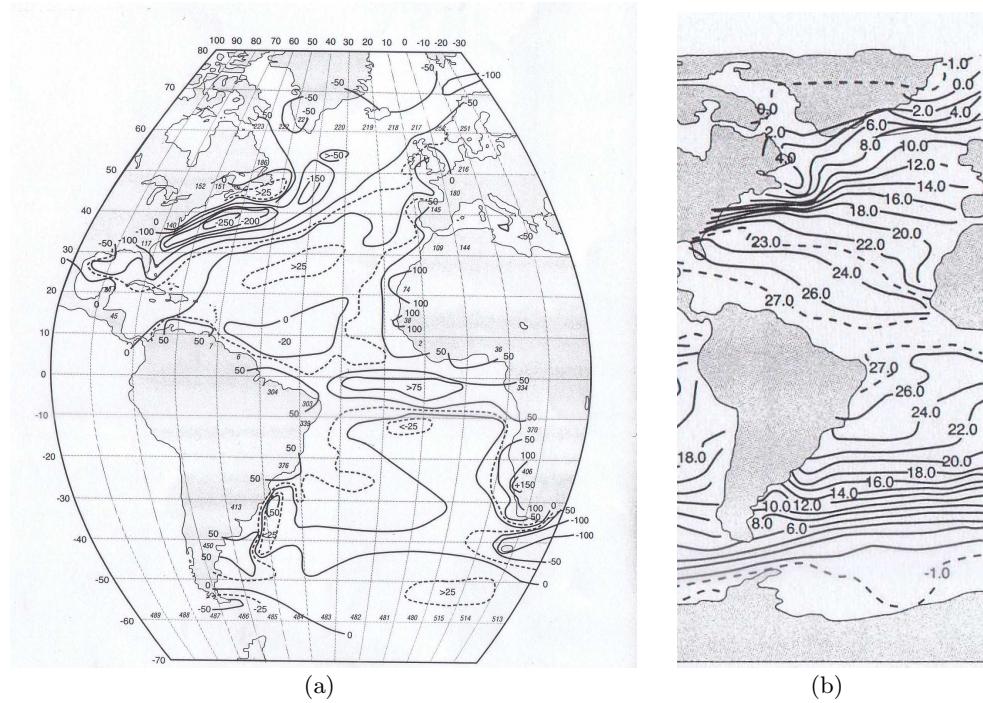


FIG. 1.2 – (a) Carte du flux de chaleur net, en moyenne annuelle, à la surface de l'océan Atlantique. Adapté de [Bunker, 1988 ; Bunker & Worthington, 1976] dans [Csanady, 2001]. (b) Carte des températures de surface de l'océan Atlantique en moyenne annuelle. Adapté de [Levitus, 1982]

lité verticale de la gyre. La mise en place de cette configuration est nommée phase de préconditionnement. Vers la fin de l'hiver, en réponse à cette stratification devenue progressivement instable, le développement d'étroites cheminées de fluide convectif entraîne de nombreuses couches d'eau vers la profondeur, parfois jusqu'au fond. Quand le refroidissement de surface cesse, la cheminée s'effondre et le fluide mélangé qui la constituait plonge jusqu'à son niveau de stabilité où il s'étend et forme une épaisse couche d'eau presque homogène qui se déplacera alors vers le Sud. Par continuité, il s'ensuit un important transport vertical vers le bas [Marotzke & Scott, 1999]. Dans le même temps, du fluide environnant converge dès lors à la surface et finit par complètement recouvrir la cheminée. Le résultat net de ce processus est la conversion d'eau chaude de la WWS en une masse d'eau froide et dense qui s'écoule vers le Sud en profondeur. Ce phénomène de convection profonde par lequel l'eau de surface est transférée vers le bas via des cheminées de fluide convectif a lieu vers la fin de l'hiver, en différents endroits de l'Atlantique Nord.

Selon Schmitz & Mc Cartney [1993], le taux total de conversion d'eau chaude en eau froide et profonde dans l'Atlantique Nord est $\sim 13 \text{ Sv} = 13 \times 10^6 \text{ m}^3/\text{s}$. Les masses d'eau profonde ainsi formées constituent ce que l'on appelle l'eau nord-atlantique profonde. Elles se dirigent vers le Sud. Ce phénomène correspond donc à une perte de 13 Sv par la WWS. Pour que la WWS se maintienne, il faut qu'en moyenne à long terme elle reçoive un apport d'eau chaude au même rythme. Toute la question est de savoir où et comment s'opère cette conversion d'eau froide en eau chaude.

Comme l'indique Csanady [2001], les cartes 1.2(a) et 1.2(b) font apparaître vers 50° de

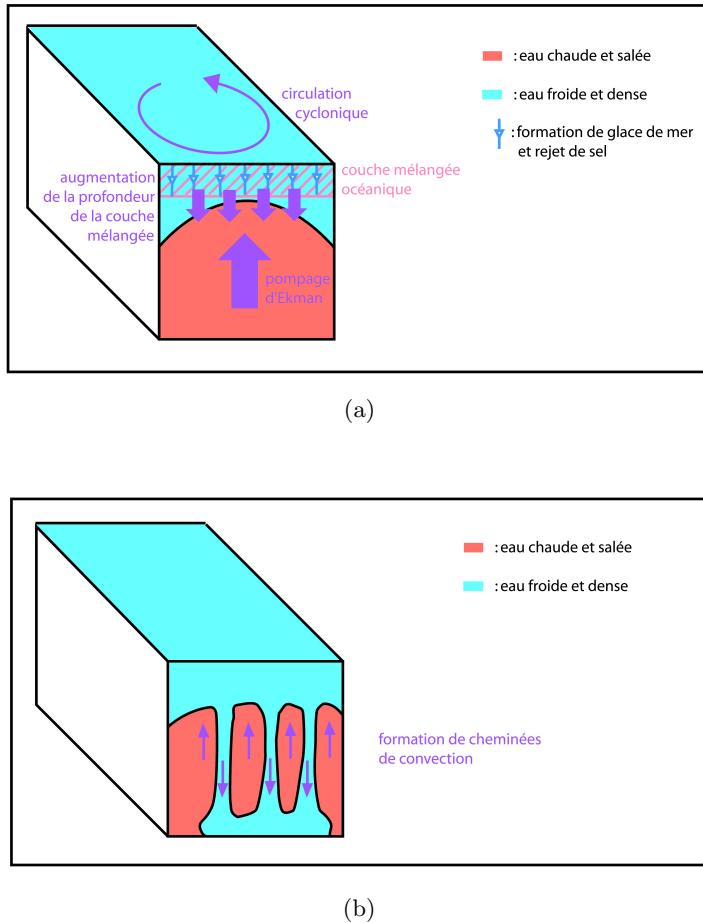


FIG. 1.3 – Phénomènes de convection profonde. (a) Phase de préconditionnement. (b) Convection profonde.

latitude Sud une zone associant un gain net de chaleur de 25 W/m^2 et des températures froides, qui peuvent être attribuées au pompage d'Ekman engendré par les vents d'Ouest ainsi qu'au transport des eaux froides vers l'équateur. C'est donc là une zone plausible de conversion d'eau froide en eau chaude. Une fois réchauffées par ce passage en surface, les masses d'eau correspondantes restent dans la WWS et leur destin dépend du système de courants qui y règne. Comme on l'a dit, elles sont essentiellement entraînées vers le Nord.

Ainsi, c'est principalement dans l'hémisphère Sud que les eaux formées par convection profonde dans l'Atlantique Nord sont réexposées à l'atmosphère et retransformées en eaux de la WWS pour être ensuite réimportées vers le Nord. Il résulte de ces échanges interhémisphériques une circulation méridienne ayant l'allure de la figure 1.4. Ce ne sont toutefois pas nécessairement les mêmes parcelles d'eau qui montent et descendent au Sud et au Nord puisque les eaux de l'océan mondial circulent de bassin en bassin. En particulier, de l'eau profonde se forme également aux abords de l'Antarctique et se répand dans le Sud de l'océan Atlantique formant ce que l'on appelle les eaux antarctiques intermédiaires et les eaux antarctiques de fond. En outre, une partie de

l'eau nord-atlantique profonde est transportée vers les autres bassins océaniques par le courant circumpolaire antarctique, qui par ailleurs entraîne vers l'océan Atlantique des masses d'eau en provenance des autres océans.

À ces traits caractéristiques moyens à grande échelle viennent s'ajouter de nombreux tourbillons et des fluctuations de vitesse. Leur effet est essentiellement un mélange des masses d'eau qui se superpose au transport d'ensemble décrit ci-dessus.

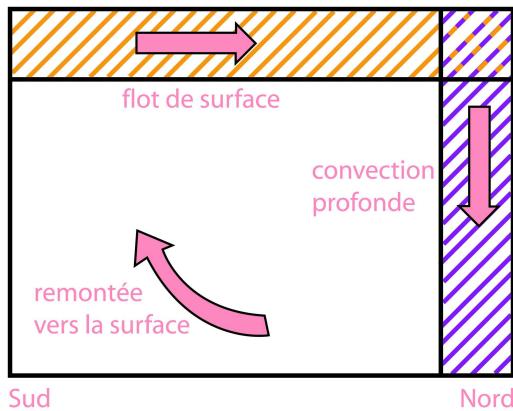


FIG. 1.4 – Représentation schématique de la circulation méridienne dans l'océan Atlantique.

1.2 Le dioxyde de carbone dans l'océan et ses échanges à l'interface air-mer

À l'équilibre thermodynamique, le rapport des concentrations gazeuses de part et d'autre de l'interface air-mer est régi par la loi de Henry :

$$C_{eau} = \bar{\alpha} C_{air} = H P_{air}, \quad (1.1)$$

où C_{eau} est la concentration du gaz dans l'eau, C_{air} sa concentration dans l'air, P_{air} sa pression partielle dans l'air, $\bar{\alpha}$ le coefficient de solubilité d'Ostwald et H le coefficient de Henry. Cette relation peut se comprendre de la façon suivante : la concentration d'un gaz dans une solution saturée² -appelée solubilité- est proportionnelle à sa pression partielle dans le gaz en contact avec le liquide : une variation de celle-ci correspond en effet à une variation du nombre de molécules de gaz qui heurtent la surface du liquide et peuvent s'enfoncer par diffusion au sein de celui-ci. Cette solubilité est fonction de la température. Ainsi, la solubilité du dioxyde de carbone (CO_2) dans l'eau de mer à $0^\circ C$ est environ deux fois plus importante qu'à $30^\circ C$ [Broeker & Peng, 1974]. Par conséquent, la couche mélangée océanique peut contenir, à l'équilibre, deux fois plus de CO_2 dans les eaux froides des hautes latitudes qu'elle ne peut en contenir dans les eaux tropicales chaudes où l'eau des profondeurs revient en contact avec l'atmosphère. Si les concentrations en CO_2 dans l'océan et dans l'atmosphère sont globalement en

²Une solution saturée est une solution où le soluté dissous et le soluté non dissous sont en équilibre dynamique l'un avec l'autre.

équilibre et si l'on suppose que la concentration en CO_2 atmosphérique est homogène dans l'espace³, il s'ensuit que l'océan absorbe du CO_2 dans les régions de formation d'eau profonde tandis qu'il en libère vers l'atmosphère dans les régions océaniques chaudes qui sont, comme on l'a vu, les régions où l'eau profonde refait surface.

Quand $\bar{\alpha} \neq 1$, il y a donc à l'équilibre un saut de concentration de part et d'autre de l'interface. Si les concentrations de gaz dans l'air et dans l'eau ne sont pas en équilibre, il se forme de chaque côté de l'interface une couche limite au sein de laquelle se développe un flux de gaz. Au niveau de l'interface proprement dit, l'équilibre de solubilité est établi. Il s'ensuit que les grandeurs du flux de gaz de chaque côté de l'interface diffèrent d'un facteur $\bar{\alpha}$. La grandeur du flux de gaz à travers l'interface, si elle est exprimée du côté aqueux, est proportionnelle à $\Delta C = C_{eau} - \bar{\alpha}C_{air}$, et la direction de ce flux dépend du signe de ΔC . D'une façon générale, on exprime donc ce flux comme

$$F = k\Delta C. \quad (1.2)$$

Le coefficient k , appelé vitesse de transfert ou *piston velocity*, s'exprime en m/s . Il représente la vitesse à laquelle le gaz est poussé, par un piston imaginaire, au travers de l'interface. En réalité, on parlera souvent de l'inverse de cette vitesse de transfert, qui est une mesure de la résistance de l'interface aux échanges de gaz :

$$R = \frac{1}{k}, \quad (1.3)$$

et l'on a donc

$$\Delta C = RF = \frac{F}{k}. \quad (1.4)$$

Cette approche en termes de résistance est intéressante en raison de l'analogie qu'elle permet entre le flux de traceur et l'intensité d'un courant électrique. En première approximation, on peut en effet considérer le transfert de masse air-mer comme un problème de transport diffusif dans la direction verticale au travers de l'épaisseur d'une couche fictive au sein de laquelle le flux est maintenu uniquement par le transfert moléculaire⁴. Selon *Jähne & Haußecker [1998]*, l'épaisseur de cette couche limite varie

³Cette approximation peut se justifier par le fait que le temps de mélange complet de l'atmosphère est nettement supérieur au temps de mélange complet de l'océan.

⁴Une représentation courante du transport turbulent est la suivante :

$$F_{turb} = -D_t \frac{\partial C}{\partial z} \quad (1.5)$$

où D_t est appelé diffusivité turbulente et l'on estime

$$D_t \sim \kappa \frac{u^*}{Sc_t} z \quad (1.6)$$

pour la turbulence -générée par le vent- dans la couche de surface (selon la théorie de similitude de Monin-Obukhov). κ indique la constante de Von Karman, u^* est la vitesse de friction, c'est-à-dire le rapport de la tension de surface à la masse volumique de l'eau de mer, $Sc_t = \frac{\nu_t}{D_t}$ est le nombre de Schmidt turbulent, avec D_t la diffusivité turbulente et ν_t la viscosité turbulente. Loin de l'interface, ce transfert turbulent est nettement plus important que le transfert moléculaire. Il se forme donc une couche limite visqueuse et une couche limite de masse de chaque côté de l'interface. On y a typiquement des nombres de Schmidt grands ($Sc = \frac{\nu}{D}$ avec ν la viscosité et D la diffusivité), ce qui traduit le fait que la couche limite de masse est beaucoup plus petite que la couche limite visqueuse, où la turbulence est fortement atténuée par les forces visqueuses [*Jähne & Haußecker 1998*]. De ceci, on déduit que, loin de l'interface, le transfert turbulent est typiquement beaucoup plus grand que le transfert moléculaire (de sorte que l'on peut y supposer le gaz bien mélangé et la concentration relativement homogène -aux échelles considérées ici-) tandis que le transfert moléculaire prend finalement le contrôle au niveau de l'interface et que le gradient de concentration est essentiellement confiné dans la région non turbulente.

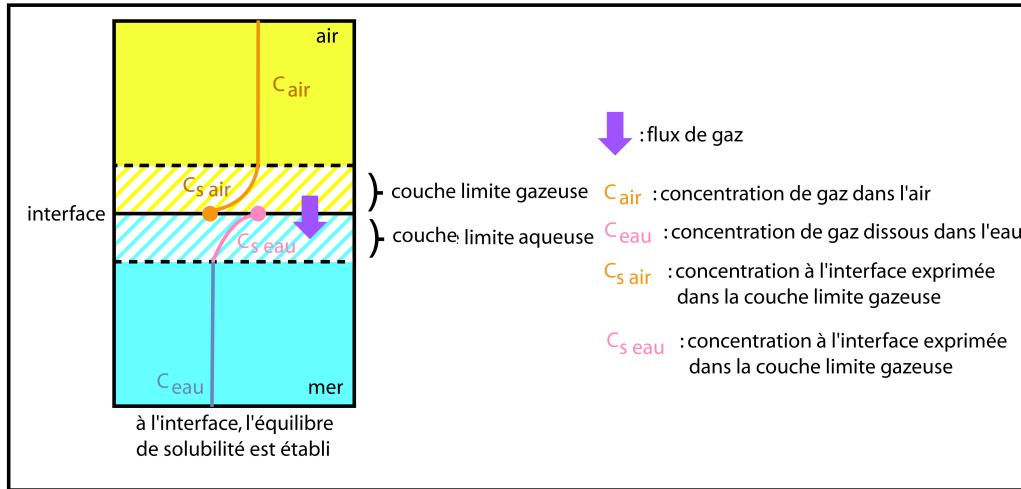


FIG. 1.5 – Échanges gazeux à l'interface océan-atmosphère.

entre 20 et 200 μm . L'équation de diffusion moléculaire stationnaire correspondante est donc

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(D \frac{\partial C}{\partial z} \right) = 0, \quad (1.7)$$

de sorte que l'on a

$$C(z_2) - C(z_1) = \int_{z_1}^{z_2} \frac{F}{D(z)} dz \quad (1.8)$$

où, par définition, $F = D \frac{\partial C}{\partial z} = \text{cste}$, et l'on définit alors

$$R = \frac{C(z_2) - C(z_1)}{F}, \quad (1.9)$$

$$k = \frac{F}{C(z_2) - C(z_1)}. \quad (1.10)$$

De ces relations, il apparaît clairement que les résistances au transfert sur plusieurs intervalles de hauteur s'additionnent comme des résistances électriques connectées en série.

Dans le cas de l'interface océan-atmosphère, on distingue clairement deux zones : la couche limite aqueuse et la couche limite gazeuse, comme illustré sur la figure 1.5. Un gradient de concentration s'observe dans chacune de celles-ci, et l'on peut donc séparer la résistance totale en la somme d'une résistance dans l'air R_{air} et d'une résistance dans l'eau R_{eau} :

$$\Delta C = RF = \bar{\alpha} R_{air} F + R_{eau} F, \quad (1.11)$$

et l'on a donc

$$\Delta C = \frac{F}{k} = \frac{\Delta C_{air}}{\bar{\alpha}} + \Delta C_{eau} \quad (1.12)$$

$$= \frac{F}{\bar{\alpha} k_{air}} + \frac{F}{k_{eau}}, \quad (1.13)$$

d'où

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\bar{\alpha} k_{air}} + \frac{1}{k_{eau}} \quad (1.14)$$

avec k_{air} la vitesse de transfert dans l'air et k_{eau} la vitesse de transfert dans l'eau. En général [Jähne & Haußecker, 1998], l'une des résistances au transfert domine nettement l'autre, et l'on peut ainsi identifier la phase dont la résistance contrôle le transfert air-mer. Le gaz qui se trouve le plus clairement dans la catégorie $R_{air} \gg R_{eau}$ est la vapeur d'eau. En effet, le large excès de molécules d'eau dans un solvant aqueux signifie qu'il n'est pas possible qu'un gradient de concentration s'y développe, de sorte que toute la résistance au transfert doit avoir lieu en phase gazeuse. Dans le cas du CO_2 , on a très clairement $R_{eau} \gg R_{air}$ de sorte que l'on peut, en bonne approximation, considérer $F = k_{eau}\Delta C$. La vitesse de transfert dans l'eau dépend des conditions hydrodynamiques à l'interface air-mer et du nombre de Schmidt du gaz considéré, qui est fonction de la température ($Sc = \frac{\nu}{D}$ avec ν la viscosité et D la diffusivité).

En réalité, une fois dans l'océan, le CO_2 , qui est un acide faible, réagit avec l'eau de mer ; il en résulte la formation de diverses espèces ioniques. Une partie du CO_2 réagit tout d'abord pour former de l'acide carbonique H_2CO_3 . Celui-ci s'ionise alors dans l'eau pour former un ion hydrogénocarbonate (HCO_3^-), qui lui-même peut réagir avec l'eau pour former un ion carbonate (CO_3^{2-}). Il en découle l'équilibre chimique suivant :



et la quantité totale des espèces carbonées dissoutes est donc nettement supérieure au total du CO_2 dissous.

Outre ceci, les organismes photosynthétiques qui vivent dans la couche océanique superficielle en retirent continuellement du CO_2 pour le convertir en carbone organique. Une grande partie de ce carbone est réémise au sein de la couche de surface lors de la respiration des êtres vivants qui s'y trouvent, de leurs déjections ou de leur décomposition. Une fraction de ce CO_2 tombe toutefois par gravité vers le fond de l'océan sous forme de particules organiques (détritus, organismes morts...). La plupart de celles-ci se décomposent au sein de l'océan et sont reminéralisées lors de la respiration d'organismes non-photosynthétiques, mais une petite fraction d'entre elles se retrouve piégée dans les sédiments et est ainsi retirée du réservoir océan-atmosphère. Bien que de faible influence aux échelles de temps de la circulation océanique globale, ceci constitue, à l'échelle des temps géologiques, un contrôle biologique majeur sur la quantité de carbone contenue dans l'ensemble océan-atmosphère.

Les océans contiennent actuellement environ 50 fois la quantité de carbone contenue dans l'atmosphère ($\sim 40\,000\,GtC$ dans l'océan⁵ pour $\sim 800\,GtC$ dans l'atmosphère [IPCC, 2005]). Ceci est lié à leur grand volume et au fait que le carbone s'y trouve présent non seulement sous forme de CO_2 dissous mais aussi sous forme d'espèces ioniques. Aujourd'hui, les concentrations de CO_2 dans l'océan et l'atmosphère ne sont pas à l'équilibre. Comme il a été dit dans l'introduction, on estime la concentration atmosphérique actuelle en CO_2 à 370 ppmv alors qu'elle s'élevait à 280 ppmv environ vers 1800. D'importantes quantités de CO_2 d'origine anthropique continuent actuellement d'être émises vers l'atmosphère. À long terme, la plus grande partie du CO_2 en excès dans l'atmosphère se retrouvera dans l'océan, c'est-à-dire que la stabilisation de la concentration atmosphérique en CO_2 à un niveau supérieur à 280 ppmv implique à long terme une addition de CO_2 à l'océan. Sur des échelles de temps de l'ordre de la dizaine d'années à un siècle, l'échange de carbone inorganique dissous entre la couche

⁵Gigatonne de carbone

mélangée de surface et l'eau profonde est le processus le plus limitatif du taux d'absorption océanique du CO_2 atmosphérique excédentaire. La concentration en CO_2 de la couche mélangée de la surface océanique s'équilibre progressivement avec le CO_2 atmosphérique. Toutefois, dans la plupart des régions, le CO_2 de cette couche de surface ne se mélange pas avec l'eau sous-jacente de l'océan, en raison de la présence de la thermocline correspondant à la base de la couche mélangée. À l'échelle de plusieurs siècles, les changements de la teneur en carbone inorganique dissous affecteront progressivement tout le volume de l'océan. De ce fait, lorsqu'un nouvel équilibre sera atteint entre les concentrations de CO_2 dans l'atmosphère et dans l'océan, ces concentrations seront indépendantes du fait que les émissions aient eu lieu dans l'océan ou dans l'atmosphère. Le comportement transitoire de ces concentrations devrait toutefois être bien différent dans chacun de ces cas, ainsi que l'indiquent les simulations présentées à la figure 1.6 pour la concentration atmosphérique en CO_2 .

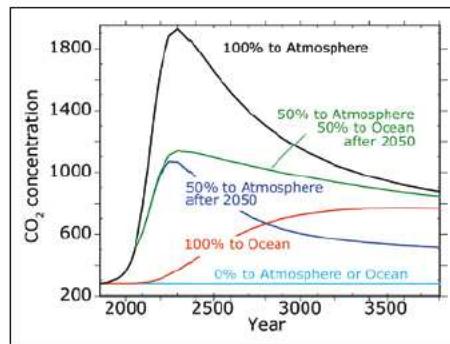


FIG. 1.6 – Une simulation de la **concentration atmosphérique en CO_2** dans le cas d'émissions cumulées de 18000 GTC CO_2 , dans les cas où (a) tout le CO_2 est émis vers l'atmosphère, (b) tout le CO_2 est injecté dans l'océan à 3000 mètres de profondeur, (c) le CO_2 est émis vers l'atmosphère jusqu'en 2050 puis est, dans des proportions égales, émis vers l'atmosphère et injecté dans l'océan à 3000 mètres de profondeur, (d) le CO_2 est émis vers l'atmosphère jusqu'en 2050 puis est, dans des proportions égales, émis vers l'atmosphère et stocké par d'autres moyens, ni dans l'océan, ni dans l'atmosphère, (e) le CO_2 n'est ni émis vers l'atmosphère, ni injecté dans l'océan [Kheshgi & Archer, 2004] dans [IPCC, 2005].

De ceci découle l'idée évoquée au début de ce travail d'injecter du CO_2 directement dans l'océan de façon à atténuer les impacts radiatifs et climatiques des émissions anthropiques. Le CO_2 pourrait être injecté dans l'océan sous forme gazeuse ou liquide, comme indiqué à la figure 1.7, ou éventuellement solide [IPCC, 2005]. À terme, tout le CO_2 injecté se retrouverait dissous dans l'eau de mer.

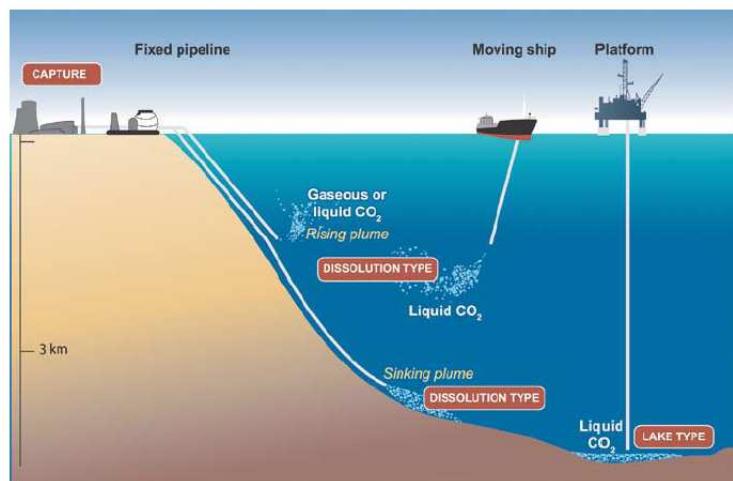


FIG. 1.7 – Représentation schématique de différents procédés envisagés pour l'injection de CO_2 dans l'océan. Le CO_2 pourrait être libéré comme un gaz à des profondeurs inférieures à 500 mètres. Plus en profondeur, le CO_2 peut exister dans l'océan sous forme liquide. Il est moins dense que l'eau à moins de 2500 mètres de profondeur et plus dense que l'eau au delà de 3000 mètres de profondeur. Selon les cas, le CO_2 injecté se dissout dans l'eau plus ou moins rapidement. [IPCC, 2005]

Chapitre 2

La formalisation du problème étudié

La définition de la circulation océanique idéalisée étudiée, la représentation du transfert de dioxyde de carbone et les problèmes différentiels aux dérivées partielles pour la détermination des champs d'âge et de temps de résidence dans le cas de l'eau de mer et du dioxyde de carbone.

L'objectif est de déterminer les champs d'âge, de temps de résidence et de temps de transit pour l'eau de mer ainsi que pour le dioxyde de carbone dans un bassin océanique bidimensionnel idéalisé animé d'une circulation stationnaire. Celle-ci représente schématiquement certains aspects de la circulation méri-dienne dans l'océan Atlantique. Elle est décrite dans la première section de ce chapitre. La question de la représentation du flux de dioxyde de carbone entre l'atmosphère et l'océan est traitée dans la seconde section. L'évaluation des champs d'âge et de temps de résidence nécessite la résolution de problèmes différentiels aux dérivées partielles, dérivés selon la théorie CART (Constituent-oriented Age and Residence time Theory), essentiellement introduite par Deleersnijder et al. [2001] et Delhez et al. [2004]. Par définition, le temps de transit est obtenu par simple addition des valeurs obtenues pour l'âge et pour le temps de résidence. Les troisième et quatrième sections de ce chapitre sont respectivement consacrées aux équations qui régissent le calcul de l'âge et celui du temps de résidence au sein du bassin océanique préalablement présenté.

2.1 Une représentation idéalisée de la circulation méri-dienne dans l'océan Atlantique

On considère un bassin rectangulaire, de dimensions $L \times H$, avec un axe de coordonnées \hat{y} dirigé horizontalement vers le Nord et un axe de coordonnées \hat{z} dirigé verticalement vers le haut. Les frontières Sud et Nord du domaine sont définies respectivement par $y = 0$ et $y = L$. L'interface océan-atmosphère est situé en $z = H$ tandis que le fond correspond à $z = 0$. On souhaite y définir un champ de vitesse $\mathbf{u} = (v, w)$, stationnaire, représentant schématiquement certains aspects de la circulation méri-dienne dans l'océan Atlantique. La variable $v = v(y, z)$ désigne ici la composante méri-dienne de

ce champ de vitesse, positive vers le Nord, et la variable $w = w(y, z)$ sa composante verticale, positive vers le haut. On demande que ce champ de vitesse vérifie l'équation de continuité

$$\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0. \quad (2.1)$$

On impose en outre l'imperméabilité des frontières du bassin, ce qui revient à exiger que la composante de la vitesse normale à la frontière y soit nulle :

$$[v(y, z)]_{y=0, L} = 0, \quad [w(y, z)]_{z=0, H} = 0. \quad (2.2)$$

La circulation de l'océan Atlantique décrite dans le premier chapitre est gouvernée par les équations générales de la mécanique des fluides géophysiques. La résolution de celles-ci avec un forçage approprié en densité et en friction de vent devrait donc permettre d'en reproduire les traits essentiels. On adoptera toutefois ici une approche différente, qualitative et pragmatique, pour représenter la circulation mérienne. Pour pouvoir être considéré comme une idéalisation plausible de la circulation mérienne de l'océan Atlantique, le champ de vitesse considéré devrait au moins avoir l'allure du schéma 1.4, à savoir une circulation de surface dirigée vers le Nord et une circulation profonde dirigée vers le Sud, couplées par une zone de vitesse descendante relativement étroite en comparaison de la zone de vitesse ascendante.

D'une façon générale, tout écoulement plan et indivergentiel peut être représenté univoquement par une unique composante ψ d'un potentiel vectoriel A . Pour un écoulement dans le plan $\{y, z\}$ et un potentiel vectoriel $A = (\psi, 0, 0)$, on obtient \mathbf{u} de la façon suivante :

$$\mathbf{u} = -\nabla \wedge A = -\nabla \psi \wedge \hat{x} = \hat{x} \wedge \nabla \psi = \left(-\frac{\partial \psi}{\partial z}, \frac{\partial \psi}{\partial y} \right). \quad (2.3)$$

Dans cette équation, \hat{x} désigne le vecteur unitaire perpendiculaire au plan $\{y, z\}$. La quantité ψ est appelée fonction de courant et est définie à une constante près. Ses isolignes sont des lignes de courant de l'écoulement, c'est-à-dire des lignes tangentes en tout point au vecteur vitesse local. Le champ de vitesse sera défini ici en utilisant cette approche en fonction de courant.

Il est clair qu'une vitesse ainsi dérivée satisfait à l'équation de continuité 2.1. Afin qu'elle satisfasse également les conditions aux frontières 2.2, on impose que la fonction de courant soit égale à une constante - que l'on peut prescrire nulle sans perte de généralité - sur la frontière du domaine d'intérêt :

$$[\psi(y, z)]_{y=0, L} = 0, \quad [\psi(y, z)]_{z=0, H} = 0. \quad (2.4)$$

Pour construire une idéalisation acceptable de la circulation mérienne de l'Atlantique, *Deleersnijder* [*communication personnelle*], propose de supposer que la fonction de courant mérienne présente un seul extrémum Ψ , en réalité un maximum, dont les coordonnées sont (y_0, z_0) , avec

$$\frac{L - y_0}{L} \ll 1, \quad \frac{H - z_0}{H} \ll 1.$$

On définit alors la fonction $\phi(\xi, \xi_0)$ et sa dérivée $\phi'(\xi, \xi_0)$ par rapport à ξ :

$$\begin{aligned} \phi(\xi, \xi_0) &= \frac{\xi(2\xi_0 - \xi)}{\xi_0^2} \chi(\xi_0 - \xi), \\ \phi'(\xi, \xi_0) &= \frac{2(\xi_0 - \xi)}{\xi_0^2} \chi(\xi_0 - \xi) \end{aligned}$$

où χ désigne la fonction de Heaviside qui vaut 1 si son argument est positif et zéro sinon. Elle n'est pas définie en $\xi = \xi_0$. Une expression de la fonction de courant qui satisfait toutes les contraintes exprimées plus haut est alors

$$\begin{aligned}\psi(y, z) &= \Psi[\phi(y, y_0)\phi(z, z_0) + \phi(y, y_0)\phi(H - z, H - z_0) \\ &\quad + \phi(L - y, L - y_0)\phi(H - z, H - z_0) + \phi(L - y, L - y_0)\phi(z, z_0)].\end{aligned}\quad (2.5)$$

Le paramètre Ψ désigne ici le débit qui traverse toute courbe allant du point (y_0, z_0) à la frontière du domaine où ψ est fixé à zéro.

Le champ de vitesse ainsi construit dépend de trois paramètres : la grandeur Ψ et les coordonnées (y_0, z_0) . Selon *Fichefet [communication personnelle]*, on peut prendre une valeur de Ψ de $2 \text{ m}^2/\text{s}$ et des coordonnées $(y_0, z_0) = (13005 \text{ km}, 4055 \text{ m})$, dans un bassin de longueur $L = 15000 \text{ km}$ et de hauteur $H = 5000 \text{ m}$ ¹.

Comme indiqué précédemment, des phénomènes de mélange se superposent au transport des masses d'eau par la circulation moyenne présentée au premier chapitre. Leur importance est le plus couramment quantifiée par un tenseur

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} K_h & 0 \\ 0 & K_v \end{pmatrix},$$

appelé diffusivité turbulente, où K_h est la diffusivité horizontale et K_v la diffusivité verticale.

Dans le modèle océanique considéré ici, la valeur de K_h est supposée constante. Par contre, on autorise une discontinuité de K_v dans la direction méridienne :

$$K_v(y) = \begin{cases} K_v^- & \text{si } 0 \leq y \leq y_0, \\ K_v^+ & \text{si } y_0 \leq y \leq L. \end{cases}$$

Augmenter fortement le mélange dans le région $y_0 \leq y \leq L$ permet une représentation des phénomènes de convection profonde qui y prennent place tout en évitant l'implémentation d'un modèle d'ajustement convectif. On introduit donc le paramètre adimensionnel

$$Kvratio(y) = \begin{cases} \frac{K_v^+}{K_v^-} & \text{si } y_0 \leq y \leq L, \\ 1 & \text{sinon.} \end{cases}$$

permettant d'ajuster la valeur de la diffusivité verticale. Selon *Fichefet et Deleersnijder [communication personnelle]*, on utilisera ici les valeurs $K_h = 10^3 \text{ m}^2/\text{s}$, $K_v^- = 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$ et $K_v^+ = 0.1 \text{ m}^2/\text{s}$.

¹Ces valeurs sont obtenues en considérant :

- un taux de formation d'eau profonde de $13 \text{ Sv} = 13 \times 10^6 \text{ m}^3/\text{s}$ pour un bassin de largeur moyenne de 6500 km ,
- un océan d'une profondeur moyenne de 5000 m s'étalant sur environ 135° dans la direction méridienne, de 70° Sud à 65° Nord environ, la circonférence de la Terre étant estimée à 40000 km ,
- une comparaison qualitative avec un graphe de la fonction de courant méridienne pour déterminer la position approximative du maximum de la fonction de courant méridienne. (Le choix des valeurs 13005 km et non 13000 km et 4055 m et non 4050 m est effectué par commodité. Il se justifie par le fait que ψ n'est pas définie en (y_0, z_0) , puisque ϕ ne l'est pas, et qu'il s'agira donc, lors de l'implémentation numérique de cette fonction de courant que y_0 et z_0 ne soient pas des coordonnées du maillage.)

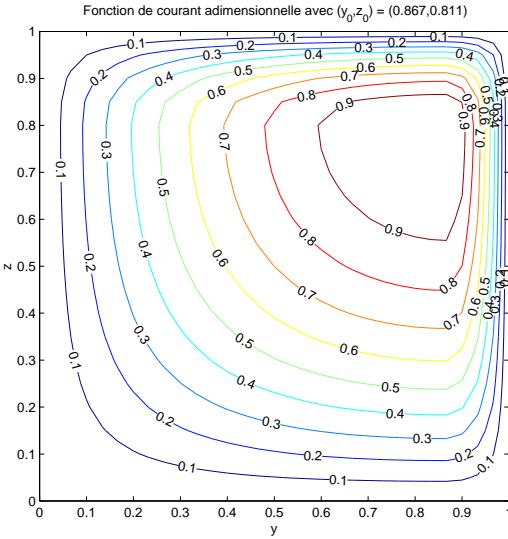


FIG. 2.1 – Fonction de courant adimensionnelle.

Dans la suite, on utilisera plutôt une version adimensionnelle de l’hydrodynamique ainsi définie, avec les variables

$$\tilde{\psi} = \frac{\psi}{\Psi}, \quad \tilde{v} = \frac{v}{\Psi/H} \quad \text{et} \quad \tilde{w} = \frac{w}{\Psi/L}, \quad (2.6)$$

dans un bassin de hauteur et longueur adimensionnelles unitaires. La figure 2.1 représente la fonction de courant adimensionnelle obtenue. Celle-ci possède bien les caractéristiques minimales requises. Il en va de même pour les composantes verticale et méridienne de la vitesse adimensionnelle qui en sont dérivées et sont présentées à la figure 2.2.

En outre, les coefficients de diffusivité apparaîtront dans les équations traitées au travers des paramètres adimensionnels Pe_h et Pe_v appelés nombres de Peclet horizontal et vertical et donnés par

$$Pe_h = \frac{L\Psi}{K_h H}, \quad Pe_v = \frac{L\Psi}{K_v H}. \quad (2.7)$$

Physiquement, ils correspondent chacun au rapport d’une échelle caractéristique advective et d’une échelle caractéristique diffusive.

2.2 La représentation du dioxyde de carbone et de ses échanges à l’interface air-mer

Pour représenter le flux de dioxyde de carbone à l’interface air-mer, on y impose une condition à la frontière de la forme

$$\frac{\partial C}{\partial z} \Big|_{z=H} = -k(C - C_a) \Big|_{z=H}, \quad (2.8)$$

conformément à l’équation 1.2. Le paramètre k désigne ici encore la vitesse de transfert, C la concentration en CO_2 dissous dans l’océan, $C_a = \bar{\alpha}C_{atm}$ la concentration

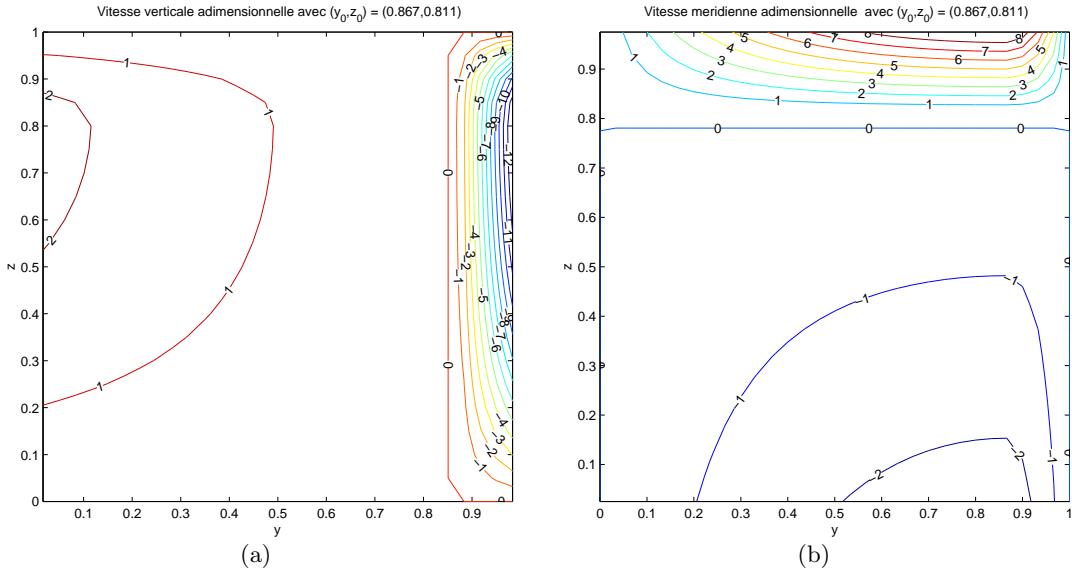


FIG. 2.2 – (a) Composante verticale de la vitesse adimensionnelle. (b) Composante méridienne de la vitesse adimensionnelle.

atmosphérique équivalente de CO_2 , où $\bar{\alpha}$ est le coefficient de solubilité d'Ostwald et C_{atm} la concentration en CO_2 dans l'atmosphère. Une telle condition à la frontière où l'on spécifie une combinaison linéaire de la valeur de la variable et de sa dérivée est appelée condition de Robin. La concentration atmosphérique en CO_2 sera ici considérée constante et homogène à la surface de l'océan. Cette approximation est basée sur la relative rapidité d'un mélange complet de l'atmosphère. La valeur de la vitesse de transfert sera également considérée constante et homogène. *Mouchet [communication personnelle]* suggère la valeur ² de $4.76 \times 10^{-5} \text{ m/s}$.

Comme on l'a vu, lorsque le CO_2 pénètre dans l'océan, il peut être absorbé par les organismes photosynthétiques ou bien réagir chimiquement avec l'eau de mer. L'effet biologique ne sera pas pris en compte ici et l'effet de la chimie océanique sera seulement implicitement pris en considération en procédant à une diminution de la vitesse de transfert. Une fraction du CO_2 qui pénètre dans l'océan est en effet directement soustraite à la concentration de CO_2 dissous dans la couche mélangée, de sorte que l'équilibre de solubilité met plus de temps à s'établir. *Mouchet [communication personnelle]* ³ suggère dès lors de diminuer la vitesse de transfert d'un facteur 10.

Dans le cas d'une injection de CO_2 dans l'océan, un équilibre chimique s'établira de la même façon au point d'injection. De ce fait, la quantité supplémentaire de CO_2 dissous dans l'océan résultant d'une injection est inférieure à la quantité de CO_2 injectée et le transport du carbone injecté s'effectue partiellement sous forme d'un transport d'espèces ioniques carbonées. Toutefois, au fur et à mesure que du CO_2 dissous

² *Mouchet* propose cette valeur sur base de la formule introduite par *Wanninkhof [1992]* liant le coefficient de transfert d'un gaz à la vitesse du vent et au nombre de Schmid du gaz concerné, d'une climatologie moyenne annuelle des vents à la surface de l'océan et des valeurs de surface de température et de salinité des champs annuels d'un modèle de circulation océanique globale.

³ *Mouchet* propose cette réduction d'un ordre de grandeur en moyenne globale sur l'océan sur une base expérimentale.

s'échappe vers l'atmosphère, l'équilibre chimique se réadapte et du CO_2 est produit à partir des espèces carbonées ioniques. Il s'ensuit que, dans l'hypothèse d'un équilibre des concentrations en CO_2 entre l'océan et l'atmosphère avant l'injection, toute la quantité injectée quittera finalement l'océan, sous forme de CO_2 . Ici encore, pour tenir compte du temps nécessaire à la réalisation des réactions chimiques, la vitesse de transfert doit être diminuée d'un facteur 10.

La représentation idéalisée du comportement du CO_2 introduite ici mène en particulier à négliger d'une part le temps que pourrait mettre du CO_2 injecté dans l'océan pour se dissoudre dans l'eau de mer et d'autre part les processus de sédimentation qui correspondent au retrait « définitif⁴ » d'une petite fraction du CO_2 de l'ensemble océan-atmosphère. Prendre en compte ces processus correspondrait à une augmentation du temps de résidence moyen du CO_2 .

2.3 Le problème différentiel pour l'âge

Soit une parcelle d'eau de mer, c'est-à-dire un volume d'eau petit mais cependant suffisamment grand pour être constitué de très nombreuses particules. En l'absence de diffusivité dans l'océan (ainsi que de phénomènes de production/destruction de certains constituants), toutes les particules constitutives d'une même parcelle auraient le même âge car toutes auraient eu leur dernier contact avec la surface au même moment et au même endroit. Cet âge serait celui de la parcelle d'eau elle-même. En réalité, du fait du mélange important de l'océan, une parcelle d'eau donnée est composée de particules susceptibles d'avoir chacune une histoire propre et donc un âge propre. Il importe donc de considérer la distribution de l'âge des particules dans la parcelle d'eau et d'en calculer ensuite la moyenne pour définir l'âge de la parcelle. De la même façon, lorsque l'on souhaite définir l'âge d'un constituant déterminé présent dans une parcelle d'eau, il s'impose de considérer une distribution de l'âge des particules de ce constituant et d'en calculer la moyenne.

De cette idée découle l'introduction d'une fonction *distribution de la concentration*, c , définie comme suit par *Delhez et al. [1999]* :

Soit une parcelle fluide de volume ΔV , avec au temps t son centre situé en \mathbf{x} . La masse totale de particules d'un constituant i donné, contenues dans la parcelle et dont l'âge appartient à l'intervalle $[\tau - \frac{\tau}{2}; \tau + \frac{\tau}{2}]$ tend asymptotiquement vers $\rho \Delta V \Delta \tau \cdot c_i(t, \mathbf{x}, \tau)$ quand $\Delta V \rightarrow 0$ et $\Delta \tau \rightarrow 0$, où $c_i(t, \mathbf{x}, \tau)$ est la fonction distribution de la concentration.

De ceci, on tire immédiatement que la concentration C_i du constituant i est donnée par

$$C_i(t, \mathbf{x}) = \int_0^\infty c_i(t, \mathbf{x}, \tau) d\tau. \quad (2.9)$$

En outre, si l'eau de mer comporte N constituants, on a

$$\sum_{i=1}^N C_i(t, \mathbf{x}) = 1 = C_{SW} \quad (2.10)$$

⁴Aux échelles de temps considérées ici.

où C_{SW} désigne la concentration de l'eau de mer puisque, par définition, cette dernière est l'agrégat de l'ensemble de ses constituants.

Obtenir l'équation d'évolution de cette fonction distribution de concentration est à présent la clef qui permettra de dériver les équations de l'âge dans le bassin. Elle sera dérivée ici dans le cas général d'un espace tridimensionnel. Il est aisément ensuite de la particulariser au cas bidimensionnel étudié. Suivant *Deleersnijder et al. [2001]*, on considère dès lors le bilan de masse d'un constituant i sur un volume de contrôle $\Delta\Omega = \Delta x \times \Delta y \times \Delta z \times \Delta\tau$ de l'espace 4D $\{x, y, z, \tau\}$, centré en $(\mathbf{x}, \tau) = (x, y, z, \tau)$ et dont la frontière S possède une normale extérieure \mathbf{n} . On obtient :

$$\frac{dm_i}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{d\Omega} \rho c_i d\mathbf{x} d\tau = \rho \int_{d\Omega} \frac{\partial c_i}{\partial t} d\mathbf{x} d\tau = \int_{d\Omega} \rho \theta_i d\mathbf{x} d\tau - \int_S \rho \mathbf{n} \cdot \mathbf{q} dS \quad (2.11)$$

où θ_i est le taux de production/destruction du constituant i , $\mathbf{q}_i = (q_{ix}, q_{iy}, q_{iz}, q_{i\tau})$ est le vecteur flux à travers les parois de $\Delta\Omega$ et m_i est la masse totale de constituant i dans ce volume. On en tire, par approximation sur un volume fini,

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial c_i}{\partial t} \Delta x \Delta y \Delta z \Delta \tau &\approx \rho \theta_i \Delta x \Delta y \Delta z \Delta \tau \\ &+ (q_{i,x}(t, x - \frac{\Delta x}{2}, y, z, \tau) - q_{i,x}(t, x + \frac{\Delta x}{2}, y, z, \tau)) \Delta y \Delta z \Delta \tau \\ &+ (q_{i,y}(t, x, y - \frac{\Delta y}{2}, z, \tau) - q_{i,y}(t, x, y + \frac{\Delta y}{2}, z, \tau)) \Delta x \Delta z \Delta \tau \\ &+ (q_{i,z}(t, x, y, z - \frac{\Delta z}{2}, \tau) - q_{i,z}(t, x, y, z + \frac{\Delta z}{2}, \tau)) \Delta x \Delta y \Delta \tau \\ &+ (q_{i\tau}(t, x, y, z, \tau - \frac{\Delta \tau}{2}) - q_{i\tau}(t, x, y, z, \tau + \frac{\Delta \tau}{2})) \Delta x \Delta y \Delta z. \end{aligned} \quad (2.12)$$

En divisant ce résultat par $\rho \Delta x \Delta y \Delta z \Delta \tau$, on obtient :

$$\frac{\partial c_i}{\partial t} \approx \theta_i - \frac{\Delta q_{ix}}{\Delta x} - \frac{\Delta q_{iy}}{\Delta y} - \frac{\Delta q_{iz}}{\Delta z} - \frac{\Delta q_{i\tau}}{\Delta \tau} \quad (2.13)$$

qui, par passage à la limite infinitésimale, devient

$$\frac{\partial c_i}{\partial t} = \theta_i - \nabla \cdot \mathbf{q}_{ix} - \frac{\partial q_{i\tau}}{\partial \tau}. \quad (2.14)$$

Dans cette équation, le terme \mathbf{q}_{ix} représente le transport de masse dans l'espace physique. Il peut être supposé indépendant de τ . Ce transport de masse résulte de la superposition d'un transport par advection et de phénomènes de transport non explicitement résolus, représentés ici par un terme de diffusion :

$$q_{ix} = \mathbf{u} c_i - \mathbf{K} \cdot \nabla c_i, \quad (2.15)$$

où $\mathbf{u} = (u, v, w)$ est le vecteur vitesse et \mathbf{K} un tenseur symétrique défini positif. Le terme $q_{i\tau}$ représente quant à lui une « advection avec une vitesse unitaire dans la direction de l'âge », ce qui signifie que la particule gagne une certaine quantité d'âge quand le temps progresse de la même quantité :

$$q_{i\tau} = u_\tau c_i = c_i. \quad (2.16)$$

De ces considérations, on tire la forme finale de l'équation d'évolution de la fonction distribution de concentration :

$$\frac{\partial c_i}{\partial t} = \theta_i - \nabla \cdot (\mathbf{u} c_i - \mathbf{K} \cdot \nabla c_i) - \frac{\partial c_i}{\partial \tau}. \quad (2.17)$$

Comme les termes de production/destruction ne seront pas considérés dans le cadre de ce travail, ils seront dorénavant omis lors de l'écriture des équations. Grâce à l'équation 2.9, une simple intégration de l'équation 2.17 par rapport à τ , avec les hypothèses -intuitives- que $c_i(\tau = \infty) = 0 = c_i(\tau = 0)$ nous donne une équation pour la concentration :

$$\frac{\partial C_i}{\partial t} = -\nabla \cdot (\mathbf{u} C_i - \mathbf{K} \cdot \nabla C_i). \quad (2.18)$$

L'âge moyen a_i au temps t est alors défini pour l'ensemble des particules du constituant i dans la parcelle centrée en \mathbf{x} comme la moyenne arithmétique des âges des particules considérées.

$$a_i(t, \mathbf{x}) = \frac{\int c_i(t, \mathbf{x}) \tau d\tau}{\int c_i(t, \mathbf{x}) d\tau} = \frac{\int c_i(t, \mathbf{x}) \tau d\tau}{C_i(t, \mathbf{x})} \equiv \frac{\alpha_i(t, \mathbf{x})}{C_i(t, \mathbf{x})}. \quad (2.19)$$

Ceci définit α_i la concentration d'âge du constituant i . On convient alors de définir l'âge moyen de la parcelle d'eau de mer comme la moyenne arithmétique des âges de chacun des constituants :

$$a_{SW}(t, \mathbf{x}) = \frac{\sum_{i=1}^N \int c_i(t, \mathbf{x}) \tau d\tau}{\sum_{i=1}^N \int c_i(t, \mathbf{x}) d\tau} \equiv \frac{\alpha_{SW}(t, \mathbf{x})}{C_{SW}(t, \mathbf{x})} = \alpha_{SW}(t, \mathbf{x}) \quad (2.20)$$

où a_{SW} est la concentration d'âge de l'eau de mer.

Le point intéressant ici est qu'il est possible de dériver, à partir de l'équation d'évolution de la fonction distribution de concentration, une équation d'évolution pour cette concentration d'âge. On multiplie pour cela 2.17 par τ , avant de l'intégrer par rapport à τ sur toutes les valeurs possibles de ce paramètre. En utilisant alors la définition de la concentration d'âge introduite dans 2.19 et en posant $[c_i \tau]_{\tau=0}^{\tau=\infty} = 0$, on obtient

$$\frac{\partial \alpha_i}{\partial t} = C_i - \nabla \cdot (\mathbf{u} \alpha_i - \mathbf{K} \cdot \nabla \alpha_i), \quad (2.21)$$

d'où on tire directement l'âge moyen du constituant i : $a_i = \frac{\alpha_i}{C_i}$.

Dans le cas bidimensionnel qui nous concerne ici, avec une diffusivité

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} K_h & 0 \\ 0 & K_v \end{pmatrix},$$

la résolution du problème pour l'âge revient donc à la résolution du système d'équations différentielles

$$\begin{cases} \frac{\partial C}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial y}(vC - K_h \frac{\partial C}{\partial y}) - \frac{\partial}{\partial z}(wC - K_v \frac{\partial C}{\partial z}) \\ \frac{\partial \alpha}{\partial t} = C - \frac{\partial}{\partial y}(v\alpha - K_h \frac{\partial \alpha}{\partial y}) - \frac{\partial}{\partial z}(w\alpha - K_v \frac{\partial \alpha}{\partial z}) \\ a = \frac{\alpha}{C} \end{cases} \quad (2.22)$$

avec les conditions aux limites appropriées.

En réalité, on travaillera plutôt avec une forme adimensionnelle de ces équations, correspondant à celle qui a été introduite pour l'hydrodynamique, à l'équation 2.6 et avec en outre

$$\tilde{C} = \frac{C}{C_a}, \quad \tilde{\alpha} = \frac{\alpha}{C^a LH/\Psi}, \quad \tilde{a} = \frac{a}{LH/\Psi} = \frac{\tilde{\alpha}}{\tilde{C}}, \quad (2.23)$$

où L et H sont les dimensions du bassin, Ψ est la valeur du maximum de la fonction de courant méridienne et C_a est la concentration atmosphérique équivalente.

En supposant que le champ de vitesse est indivergentiel et que les diffusivités verticales et horizontales n'ont pas de variation dans leur propre direction, on obtient donc le problème adimensionnel équivalent :

$$\begin{cases} \frac{\partial \tilde{C}}{\partial t} = -\tilde{v} \frac{\partial \tilde{C}}{\partial \tilde{y}} + \frac{1}{Pe_h} \frac{\partial^2 \tilde{C}}{\partial \tilde{y}^2} - \tilde{w} \frac{\partial \tilde{C}}{\partial \tilde{z}} + \frac{1}{Pe_v} \frac{\partial^2 \tilde{C}}{\partial \tilde{z}^2} \\ \frac{\partial \tilde{\alpha}}{\partial t} = \tilde{C} - \tilde{v} \frac{\partial \tilde{\alpha}}{\partial \tilde{y}} + \frac{1}{Pe_h} \frac{\partial^2 \tilde{\alpha}}{\partial \tilde{y}^2} - \tilde{w} \frac{\partial \tilde{\alpha}}{\partial \tilde{z}} + \frac{1}{Pe_v} \frac{\partial^2 \tilde{\alpha}}{\partial \tilde{z}^2} \\ \tilde{a} = \frac{\tilde{\alpha}}{\tilde{C}} \end{cases} \quad (2.24)$$

Dans ces équations, les paramètres adimensionnels Pe_h et Pe_v sont les nombres de Peclet horizontal et vertical définis par la relation 2.7.

Exprimées en termes de ces variables adimensionnelles, une condition de Robin telle que 2.8 et la condition analogue sur la concentration d'âge deviennent :

$$\begin{cases} \frac{\partial \tilde{C}}{\partial \tilde{z}}|_{\tilde{z}=1} = \tilde{k} (1 - \tilde{C}(\tilde{t}, \tilde{y}, 1)) \\ \frac{\partial \tilde{\alpha}}{\partial \tilde{z}}|_{\tilde{z}=1} = -\tilde{k} \tilde{\alpha}(\tilde{t}, \tilde{y}, 1) \end{cases}$$

où $\tilde{k} = \frac{kH}{K_v}$ représente la vitesse de transfert adimensionnelle. Dans le cas d'une condition frontière de Dirichlet à l'interface air-mer, on a simplement

$$\tilde{\alpha}|_{\tilde{z}=1} = 0.$$

Il n'y a pas de condition à la frontière sur la concentration en eau de mer puisque $\tilde{C} = 1$ partout, par définition de cette dernière. Aux autres frontières du domaine, on a dans les deux cas :

$$\frac{\partial \tilde{C}}{\partial \tilde{y}}|_{\tilde{y}=0,1} = 0, \quad \frac{\partial \tilde{C}}{\partial \tilde{z}}|_{\tilde{z}=0} = 0, \quad \frac{\partial \tilde{\alpha}}{\partial \tilde{y}}|_{\tilde{y}=0,1} = 0, \quad \frac{\partial \tilde{\alpha}}{\partial \tilde{z}}|_{\tilde{z}=0} = 0.$$

Pour résoudre le problème, il faudra encore imposer des conditions initiales. Celles-ci peuvent a priori être arbitraires, le modèle étant conçu pour converger vers son état d'équilibre puisque tous les paramètres du modèle sont stationnaires. Dans le cas du CO_2 , il faut imposer des conditions initiales à la fois pour $\tilde{\alpha}$ et \tilde{C} . On sait que le champ de concentration adimensionnel à l'équilibre a une valeur unitaire constante, correspondant à $C = C_a$ dans le cas dimensionnel, de sorte que $\tilde{\alpha} = \tilde{a}$. On peut donc imposer $\tilde{C} = 1$ partout comme condition initiale, sans perte de généralité. Ceci permet de s'affranchir de l'équation d'évolution pour la concentration, et donc de limiter le coût-calcul. Dans le cas de l'eau de mer, on a par définition $\tilde{C} = 1$, ce qui permet une fois encore de ne pas considérer l'équation pour la concentration. Dans chacun des cas, on prendra en outre comme condition initiale $\tilde{\alpha} = 0$ partout.

2.4 Le problème différentiel pour le temps de résidence

Soit le bassin océanique Ω , animé d'une circulation \mathbf{u} stationnaire et au sein duquel la diffusivité turbulente \mathbf{K} est spécifiée. Une façon simple de mesurer le temps de résidence d'une parcelle d'eau de mer consiste à « marquer » cette parcelle avec un « colorant » et à suivre les différentes particules qui la composent jusqu'à ce qu'elles atteignent la surface. On peut alors noter le temps moyen écoulé pour cela. C'est le temps de résidence de la parcelle d'eau de mer située en \mathbf{x}_0 au temps initial. Numériquement, ceci reviendrait à résoudre dans le domaine $\Omega \wedge [t_0, t_\infty]$ l'équation d'advection-diffusion suivante pour la concentration :

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla C = \nabla \cdot (\mathbf{K} \cdot \nabla C) \quad (2.25)$$

avec la condition initiale

$$C(t_0, \mathbf{x}_0) = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) \quad (2.26)$$

correspondant à une libération ponctuelle de traceur, et avec les conditions

$$C = 0 \quad \text{à l'interface air-mer} \quad (2.27)$$

et

$$(\mathbf{K} \cdot \nabla C) \cdot \mathbf{n} = 0 \quad \text{sur les autres frontières du domaine,} \quad (2.28)$$

ce qui signifie qu'il n'y a pas de flux de traceur à travers ces frontières. Le vecteur \mathbf{n} désigne ici la normale extérieure du domaine. Pour mesurer le temps de résidence d'un constituant gazeux particulier d'une parcelle d'eau de mer, on pourrait adopter la même démarche : « marquer » ce constituant dans une parcelle donnée et calculer cette fois le temps nécessaire pour qu'il quitte le bassin. Plus précisément, on suppose que l'on a initialement équilibre dynamique entre les concentrations de ces constituants dans l'océan et dans l'atmosphère et que l'on injecte soudain une quantité excédentaire de ce constituant en t_0, \mathbf{x}_0 . Le problème à résoudre est alors identique à celui posé pour l'eau de mer à deux différences près. La première est la condition à l'interface air-mer, qui devient

$$(\mathbf{K} \cdot \nabla C) \cdot \mathbf{n} = k(C_a - C) \quad (2.29)$$

où C_a est la « concentration équivalente » de traceur dans l'air telle que $C_a = \bar{\alpha} C_{atm}$ à l'équilibre avec $\bar{\alpha}$ la solubilité d'Ostwald. La seconde est la condition initiale qui s'écrit, dans ce cas,

$$C(t_0, \mathbf{x}_0) - C_{eq} = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) \quad (2.30)$$

avec C_{eq} la concentration à l'équilibre, qui est égale à C_a . On supposera ici que la quantité de traceur libérée vers l'atmosphère à l'interface se dissipe immédiatement dans l'atmosphère, de sorte que C_a reste constante. Il s'ensuit que toute la quantité de traceur injectée quittera finalement l'océan. Par simplicité, on peut poser $\Delta C = C - C_a$, c'est-à-dire que ΔC est la variation de concentration en traceur par rapport à la concentration à l'équilibre. Le problème différentiel à résoudre est alors l'ensemble des équations 2.25, 2.28, 2.29 et 2.30, avec la variable C remplacée par ΔC dans les deux premières de celles-ci. Dans la suite, pour simplifier l'écriture, on notera toutefois C au lieu de ΔC , c'est-à-dire que C désignera ici l'excédent de concentration en traceur due à l'injection par rapport à la concentration à l'équilibre.

Le problème ainsi posé constitue ce que l'on appellera le *problème direct*. Utiliser ces équations pour déterminer le temps de résidence d'une particule d'eau ou d'un traceur gazeux situé initialement en un point quelconque est aisément possible. Toutefois, la détermination du champ de temps de résidence sur « tout » le domaine nécessite alors un grand nombre d'expériences séparées, avec des injections successives aux différents points du domaine. Cette méthode n'est donc pas appropriée pour obtenir une distribution spatiale complète du temps de résidence dans le bassin océanique étudié. On va donc, suivant la méthode proposée par la théorie CART développer un problème adjoint qui permettra de réduire le coût-calcul de la détermination du champ de temps de résidence.

Soit $T > 0$, un horizon temporel quelconque. La masse de traceur présente dans le domaine au temps T après une injection ponctuelle unitaire en (t_0, \mathbf{x}_0) est

$$m(T; t_0, \mathbf{x}_0) = \int_{\Omega} C(T, \mathbf{x}) d\mathbf{x}. \quad (2.31)$$

Soit $C^*(t, \mathbf{x})$ la variable adjointe, pour l'instant arbitraire. On a

$$m(T; t_0, \mathbf{x}_0) = \int_{\Omega} C(T, \mathbf{x}) d\mathbf{x} - \underbrace{\int_{t_0}^T \int_{\Omega} \left\{ \frac{\partial C}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla C - \nabla \cdot (\mathbf{K} \cdot \nabla C) \right\} C^* d\mathbf{x} dt}_{\text{ceci est nécessairement nul car } C \text{ satisfait le problème direct}} \quad (2.32)$$

Sur base de différentes identités vectorielles, de la règle d'intégration par parties et du théorème de la divergence, et en supposant que le champ de vitesse est indivergentiel, on obtient

$$\begin{aligned} m(T; t_0, \mathbf{x}_0) &= \int_{\Omega} C(T, \mathbf{x}) d\mathbf{x} - \int_{\Omega} [CC^*]_{t_0}^T d\mathbf{x} \\ &\quad + \int_{t_0}^T \left\{ \int_{\Omega} C \frac{\partial C^*}{\partial t} d\mathbf{x} \right\} dt - \int_{t_0}^T \left\{ CC^* \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} ds \right\} dt \\ &\quad + \int_{t_0}^T \int_{\Omega} C \underbrace{\nabla(C^* \mathbf{u})}_{=\mathbf{u} \nabla C^*} d\mathbf{x} dt + \int_{t_0}^T \left\{ \int_S C^* \mathbf{K} \nabla C \cdot \mathbf{n} ds \right\} dt \\ &\quad - \int_{t_0}^T \left\{ \int_S (\mathbf{K} \cdot \nabla C^*) \cdot \mathbf{C} \mathbf{n} ds \right\} dt + \int_{t_0}^T \left(\int_{\Omega} C \nabla \cdot (\mathbf{K} \nabla C^*) d\mathbf{x} \right) dt. \end{aligned} \quad (2.33)$$

Ceci peut se réécrire de la façon suivante :

$$\begin{aligned} m(T; t_0, \mathbf{x}_0) &= \underbrace{\int_{\Omega} C(T, \mathbf{x}) d\mathbf{x}}_I - \underbrace{\int_{\Omega} [CC^*]_{t_0}^T d\mathbf{x}}_{II} \\ &\quad + \underbrace{\int_{t_0}^T \int_{\Omega} C \left\{ \frac{\partial C^*}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla C^* + \nabla \cdot (\mathbf{K} \cdot \nabla C^*) \right\} d\mathbf{x} dt}_{III} \\ &\quad - \underbrace{\int_{t_0}^T \int_S C^* \{ C \mathbf{u} - \mathbf{K} \cdot \nabla C \} \mathbf{n} ds dt}_{IV} \\ &\quad - \underbrace{\int_{t_0}^T \int_S C (\mathbf{K} \cdot \nabla C^*) \cdot \mathbf{n} ds dt}_{V}. \end{aligned} \quad (2.34)$$

Supposons que C^* satisfait l'équation

$$\frac{\partial C^*}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla C^* + \nabla \cdot (\mathbf{K} \cdot \nabla C^*) = 0 \quad (2.35)$$

de sorte que (III) soit nul. Explicitant (II), on a

$$(II) = \int_{\Omega} \{C(T, \mathbf{x})C^*(T, \mathbf{x}) - C(t_0, \mathbf{x})C^*(t_0, \mathbf{x})\} d\mathbf{x}. \quad (2.36)$$

Comme $C(t_0, \mathbf{x}) = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0)$, cette équation devient

$$(II) = \underbrace{\int_{\Omega} C(T, \mathbf{x})C^*(T, \mathbf{x}) d\mathbf{x}}_o - C^*(t_0, \mathbf{x}_0). \quad (2.37)$$

Pour que le terme (o) et le terme (I) se compensent, on impose encore que la solution de l'équation différentielle satisfasse

$$C^*(T, \mathbf{x}) = 1 \quad \forall \mathbf{x} \in \Omega \quad (2.38)$$

Ceci sera la condition initiale du *problème inverse*. Il subsiste donc de l'équation 2.34

$$m(T; t_0, \mathbf{x}_0) = C^*(t_0, \mathbf{x}_0) - \int_{t_0}^T \underbrace{\left\{ \int_S C^*(C\mathbf{u} - \mathbf{K} \cdot \nabla C) \mathbf{n} ds + \int_S C(\mathbf{K} \cdot \nabla C^*) \cdot \mathbf{n} ds \right\}}_* dt. \quad (2.39)$$

Il s'agit alors de trouver des conditions aux frontières appropriées pour le problème adjoint sur les différentes parties de S qui soient telles que, étant donné les conditions sur le problème direct, (*) soit nul. Au fond, ainsi que sur les frontières Nord et Sud du domaine, on a pour conditions aux frontières du problème direct

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{n} = 0, \quad (2.40)$$

$$(\mathbf{K} \cdot \nabla C) \cdot \mathbf{n} = 0. \quad (2.41)$$

On a donc

$$(C\mathbf{u} - \mathbf{K} \cdot \nabla C) \cdot \mathbf{n} = 0. \quad (2.42)$$

Il faut donc que la variable adjointe satisfasse la condition suivante aux frontières correspondantes

$$(\mathbf{K} \cdot \nabla C^*) \cdot \mathbf{n} = 0. \quad (2.43)$$

À l'interface air-mer, le problème direct a pour conditions aux limites dans le cas du traceur gazeux

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{n} = 0, \quad (2.44)$$

$$(\mathbf{K} \cdot \nabla C) \cdot \mathbf{n} = -kC. \quad (2.45)$$

On a par conséquent

$$(*) = \int_S C \{kC^* + (\mathbf{K} \cdot \nabla C^*) \cdot \mathbf{n}\} ds. \quad (2.46)$$

Afin que ceci soit nul, il faut imposer à la variable adjointe la condition suivante sur la frontière air-mer

$$kC^* + (\mathbf{K} \cdot \nabla C^*) \cdot \mathbf{n} = 0. \quad (2.47)$$

Dans le cas de l'eau de mer, on a $C = 0$ et il suffit donc d'imposer $C^* = 0$ dans le cas du problème adjoint. Par conséquent, avec ces conditions aux limites pour C^* , on a

$$m(T, t_0, \mathbf{x}_0) = C_T^*(t_0, \mathbf{x}_0). \quad (2.48)$$

où l'indice T précise à quel instant on a imposé la condition initiale du problème adjoint. On peut alors calculer le temps de résidence moyen de la parcelle

$$\theta = \frac{1}{m_0} \int_{t_0}^{\infty} m(t) dt = \int_{t_0}^{\infty} C_t^*(t_0, \mathbf{x}_0) dt. \quad (2.49)$$

Cette approche nécessite de faire tourner le modèle de nombreuses fois pour différents $t = T$ correspondant à la condition initiale du problème adjoint avant de pouvoir intégrer. Afin d'éviter cet inconvénient qui induirait un coût-calcul important, on introduit la fonction de distribution cumulative du temps de résidence [Delhez *et al.*, 2004] :

$D(t_0, \tau, \mathbf{x}_0)$ est la fraction de la masse de traceur libérée en (t_0, \mathbf{x}_0) dont le temps de résidence est supérieur ou égal à τ . C'est donc la masse de traceur encore présente dans la région de contrôle au temps $t_0 + \tau$, après une injection de masse unitaire.

On a donc

$$D(t, \tau, \mathbf{x}) = \frac{m(t + \tau; t, \mathbf{x})}{m(t; t, \mathbf{x})} \equiv \tilde{m}(t + \tau; t, \mathbf{x}) \equiv C_{t+\tau}^*(t, \mathbf{x}). \quad (2.50)$$

Si l'on définit alors $t + \tau = T$, on obtient

$$C_T^*(t, \mathbf{x}) = D(t, \tau, \mathbf{x}), \quad (2.51)$$

d'où on tire

$$\begin{cases} \frac{\partial D}{\partial t} - \frac{\partial D}{\partial \tau} + \mathbf{u} \cdot \nabla D + \nabla \cdot (\mathbf{K} \cdot \nabla D) = 0 \\ D(t, 0, \mathbf{x}) = C_t^*(T, x) = 1. \end{cases} \quad (2.52)$$

Les conditions aux limites du nouveau problème s'obtiennent aisément :

$$[K \cdot \nabla D(t, \tau, \mathbf{x})] \cdot \mathbf{n} = 0 \quad (2.53)$$

au Nord, au Sud et au fond et

$$[K \cdot \nabla D(t, \tau, \mathbf{x})] \cdot \mathbf{n} = -k D(t, \tau, \mathbf{x}) \quad \text{pour un traceur gazeux.} \quad (2.54)$$

$$D = 0 \quad \text{pour l'eau de mer.} \quad (2.55)$$

à l'interface air-mer. Cette équation doit être résolue dans un espace à 5D $\{t, \tau, \mathbf{x}\}$. On peut toutefois se contenter de déterminer le temps de résidence moyen :

$$\theta(t, \mathbf{x}) = \int_{t_0}^{\infty} \tilde{m}(t, t_0, \mathbf{x}) dt = \int_0^{\infty} \tilde{m}(t_0 + \tau, t_0, \mathbf{x}) d\tau = \int_0^{\infty} D(t_0, \tau, \mathbf{x}_0) d\tau. \quad (2.56)$$

En intégrant l'équation différentielle pour D , on obtient :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} - \underbrace{(D(t_0, \infty, \mathbf{x}_0) - D(t_0, 0, \mathbf{x}_0))}_{=0} + \mathbf{u} \cdot \nabla \theta + \nabla \cdot (\mathbf{K} \nabla \theta) = 0 \quad (2.57)$$

et donc

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + 1 + \mathbf{u} \cdot \nabla \theta + \nabla \cdot (\mathbf{K} \cdot \nabla \theta) = 0. \quad (2.58)$$

Le calcul du temps de résidence moyen à n'importe quels temps t et position \mathbf{x} nécessite donc l'intégration de cette équation avec des conditions aux frontières appropriées, que l'on dérive des conditions aux frontières correspondantes pour D . Au Nord, au Sud et au fond

$$[\mathbf{K} \cdot \nabla \theta] \cdot \mathbf{n} = 0, \quad (2.59)$$

tandis qu'en surface

$$[\mathbf{K} \cdot \nabla \theta] \cdot \mathbf{n} = -k\theta \quad \text{pour un traceur gazeux,} \quad (2.60)$$

$$\theta = 0 \quad \text{pour l'eau de mer.} \quad (2.61)$$

En réalité, on travaillera ici encore avec une forme adimensionnelle de ce problème. Comme précédemment, on utilisera de préférence des variables adimensionnelles. Outre les définitions 2.6 et 2.23, on introduira pour cela la variable

$$\tilde{\theta} = \frac{\theta}{LH/\psi}. \quad (2.62)$$

Le problème à résoudre s'écrit alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial \tilde{t}} = 1 + \tilde{v} \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial \tilde{y}} + \frac{1}{Pe_h} \frac{\partial^2 \tilde{\theta}}{\partial \tilde{y}^2} + \tilde{w} \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial \tilde{z}} + \frac{1}{Pe_v} \frac{\partial^2 \tilde{\theta}}{\partial \tilde{z}^2} \\ \text{avec } \nabla \tilde{\theta} \cdot \mathbf{n} = 0 \quad \text{aux frontières Nord et Sud et au fond} \\ \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial \tilde{z}}|_{\tilde{z}=1} = -\tilde{k} \tilde{\theta} \quad \text{ou} \quad \tilde{\theta} = 0 \quad \text{à l'interface air-mer.} \end{array} \right. \quad (2.63)$$

Par simplicité, on choisira en outre une condition initiale $\tilde{\theta} = 0$ partout.

Chapitre 3

Des études préliminaires

La présentation de deux modèles analytiques unidimensionnels permettant de développer une première intuition physique de la situation.

Dans la perspective de se forger une première intuition physique de l'allure des champs d'âge, de temps de résidence et de temps de transit, deux problèmes unidimensionnels comportant une solution analytique ont été étudiés. Ils consistent en la résolution des problèmes différentiels stationnaires pour l'âge et le temps de résidence dans des configurations hydrodynamiques très simples. Le champ correspondant de temps de transit en est aisément déduit.

La première situation étudiée est celle d'une colonne d'eau sujette seulement à la diffusion. Ce problème est décrit dans la première section de ce chapitre. La seconde configuration considérée, à laquelle référence est faite sous le nom de « boucle de Munk », comporte à la fois de la diffusion et un transport par advection. Les résultats correspondants sont présentés dans la seconde section de ce chapitre. Dans chacune de ces configurations hydrodynamiques, les cas de l'eau de mer et du dioxyde de carbone ont été considérés successivement.

3.1 L'âge, le temps de résidence et le temps de transit dans une colonne d'eau sujette à la diffusion

On considère une colonne d'eau immobile, de hauteur H , au sein de laquelle s'observe une diffusivité κ . L'atmosphère surplombant celle-ci contient une concentration constante $\frac{C_0}{\alpha}$ de CO_2 , avec $\bar{\alpha}$ le coefficient de solubilité d'Ostwald. Pour obtenir les profils d'âge a et de temps de résidence θ à l'équilibre dans cette colonne d'eau, on considère une version unidimensionnelle, stationnaire et purement diffusive des équations différentielles 2.22 et 2.58 :

$$\begin{cases} \kappa \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} = 0, & C + \kappa \frac{\partial^2 \alpha}{\partial z^2} = 0 \quad \text{et} \quad a = \frac{\alpha}{C}, \\ 1 + \kappa \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} = 0. \end{cases} \quad (3.1)$$

Comme précédemment, α désigne la concentration d'âge et C correspond, selon le problème considéré, à la concentration de dioxyde de carbone ou d'eau de mer - auquel

Eau de mer Condition de Dirichlet	Dioxyde de carbone Condition de Robin
$\tilde{C}_D(\tilde{z}) = 1$ $\tilde{\alpha}_D(\tilde{z}) = -\frac{1}{2}\tilde{z}^2 + \frac{1}{2}$ $\tilde{a}_D = \frac{\tilde{\alpha}_D}{\tilde{C}_D} = \tilde{\alpha}$ $\tilde{\theta}_D(\tilde{z}) = -\frac{1}{2}\tilde{z}^2 + \frac{1}{2}$ $\tilde{tr}_D(\tilde{z}) = -\tilde{z}^2 + 1$	$\tilde{C}_R(\tilde{z}) = 1$ $\tilde{\alpha}_R(\tilde{z}) = -\frac{1}{2}\tilde{z}^2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{\gamma}$ $\tilde{a}_R = \frac{\tilde{\alpha}_R}{\tilde{C}_R} = \tilde{\alpha}$ $\tilde{\theta}_R(\tilde{z}) = -\frac{1}{2}\tilde{z}^2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{\gamma}$ $\tilde{tr}_R(\tilde{z}) = -\tilde{z}^2 + 1 + \frac{2}{\gamma}$

TAB. 3.1 – **Solutions adimensionnelles stationnaires** pour la concentration \tilde{C} , la concentration d'âge $\tilde{\alpha}$, l'âge \tilde{a} , le temps de résidence $\tilde{\theta}$ et le temps de transit \tilde{tr} en fonction de la coordonnée adimensionnelle \tilde{z} dans une colonne d'eau immobile sujette à la diffusion, dans le cas de conditions aux frontières de Dirichlet ou de Robin.

cas elle est bien sûr unitaire. En outre, z désigne la coordonnée verticale, croissante du fond de l'océan ($z = 0$) à la surface ($z = H$). Pour la résolution de ces équations, les conditions à considérer à la frontière supérieure sont naturellement des conditions de Dirichlet

$$\alpha|_{z=H} = 0 \quad \text{et} \quad \theta|_{z=H} = 0 \quad \text{dans le cas de l'eau de mer,}$$

et des conditions de Robin

$$\begin{cases} \kappa \frac{\partial C}{\partial z}|_{z=H} = k(C_a - C(z=H)), \\ \kappa \frac{\partial \alpha}{\partial z}|_{z=H} = -k\alpha(z=H), \\ \kappa \frac{\partial \theta}{\partial z}|_{z=H} = -k\theta(z=H) \end{cases} \quad \text{dans le cas du dioxyde de carbone,}$$

avec k la vitesse de transfert. Au fond, on a bien sûr $\kappa \frac{\partial C}{\partial z}|_{z=0} = 0$, $\kappa \frac{\partial \alpha}{\partial z}|_{z=0} = 0$ et $\kappa \frac{\partial \theta}{\partial z}|_{z=0} = 0$. Les grandeurs apparaissant dans ces équations peuvent être rendues adimensionnelles en posant

$$\tilde{z} = \frac{z}{H}, \quad \tilde{C} = \frac{C}{C_a}, \quad \tilde{\alpha} = \frac{\kappa \alpha}{H^2 C_a}, \quad \tilde{a} = \frac{\kappa a}{H^2} \quad \text{et} \quad \tilde{\theta} = \frac{\kappa \theta}{H^2}.$$

On définit en outre le temps de transit adimensionnel $\tilde{tr} = \frac{K \cdot tr}{H^2}$ avec tr le temps de transit. Dans ces relations, C_a doit être remplacé par 1 kg/m^3 dans le cas où l'on considère l'eau de mer.

Les solutions adimensionnelles obtenues sont présentées dans le tableau 3.1. Pour le CO_2 , elles dépendent de l'unique paramètre adimensionnel $\gamma = \frac{kH}{\kappa}$. Pour l'eau de mer, elles sont non paramétriques. Les profils correspondants sont représentés à la figure 3.1. Dans les deux cas, on obtient une concentration adimensionnelle unitaire, ce qui est conforme à l'idée d'un modèle à l'équilibre. Il est intéressant de noter que les expressions obtenues pour l'âge et le temps de résidence sont identiques. Ceci se comprend si l'on se rend compte que, la diffusion étant isotrope, le temps nécessaire au parcours d'une distance h donnée vers le haut ou vers le bas doit être identique. Pour que l'âge soit différent du temps de résidence, il faudrait une diffusion anisotrope, ou

bien une advection se superposant à la diffusion. Logiquement, l'âge -tout comme le temps de résidence- est minimal en surface. Il augmente ensuite paraboliquement avec la profondeur pour atteindre un maximum au fond, en $\tilde{z} = 0$. Lorsque l'on augmente le paramètre γ , l'âge et le temps de résidence correspondant à une condition de Robin tendent vers les valeurs que l'on obtiendrait en imposant une condition de Dirichlet à la surface. L'interprétation physique de ceci est évidente : le paramètre γ augmente si l'on augmente la vitesse de transfert, ce qui revient à accroître la proportion de particules d'âge nul dans la parcelle d'eau de surface. L'âge moyen de cette dernière décroît dès lors vers zéro, de sorte que l'on se rapproche d'une condition de Dirichlet, où l'on considère que l'entièreté des caractéristiques de la parcelle est renouvelée dans la couche de surface. Le paramètre γ peut également augmenter si la diffusivité décroît. Une diminution de la diffusivité signifie en effet que, statistiquement, les particules se trouvant à un instant dans la couche de surface y restent plus longtemps, de sorte que les échanges avec l'atmosphère ont une probabilité accrue de s'effectuer. Ceci, une fois encore, accroît la proportion de particules d'âge nul dans la couche de surface. On se rapproche donc bien d'une condition de Dirichlet à la surface. Enfin, γ augmente si la hauteur de la colonne d'eau augmente. Le rapprochement des profils des cas de la condition de Robin et de la condition de Dirichlet traduit ici le fait que, statistiquement, à diffusivité et vitesse de transfert fixées, le temps que passe une particule dans la colonne d'eau sans retourner à la couche de surface s'accroît, ce qui diminue l'influence de la condition à la frontière. Lors de l'interprétation de ces graphiques, il importe de garder à l'esprit qu'une diminution du profil adimensionnel lors d'une augmentation de γ ne traduit pas nécessairement une diminution de l'âge ou du temps de résidence effectif.

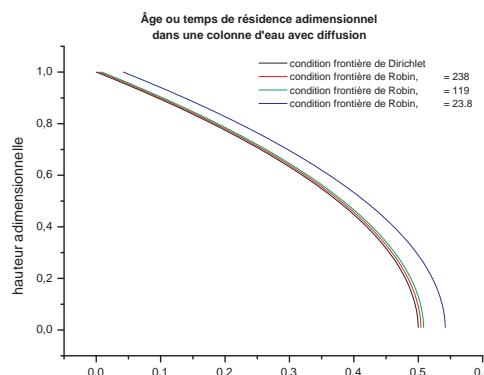


FIG. 3.1 – Profils adimensionnels stationnaires d'âge ou de temps de résidence dans une colonne d'eau immobile sujette à la diffusion, dans le cas de conditions de Dirichlet ou de Robin, y compris une étude de sensibilité au paramètre γ introduit dans ce dernier cas.

3.2 L'âge, le temps de résidence et le temps de transit dans la « boucle de Munk »

Le modèle hydrodynamique proposé par *Munk [1966]* est celui d'un équilibre entre l'advection par la circulation méridienne et la diffusion dans les zones de l'océan où

l'eau remonte vers la surface :

$$w \frac{\partial(\cdot)}{\partial z} = \kappa \frac{\partial^2(\cdot)}{\partial z^2} \quad (3.2)$$

avec w la vitesse verticale vers le haut (m/s) et κ la diffusivité verticale (m^2/s). Ce modèle a été introduit en tant que modèle de fermeture de la circulation thermohaline, c'est-à-dire de la circulation méridienne considérée comme générée par les forces de poussée agissant sur des parcelles d'eau dont la densité varie en fonction de leurs caractéristiques en température et salinité. Comme mentionné au premier chapitre, si l'on suppose cette circulation stationnaire, il doit nécessairement exister une zone conjuguant une remontée d'eau vers la surface et un flux de chaleur vers le bas, ceci afin de compenser la source -connue- de formation d'eau profonde, qui correspond à la combinaison d'une plongée d'eau et d'un flux de chaleur ascendant. Sur base du constat que la remontée de l'eau profonde doit s'effectuer dans un milieu essentiellement en stratification thermique stable, Munk émit l'idée d'un mélange turbulent intérieur pour permettre la transformation des masses d'eau lors de leur remontée au sein de l'océan et donc l'existence d'un flux de chaleur vers le bas¹. Sous cet équilibre, les masses d'eau profonde se réchauffent par l'effet d'un mélange vertical turbulent représenté par un coefficient de diffusion κ , c'est-à-dire en raison de mouvements turbulents de petite échelle tels que vitesse verticale et température sont corrélés négativement. Ceci permet de conjuguer un mouvement global ascendant à un flux de chaleur vers le fond, autrement dit à une montée de fluide froid et une descente de fluide chaud.

Munk a intégré cette équation en supposant w et κ constants. Il a montré que le profil exponentiel qui en résulte concorde assez bien avec les profils de température et de salinité dans le Pacifique en-dessous de 1000 mètres pour $\frac{K_v}{w} \sim 700 \text{ m}$. Estimant la moyenne verticale de la remontée d'eau à $w \sim \frac{q}{Surf_{ocean}} = 8 \times 10^{-6} \text{ m/s}$ (où $q \sim 30 \text{ Sv}$ est la quantité d'eau profonde formée dans l'océan mondial et $Surf_{ocean}$, la grandeur approximative de la surface de l'océan mondial), il en déduisit $\kappa \sim 0.5 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$.

Le modèle « boucle de Munk » considéré ici est une extension de ce modèle initial de Munk en ce sens qu'au lieu de considérer uniquement la zone de remontée d'eau, on considère plutôt une boucle de longueur L supposée représenter schématiquement la circulation méridienne. On y considère un équilibre entre l'advection et la diffusion tant dans la branche ascendante que dans la branche descendante de la circulation méridienne. Comme indiqué à la figure 3.2, des interactions atmosphère-océan sont imposées au point $s = 0^- = L^+$, où s désigne la coordonnée curviligne courant le long de la boucle, depuis la zone de vitesse descendante jusqu'à celle de vitesse ascendante. On suppose que l'atmosphère contient une concentration constante $\frac{C_a}{\bar{\alpha}}$ de CO_2 , avec $\bar{\alpha}$, le coefficient de solubilité d'Ostwald. Pour obtenir les profils de l'âge a et du temps de résidence θ à l'équilibre dans la « boucle de Munk », on considère une version unidimensionnelle et stationnaire des équations différentielles 2.22 et 2.58 :

$$\begin{cases} \frac{\partial C}{\partial s} = \kappa \frac{\partial^2 C}{\partial s^2}, & w \frac{\partial \alpha}{\partial s} = C + \kappa \frac{\partial^2 \alpha}{\partial s^2} \quad \text{et} \quad a = \frac{\alpha}{C} \\ -w \frac{\partial \theta}{\partial s} = 1 + \kappa \frac{\partial^2 \theta}{\partial s^2} \end{cases}$$

Ici encore, α désigne la concentration d'âge et C correspond, selon le problème considéré, à la concentration de CO_2 ou bien d'eau de mer - auquel cas elle est unitaire. La

¹Le mélange d'un fluide stratifié dans une colonne d'eau augmente l'énergie potentielle de cette colonne. Il doit donc être généré par un processus extérieur. L'origine de ce processus n'est pas déterminée.

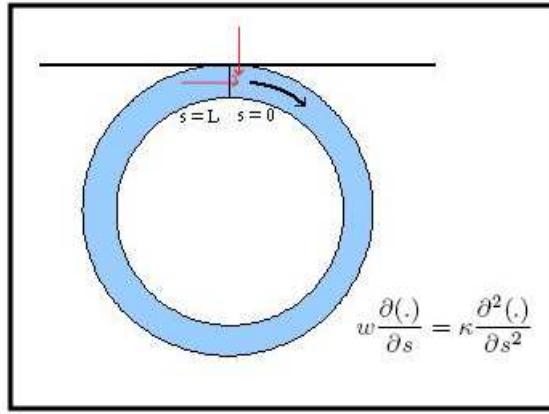


FIG. 3.2 – La boucle de Munk.

diffusivité κ et la vitesse w sont supposées constantes et positives. On impose au point $s = L^+ = 0^-$ une condition de continuité

$$C(L^+) = C(0^-), \quad \alpha(L^+) = \alpha(0^-), \quad \theta(L^+) = \theta(0^-),$$

ainsi que des interactions avec l'atmosphère sous forme d'une condition de Dirichlet

$$\alpha(0) = 0 \quad \text{et} \quad \theta(0) = 0 \quad \text{dans le cas de l'eau de mer,}$$

ou sous la forme d'une « condition de Robin modifiée »

$$\begin{cases} -\kappa \frac{\partial C}{\partial s}|_{s=0} = k.(C_a - C(0)) - \kappa \frac{\partial C}{\partial s}|_{s=L}, \\ -\kappa \frac{\partial \alpha}{\partial s}|_{s=0} = -k\alpha(0) - \kappa \frac{\partial \alpha}{\partial s}|_{s=L}, \quad \text{dans le cas du dioxyde de carbone,} \\ -\kappa \frac{\partial \theta}{\partial s}|_{s=0} = -k\theta(0) - \kappa \frac{\partial \theta}{\partial s}|_{s=L} \end{cases}$$

avec k la vitesse de transfert. Cette version modifiée de la condition de Robin « classique » correspond au fait que les flux s'additionnent comme sur la figure 3.2.

Une nouvelle fois, on travaillera de préférence avec une version adimensionnelle des problèmes différentiels ci-dessus. On définit donc les grandeurs adimensionnelles

$$\tilde{s} = \frac{s}{L}, \quad \tilde{C} = \frac{C}{C_a}, \quad \tilde{\alpha} = \frac{w}{LC_a}\alpha, \quad \tilde{a} = \frac{w}{L}a, \quad \tilde{\theta} = \frac{w}{L}\theta.$$

Dans ces relations, C_a doit être remplacé par 1 kg/m^3 pour l'eau de mer. On introduit en outre le temps de transit adimensionnel $\tilde{tr} = \frac{w}{L}tr$ avec tr le temps de transit. Les solutions adimensionnelles obtenues dépendent d'un unique paramètre adimensionnel $Pe = \frac{wL}{\kappa}$ dans le cas de l'eau de mer et des deux paramètres adimensionnels $Pe = \frac{wL}{\kappa}$ et $\beta = \frac{kL}{\kappa}$ dans le cas du CO_2 . Elles sont reprises dans le tableau 3.2.

Les figures 3.3(a) et 3.3(b) présentent les profils d'âge et de temps de résidence obtenus pour quelques valeurs du paramètre Pe , en fonction de la coordonnée curviligne \tilde{s} , dans des conditions de Dirichlet. Le paramètre Pe est bien sûr un nombre de Peclet car il correspond au rapport d'une échelle caractéristique advective et d'une échelle caractéristique diffusive.

Eau de mer Condition de Dirichlet	Dioxyde de carbone Condition de Robin
$\tilde{C}_D(\tilde{s}) = 1$ $\alpha_D(\tilde{s}) = \frac{e^{Pe\tilde{s}} - 1}{1 - e^{Pe}} + \tilde{s}$ $\tilde{a}_D = \frac{\tilde{\alpha}_D}{\tilde{C}_D} = \tilde{\alpha}_D$ $\tilde{\theta}_D(\tilde{s}) = \frac{e^{-Pe\tilde{s}} - 1}{e^{-Pe} - 1} - \tilde{s}$ $\tilde{tr}_D(\tilde{s}) = \frac{e^{Pe\tilde{s}} - 1}{1 - e^{Pe}} + \frac{e^{-Pe\tilde{s}} - 1}{e^{-Pe} - 1}$	$\tilde{C}_R(\tilde{s}) = 1$ $\tilde{\alpha}_R(\tilde{s}) = \frac{e^{Pe\tilde{s}} - 1}{1 - e^{Pe}} + \tilde{s} + \frac{Pe}{\beta}$ $\tilde{a}_R = \frac{\tilde{\alpha}_R}{\tilde{C}_R} = \tilde{\alpha}_R$ $\tilde{\theta}_R(\tilde{s}) = \frac{e^{-Pe\tilde{s}} - 1}{e^{-Pe} - 1} - \tilde{s} + \frac{Pe}{\beta}$ $\tilde{tr}_R(\tilde{s}) = \frac{e^{Pe\tilde{s}} - 1}{1 - e^{Pe}} + \frac{e^{-Pe\tilde{s}} - 1}{e^{-Pe} - 1} + 2\frac{Pe}{\beta}$

TAB. 3.2 – **Solutions adimensionnelles stationnaires** pour la concentration \tilde{C} , la concentration d’âge $\tilde{\alpha}$, l’âge \tilde{s} , le temps de résidence $\tilde{\theta}$ et le temps de transit \tilde{tr} dans la « boucle de Munk » avec des conditions aux frontières de Dirichlet ou de Robin.

Si ce nombre de Peclet est petit, le terme diffusif de l’équation pour l’âge tend à dominer l’équation qui se réduit alors à

$$\frac{\partial \tilde{\alpha}^2}{\partial \tilde{s}^2} = -Pe, \quad (3.3)$$

dont la solution est, pour des conditions de Dirichlet,

$$\tilde{\alpha}(\tilde{s}) = -\frac{Pe}{2}\tilde{s}^2 + \frac{Pe}{2}\tilde{s}, \quad (3.4)$$

parabole présentant un maximum en $\frac{1}{2}$. Dans ce cas diffusif, on observe une parfaite symétrie entre la branche « ascendante » et « descendante » de la circulation méridienne, quoique ces termes cessent d’y être appropriés. En outre, en projection sur la verticale, on retrouve un profil analogue à celui obtenu pour la colonne d’eau diffusive à la section précédente.

Si le nombre de Peclet est grand, c’est au contraire le terme d’advection qui tend à dominer l’équation qui se réduit alors à

$$\frac{\partial \tilde{\alpha}}{\partial \tilde{s}} = 1 \quad (3.5)$$

dont la solution est $\tilde{\alpha} = \tilde{s} + B$, où B devrait être nul pour satisfaire la condition de Dirichlet. Ceci ne permet pas de satisfaire la condition de continuité. La solution s’ajuste donc vers la valeur prescrite à la frontière dans une région de fort gradient (couche limite). Dès lors, dans le cas où l’advection est dominante, on a un net maximum de l’âge en fin de boucle et une croissance linéaire de celui-ci avec la coordonnée curviligne \tilde{s} en début et milieu de boucle. La région à fort gradient d’âge correspond à la superposition de particules injectées en surface dans la boucle puis advectées vers la profondeur avant de revenir en surface et de particules qui parcourent la boucle « dans l’autre sens » par diffusion.

Les profils d'âge et de temps de résidence sont parfaitement symétriques, ce qui est physiquement évident. Lorsque l'on projette le profil d'âge ou de temps de résidence sur un axe vertical pour obtenir un profil moyen en fonction de la profondeur, on obtient bien sûr un graphe identique dans les deux cas. La figure 3.3(c) correspondante montre une homogénéité de l'âge et du temps de résidence dans la majeure partie de la colonne d'eau, avec un fort gradient en surface.

L'âge adimensionnel est toujours plus important dans le modèle dominé par l'advection. Si la diffusivité est très élevée, l'âge reste faible partout et l'on tend vers le profil parabolique du modèle 1D diffusif, tandis que la valeur du maximum de l'âge adimensionnel diminue. Ceci ne signifie pas un renouvellement plus rapide de l'eau dans le cas diffusif, mais traduit le fait que l'adimensionnalisation de l'âge est basée sur une échelle de temps advective. De même, avec cette adimensionnalisation, il est de logique que, dans le cas advectif, la pente de l'âge en fonction de la coordonnée curviligne tende vers 1, puisque l'âge ne peut -dans ce cas- augmenter avec la coordonnée curviligne \tilde{s} , que dans la mesure où le fluide lui-même se déplace au cours du temps.

Dans le cas d'une condition de Robin, la solution dépend du paramètre β qui est à mettre en analogie avec le paramètre γ du modèle présenté à la section précédente.

Un paramètre β petit induit une condition de Robin réduite à une continuité de la dérivée de l'âge au point surface et une absence de flux d'âge nul. On s'attend donc à un âge et un temps de résidence augmentés, ce qui est effectivement observé. Un paramètre β grand correspondant à des échanges air-mer rapides fait tendre le profil vers celui obtenu dans le cas d'une condition de Dirichlet. Dans les équations, ceci se traduit par le fait que les profils de temps de résidence et d'âge dans le cas d'une condition de Robin sont tous deux augmentés (translatés) d'une quantité $\frac{Pe}{\beta}$ mesurant le rapport de la vitesse d'advection w à la vitesse de transfert k . L'âge et le temps de résidence adimensionnels peuvent donc excéder 1 dans le cas d'une condition de Robin. Les propriétés de symétrie/dissymétrie entre la branche ascendante et la branche descendante sont bien sûr préservées, tout comme la symétrie âge/temps de résidence. Comme les profils obtenus dans le cas d'une condition de Robin se résument à un simple décalage des profils obtenus dans le cas d'une condition de Dirichlet, les graphes correspondants n'ont pas été présentés dans ce travail.

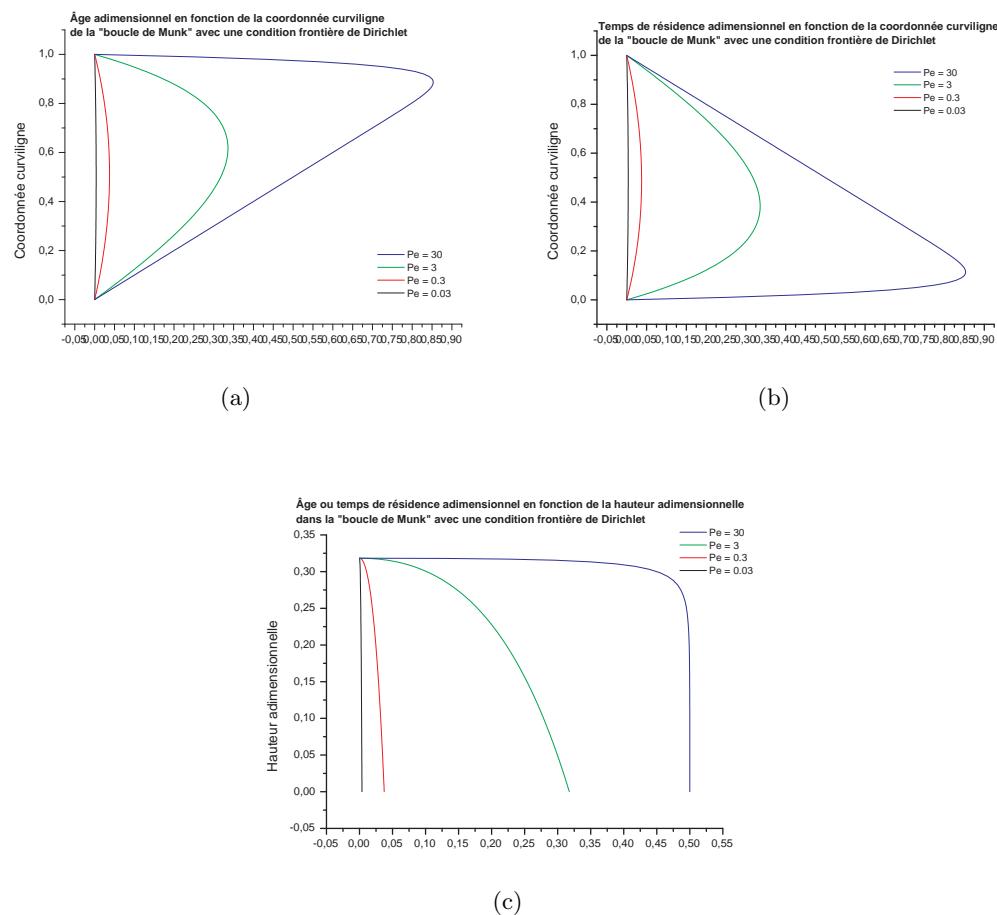


FIG. 3.3 – Profils d’âge (a) ou de temps de résidence (b) adimensionnels en fonction de la coordonnée curviligne \tilde{s} de la « boucle de Munk » dans des conditions de Dirichlet, y compris une étude de sensibilité à une variation du paramètre Pe . Profils d’âge et de temps de résidence adimensionnels (c) en fonction de la hauteur adimensionnelle de la boucle de Munk dans des conditions de Dirichlet, y compris une étude de sensibilité à une variation du paramètre Pe .

Chapitre 4

La simulation numérique

Une présentation du programme numérique réalisé en vue de l'obtention des champs d'âge, de temps de résidence et de temps de transit dans le bassin océanique idéalisé considéré, pour l'eau de mer ainsi que pour le dioxyde de carbone.

Pour résoudre le problème - posé au second chapitre - de la détermination des champs d'âge, de temps de résidence et de temps de transit de l'eau de mer et du dioxyde de carbone dans un bassin océanique idéalisé animé d'une circulation stationnaire spécifiée par une fonction de courant, le recours à une simulation numérique s'impose. La première section de ce chapitre décrit la structure générale du code correspondant. La deuxième présente la façon d'obtenir le champ de vitesse discret correspondant à la circulation animant le bassin. Enfin, la dernière décrit la discrétisation choisie des problèmes différentiels aux dérivées partielles pour l'âge et pour le temps de résidence.

4.1 La structure générale du programme

Le programme développé est essentiellement contenu dans un seul fichier, écrit en Fortran77. Sa structure est présentée à la figure 4.1. Il est basé sur une démarche en trois étapes : spécification du problème, application des modules diagnostiques et présentation des résultats.

La première de ces étapes repose sur la définition préliminaire d'un domaine d'intérêt. Il s'agit en l'occurrence d'un bassin bidimensionnel rectangulaire, aux frontières imperméables, représenté par un maillage régulier comprenant $(M - 1) \times (N - 1)$ cellules. Des conditions hydrodynamiques doivent y être définies. Celles-ci comportent une fonction de courant, dont la valeur doit être spécifiée aux $M \times N$ noeuds du maillage - comme indiqué sur la figure 4.2- ainsi qu'une indication de l'importance des processus de mélange par rapport à l'advection méridienne et à l'advection verticale, via la spécification des nombres de Peclet horizontal et vertical. Une discontinuité méridienne de ce dernier paramètre peut être spécifiée. Il doit en outre être indiqué si l'on considère l'eau de mer, auquel cas on choisira l'option DIRICHLET, ou bien un constituant gazeux, auquel cas on choisira l'option ROBIN et l'on indiquera la vitesse de transfert correspondant au traceur concerné. Les noms respectifs de ces options font bien sûr référence au type de condition appliquée dans chacun des cas à l'interface air-mer.

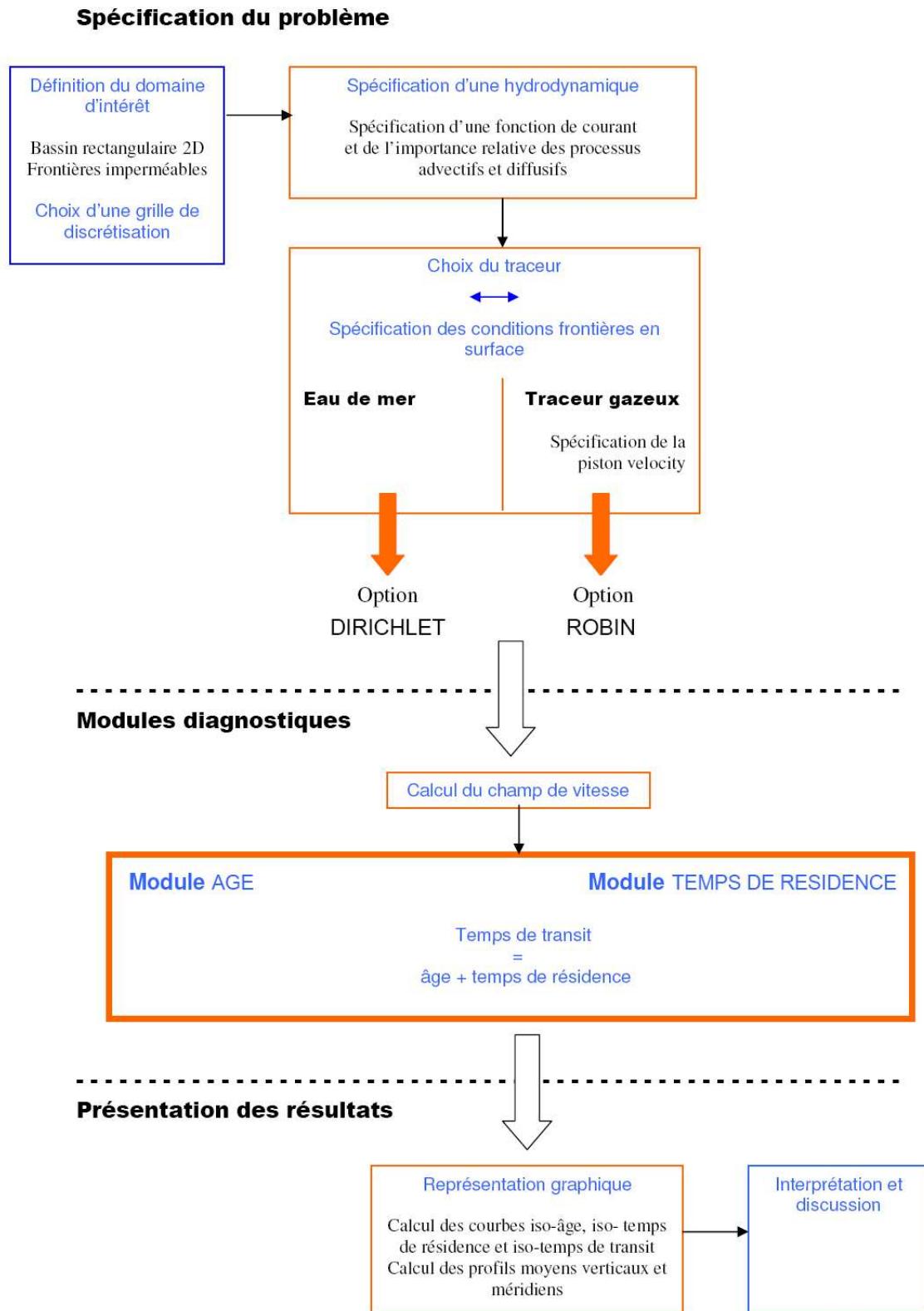


FIG. 4.1 – Schéma du programme numérique réalisé en vue de l'obtention des champs d'âge, de temps de résidence et de temps de transit de l'eau de mer et du CO_2 dans un bassin océanique bidimensionnel animé d'un flux spécifié.

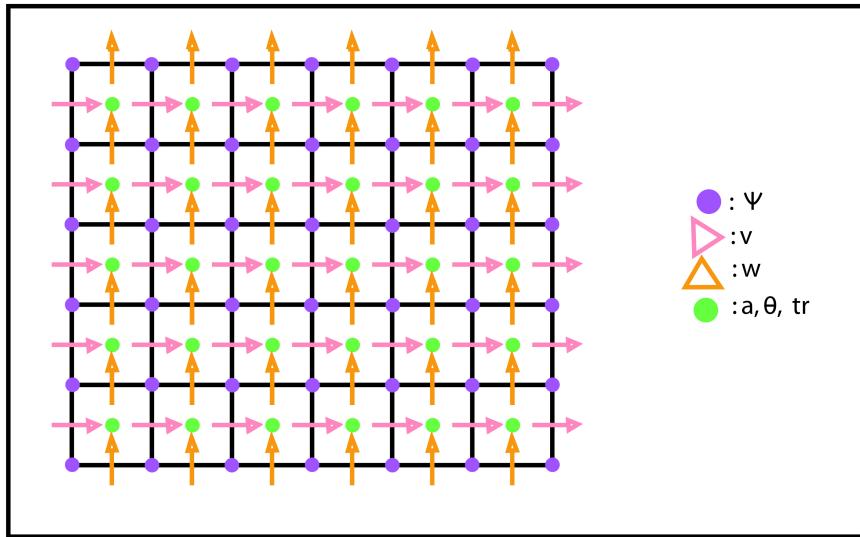


FIG. 4.2 – Grille de discréttisation.

Le problème à étudier est ainsi posé. Pour le traiter, on commence par calculer le champ de vitesse correspondant à la fonction de courant proposée. On fait ensuite appel aux modules diagnostiques proprement dits, consacrés au calcul de l'âge et du temps de résidence au centre de chaque cellule du maillage. Ces modules constituent le cœur du programme. Par définition, le temps de transit est obtenu au centre de chaque cellule du maillage par simple addition de l'âge et du temps de résidence en ces points. Comme il a déjà été mentionné, on fait appel, pour l'évaluation de ces derniers, aux équations proposées par la théorie CART. Les modules de calcul de l'âge et du temps de résidence ont dès lors les propriétés suivantes :

- la capacité d'évaluer ces échelles de temps tant pour l'eau de mer que pour un constituant gazeux dissous existant en son sein,
- la prise en compte à la fois des processus d'advection et des processus de mélange qui peuvent affecter une parcelle d'eau,
- un formalisme eulérien permettant l'obtention d'un champ d'âge ou de temps de résidence avec un coût-calculation raisonnable.

Pour une interprétation aisée des résultats obtenus, une représentation graphique s'impose. Celle-ci a été réalisée à partir du logiciel Matlab. En réalité, le programme Fortran principal, qui assume à lui seul toutes les fonctions décrites précédemment, est conçu pour écrire directement dans un fichier exécutable par Matlab les résultats obtenus ainsi que le code nécessaire à leur présentation graphique : calcul et représentation des iso-courbes des différents champs, calcul et représentation des profils moyens verticaux et méridiens.

Comme on l'a déjà indiqué, on travaillera ici en variables adimensionnelles. Ceci ne sera plus nécessairement mentionné dans la suite du texte et, afin de ne pas alourdir les notations, le symbole (\sim) jusqu'ici pour les désigner dorénavant sera omis.

4.2 Le calcul du champ de vitesse

Dans le cadre de cette étude, la circulation est spécifiée par la fonction de courant ψ introduite à l'équation 2.5. A partir des valeurs de cette fonction de courant aux noeuds du maillage, on évalue simplement, à l'aide d'une représentation en différences finies des relations 2.3, les composantes méridienne et verticale de la vitesse aux milieux des interfaces entre les cellules dans la direction correspondante, comme indiqué sur la figure 4.2. Le choix d'une telle grille décentrée permet de calculer v et w à partir de ψ sans interpolation avec une approximation du second ordre. En outre, dans une telle configuration, la divergence discrète de la vitesse est nulle au centre de chaque cellule du maillage, c'est-à-dire aux points où seront résolues les équations pour l'âge et le temps de résidence. On a en effet, en utilisant les notations de la figure 4.3 :

$$\begin{aligned} v(i - \frac{1}{2}, j) &= -\frac{\partial \psi}{\partial z}(i - \frac{1}{2}, j) = -\frac{\psi(i - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}) - \psi(i - \frac{1}{2}, j - \frac{1}{2})}{\Delta z}, \\ w(i, j - \frac{1}{2}) &= \frac{\partial \psi}{\partial y}(i, j - \frac{1}{2}) = \frac{\psi(i + \frac{1}{2}, j - \frac{1}{2}) - \psi(i - \frac{1}{2}, j - \frac{1}{2})}{\Delta y}. \end{aligned} \quad (4.1)$$

On évalue de même $v(i + \frac{1}{2}, j)$ et $w(i, j + \frac{1}{2})$. On calcule alors, en utilisant toujours des différences finies centrées :

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{u}]_{i,j} &= \frac{\partial v}{\partial y}]_{i,j} + \frac{\partial w}{\partial z}]_{i,j} \\ &= \frac{-\frac{\psi(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}) - \psi(i + \frac{1}{2}, j - \frac{1}{2})}{\Delta z} + \frac{\psi(i - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}) - \psi(i - \frac{1}{2}, j - \frac{1}{2})}{\Delta z}}{\Delta y} \\ &\quad + \frac{\frac{\psi(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}) - \psi(i - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2})}{\Delta y} - \frac{\psi(i + \frac{1}{2}, j - \frac{1}{2}) - \psi(i - \frac{1}{2}, j - \frac{1}{2})}{\Delta y}}{\Delta z} \\ &= 0. \end{aligned} \quad (4.2)$$

4.3 L'implémentation des modules de calcul de l'âge et du temps de résidence

Les équations différentielles pour les champs d'âge et de temps de résidence 2.24 et 2.63 ont toutes deux la même structure, et ne diffèrent que par les signes des termes qui les composent. Elles comprennent des termes de diffusion et des termes d'advection, ainsi qu'un terme d'évolution temporelle. La discréttisation de ceux-ci sera présentée pour une variable scalaire ϕ évaluée au centre des mailles de la grille de la figure 4.2 et pouvant représenter soit l'âge, soit le temps de résidence.

Le problème étudié est stationnaire. Le schéma numérique développé comportera cependant des termes d'évolution temporelle, puisque l'on aura recours ici à une formulation itérative pour la détermination de la solution. Toutefois, le sens de cette « marche temporelle » n'a pas d'importance, précisément parce que l'on tend vers un état stationnaire. On peut dès lors remplacer la variable t par une variable $t' = -t$ dans le

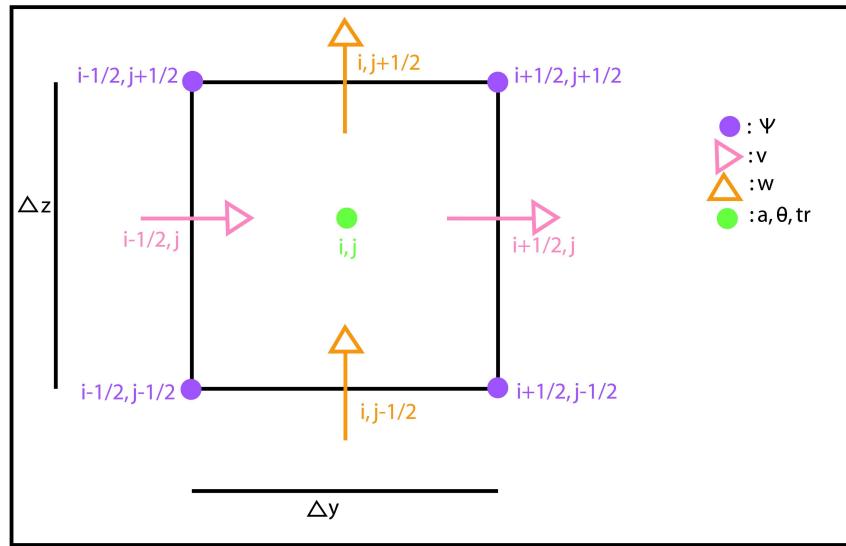


FIG. 4.3 – Une cellule du maillage.

problème pour le temps de résidence, de façon à ce que le terme d'évolution temporelle ait le même signe dans les problèmes pour l'âge et pour le temps de résidence. En définitive, ceux-ci diffèrent donc par le sens des champs de vitesse intervenant dans le terme d'advection $\mathbf{u}_{t_{res}} = -\mathbf{u}_{age} = -\mathbf{u}$ où \mathbf{u} est le champ de vitesse dérivé à la section précédente. Par souci de simplification, $\mathbf{u}_{t_{res}}$ et \mathbf{u}_{age} seront ici conjointement notés \mathbf{u} , tandis que t et t' seront tous deux notés t .

Les termes diffusifs sont aisément discrétisés en différences centrées :

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right) \rfloor_{i,j} &= \frac{\phi_{i+1,j} - 2\phi_{i,j} + \phi_{i-1,j}}{\Delta y^2} \\ &\quad + \frac{\phi_{i,j+1} - 2\phi_{i,j} + \phi_{i,j-1}}{\Delta z^2}. \end{aligned} \quad (4.3)$$

Cette approximation est précise au second ordre. Les indices $\{i, j\}$ font ici référence aux positions indiquées à la figure 4.3 et courrent respectivement dans la direction méridienne entre les valeurs 1 et $(M - 1)$ et dans la direction verticale entre les valeurs 1 et $(N - 1)$. On a $(i, j) = (1, 1)$ pour la cellule située au fond au Sud.

Pour la discrétisation des termes d'advection, on utilise ici un schéma simple, précis au premier ordre, appelé schéma *upwind*. Celui-ci est basé sur une approximation décentrée de la dérivée spatiale.

Considérons une équation d'advection simple 1D :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x}(u\phi). \quad (4.4)$$

Une discrétisation simple de la dérivée spatiale serait

$$\frac{\partial}{\partial x}(u\phi)_i = \frac{u_{i+\frac{1}{2}}\phi_{i+\frac{1}{2}} - u_{i-\frac{1}{2}}\phi_{i-\frac{1}{2}}}{\Delta x}. \quad (4.5)$$

Grâce à l'usage de la grille de discrétisation décentrée, u est effectivement connu aux points $i + \frac{1}{2}$, aux interfaces des cellules. La valeur de ϕ n'y est par contre pas connue. On

doit donc la déterminer en formulant une hypothèse quant à la variation de ϕ entre les centres des cellules. Pour ce faire, on peut considérer la solution analytique exacte du problème à vitesse constante. Physiquement, elle correspond au déplacement d'une onde à la vitesse u dans la direction \hat{x} . Chaque mode y est translaté à la même vitesse sans changer d'amplitude. Ainsi, selon les caractéristiques de l'écoulement, l'information vient plutôt de la gauche ou de la droite. L'idée est alors que le schéma numérique devrait « reconnaître » la direction du flot, qui est celle dans laquelle se propage le signal. On suppose donc que la valeur de ϕ sur la face de la cellule est la même que la valeur au centre de la cellule du côté *upwind* de l'interface. Si $u > 0$, on a donc des différences arrières :

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial y}(u\phi)_i &= \frac{(u\phi)_{i-\frac{1}{2}} - (u\phi)_{i+\frac{1}{2}}}{\Delta y} \\ &= \frac{u_{i-\frac{1}{2}} \phi_{i-1} - u_{i+\frac{1}{2}} \phi_i}{\Delta y}.\end{aligned}\quad (4.6)$$

Inversément, si $u < 0$, on a des différences avant :

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial y}(u\phi)_i &= \frac{(u\phi)_{i-\frac{1}{2}} - (u\phi)_{i+\frac{1}{2}}}{\Delta y} \\ &= \frac{u_{i-\frac{1}{2}} \phi_i - u_{i+\frac{1}{2}} \phi_{i+1}}{\Delta y}.\end{aligned}\quad (4.7)$$

Le principal inconvénient de ce schéma réside dans le fort taux de dissipation numérique qu'il contient, ce qui constitue une erreur significative puisque la solution exacte n'est nullement dissipée. Pour s'en rendre compte, réécrivons le schéma *upwind* pour $u > 0$, en supposant ici $u = \text{constante}$.

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t}\phi_i &= -u\frac{\partial}{\partial x}\phi_i = -u\frac{\phi_i - \phi_{i-1}}{\Delta x} \\ &= -u\frac{\phi_{i+1} - \phi_{i-1}}{2\Delta x} + u\frac{\phi_{i+1} - 2\phi_i + \phi_{i-1}}{2\Delta x} \\ &= \underbrace{-u\frac{\phi_{i+1} - \phi_{i-1}}{2\Delta x}}_{\text{schéma centré}} + \underbrace{\frac{u\Delta x}{2}\left(\frac{\phi_{i+1} - 2\phi_i + \phi_{i-1}}{\Delta x^2}\right)}_{\text{terme de correction}}.\end{aligned}\quad (4.8)$$

Résoudre l'équation d'advection avec un schéma *upwind*, revient donc à résoudre une équation d'advection-diffusion¹

$$\frac{\partial\phi}{\partial t} = -u\frac{\partial\phi}{\partial t} + \frac{u\Delta x}{2}\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}$$

avec une diffusivité² « artificielle » $\frac{u\Delta x}{2}$. Il est pour cette raison impossible de conserver la même discréétisation si u change de signe dans l'écoulement. En effet, utiliser des

¹Le schéma reste cependant consistant puisque, quand $\Delta x \rightarrow 0$, $\Delta t \rightarrow 0$, cela converge vers la solution exacte

²À Δx fixé, cette diffusivité artificielle est d'autant plus importante que la vitesse est grande. Dans la configuration hydrodynamique étudiée dans le cadre de ce travail, l'erreur correspondante est donc la plus grande dans la région d'advection verticale descendante au Nord du bassin. Or, c'est précisément la région où la diffusivité « physique » est la plus importante, ce qui limite le pourcentage d'erreur commis par l'ajout de cette diffusivité « artificielle ».

différences arrières pour $u < 0$ reviendrait à résoudre l'équation d'advection-diffusion avec une diffusivité négative. Le résultat serait nécessairement instable. Lorsque la vitesse est variable, il s'agit que le schéma « s'adapte », à chaque maille, au sens de l'écoulement. Suivant *Hirsch [1990]*, on utilisera donc la formulation composite ci-dessous, avec les notations de la figure 4.4 :

$$\frac{\partial}{\partial x}(u\phi) = \frac{u^+\phi^+ - u^-\phi^-}{\Delta x} \quad (4.10)$$

où

$$\begin{cases} u^+\phi^+ = \frac{u^+ + |u^+|}{2}\phi_i + \frac{u^+ - |u^+|}{2}\phi_{i+1}, \\ u^-\phi^- = \frac{u^- + |u^-|}{2}\phi_{i-1} + \frac{u^- - |u^-|}{2}\phi_i. \end{cases}$$

Ce schéma est aisément étendu au cas des termes d'advection à deux dimensions.

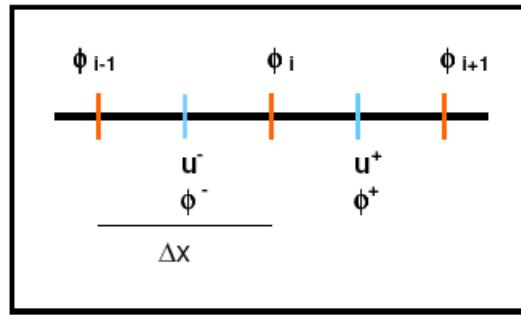


FIG. 4.4 – Notations pour la définition du schéma *upwind* à vitesse variable.

Les équations discrétisées de cette façon font appel, au fond, en surface, au Nord et au Sud, à des points où la valeur de ϕ n'est pas définie. On l'y notera respectivement $\phi_{i,f}$, $\phi_{i,s}$, $\phi_{N,j}$ et $\phi_{S,j}$. Dans chacun des cas, cette valeur peut être simplement déduite des conditions aux frontières.

La condition au fond $\frac{\partial \phi}{\partial z}|_{z=0} = 0$ implique $\frac{\phi_{i,1} - \phi_{i,f}}{\Delta z} = 0$ et donc

$$\phi_{i,f} = \phi_{i,1}.$$

De même, les conditions aux frontières Nord et Sud, $\frac{\partial \phi}{\partial y}|_{y=0,1}$ impliquent $\frac{\phi_{1,j} - \phi_{S,j}}{\Delta z} = 0$ et $\frac{\phi_{N,j} - \phi_{N-1,j}}{\Delta z} = 0$, de sorte que

$$\phi_{S,j} = \phi_{1,j} \quad \text{et} \quad \phi_{N,j} = \phi_{N-1,j}.$$

La détermination de la valeur de $\phi_{i,s}$ dépend du type de condition imposée en surface, c'est-à-dire du fait que l'on considère le problème pour l'eau de mer ou pour un constituant gazeux dissous. Dans le premier cas, la condition de Dirichlet $\phi_{z=1} = 0$ implique $\frac{\phi_{i,M-1} + \phi_{i,s}}{2} = 0$ et l'on a donc

$$\phi_{i,s} = -\phi_{i,M-1}.$$

Dans le second cas, la condition de Robin $\frac{\partial \phi}{\partial z}|_{z=1} = -\tilde{k}\phi(y, 1)$ implique

$$\frac{\phi_{i,s} - \phi_{i,M-1}}{\Delta z} = -\tilde{k} \frac{(\phi_{i,s} + \phi_{i,M-1})}{2},$$

de sorte que l'on a

$$\phi_{i,s} = \frac{2 - \tilde{k}\Delta z}{2 + \tilde{k}\Delta z} \phi_{i,M-1}.$$

Ceci fixe la discréétisation spatiale du problème.

En ce qui concerne la discréétisation de l'évolution temporelle des champs d'âge et de temps de résidence, on prend en compte le terme de diffusion verticale suivant un schéma discret implicite et on traite les autres termes de façon explicite :

$$\frac{\phi^{n+1} - \phi^n}{\Delta t} = 1 - \left[v \frac{\partial}{\partial y} \phi \right]^n - \left[w \frac{\partial}{\partial z} \phi \right]^n + \left[\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{Pe_h} \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \right]^n + \left[\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{Pe_v} \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \right]^{n+1}.$$

Comme il est d'usage lorsque l'on a recours à un schéma explicite, la grandeur du pas de temps Δt doit être fixée en fonction des autres paramètres, par une analyse de stabilité du schéma numérique. Dans le cas présent, Δt doit être tel que

$$\Delta t \leq \frac{1}{\left(\frac{\max(|v|)}{\Delta y} + \frac{\max(|w|)}{\Delta z} + \frac{2}{Pe_h \Delta y^2} \right)}. \quad (4.11)$$

Puisque la stabilité d'un schéma numérique est un concept « linéaire », cette condition de stabilité a été établie en se restreignant à une équation d'advection-diffusion à vitesse (v^*, w^*) constante et telle que v^* et w^* soient positifs. On discréétise cette équation selon le schéma indiqué ci-dessus :

$$\begin{aligned} \frac{\phi_{i,j}^{n+1} - \phi_{i,j}^n}{\Delta t} &= -v^* \frac{\phi_{i,j}^n - \phi_{i-1,j}^n}{\Delta y} - w^* \frac{\phi_{i,j}^n - \phi_{i,j-1}^n}{\Delta z} \\ &\quad + \frac{1}{Pe_h} \frac{\phi_{i+1,j}^n - 2\phi_{i,j}^n + \phi_{i-1,j}^n}{\Delta y^2} + \frac{1}{Pe_v} \frac{\phi_{i,j+1}^{n+1} - 2\phi_{i,j}^n + \phi_{i,j-1}^{n+1}}{\Delta z^2}, \end{aligned}$$

ce qui revient encore à

$$\begin{aligned} \phi_{i,j}^{n+1} &- \frac{1}{Pe_v} \frac{\Delta t}{\Delta z^2} (\phi_{i,j+1}^{n+1} - 2\phi_{i,j}^{n+1} + \phi_{i,j-1}^{n+1}) \\ &= \phi_{i,j}^n - \frac{v^* \Delta t}{\Delta y} (\phi_{i,j}^n - \phi_{i-1,j}^n) - \frac{w^* \Delta t}{\Delta z} (\phi_{i,j}^n - \phi_{i,j-1}^n) \\ &\quad + \frac{1}{Pe_h} \frac{\Delta t}{\Delta y^2} (\phi_{i+1,j}^n - 2\phi_{i,j}^n + \phi_{i-1,j}^n). \end{aligned} \quad (4.12)$$

Selon la technique de Von Neumann, pour déterminer les conditions de stabilité d'un schéma numérique, on introduit dans l'équation des modes de Fourier

$$\phi_{i,j}^n = \lambda^n e^{I(i\theta_y + j\theta_z)}$$

avec $I = \sqrt{-1}$, et les phases $\theta_y = \frac{h\pi}{N}$ et $\theta_z = \frac{l\pi}{M}$, $h = 1..N$, $l = 1..M$. On obtient, en simplifiant le résultat par $e^{I(i\theta_y + j\theta_z)}$ et en considérant seulement la partie réelle du résultat obtenu

$$\frac{\lambda^{n+1}}{\lambda^n} = \frac{1}{1 + C(1 - \cos\theta_z)} (1 - A(1 - \cos\theta_y) - B(1 - \cos\theta_z)) \quad (4.13)$$

où $A = \frac{v^* \Delta t}{\Delta y}$, $B = \frac{w^* \Delta t}{\Delta z} + \frac{2}{Pe_h} \frac{\Delta t}{\Delta y^2}$ et $C = \frac{2}{Pe_v} \frac{\Delta t}{\Delta z^2}$ sont tous positifs. Pour que le schéma reste stable, il faut que $|\frac{\lambda^{n+1}}{\lambda^n}|$ soit inférieur à 1. Dans le cas le plus défavorable, le

dénominateur du membre de droite de l'équation 4.13 vaut 1, de sorte que la condition de stabilité revient à

$$-1 \leq 1 - A(1 - \cos\theta_y) - B(1 - \cos\theta_z) \leq 1.$$

Il s'ensuit la nécessité d'avoir $A + B \leq 1$, c'est-à-dire

$$\Delta t \leq \frac{1}{(\frac{v^*}{\Delta y} + \frac{w^*}{\Delta z} + \frac{2}{Pe_h \Delta y^2})}. \quad (4.14)$$

On montre de la même façon que si le signe de v^* et/ou de w^* est modifié, et que les adaptations consécutives du schéma *upwind* sont effectuées, on obtient une condition analogue à 4.14 avec v^* et/ou w^* remplacé par $|v^*|$ et/ou $|w^*|$. Comme cette condition de stabilité est d'autant plus restrictive que v^* et w^* sont grands, on adopte, dans le cas d'une vitesse variable, la condition de stabilité 4.11.

L'algorithme de résolution des équations ainsi discrétisées est présenté à la figure 4.5. Comme on le voit, les valeurs de l'âge et du temps de résidence sont calculées colonne par colonne, du fond vers la surface, et l'on fait évoluer dans le temps les champs correspondants jusqu'à ce qu'un état stationnaire soit atteint.

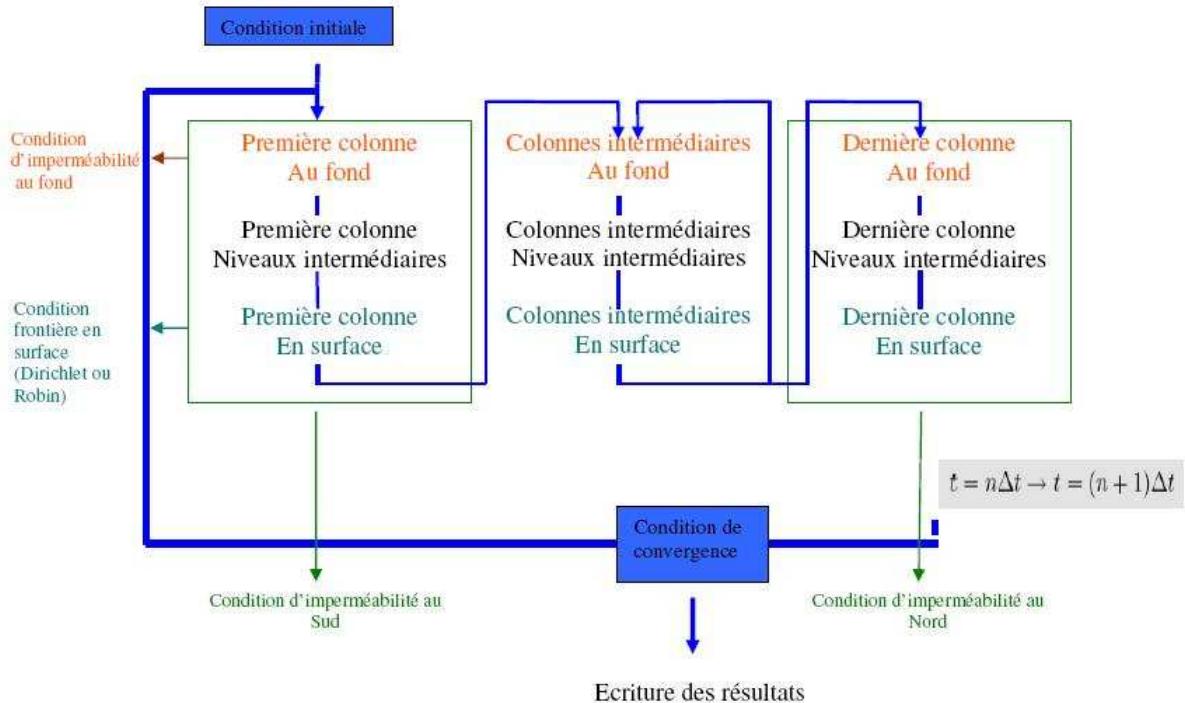


FIG. 4.5 – Algorithme de résolution des problèmes différentiels pour l'âge et pour le temps de résidence.

Chapitre 5

Les résultats et leur discussion

La présentation des champs d'âge, de temps de résidence et de temps de transit, pour l'eau de mer et pour le dioxyde de carbone, obtenus à l'aide de la simulation numérique, ainsi qu'une étude de sensibilité de ceux-ci.

Les graphes 5.1 et 5.2 présentent les résultats de la simulation numérique effectuée pour l'océan idéalisé introduit dans la première section du chapitre précédent, avec les paramètres $Pe_h = 6$, $Pe_v = 6$, $(y_0, z_0) = (0.867; 0.811)$ et $\tilde{k} = 238$. La figure 5.3 représente les champs de temps de transit de l'eau de mer et du dioxyde de carbone obtenus à partir des données précédentes.

Dans chacun des cas, la simulation tourne sur un maillage régulier, comprenant 20 points de grille dans la direction verticale et 30 dans la direction méridienne. Le paramètre Kvratio utilisé pour augmenter la diffusivité verticale dans la région de convection profonde est fixé à 1000 à partir du 27^e point de grille méridien [Deleersnijder, communication personnelle]. Les résultats sont présentés en variables adimensionnelles, avec les définitions indiquées au deuxième chapitre, par les équations 2.6, 2.23 et 2.62. Si l'on adopte respectivement pour les grandeurs L , H et ψ qui y apparaissent les valeurs 15 000 000 m, 3000 m et 2 m²/s, alors un âge, un temps de résidence ou un temps de transit adimensionnel unitaire correspond à une durée de 3.75×10^{10} s, soit ~ 1190 ans.

Dans la première section de ce chapitre seront décrites et discutées les caractéristiques essentielles des champs d'âge, de temps de résidence et de temps de transit ainsi obtenus. Dans une seconde section seront présentés les résultats d'une étude de la sensibilité du modèle aux conditions à l'interface air-mer ainsi qu'aux paramètres hydrodynamiques.

5.1 Les champs d'âge, de temps de résidence et de temps de transit pour l'eau de mer et le dioxyde de carbone

Limites à la pertinence des résultats obtenus

Aussi performante que soit la théorie CART pour la détermination de l'âge et du temps de résidence, le résultat obtenu dans le cadre de ce travail ne devrait être tenu pour

représentatif des champs d'âge et de temps de résidence en moyenne zonale dans l'Atlantique que dans la mesure où le modèle de circulation auquel il est fait appel peut être considéré comme représentatif de la circulation de cet océan. La représentation de la circulation méridienne de l'Atlantique utilisée ici est extrêmement schématique. Pour qu'elle reflète plus exactement la complexité de la circulation océanique, elle devrait prendre en considération d'une part la représentation des eaux antarctiques intermédiaires et de fond et, d'autre part, un apport d'eau en provenance du Pacifique ainsi que l'écoulement vers les autres bassins océaniques via le courant circumpolaire. Dans le cadre d'une étude plus approfondie, la représentation de la zone de convection profonde pourrait être perfectionnée et une paramétrisation plus complète des diffusivités verticale et horizontale pourrait être mise en oeuvre. Des améliorations pourraient également être apportées pour accroître le réalisme du traceur CO_2 , en particulier par une prise en compte explicite de la chimie du carbone ainsi qu'en autorisant une variabilité méridienne de la vitesse de transfert. En outre, le recours à un autre schéma numérique devrait être envisagé en raison du caractère très diffusif du schéma numérique d'advection utilisé ici. La discussion qui sera menée dans la suite de ce chapitre repose sur l'hypothèse que les caractéristiques majeures des champs obtenus -en particulier en surface et au Nord du bassin- se retrouveraient néanmoins dans un modèle plus développé.

Les champs d'âge adimensionnel

Comme on l'observe à la figure 5.1, tant dans le cas de l'eau de mer que dans le cas du CO_2 , le maximum d'âge se situe à la frontière Sud du bassin, aux environs des 3/4 de la hauteur de la colonne d'eau. L'âge adimensionnel de l'eau de mer y est supérieur à 0.65, ce qui correspond à environ 770 ans dans les conditions définies ci-dessus. Ceci signifie qu'il faut plus de 770 ans pour ventiler complètement l'océan. La grandeur de ce maximum d'âge est légèrement plus importante (~ 0.7) dans le cas du CO_2 : il atteint environ 830 ans dans les mêmes conditions.

Sur ce bord Sud, l'âge croît depuis le fond, jusqu'au maximum susmentionné, à partir duquel il décroît vers une zone de fort gradient d'âge, entre $z = 0.9$ et 1. Cette zone de fort gradient d'âge dans la partie supérieure du bassin forme une couche limite qui s'étend vers le Nord. Ce type de structure verticale se retrouve dans la plus grande partie du bassin ainsi que l'attestent les courbes solides du graphe 5.7(a) représentant l'âge en moyenne méridienne en fonction de la coordonnée verticale : le maximum d'âge ne se trouve pas au fond mais aux 3/4 de la colonne d'eau environ. Au-dessus de cette zone se trouve une couche limite où le gradient d'âge est relativement plus prononcé pour le CO_2 que pour l'eau de mer - ce qui est cohérent avec le fait que le maximum d'âge est plus important dans le premier cas. Cette couche limite s'estompe toutefois progressivement au fur et à mesure que l'âge moyen des différentes colonnes d'eau décroît. En deçà de son maximum, l'âge de l'eau de mer diminue à nouveau en moyenne jusqu'aux 2/3 de sa valeur maximale. Cette diminution s'observe aussi dans le cas du CO_2 , quoique dans une moindre proportion. Ceci ne s'observait pas dans le cas de la « boucle de Munk » où, après la zone de fort gradient déjà bien présente, l'âge continuait à augmenter avec la profondeur, tendant à se stabiliser au fond, comme on le voit sur la figure 3.3(c). Si on se limite toutefois à y considérer la partie ascendante de la circulation, entre $s = \frac{1}{2}$ et 1 à la figure 3.3(a), on peut noter la présence de cette

rediminution de l'âge en profondeur lorsque Pe est supérieur à 1, c'est-à-dire lorsque l'advection domine la diffusion comme c'est le cas ici. Ceci nous permet de pointer une faiblesse majeure de la « boucle de Munk » : l'égale importance « géographique » qu'elle accorde aux branches ascendante et descendante de la circulation méridienne, ce qui induit nécessairement un biais du profil moyen en fonction de la hauteur.

Globalement, entre $y = 0$ et 0.87, on a une diminution quasi-linéaire de l'âge lorsque l'on va vers le Nord. On l'observe clairement sur les courbes solides du graphe 5.7(b) représentant l'âge moyen de chaque colonne d'eau en fonction de la coordonnée méridienne. Cette diminution quasi-linéaire de l'âge en fonction de la coordonnée méridienne entre $s = 0$ et $s = \frac{1}{2}$ s'observait déjà dans la partie de la « boucle de Munk » correspondant au demi-cercle inférieur de la circulation méridienne, à la figure 3.3(a).

Outre la zone de maximum d'âge et la couche limite déjà mentionnées, on constate, tant pour l'eau de mer que pour le CO_2 , la présence d'une zone d'âge quasi homogène au-delà de $y = 0.9$. L'âge y est faible dans le cas du CO_2 ($a \leq \sim 119 \text{ ans}$ dans les conditions susmentionnées) ou très faible dans le cas de l'eau de mer ($a \leq 0.01 \sim 11.9 \text{ ans}$ dans les mêmes conditions). Ceci se traduit par la présence d'un plateau de faible âge moyenné sur la verticale sur le graphe 5.7(b).

Cette configuration correspond physiquement à la situation suivante : la ventilation du bassin est assurée essentiellement par le Nord, où l'on observe une zone de formation d'eau jeune très importante. Celle-ci correspond à la zone de convection profonde. Il s'y produit un renouvellement rapide de la couche de surface par le mélange avec les parcelles d'eau sous-jacentes et, dans une moindre mesure, avec les parcelles d'eau adjacentes, ainsi que par l'advection de parcelles d'eau venant du Sud au sein de la couche de surface ($z > 0.8$). Le mélange vertical et une advection verticale vers le bas, qui sont les processus dominants dans cette région, permettent le transport rapide de ce signal d'eau jeune dans toute la colonne d'eau. Ce signal se répand alors progressivement vers le Sud en profondeur et assure la ventilation du fond de l'océan. Le processus dominant auquel sont alors soumises les parcelles d'eau est la combinaison d'un transport par advection vers le Sud et vers la surface. L'âge des particules correspondantes augmente au fur et à mesure qu'elles sont advectées et les processus de mélange atténuent les gradients d'âge par rapport à ce qu'ils seraient en leur absence. À proximité de la surface, la présence d'une couche limite de fort gradient traduit la rencontre de particules d'eau jeune diffusées depuis la surface et de particules d'eau plus anciennes transportées depuis la profondeur. La supériorité de l'âge du CO_2 par rapport à l'âge de l'eau de mer traduit simplement le fait que le contenu en carbone d'une parcelle d'eau n'est pas entièrement renouvelé lorsque la parcelle est dans la couche de surface. L'erreur sur l'âge du CO_2 qui serait commise en assimilant celui-ci à l'âge de l'eau de mer est indiquée à la figure 5.4(a). Comme on le voit, elle dépasse 90% dans la zone de convection profonde où on a une différence de près d'un ordre de grandeur entre les âges du CO_2 et de l'eau de mer. Cette zone reste toutefois dans les deux cas la zone d'âge la plus faible du bassin.

Les champs de temps de résidence adimensionnel

Sur la figure 5.2, on observe que la structure des courbes iso-temps de résidence est essentiellement horizontale dans la majeure partie du bassin. Ceci contraste avec la structure plutôt verticale des lignes iso-âge hors de la couche de surface.

Le maximum de temps de résidence se trouve au fond, vers le centre du bassin. Dans le cas de l'eau de mer, il y vaut ~ 0.7 , soit environ 830 ans dans les conditions indiquées précédemment. Le maximum de temps de résidence est légèrement supérieur (~ 0.75) dans le cas du CO_2 .

Globalement, le temps de résidence diminue quand on approche de la surface. Entre $y = 0$ et $y = 0.6$, la diminution semble s'effectuer à vitesse constante sur la plus grande partie de la colonne d'eau. Ceci est corroboré par la pente quasi-linéaire du temps de résidence en moyenne méridienne observée sur les courbes solides de la fig 5.7(d) pour la plus grande partie de la colonne d'eau. Ces courbes moyennes sont quasi parallèles pour l'eau de mer et pour le CO_2 . Dans le cas du CO_2 , le maximum de temps de résidence se décale toutefois légèrement vers le Nord quand la profondeur diminue et l'on voit clairement sur les courbes solides de la figure 5.7(c) que la différence entre le temps de résidence du CO_2 et le temps de résidence de l'eau de mer est nettement plus importante au Nord qu'au Sud.

Au-delà de $y = 0.6$, le gradient vertical de temps de résidence diminue progressivement et l'on atteint une zone de très fort gradient horizontal de temps de résidence où les courbes iso-temps de résidence sont quasi verticales, c'est-à-dire que les valeurs de temps de résidence sont presque homogènes dans chaque colonne, du moins en-dessous de $z = 0.7$. Au-delà de $y = 0.9$, on atteint la zone de convection profonde où le temps de résidence est minimal et homogène sur toute la colonne d'eau. Le temps de résidence y est faible ($\in [0.1, 0.2]$) pour le CO_2 ou très faible (< 0.05) pour l'eau de mer.

Ceci s'explique par le fait que les particules se trouvant dans la zone de convection profonde au Nord ont une probabilité élevée de retourner rapidement à la surface, en raison précisément du mélange très important correspondant à la convection profonde. Cela limite directement leur temps de résidence pour l'eau de mer et indirectement pour le CO_2 puisqu'une fois dans la couche de surface, les particules de CO_2 , ou du moins une certaine fraction d'entre elles, sont susceptibles de s'échapper vers l'atmosphère. La position centrée du maximum du temps de résidence de l'eau de mer résulte de l'équilibre entre l'advection horizontale et la diffusion horizontale. La première fait tendre le maximum de temps de résidence vers la limite Nord de la zone non sujette au mélange accentué et la seconde tend à repousser ce maximum vers le Sud en sorte que moins de particules sont susceptibles de se retrouver par diffusion dans la zone convective. De plus, la vitesse verticale dans le bassin augmente du Nord vers le Sud, ce qui fait tendre la position du maximum de temps de résidence vers le Nord. Le léger décalage du maximum de temps de résidence du CO_2 vers le Nord est lié à la lenteur relative de la libération des particules vers l'atmosphère, limitant l'influence de la zone convective ce qui peut rendre cette voie plus lente que l'advection vers le Sud et la surface. L'erreur qui serait commise sur le temps de résidence du CO_2 en assimilant celui-ci au temps de résidence de l'eau de mer est indiquée à la figure 5.4(b). Ici encore, cette erreur dépasse 90% dans la zone de convection profonde.

On note encore l'absence de couche limite de temps de résidence dans la partie supérieure du bassin. Ceci contraste avec la présence marquée d'une telle couche limite dans la « boucle de Munk » à la figure 3.3(c). On peut comprendre ceci comme suit : cette couche limite correspond essentiellement au côté descendant proche de la surface de la « boucle de Munk » et elle y est d'autant plus importante que la diffusivité est faible, comme on le voit à la figure 3.3(b). Dans le modèle 2D considéré ici, la partie descendante de la circulation méridienne a justement une diffusivité nettement accrue.

Comme on le verra ultérieurement à la figure 5.14, dans le cas où l'on fait tourner le modèle avec $Kvratio = 1$ partout - c'est-à-dire sans représentation de la convection profonde - cette couche limite apparaît d'ailleurs de nouveau dans la zone Nord et le profil moyen s'en ressent, quoique moins nettement que dans le cas du modèle « boucle de Munk » où une importance géographique égale est accordée aux zones ascendante et descendante, ce qui est physiquement incorrect.

Les champs de temps de transit adimensionnel

La dernière échelle de temps caractéristique étudiée ici est le temps de transit, dont le champ est représenté graphiquement à la figure 5.3 pour l'eau de mer et pour le CO_2 . On retrouve sur ces graphes les deux zones de fort gradient caractéristiques d'une part des champs d'âge et d'autre part des champs de temps de résidence : une couche limite en surface et une autre au Nord, à la limite de la zone de fort mélange. Ces deux couches limites s'observent bien sur les courbes solides des graphes 5.7(e) et 5.7(f) représentant la structure verticale moyenne dans le premier cas et la structure méridienne moyenne dans le second. Comme on le voit, le gradient dans la couche limite de surface est un peu plus important pour le CO_2 , ce qui concorde avec le fait que le temps de transit du CO_2 est globalement plus important que celui de l'eau de mer. Ceci n'est guère surprenant puisque tant l'âge que le temps de résidence sont plus importants pour le CO_2 . En deçà de la couche limite de surface, la diminution de temps de transit moyen est quasi linéaire dans les deux cas.

Le maximum de temps de transit se trouve au fond, au Sud du bassin. Dans les conditions indiquées en début de chapitre, il atteint une valeur de ~ 1.2 pour l'eau de mer, soit ~ 1430 ans et ~ 1.3 pour le CO_2 , soit ~ 1550 ans. Le profil méridien observé sur le graphe 5.7(f) présente un maximum de temps de transit au Sud, une diminution progressive vers le Nord et finalement, au Nord, un plateau quasi homogène de très faible temps de transit pour l'eau de mer ou bien une zone de plus faible gradient de temps de transit pour le CO_2 . Le temps de transit du CO_2 reste partout supérieur à celui de l'eau de mer avec, une fois encore, une différence nettement plus prononcée dans la zone de fort mélange. La figure 5.4(c) présente l'erreur qui serait commise sur le temps de transit du CO_2 si on l'assimilait au temps de transit de l'eau de mer.

La structure est quasi symétrique par rapport à la diagonale des graphes de temps de transit, pour les temps de transit supérieurs à 0.1 dans le cas de l'eau de mer et à 0.3 dans le cas du CO_2 . Cette propriété étonnante est liée à la combinaison particulière de la présence de la zone fortement mélangée au Nord - qui fait de la frontière Nord une source de temps de transit court au même titre que la surface, de l'égalité des nombres de Peclet horizontaux et verticaux et de la configuration du champ de vitesse considéré. L'égalité des nombres de Peclet signifie que le rapport de l'advection à la diffusion est identique verticalement et horizontalement. Donc, à des vitesses du même ordre - ce qui est le cas - correspond une diffusion du même ordre. Sur le schéma 5.5, on voit la symétrie par rapport à l'axe quasi diagonal des zones de vitesse verticale et méridienne de même grandeur. En vertu de la remarque précédente, cela correspond également à des zones de diffusion de même ordre de grandeur dans la direction de l'écoulement. Le sens de la vitesse n'est toutefois pas symétrique. De ce fait, dans le triangle inférieur de la figure 5.5, l'âge présente le comportement qu'a le temps de résidence dans le triangle supérieur, et réciproquement. De cette antisymétrie découle la symétrie du temps de

transit clairement visible sur les graphes de la figure 5.3.

5.2 Une étude de sensibilité

Sensibilité à la vitesse de transfert

La sensibilité des champs d'âge, de temps de résidence et de temps de transit à une augmentation ou à une diminution d'un ordre de grandeur de la vitesse de transfert adimensionnelle a été testée.

Comme on le voit clairement sur les figures 5.6 et 5.7, les champs d'âge, de temps de résidence et de temps de transit sont d'autant plus sensibles à la valeur de vitesse de transfert que celle-ci est petite. Comme on peut s'y attendre, les valeurs correspondant à une vitesse de transfert élevées tendent vers celles correspondant à l'eau de mer et les graphes 5.6(a) et 5.6(c) obtenus pour une vitesse de transfert adimensionnelle de 2380 sont à peine distincts des graphes correspondants 5.1 et 5.2 pour l'eau de mer. Une augmentation de la vitesse de transfert diminue donc globalement l'âge, le temps de résidence et le temps de transit du CO_2 .

Dans le cas $\tilde{k} = 23.8$, on a au contraire une augmentation globale de toutes ces échelles de temps. Si la structure en âge adimensionnel est globalement similaire, on note tout de même l'existence d'une couche limite de surface plus importante, y compris au Nord. Dans le cas du temps de résidence adimensionnel, on observe l'apparition de valeurs élevées en surface. Ce phénomène devient extrêmement marqué au Nord. Sur le graphe 5.7(d), on voit d'ailleurs clairement que l'augmentation moyenne du temps de résidence adimensionnel dans la colonne d'eau est nettement plus importante au Nord qu'au Sud. Le temps de résidence adimensionnel moyen devient d'ailleurs plus élevé au Nord qu'au Sud. Puisque les échanges de particules avec l'atmosphère sont ralentis, les particules de la zone de mélange important ramenées dans la couche de surface y ont une probabilité nettement plus faible de s'échapper vers l'atmosphère.

La sensibilité du temps de transit aux variations de la vitesse de transfert adimensionnelle découle des considérations précédentes.

Sensibilité aux variations du nombre de Peclet horizontal

Une variation du nombre de Peclet horizontal Pe_h traduit une variation de l'importance de l'advection horizontale par rapport à la diffusion dans cette direction. On a testé ici l'influence d'une augmentation ou d'une diminution du Pe_h d'un facteur 3. Les résultats correspondants sont présentés aux figures 5.8, 5.9 et 5.10.

Logiquement, une augmentation du Pe_h correspond à une augmentation des gradients méridiens d'âge et de temps de résidence adimensionnels. Dans le cas de l'âge, c'est au niveau du maximum que le profil vertical moyen d'âge adimensionnel est le plus sensible à l'augmentation du Pe_h . Ceci se comprend aisément puisque la présence d'un maximum est déterminée par les phénomènes advectifs, le mélange estompant au contraire les gradients. Il s'ensuit une nécessaire augmentation des gradients moyens verticaux et, en particulier, un renforcement de la couche limite de surface. Le profil méridien moyen d'âge adimensionnel présente une augmentation nette au Sud du bassin, une diminution

dans la zone de convection profonde et il ne varie quasiment pas entre $y = 0.35$ et 0.8 . Cette diminution de l'âge adimensionnel dans la zone Nord découle du fait que les particules y restent statistiquement plus longtemps : le mélange horizontal étant diminué, la probabilité que les particules retournent dans la couche de surface sous l'action du mélange vertical est donc accrue. Globalement, lors d'une augmentation du Pe_h , l'âge adimensionnel augmente dans le bassin.

Dans le cas du temps de résidence adimensionnel, on observe une accentuation très nette du gradient méridien à la limite Sud de la zone de convection profonde. Le maximum de temps de résidence adimensionnel du bassin se décale vers le Nord, se rapprochant donc de cette zone limite. Il ne subit pas de changement de grandeur notable. En profil méridien, on observe une diminution du temps de résidence adimensionnel au Sud et au Nord, ainsi qu'une augmentation nette de celui-ci entre $y = 0.6$ et 0.8 . La raison de la diminution du temps de résidence adimensionnel au Nord est évidente puisque les particules restent statistiquement plus longtemps dans la zone de fort mélange avant d'être advectées hors de cette zone. Elles ont donc plus de chance de se retrouver dans la couche de surface. En ce qui concerne la diminution du temps de résidence adimensionnel au Sud, elle est liée au fait que -à vitesses d'advection verticale et horizontale d'ordres de grandeur similaires, ce qui est le cas- le mélange vertical y est relativement plus important que le mélange horizontal.

Le profil vertical moyen de temps de résidence adimensionnel présente quant à lui une légère augmentation. En moyenne, il y a très peu de variation des gradients verticaux. Globalement, une augmentation du Pe_h correspond à une augmentation du temps de résidence adimensionnel dans le bassin.

Par ailleurs, une diminution du Pe_h correspond bien sûr à une diminution des gradients méridiens. Le profil vertical moyen de l'âge adimensionnel présente une diminution sensible essentiellement au niveau de son maximum et également au fond. La hauteur de ce maximum moyen ne varie pas. Il s'ensuit une diminution des gradients verticaux et en particulier une diminution de l'importance de la couche limite de surface. Le profil méridien moyen de l'âge adimensionnel indique quant à lui une diminution nette de l'âge au Sud du bassin. L'importance de cette diminution décroît au fur et à mesure que l'on se dirige vers le Nord. Dans la zone de convection profonde, on observe une augmentation de l'âge adimensionnel, surtout pour le CO_2 . Celle-ci est liée à la répartition plus rapide des particules jeunes provenant de la surface sur toute la longueur du bassin et à leur remplacement par des particules plus âgées. Globalement, une diminution du Pe_h correspond à une diminution de l'âge adimensionnel dans le bassin.

On observe de même une diminution globale du temps de résidence dans ce cas. La zone de fort gradient à la limite de la zone de convection profonde s'estompe nettement. Cela se traduit par une disparition du maximum marqué de temps de résidence adimensionnel qui s'observait sur le profil moyen méridien dans le cas standard. Au contraire, le temps de résidence adimensionnel qui augmente depuis le Nord, se stabilise à partir de $y = 0.5$. Parallèlement, le temps de résidence augmente légèrement dans la zone de convection profonde. On observe en outre une diminution des gradients verticaux du profil vertical moyen.

La sensibilité des champs de temps de transit adimensionnel aux variations du nombre de Peclet horizontal découle des variations correspondantes des champs d'âge et de temps de résidence adimensionnels.

Sensibilité aux variations du nombre de Peclet vertical

Une variation du nombre de Peclet vertical Pe_v signifie une variation de l'importance de l'advection verticale par rapport à la diffusion dans cette direction. L'influence d'une augmentation ou d'une diminution du Pe_v d'un facteur trois a été testée ici. Les résultats correspondants sont présentés aux figures 5.11, 5.12 et 5.13.

Une augmentation du Pe_v correspond à une augmentation globale de l'âge adimensionnel dans le bassin. Cette variation se fait sentir de façon nettement plus marquée pour le CO_2 que pour l'eau de mer. En particulier, on observe une nette augmentation de l'âge du CO_2 dans la zone de convection profonde qui reste toutefois la zone d'âge la plus faible du bassin. L'âge de l'eau de mer reste très faible dans cette zone. Ceci peut s'expliquer comme suit : du fait de la diminution relative du mélange, les particules mettent statistiquement plus de temps à atteindre le fond du bassin de sorte que le signal d'âge faible se propage plus lentement. Pour le CO_2 , les particules qui restent statistiquement plus longtemps dans la couche de surface n'y sont pas nécessairement rééchangées avec l'atmosphère de sorte que leur âge n'est pas réinitialisé à zéro. Pour l'eau de mer, c'est le dernier instant de présence de la particule dans la couche de surface qui est déterminant, peu importe la durée de son séjour dans celle-ci. Comme l'épaisseur -et donc aussi le gradient d'âge adimensionnel dans la couche limite- dépend de la profondeur à laquelle l'apport de particules jeunes par diffusion depuis la surface prend le pas sur l'apport par advection et diffusion de particules plus âgées venant des profondeurs, la zone de maximum d'âge sera située d'autant plus haut que le Pe_v est élevé. La grandeur de ce maximum augmente également de façon nettement plus importante pour le CO_2 . Ceci accroît encore le gradient dans la couche limite. L'observation du profil vertical moyen d'âge adimensionnel indique également une augmentation des gradients verticaux dans l'intérieur du bassin pour l'eau de mer car l'âge moyen au fond varie peu. Cette augmentation des gradients verticaux est moins nette dans le cas du CO_2 car l'âge adimensionnel moyen augmente au fond aussi, ce qui est lié à l'augmentation de l'âge dans la zone de convection profonde. On observe peu de variations des gradients méridiens moyens.

Une augmentation de Pe_v correspond également à une augmentation globale du temps de résidence adimensionnel qui, une fois encore, est nettement plus marquée pour le CO_2 que pour l'eau de mer. Dans le cas du CO_2 , le temps de résidence adimensionnel augmente nettement dans la région de convection profonde. Il s'ensuit une claire diminution du gradient méridien à la limite de cette zone et du reste de l'océan. L'augmentation du temps de résidence adimensionnel du CO_2 dans cette zone s'explique par une diminution de la probabilité pour les particules de remonter vers la surface « à contre-courant ». Dans le cas de l'eau de mer par contre, la zone jeune au Nord est bien présente. Comme la grandeur du maximum de temps de résidence adimensionnel au fond du bassin augmente, le gradient de temps de résidence adimensionnel à la limite de la zone convective s'accroît lui aussi. Les variations de leurs profils méridiens moyens respectifs reflètent ces différences entre le temps résidentiel adimensionnel de l'eau de mer et du CO_2 : pour l'eau de mer, l'augmentation du profil est quasi homogène. Pour le CO_2 , l'augmentation du temps de résidence adimensionnel moyen est plus importante partout et surtout dans la zone Nord où le temps de résidence adimensionnel moyen dans la colonne d'eau devient presque similaire à celui observé au Sud du bassin. L'observation des profils verticaux de temps de résidence adimensionnel confirme son augmentation générale, surtout en profondeur, ainsi que le fait que le CO_2

est affecté beaucoup plus fortement que l'eau de mer par l'augmentation du Pe_v .

Dans le cas où le Pe_v est diminué, l'importance du mélange vertical est accrue par rapport à l'advection dans cette direction. Les gradients verticaux d'âge et de temps de résidence adimensionnels s'estompent en conséquence. Il résulte d'une diminution du Pe_v une ressemblance croissante des champs d'âge adimensionnel pour l'eau de mer et pour le CO_2 . L'âge adimensionnel diminue globalement dans le bassin, le maximum d'âge adimensionnel est à présent situé au fond au Sud, les gradients verticaux s'estompent de sorte que l'on ne peut plus parler de couche limite de surface. La présence de la zone d'âge très faible au Nord est maintenue. Les profils verticaux et méridiens d'âge moyen traduisent ces caractéristiques et confirment la sensibilité plus grande du CO_2 que de l'eau de mer à la variation du Pe_v , dont découle le rapprochement de leurs champs d'âge adimensionnel respectif, l'âge du CO_2 restant toutefois bien sûr supérieur à celui de l'eau de mer. De même, les temps de résidence adimensionnels se rapprochent pour l'eau de mer et le CO_2 . Globalement, le temps de résidence adimensionnel diminue dans le bassin. On observe la présence de la zone d'âge jeune caractéristique au Nord du bassin. Le gradient méridien de temps de résidence adimensionnel marquant typiquement la limite de la zone convective diminue conséutivement à la diminution de la grandeur du maximum de temps de résidence adimensionnel. Les gradients verticaux diminuent eux aussi.

La sensibilité des champs de temps de transit adimensionnel aux variations du nombre de Peclet vertical découle des variations correspondantes des champs d'âge et de temps de résidence adimensionnels.

Sensibilité à l'augmentation du mélange vertical dans la zone de convection profonde

Une simulation a été effectuée où le paramètre $Kvratio$ est maintenu égal à 1, ce qui correspond à une situation où il n'y a pas d'augmentation du mélange dans la zone Nord pour représenter la convection profonde. Les résultats correspondants pour l'âge, le temps de résidence et le transit adimensionnels sont présentés à la figure 5.14. Tant pour l'eau de mer que pour le CO_2 , on note une augmentation générale de l'âge adimensionnel ainsi qu'une similarité accrue de leurs champs d'âge. Si la ventilation par le Nord se maintient -grâce à des vitesses verticales adimensionnelles descendantes relativement importantes- le signal d'eau jeune se répand beaucoup plus lentement en profondeur, d'où une augmentation importante de l'âge dans cette zone et une configuration des courbes iso-âge adimensionnel fortement modifiée. Le gradient d'âge adimensionnel dans la couche de surface se renforce en raison de l'augmentation de l'âge adimensionnel en profondeur. La modification de la structure des lignes iso-temps de résidence adimensionnel est également bien visible. Le maximum de temps de résidence adimensionnel est à présent situé au Nord du bassin, où se développe une couche limite de surface très marquée. Ces simulations mettent donc nettement en évidence le rôle essentiel que jouent les phénomènes de convection profonde pour la détermination des structures en âge et temps de résidence de l'océan Atlantique.

La sensibilité des champs de temps de transit adimensionnel découle des variations correspondantes des champs d'âge et de temps de résidence adimensionnels.

Sensibilité à l'affaiblissement de l'intensité de la circulation méridienne

Les graphes de la figure 5.15 présentent les résultats d'une simulation où les nombres de Peclet horizontal et vertical sont tous deux diminués de moitié, de même que le paramètre *Kvratio* dans la zone de convection profonde. Les valeurs correspondantes $Pe_h = 3$, $Pe_v = 3$ et $Kvratio = 500$ (à partir du 27^e point de grille) reflètent l'effet d'une diminution de moitié de l'intensité de la circulation méridienne et de l'importance des phénomènes de convection profonde, tous les autres paramètres restant fixés à leur valeur « réaliste ». Dans ce cas, un âge, un temps de résidence ou un temps de transit adimensionnel unitaire correspond à une durée de 2380 ans environ.

Cette étude est d'un intérêt particulier car de nombreuses simulations de la circulation océanique réalisées au moyen de modèles couplés océan-atmosphère indiquent un affaiblissement possible de l'intensité de cette circulation en réponse à une augmentation de la concentration atmosphérique en CO_2 [IPCC, 2001]. On observe dans ce cas une augmentation globale importante de l'âge, du temps de résidence et du temps de transit dans le bassin. Dans les conditions indiquées ci-dessus, l'âge et le temps de résidence dépassent 1190 ans, tant pour l'eau de mer que pour le CO_2 , et le temps de transit dépasse 2380 ans dans les deux cas.

Le maximum de l'âge adimensionnel reste situé au Sud. Il augmente en profondeur et la couche limite de surface s'estompe. La ventilation du bassin reste assurée essentiellement par le Nord. Le maximum de temps de résidence adimensionnel est décalé vers le Sud et le gradient à la limite de la zone de convection profonde est nettement estompé. On retrouve la symétrie des champs de temps de transit adimensionnel soulignée à la première section de ce chapitre. Elle s'explique de la même façon.

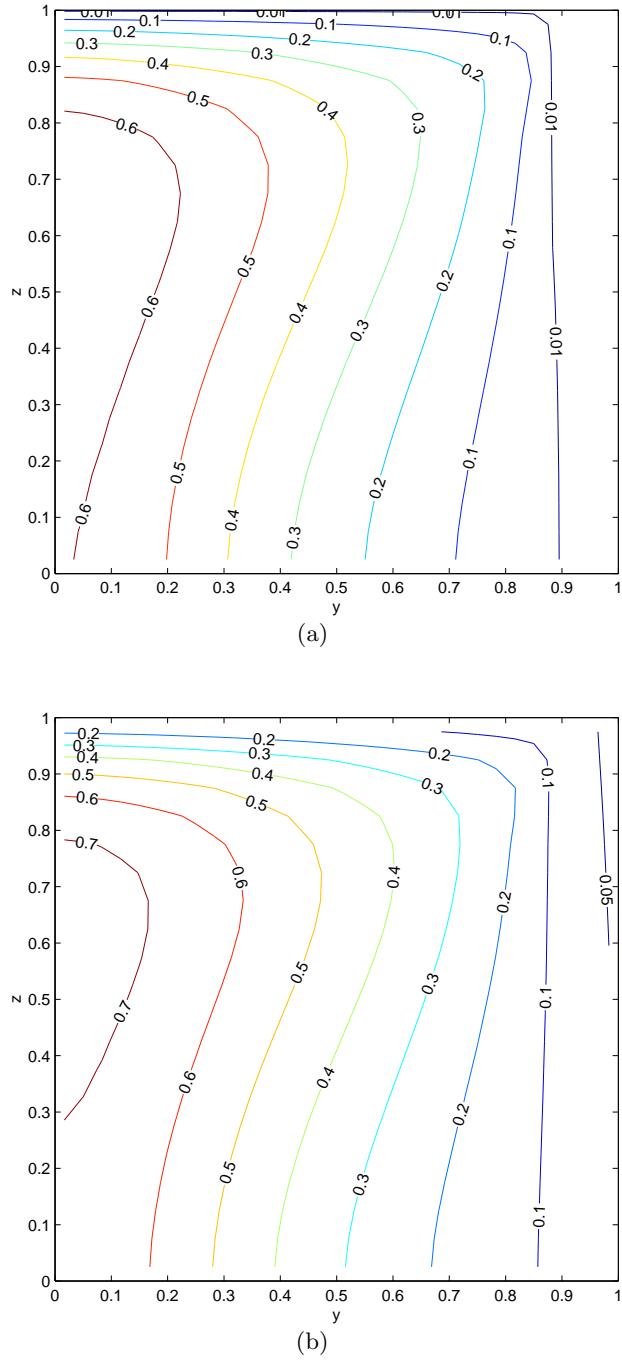


FIG. 5.1 – Champs d’âge adimensionnel avec $Pe_h = 6$, $Pe_v = 6$ et $(y_0, z_0) = (0.867, 0.811)$, pour l’eau de mer (a) et pour le CO_2 (b) avec $\tilde{k} = 238$.

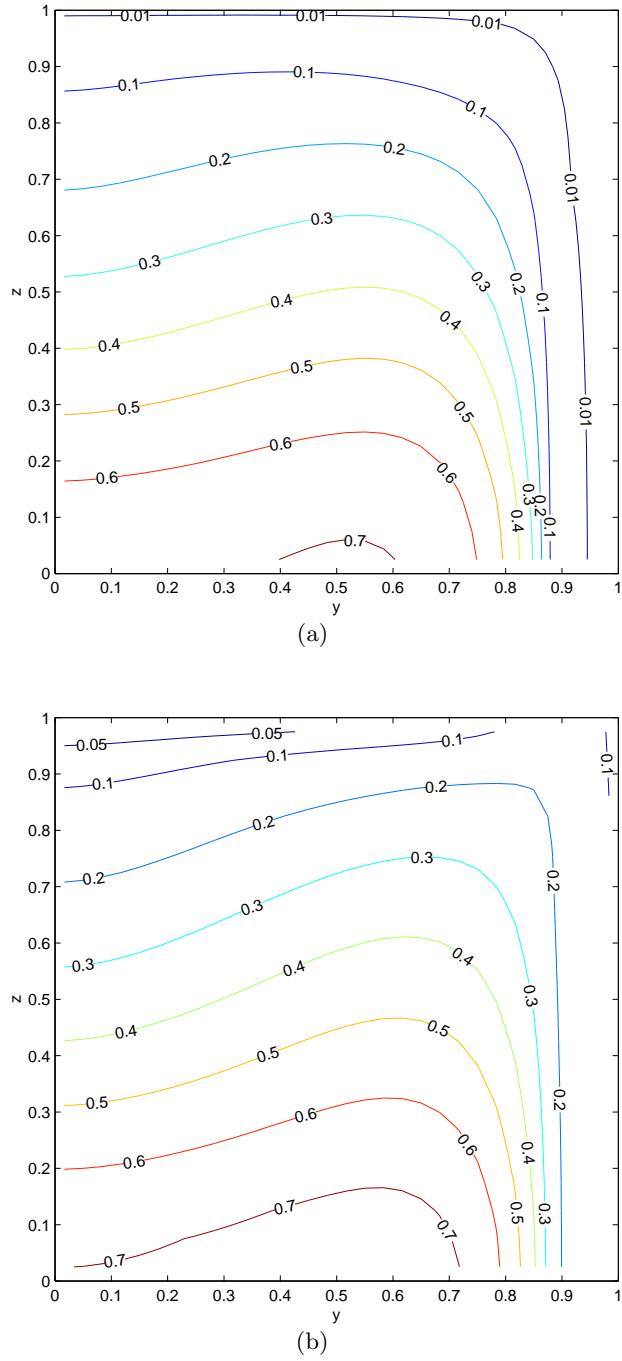


FIG. 5.2 – Champs de temps de résidence adimensionnel avec $Pe_h = 6$, $Pe_v = 6$ et $(y_0, z_0) = (0.867, 0.811)$, pour l'eau de mer (a) et pour le CO_2 (b) avec $\tilde{k} = 238$.

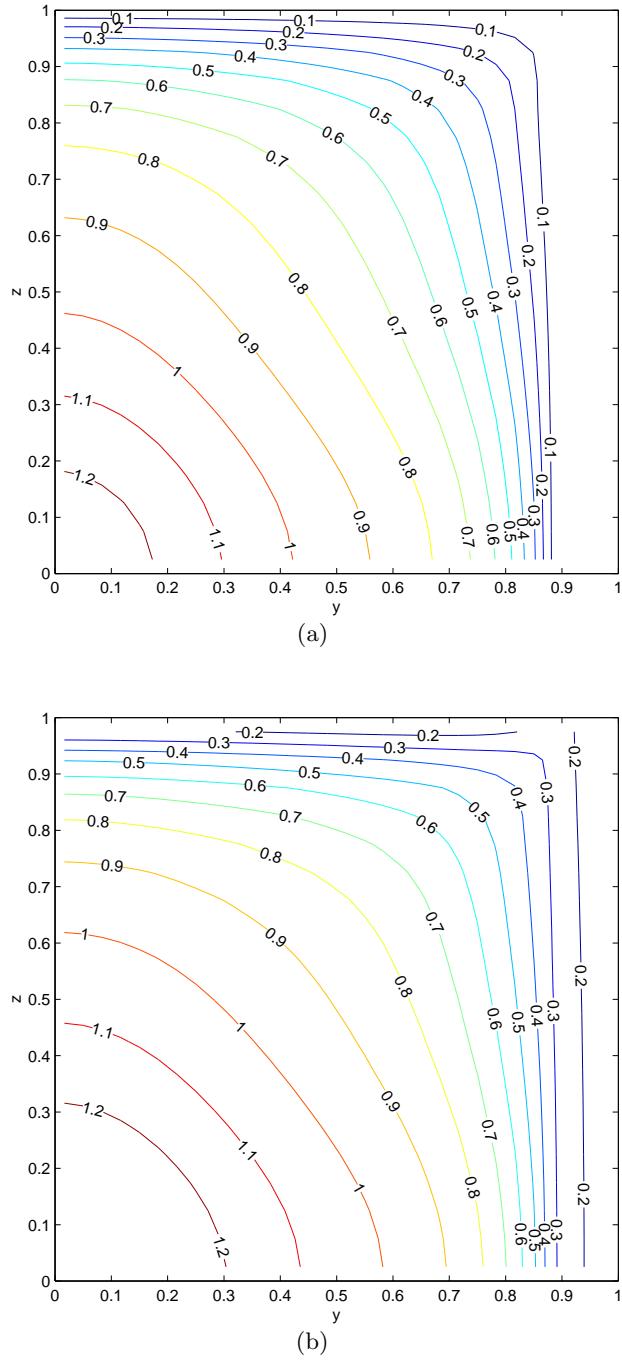


FIG. 5.3 – Champs de temps de transit adimensionnel avec $Pe_h = 6$, $Pe_v = 6$ et $(y_0, z_0) = (0.867, 0.811)$, pour l'eau de mer (a) et pour le CO_2 (b) avec $\tilde{k} = 238$.

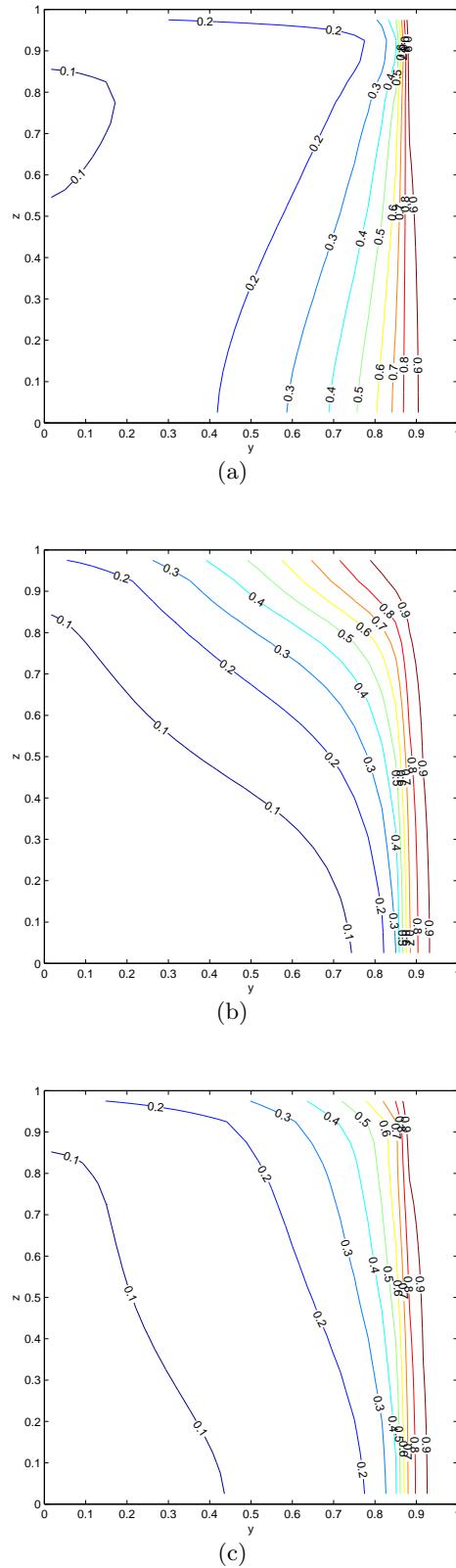


FIG. 5.4 – Pourcentage d’erreur commis en assimilant l’âge adimensionnel (a), le temps de résidence adimensionnel (b) et le temps de transit adimensionnel (c) du CO_2 à ceux de l’eau de mer, dans des conditions où $Pe_h = 6$, $Pe_v = 6$ et $(y_0, z_0) = (0.867, 0.811)$ et $\bar{k} = 238$.

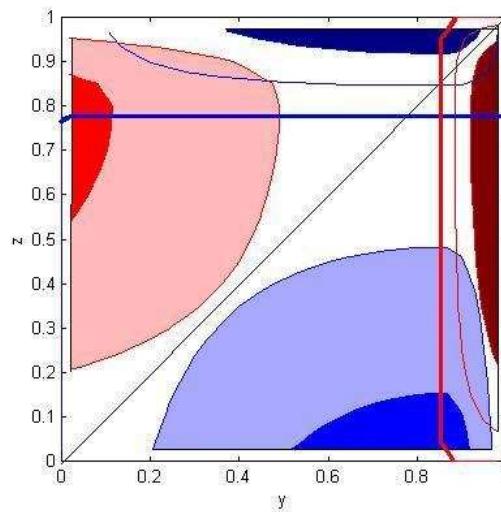


FIG. 5.5 – Mise en évidence de la **symétrie de la configuration hydrodynamique considérée**, par rapport à la diagonale principale du bassin océanique adimensionnel étudié, en vue de justifier la symétrie des champs de temps de transit. Les éléments représentés en bleu sont liés à la vitesse adimensionnelle méridienne, ceux représentés en rouge sont liés à la vitesse adimensionnelle verticale. Les traits solides épais correspondent aux lignes de valeur nulle de la composante correspondante de la vitesse adimensionnelle. Les zones de couleur rouge foncée - moyenne - claire ou « blanche délimitée par un fin trait rouge » ont des ordres de grandeur de la norme de la vitesse verticale comparables à ceux de la norme de la vitesses méridienne dans les zones bleues correspondantes. Le signe de la composante de la vitesse au sein d'une zone d'une couleur et d'une nuance données est opposé au signe de l'autre composante de la vitesse dans la zone de l'autre couleur présentant la même nuance.

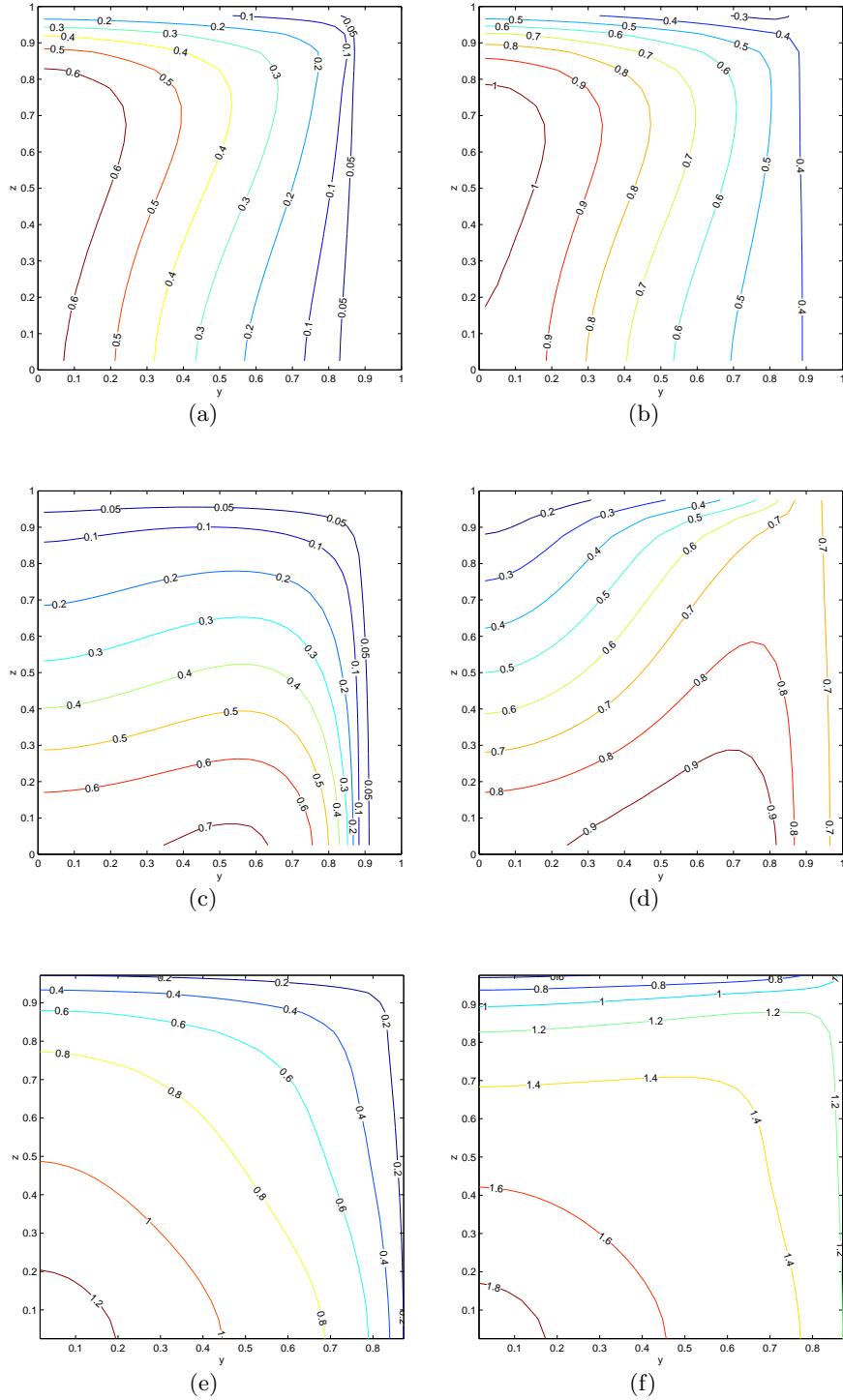


FIG. 5.6 – Étude de sensibilité à une variation de la vitesse de transfert adimensionnelle, les autres paramètres du modèle étant fixés à $Pe_h = 6$, $Pe_v = 6$, $(y_0, z_0) = (0.867, 0.811)$: âge adimensionnel du CO_2 avec $\tilde{k} = 2380$ (a), âge du CO_2 avec $\tilde{k} = 23.8$ (b), temps de résidence adimensionnel du CO_2 avec $\tilde{k} = 2380$ (c), temps de résidence adimensionnel du CO_2 avec $\tilde{k} = 23.8$ (d), temps de transit adimensionnel du CO_2 avec $\tilde{k} = 2380$ (e), temps de transit adimensionnel du CO_2 avec $\tilde{k} = 23.8$ (f).

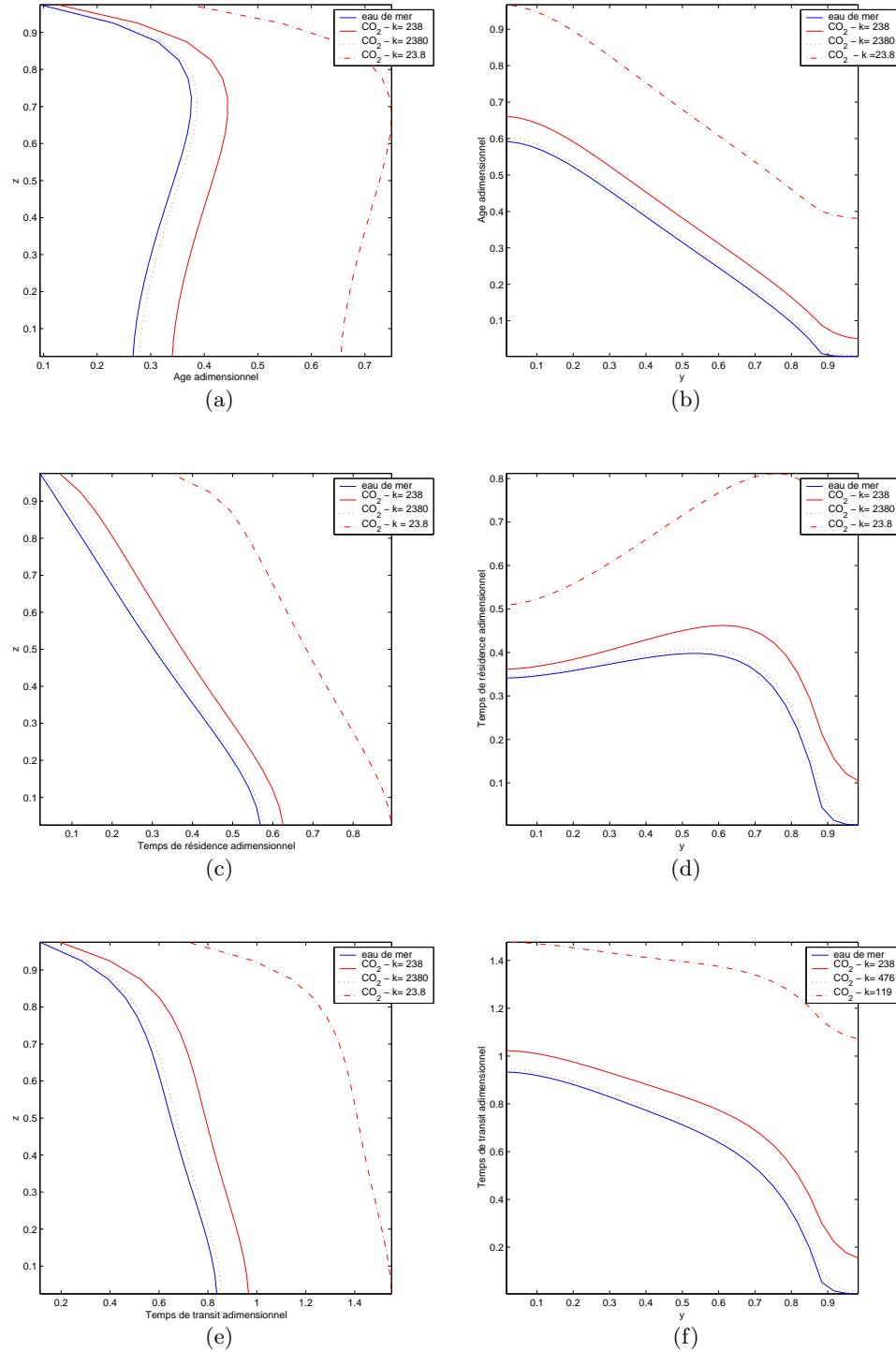


FIG. 5.7 – Étude de sensibilité à une variation de la vitesse de transfert adimensionnelle, les autres paramètres du modèle étant fixés à $Pe_h = 6$, $Pe_v = 6$, $(y_0, z_0) = (0.867, 0.811)$: profils moyens verticaux d'âge adimensionnel (a), profils moyens méridiens d'âge adimensionnel (b), profils moyens verticaux de temps de résidence adimensionnel(c), profils moyens méridiens de temps de résidence adimensionnel (d), profils moyens verticaux de temps de transit adimensionnel (e), profils moyens méridiens de temps de transit adimensionnel (f).

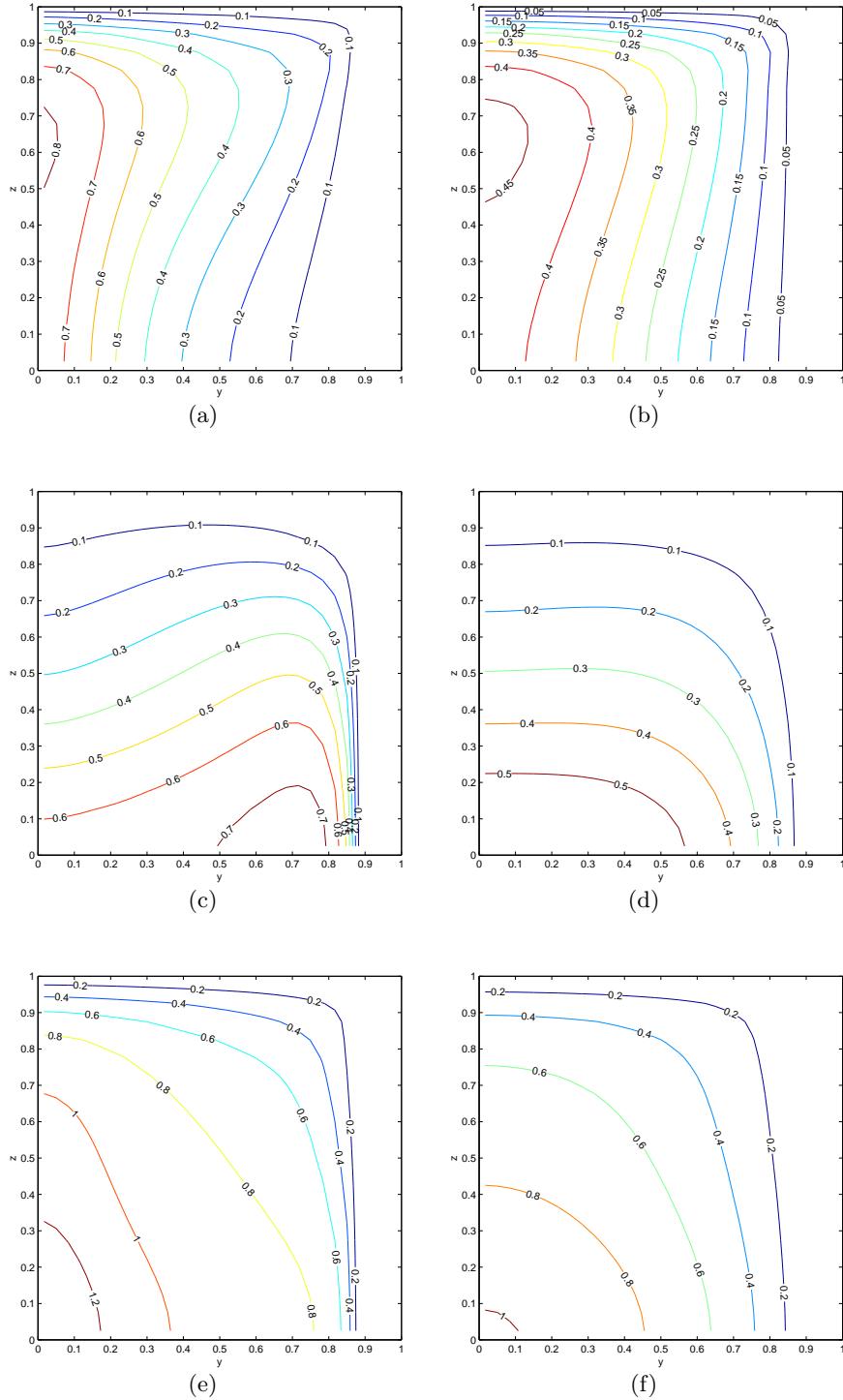


FIG. 5.8 – Étude de sensibilité à une variation du nombre de Peclet horizontal, les autres paramètres du modèle étant fixés à $Pe_v = 6$, $(y_0, z_0) = (0.867, 0.811)$: âge adimensionnel de l'eau de mer avec $Pe_h = 18$ (a), âge adimensionnel de l'eau de mer avec $Pe_h = 2$ (b), temps de résidence adimensionnel de l'eau de mer avec $Pe_h = 18$ (c), temps de résidence adimensionnel de l'eau de mer avec $Pe_h = 2$ (d), temps de transit adimensionnel de l'eau de mer avec $Pe_h = 18$ (e), temps de transit adimensionnel de l'eau de mer avec $Pe_h = 2$ (f).

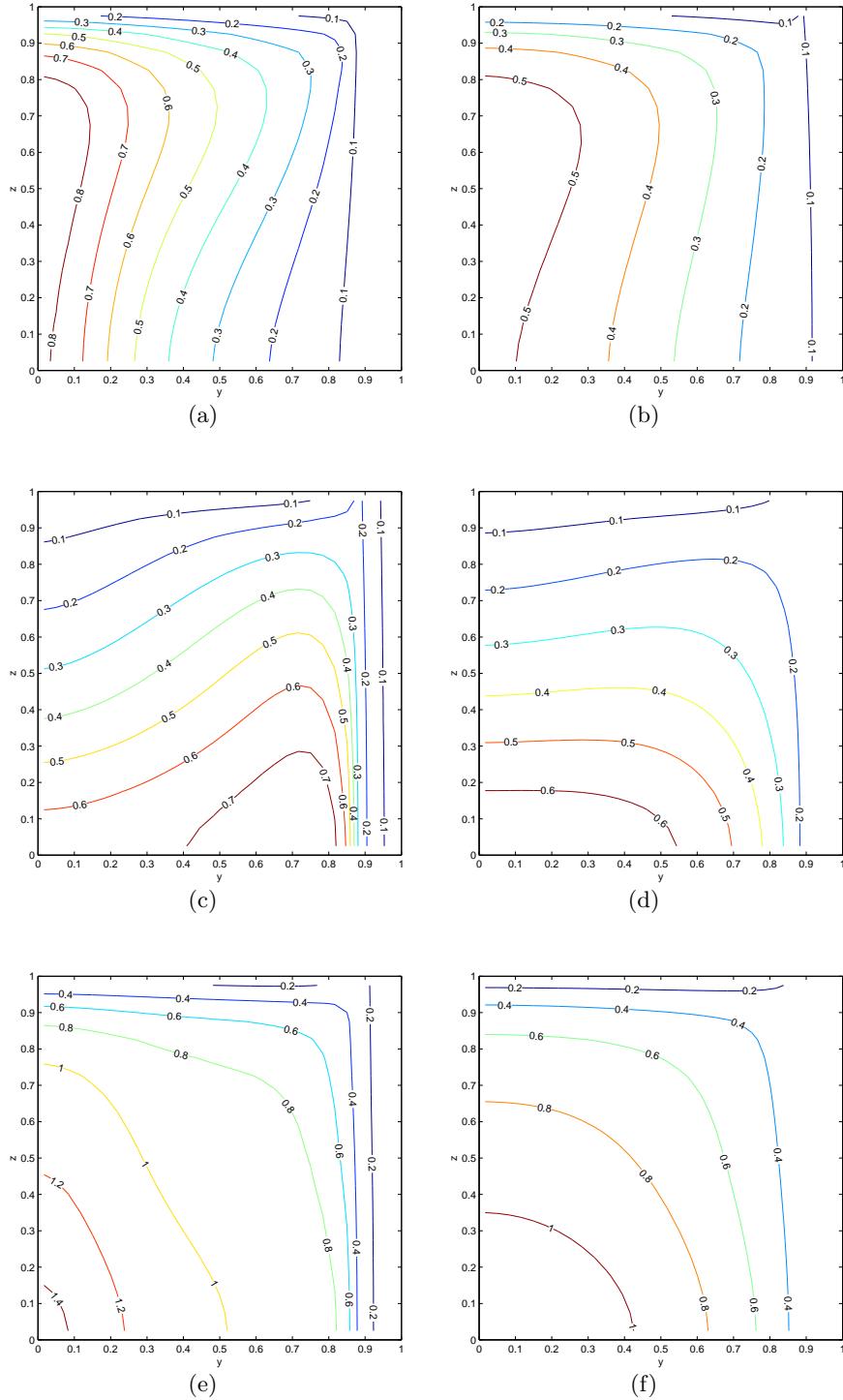


FIG. 5.9 – Étude de sensibilité à une variation du nombre de Peclet horizontal, les autres paramètres du modèle étant fixés à $Pe_v = 6$, $(y_0, z_0) = (0.867, 0.811)$ et $\tilde{k} = 238$: âge adimensionnel du CO_2 avec $Pe_h = 18$ (a), âge adimensionnel du CO_2 avec $Pe_h = 2$ (b), temps de résidence adimensionnel du CO_2 avec $Pe_h = 18$ (c), temps de résidence adimensionnel du CO_2 avec $Pe_h = 2$ (d), temps de transit adimensionnel du CO_2 avec $Pe_h = 18$ (e), temps de transit adimensionnel du CO_2 avec $Pe_h = 2$ (f).

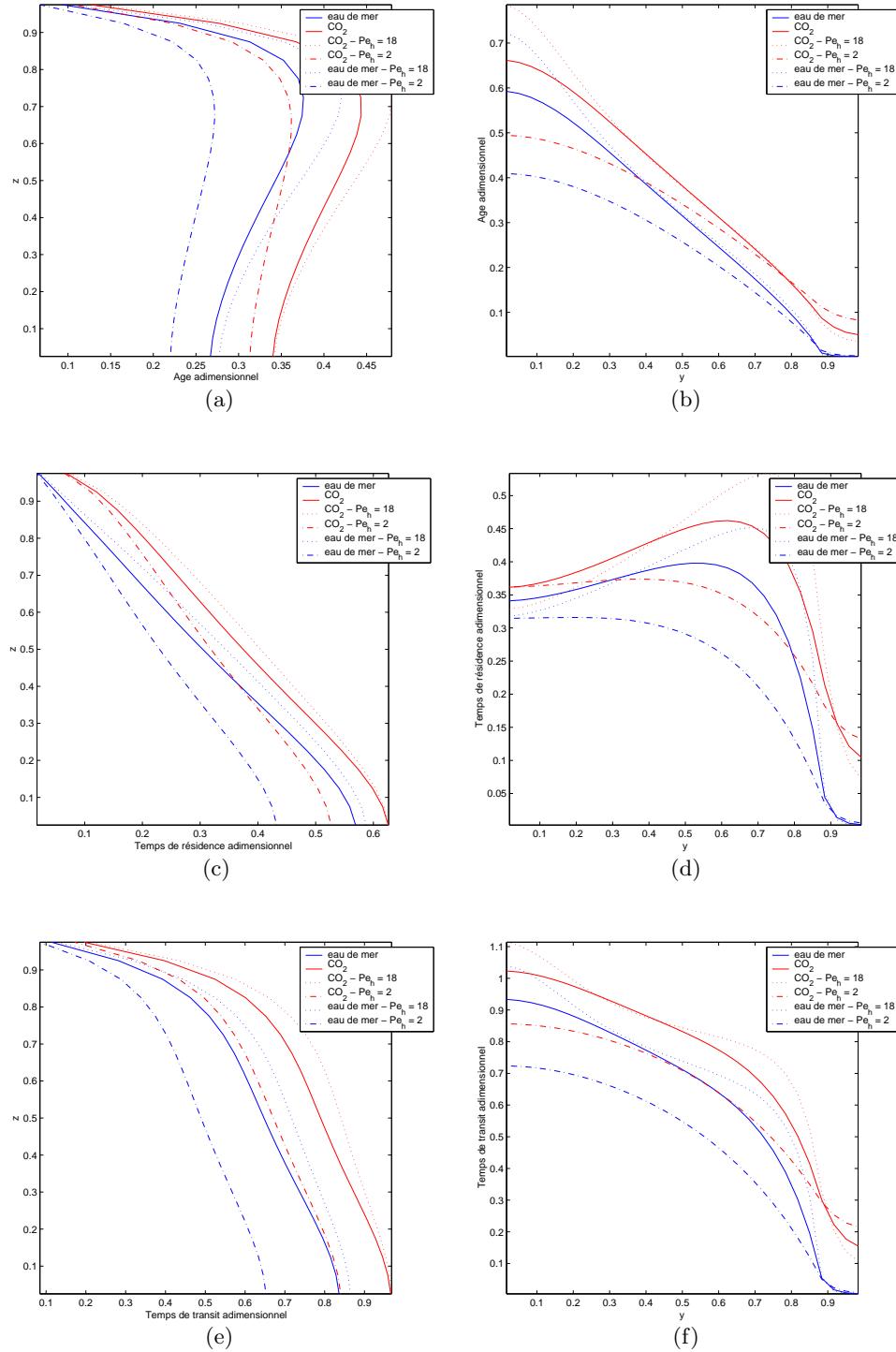


FIG. 5.10 – Étude de sensibilité à une variation du nombre de Peclet horizontal, les autres paramètres du modèle étant fixés à $Pe_v = 6$, $(y_0, z_0) = (0.867, 0.811)$ - et $\tilde{k} = 238$ pour le CO_2 : profils moyens verticaux d'âge adimensionnel (a), profils moyens méridiens d'âge adimensionnel (b), profils moyens verticaux de temps de résidence adimensionnel (c), profils moyens méridiens de temps de résidence adimensionnel (d), profils moyens verticaux de temps de transit adimensionnel (e), profils moyens méridiens de temps de transit adimensionnel (f).

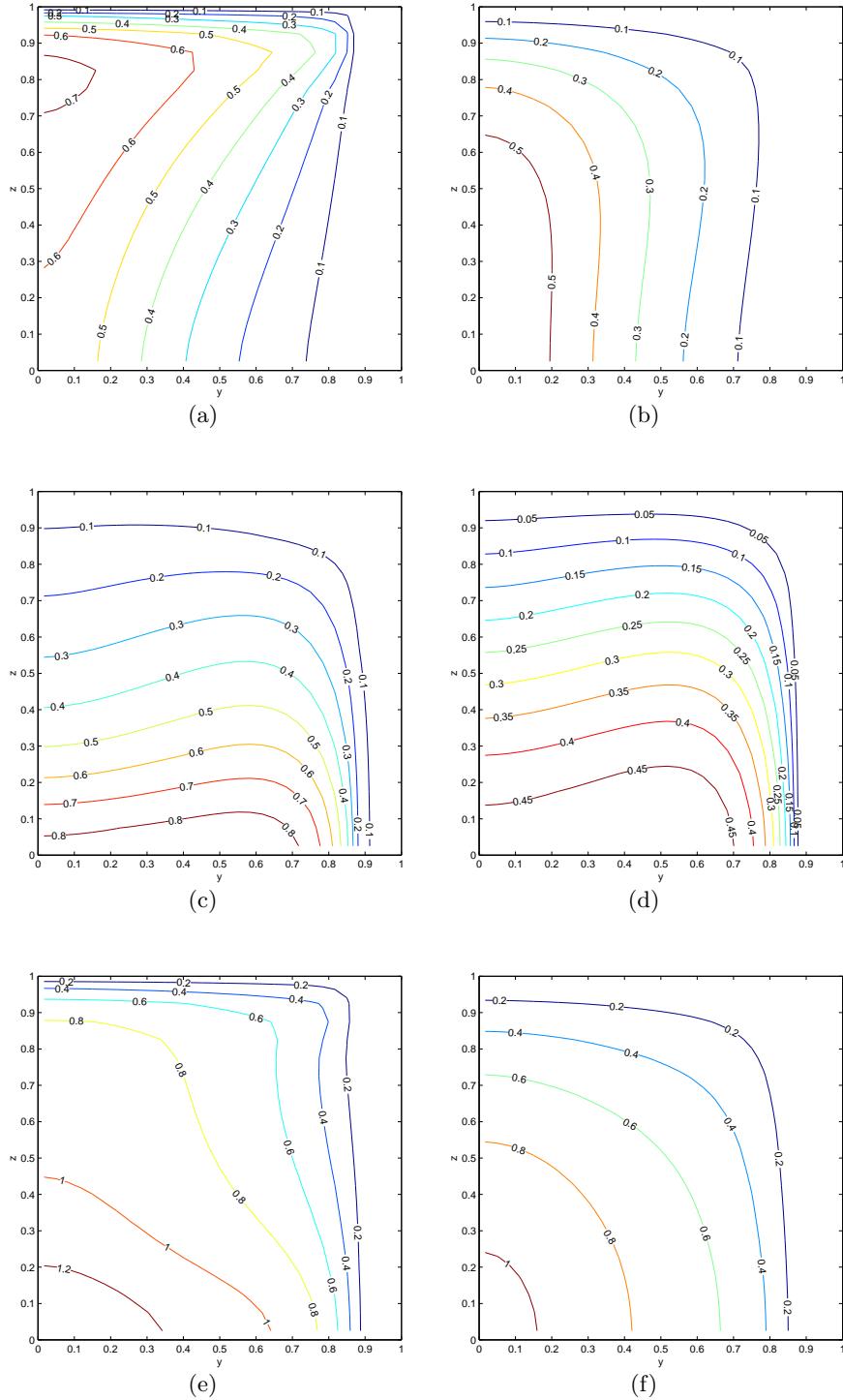


FIG. 5.11 – Étude de sensibilité à une variation du nombre de Peclet vertical, les autres paramètres du modèle étant fixés à $Pe_h = 6$, $(y_0, z_0) = (0.867, 0.811)$: âge adimensionnel de l'eau de mer avec $Pe_v = 18$ (a), âge adimensionnel de l'eau de mer avec $Pe_v = 2$ (b), temps de résidence adimensionnel de l'eau de mer avec $Pe_v = 18$ (c), temps de résidence adimensionnel de l'eau de mer avec $Pe_v = 2$ (d), temps de transit adimensionnel de l'eau de mer avec $Pe_v = 18$ (e), temps de transit adimensionnel de l'eau de mer avec $Pe_v = 2$ (f).

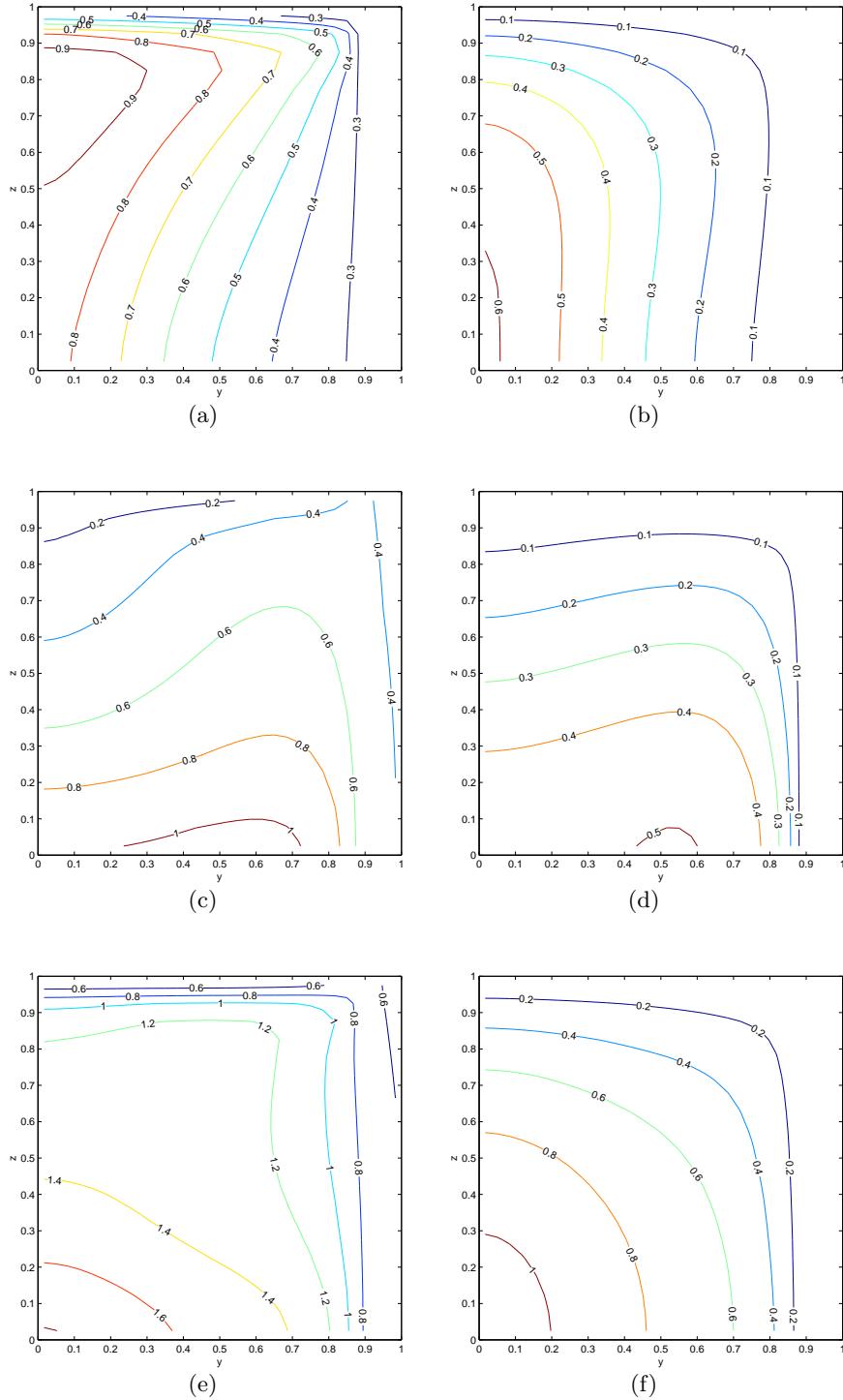


FIG. 5.12 – Étude de sensibilité à une variation du nombre de Péclet vertical, les autres paramètres du modèle étant fixés à $Pe_h = 6$, $(y_0, z_0) = (0.867, 0.811)$ et $\tilde{k} = 238$: âge adimensionnel du CO_2 avec $Pe_v = 18$ (a), âge adimensionnel du CO_2 avec $Pe_v = 2$ (b), temps de résidence adimensionnel du CO_2 avec $Pe_v = 18$ (c), temps de résidence adimensionnel du CO_2 avec $Pe_v = 2$ (d), temps de transit adimensionnel du CO_2 avec $Pe_v = 18$ (e), temps de transit adimensionnel du CO_2 avec $Pe_v = 2$ (f).

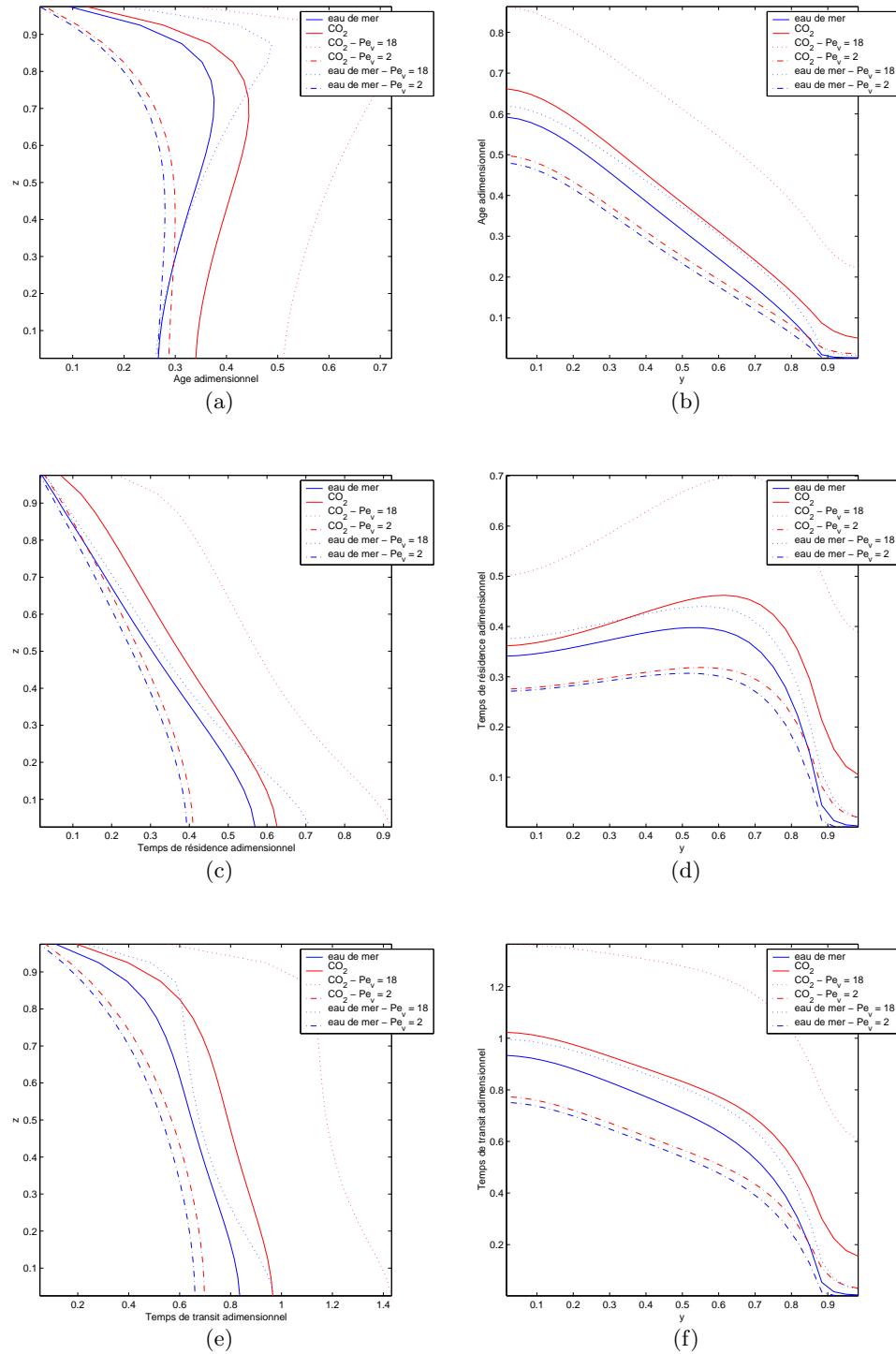


FIG. 5.13 – Étude de sensibilité à une variation du nombre de Peclet vertical, les autres paramètres du modèle étant fixés à $Pe_h = 6$, $(y_0, z_0) = (0.867, 0.811)$ - et $\tilde{k} = 238$ pour le CO_2 : profils moyens verticaux d'âge adimensionnel (a), profils moyens méridiens d'âge adimensionnel (b), profils moyens verticaux de temps de résidence adimensionnel (c), profils moyens méridiens de temps de résidence adimensionnel (d), profils moyens verticaux de temps de transit adimensionnel (e), profils moyens méridiens de temps de transit adimensionnel (f).

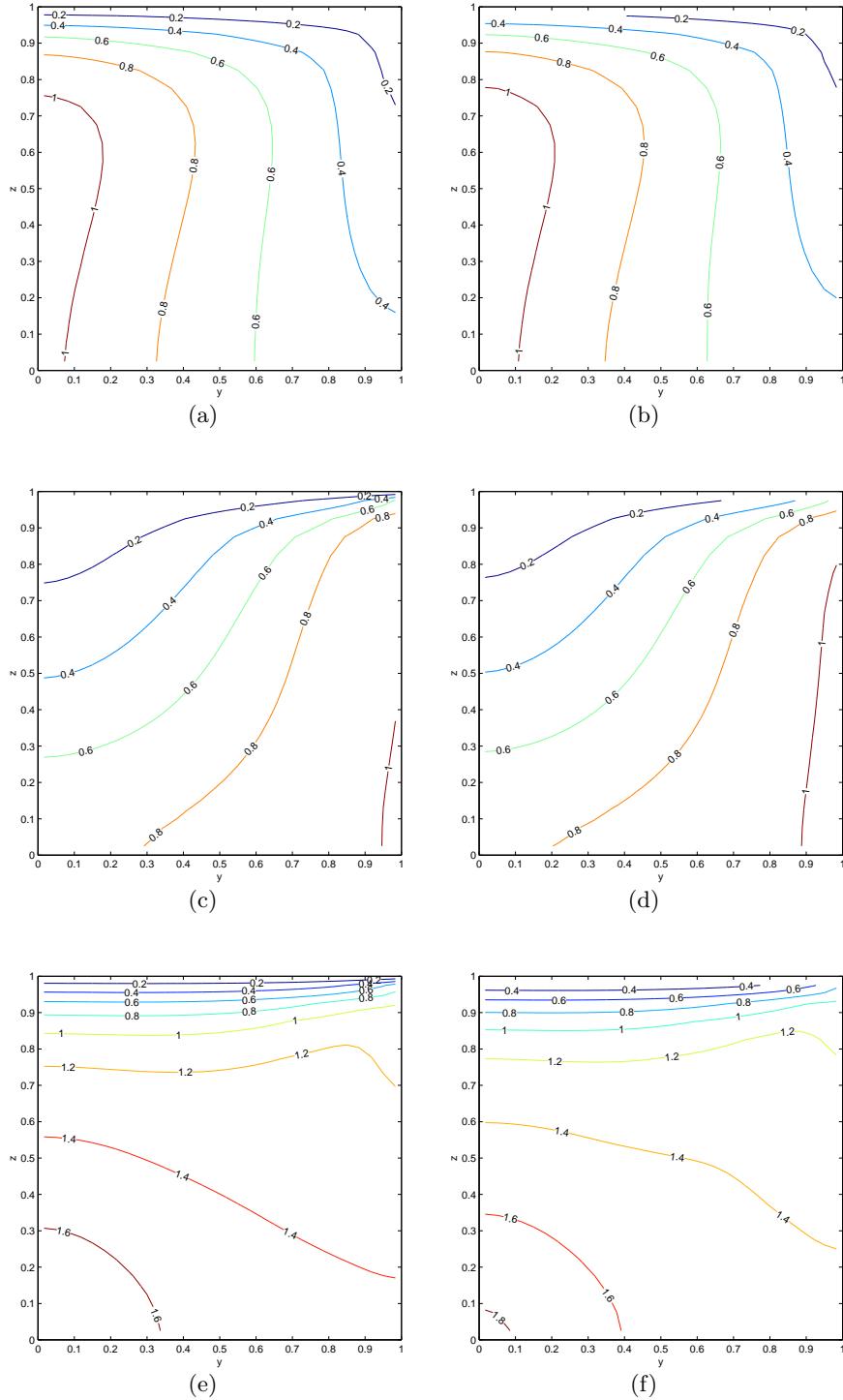


FIG. 5.14 – Étude de sensibilité à l'absence d'une augmentation du mélange vertical dans la zone de convection profonde, les paramètres du modèle étant fixés à $Pe_h = 6, Pe_v = 6$, $(y_0, z_0) = (0.867, 0.811)$ - et $\bar{k} = 238$ dans le cas du CO_2 : âge adimensionnel de l'eau de mer (a), âge adimensionnel du CO_2 (b), temps de résidence adimensionnel de l'eau de mer (c), temps de résidence adimensionnel du CO_2 (d), temps de transit adimensionnel de l'eau de mer (e), temps de transit adimensionnel du CO_2 (f).

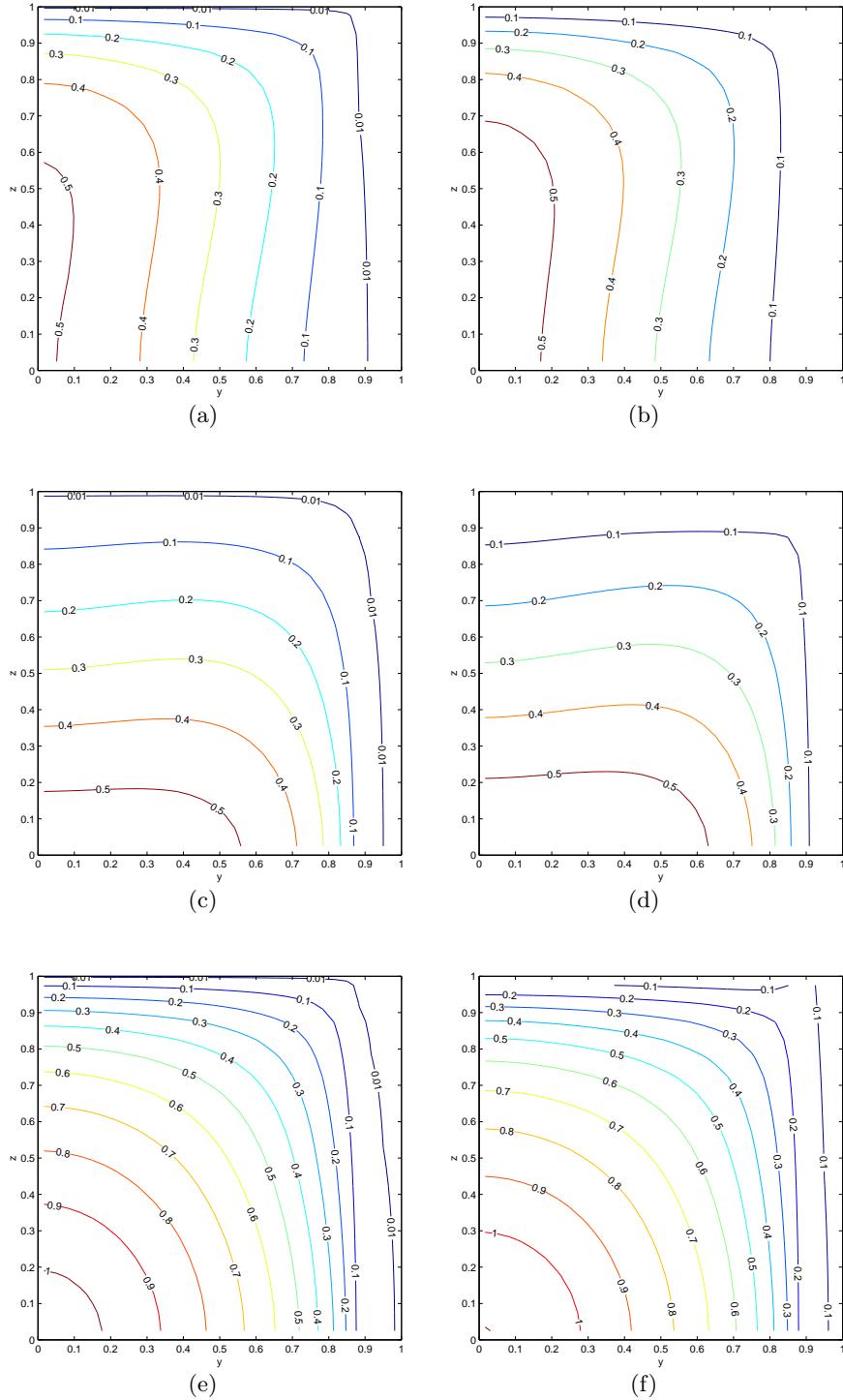


FIG. 5.15 – Étude de sensibilité à une diminution de l'intensité de la circulation méridienne. Les paramètres du modèle sont fixés à $Pe_h = 3, Pe_v = 3, (y_0, z_0) = (0.867, 0.811)$ - et $\tilde{k} = 238$ dans le cas du CO_2 . Le paramètre $Kvratio$ est fixé à 500 dans la zone de convection profonde. Âge adimensionnel de l'eau de mer (a), âge adimensionnel du CO_2 (b), temps de résidence adimensionnel de l'eau de mer (c), temps de résidence adimensionnel du CO_2 (d), temps de transit adimensionnel de l'eau de mer (e), temps de transit adimensionnel du CO_2 (f).

Conclusion

Ce travail a permis l'analyse de certaines spécificités de la répartition mérienne et verticale des temps caractéristiques auxquels se déroulent les processus de ventilation et de rétention dans un bassin océanique idéalisé correspondant schématiquement à l'océan Atlantique. Le modèle numérique développé en vue de cette analyse permet la détermination des champs d'âge, de temps de résidence et de temps de transit au sein de ce bassin, grâce à la résolution d'équations dérivées de la théorie CART. La pertinence de celle-ci comme outil diagnostique pour la détermination de ces échelles de temps est clairement illustrée.

Ces temps caractéristiques ont été étudiés tant pour l'eau de mer que pour le dioxyde de carbone. L'accent mis sur ce dernier constituant est motivé par l'influence majeure qu'il a pu avoir et aura sans doute encore sur l'évolution climatique.

Les simulations réalisées montrent clairement que la ventilation du bassin océanique idéalisé est assurée essentiellement par le Nord et permettent de souligner le rôle majeur des phénomènes de convection profonde à cet effet. Elles indiquent également que la capacité de rétention de cet océan idéalisé est la plus importante au fond, dans la région équatoriale. Avec un temps de résidence de l'ordre de 830 ans pour le dioxyde de carbone, cet endroit serait donc potentiellement le plus intéressant - selon ces simulations - si l'injection délibérée de dioxyde de carbone dans l'océan devait être retenue comme option d'atténuation des impacts climatiques des émissions anthropiques de dioxyde de carbone.

Dans le cadre d'un travail plus approfondi, diverses améliorations pourraient certes être apportées au modèle développé ici, à plusieurs niveaux. Une représentation hydrodynamique plus complète de l'océan Atlantique, la prise en compte d'une variabilité spatiale de la vitesse de transfert ainsi qu'un couplage à un modèle de chimie océanique permettraient une approche plus réaliste du problème. En outre, une amélioration du schéma numérique -en particulier en ce qui concerne le schéma d'advection- augmenterait la précision des résultats obtenus. Néanmoins, on peut espérer que certaines caractéristiques globales des champs d'âge, de temps de résidence et de temps de transit mises en évidence par l'analyse de cette circulation idéalisée peuvent être étendues à un problème étudié de façon plus complète. De plus, le développement d'un modèle simple est un préalable nécessaire à la mise en oeuvre ultérieure d'une configuration physique plus complexe ou d'une méthode numérique plus élaborée. Le caractère très schématique du problème étudié permet, de surcroît, une appréhension peut-être plus claire des rôles respectifs des processus en jeu. La prise en considération d'une complexité accrue du problème amènera certainement à nuancer les rôles de ces processus, mais l'analyse des tendances majeures mises en évidence par le présent modèle pourra servir de base à la réflexion.

Bibliographie

- [1] BROEKER W.S., PENG T.H., 1974, *Gas exchange rates between air and sea*, Tellus XXVI, **1-2**, 22-35.
- [2] BUNKER A.F., 1988, *Surface energy flux of the South Atlantic ocean*, Monthly Weather Review, **16**, 809-823. Cité dans [Csanady, 2001].
- [3] BUNKER A.F., WORTHINGTON L.V., 1976, *Energy exchange charts of the North Atlantic Ocean*, bulletin of the American Meteorological Society, **57**, 670-678. Cité dans [Csanady, 2001].
- [4] CSANADY G.T., 2001, *Air-sea interaction, laws and mechanics*, Cambridge University Press.
- [5] DELEERSNIJDER E., CAMPIN J.-M., DELHEZ E.J.M., 2001, *The concept of age in marine modelling. I. Theory and preliminary model results*, Journal of Marine Systems, **28**, 229-267.
- [6] DELHEZ E.J.M., CAMPIN J.M., HIRST A.C., DELEERSNIJDER E., 1999, *Toward a general theory of the age in ocean modelling*, Ocean Modelling, **1**, 17-27.
- [7] DELHEZ E.J.M., HEEMINK A.W., DELEERSNIJDER E., 2004, *Residence time in a semi-enclosed domain from the solution of an adjoint problem*, Estuarine, Coastal and Shelf Science, **61**, 691-702.
- [8] ENGLAND M.H., 1995, *The Age of Water and Ventilation Timescales in a global Ocean Model*, Journal of Physical Oceanography, **25**, 2756 - 2777.
- [9] HIRSCH C., 1988, *Numerical Computation of Internal and External Flows. Vol 1 : Fundamentals of Numerical Discretization*, John Wiley & Sons.
- [10] HIRSCH C., 1990, *Numerical Computation of Internal and External Flows. Vol 2 : Computational Methods for Inviscid and Viscous Flows*, John Wiley & Sons.
- [11] IPCC, 2001, *Climate change 2001 : The scientific Basis*, Contribution of Working Group I to the Third Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change. Disponible sur www.ipcc.ch.
- [12] IPCC, 2005, *Special Report on Carbon Dioxide Capture and Storage*. Disponible sur www.ipcc.ch.
- [13] JÄHNE B., HAUßECKER H., 1998, *Air-water gas exchange*, Annual Review of Fluid Mechanics, **30**, 443-468.
- [14] KHESHGI H.S., ARCHER D., 2004, *A non linear convolution model for the evasion of CO₂ injected into the deep ocean*, Journal of Geophysical Research - Oceans, **109 -C2**, C02-007.
- [15] KILLWORTH P.D., 1983, *Deep convection in the world ocean*, Reviews of Geophysics and Space Physics, **21-1**, 1-26.

-
- [16] LEVITUS S., 1982, *Climatological Atlas of the World Ocean*, NOAA Professional Paper 13, US Dept of Commerce.
 - [17] MAROTZKE J., SCOTT J.R., 1999, *Convective Mixing and the Thermohaline Circulation*, Journal of Physical Oceanography, **29**, 2962-2970.
 - [18] MUNK W.H., 1966, *Abyssal Recipes*, Deep-Sea Research, **13**, 707-730.
 - [19] PRIMEAU F., 2005, *Characterizing transport between the surface mixed layer and the interior with a forward and adjoint global ocean transport model*, Journal of Physical Oceanography, **35**, 545-564.
 - [20] SCHMITZ W.J., MCCARTNEY M.S., 1993, *On the North Atlantic circulation*, Reviews of Geophysics, **31-1**, 29-49.
 - [21] WANNINKHOF R., 1992, *Relationship between wind speed and gas exchange over the ocean*, Journal of Geophysical Research, **97**, 7373-7382.
 - [22] WÜST G., 1935, *The stratosphere of the Atlantic Ocean, Scientific results of the German Atlantic expedition of the research vessel « Meteor », 1925-27*, Berlin & Leipzig. Cité dans [Csanady, 2001].