# UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PARMA FACOLTÀ DI INGEGNERIA

## CORSO DI LAUREA SPECIALISTICA IN INGEGNERIA INFORMATICA

# ELABORAZIONE DI MAPPE ACUSTICHE TRAMITE ARRAY MICROFONICI

Relatore:

Chiar.mo Prof. ANGELO FARINA

Correlatore:

Dott. Ing. SIMONE CAMPANINI

Tesi di laurea di: LORENZO ROTTEGLIA

ANNO ACCADEMICO 2012-2013



## Indice

1	Pre	messa	1
<b>2</b>	Ele	menti di acustica	3
	2.1	Introduzione	3
	2.2	Grandezze fondamentali	3
		2.2.1 Frequenza e Periodo	3
		2.2.2 Velocità di propagazione e lunghezza d'onda	3
		2.2.3 La scala dei Decibell	4
	2.3	Onde acustiche	4
		2.3.1 livello di pressione	4
		2.3.2 Livello equivalente	5
	2.4	Sistema uditivo umano	5
		2.4.1 Effetti di non linearità dell'orecchio umano	6
		2.4.2 Bande frequenziali	7
		2.4.3 Filtri di ponderazione	7
3	Arr	ay microfonici	9
	3.1	Array sferico: Eigenmike	9
	3.2	Array cilindrico	9
	3.3	Array planare	9
4	Sin	tesi di microfoni virtuali	10
	4.1	Elaborazione dei segnali microfonici	10
	4.2	Sistema di Elaborazione	10
	43	Implementazione del calcolo convolutivo	10

Indice

5	Am	biente di Sviluppo: l'host Audacity	11	
	5.1	Libreria per la costruzione di interfacce grafiche $WxWidgets$	11	
	5.2	Altre librerie	11	
	5.3	Libreria per elaborazione audio-video: ffmpeg	11	
6	Dettagli di Implementazione			
	6.1	Elaborazione numerica del suono	12	
	6.2	Acquisizione del video	12	
	6.3	Livello di fondo scala	12	
	6.4	Mirroring dei microfoni virtuali	13	
	6.5	Meshing della superficie	13	
	6.6	Interpolazione dei valori acquisiti e filtraggio in bande d'ottava	13	
	6.7	Mappatura con scale cromatiche dei livelli acquisiti e auto-scaling	13	
	6.8	Esportazione dei risultati	13	
7	Descrizione plug-in: un manuale d'uso			
	7.1	Configuration Dialog	14	
	7.2	Interfaccia	14	
	7.3	Selezione dell'intervallo temporale da analizzare	14	
8	Con	aclusioni	15	
$\mathbf{A}$	Appendice			
	A.1	Propagazione di onde sonore	16	
	A.2	Intensità, densità di energia e potenza	18	
	A.3	Livelli sonori	19	
	A.4	Curve di ponderazione	21	
	A.5	Trasformata di Fourier	21	

## Elenco delle figure

2.1	Apparato acustico umano	5
2.2	Risposta non lineare della coclea	6
2.3	Grafico delle curve isofoniche	7
2.4	Grafico delle curve di ponderazione	8

## Elenco delle tabelle

## Premessa

Il presente progetto di tesi si pone l'obiettivo mappare il campo acustico dinamico di un ambiente (interno o esterno) intorno a una sonda, nella fattispecie un *array microfonico*, posta nell'ambiente stesso. Il risultato richiesto quindi è quello di ottenere un video composto dalla sovrapposizione di:

**un video di sfondo** , ottenuto da una particolare videocamera, che rappresenti l'ambiente circostante e contenente quindi un informazione visiva.

la mappa acustica dinamica , composta di bande colorate rappresentanti i livelli sonori istantanei nel campo acustico.

**eventuali** *metadata* disponibili quali le posizioni dei singoli microfoni dell'array, o i valori dei livelli sonori in determinate posizioni di interesse per l'utente.

Si tratta di un plug-in che espande le funzionalità dell'ambiente di editing audio  $Audacity^1$ , celebre software open-source, in grado di registrare e elaborare segnali audio e genera da essi una mappa acustica composta da bande colorate corrispondono ai diversi livelli sonori attorno all'array sonda posto nell'ambiente di misura.

Questo tipo di *tool* può avere svariate applicazioni tecnologiche in quanto è in grado di rendere visibile i campi sonori i quali contengono invece una informazione di tipo uditivo. La potenza di questa operazione sinestetica di traduzione

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>http://audacity.sourceforge.net/?lang=it

di un'informazione visiva in una uditiva, risiede principalmente nella maggior apprezzabilità delle grandi qualità di definizione spaziale degli array microfonici. Dal punto di vista applicativo, il sistema sviluppato può essere di estrema utilità nella precisa individuazione di sorgenti sonore, nonchè nella misura delle sorgenti stesse. Basti pensare per esempio ad ambienti di tipo industriale, nei quali spesso il campo acustico è complesso e generato da molteplici e varie sorgenti che spesso riesce difficile individuare con precisione. Un altro esempio calzante riguarda gli ambienti molto ristretti come gli abitacoli di automobili o aereoplani il cui confort è una specifica di progetto che attualmente ricopre un notevole interesse.

In particolare, la principale espansione da me svolta durante questa tesi, rende il software in grado di generare una mappa dinamica riflettendo i cambiamenti del campo acustico attorno alla sonda istante per istante e sovrapponendo questo risultato a un video di sfondo, posto in trasparenza e acquisito mediante telecamere installate appositamente sulle sonde utilizzate e raffigurante l'ambiente stesso di misura.

Di seguito, in sintesi, il contenuto:

- Capitolo 2 richiami teorici sulla acustica di base e riguardo alcune proprieta fisiche del suono, ausilio fondamentale a tutta la trattazione successiva.
- Capitolo 3 introduzione agli array microfonici come tecnica di misura dei campi acustici e delle loro proprietà spaziali di direttività e direzionalità.
- Capitolo 4 concetto di microfono virtuale e relativa sintesi a partire da registrazioni multicanale, ovvero possibilità offerte da questo artificio nella fattispecie riguardo al campionamento spaziale di un campo acustico.
- Capitolo 5 descrizione dell'ambiente software definito dal programma host scelto (Audacity) e librerie esterne utilizzate, per elaborazioni grafiche, audio nonchè per garantire una portabilità multipiattaforma.
- Capitolo 6 dettagli sul funzionamento interno del *plug-in*, algoritmi utilizzati e flusso di lavoro.
- Capitolo 7 breve manuale d'uso per un utilizzatore del *plug-in*, possibili analisi e parametri significativi.

## Elementi di acustica

#### 2.1 Introduzione

Nel presente capitolo verranno fornite le nozioni di base riguardanti i principi fisici fondamentali della fisica del suono.

Partendo dalle grandezze fondamentali che caratterizzano l'analisi del fenomeno sonoro, si parlerà della descrizione delle diverse onde sonore per arrivare a una descrizione di campo acustico di cui si cerca di fornire una mappa visiva.

#### 2.2 Grandezze fondamentali

[...]

#### 2.2.1 Frequenza e Periodo

$$T = \frac{1}{f} \tag{2.1}$$

[...]

#### 2.2.2 Velocità di propagazione e lunghezza d'onda

[...]

#### 2.2.3 La scala dei Decibell

[...]

#### 2.3 Onde acustiche

I fenomeni acustici consistono essenzialmente di una perturbazione di pressione che si propaga in un mezzo in equilibrio. Ciò che caratterizza il fenomeno è l'entità di questa perturbazione rispetto a un valore di equilibrio preso come riferimento. Nel caso applicativo più frequente, la propagazione nell'aria, si prende come riferimento la pressione atmosferica.

Essendo  $P_0$  la pressione di riferimento del mezzo, la pressione acustica istantanea viene definita come segue:

$$p(t) = p'(t) - P_0 (2.2)$$

dove p'(t) è il valore di pressione atmosferica nell'istante t in un punto dato in cui si vuole misurare la pressione acustica.

#### 2.3.1 livello di pressione

Il valore di pressione acustica varia in un campo molto esteso, per questo motivo si usa riferirsi piuttosto al livello di pressione acustica L (o SPL: Sound Pressure Level) definito:

$$L = 20 * \log \frac{p}{p_0}(dB) \tag{2.3}$$

dove  $p_0$  sia il valore di pressione di riferimento per l'atmosfera, scelto dal sistema internazionale uguale a 20  $\mu Pa$  che corrisponde alla soglia di udibilità a  $1000Hz^{-1}$ .

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Per una spiegazione più dettagliata sui livelli sonori si veda l'appendice A.3

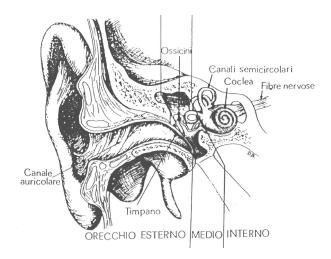


Figura 2.1: Apparato acustico umano.

#### 2.3.2 Livello equivalente

In applicazioni reali, siamo in presenza di sorgenti con un livello sonoro non costante nel tempo di cui occorre valutare la rumorosità. Descrivendo il fenomeno sonoro con la funzione matematica che ne regola l'andamento del livello (per esempio di pressione), otteniamo una valutazione del livello sonoro in un dato istante ma questo non ci fornisce un'informazione sulla rumorosità globale. Se ad esempio avessimo una sorgente che si accende ad intermittenza, conoscere esattamente l'andamento del tempo non aiuterebbe nel valutare il livello sonoro che la sorgente produce in un determinato tempo. Si definisce quindi un livello equivalente che si calcola come:

$$L_{EQ} = 10\log(\frac{1}{T} \int_0^T \frac{p^2(t)}{p_0^2} dt)$$
 (2.4)

[...]

#### 2.4 Sistema uditivo umano

l'apparato uditivo umano, come si evince dalla Figura 2.1, è molto complesso e composto da moltissimi elementi dalle svariate funzioni, ognuno dei quali influisce sulla percezione acustica in maniera rilevante e addirittura alcuni degli effetti legati alla sensazione uditiva, che vengono chiamati *psicoaustici*, riguardano la

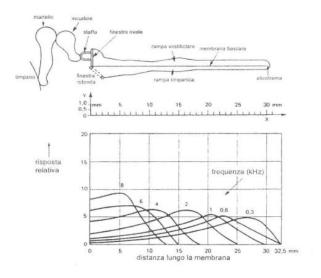


Figura 2.2: Risposta non lineare della coclea

sola interpretazione, da parte del cervello, dei segnali elettrochimici provenienti dall'apparato uditivo.

In questa sede ci interessano solamente alcuni effetti di non linearità dell'apparato uditivo, le quali comportano conseguenze fondamentali nelle modalità di analisi di un qualsiasi fenomeno sonoro, quali la descrizione mediante suddivisione in bande frequenziali e l'introduzione dei filtri di ponderazione, che verranno descritti successivamente.

#### 2.4.1 Effetti di non linearità dell'orecchio umano

Uno degli organi sensoriali principali dell'apparato acustico è la *coclea* rappresentata in Figura 2.2; è lei la responsabile di gran parte degli effetti non lineari di cui discuteremo in seguito.

Sezionando la coclea, si trova una sorta di doppia lamina la quale è caratterizzata da una diversa sensiblità lungo la sua estensione, a seconda delle frequenze di eccitazione del segnale acustico, alla maniera, ad esempio, di una corda o di una frusta. Si osservi nel grafico di figura 2.2 come le basse frequenze interessino la parte terminale mentre le alte frequenze la parte iniziale. Si evince facilmente

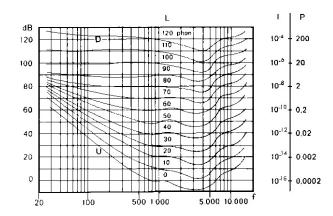


Figura 2.3: Grafico delle curve isofoniche

inoltre che due rumori con bande sovrapposte (in tutto o in parte) si mascherino in modo tale che il segnale di maggiore intensità copra il segnale più debole, a meno che quest'ultimo non abbia una larghezza di banda sufficientemente larga.

Per il sopraccitato ed altri motivi che non approfondiremo in questa sede, il sistema uditivo umano presenta una sensibilità meno accentuata alle frequenze molto basse (poche decine di Hz) ed a quelle elevate (oltre i 15kHz). Inoltre per procurare la stessa sensazione sonora (phon) occorrono, a frequenze diverse, livelli di pressioni sonore diverse, allo stesso modo suoni di stessa intensità ma frequenza diversa vengono percepiti dall'orecchio in modo diverso.

Questi effetti sono riassunti nel grafico in Figura 2.3.

 $[\ldots]$ 

#### 2.4.2 Bande frequenziali

[...]

#### 2.4.3 Filtri di ponderazione

come descritto nel paragrafo 2.4.1, la sensibilità dell'orecchio varia al variare della frequenza. Per tale motivo il livello di pressione SPL che misuriamo in realtà non corrisponde a una reale sensazione acustica, cioè variazioni del valore di SPL non necessariamente corrispondono a uguali variazioni nella percezione acustica

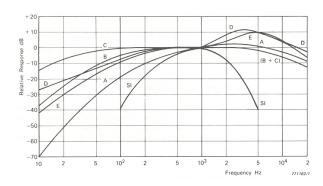


Figura 2.4: Grafico delle curve di ponderazione

(variazioni di *volume*). Per rendere più aderente alla sensazione umana e quindi rendere più intuitiva la misura di un fenomeno sonoro, occorre utilizzare dei filtri di *pesatura* o *ponderazione*. Quelli attualmente utilizzati sono rappresentati in Figura 2.4. Analizzando il grafico notiamo le curve più importanti:

filtro di ponderazione "A" : il più comunemente impiegato e il cui andamento si conforma alla risposta dell'orecchio umano a livelli medio-bassi. Il livello misurato con la ponderazione del filtro A viene chiamato dB(A).

filtro di ponderazione "C" : impiegato per rumori molto forti o esplosioni misurate quindi in dB(C).

## Array microfonici

Nel presente capitolo verranno presentati i tre diversi tipi di array microfonici presi in considerazione e sui quali questa tesi è stata collaudata.

**Sferico:** array microfonico costituito da 32 capsule omnidirezionali poste uniformemente su una sfera

Cilindrico: array microfonico

Planare: array microfonico

- 3.1 Array sferico: Eigenmike
- 3.2 Array cilindrico
- 3.3 Array planare

## Sintesi di microfoni virtuali

[...]

### 4.1 Elaborazione dei segnali microfonici

cap 1.5 chiesi  $[\ldots]$ 

#### 4.2 Sistema di Elaborazione

cap 1.4.1 chiesi [...]

### 4.3 Implementazione del calcolo convolutivo

[...]

## Ambiente di Sviluppo: l'host Audacity

[...]

5.1 Libreria per la costruzione di interfacce grafiche WxWidgets

cap 3,3 novak [...]

5.2 Altre librerie

cap 3,4 novak [...]

5.3 Libreria per elaborazione audio-video: ffm-peg

[...]

## Dettagli di Implementazione

[...]

#### 6.1 Elaborazione numerica del suono

[lezione 12 ppt]

- 6.2 Acquisizione del video
- 6.3 Livello di fondo scala

[novak]

- 6.4 *Mirroring* dei microfoni virtuali
- 6.5 Meshing della superficie
- 6.6 Interpolazione dei valori acquisiti e filtraggio in bande d'ottava
- 6.7 Mappatura con scale cromatiche dei livelli acquisiti e *auto-scaling*
- 6.8 Esportazione dei risultati

# Descrizione plug-in: un manuale d'uso

[...]

7.1 Configuration Dialog

[...]

7.2 Interfaccia

[...]

7.3 Selezione dell'intervallo temporale da analizzare

[...]

## Conclusioni

[...]

## Appendice A

## **Appendice**

In questa appendice finale si trovano tutte le definizioni teoriche indispensabili alla comprensione dell'elaborato qui presentato ma il cui studio è considerato prerequisito e quindi noto. Viene dunque riportato un breve riassunto delle nozioni fondamentali in modo da fornire un quadro generale ristretto ma comunque sufficiente per affrontare serenamente la lettura.

#### A.1 Propagazione di onde sonore

Un'onda sonora<sup>1</sup>, come risaputo, è una perturbazione della pressione atmosferica avente la proprietà di propagarsi; affinché questo possa avvenire occorrono due elementi indispensabili: una causa ed un mezzo. Il primo potrà essere un sistema meccanico oscillante con sufficiente frequenza<sup>2</sup>, mentre il secondo è, in generale, un fluido, di norma l'aria.

La descrizione fisica della propagazione delle onde suddette avviene tramite 3 leggi fondamentali che di seguito si riassumono:

**L'equazione di Eulero.** Siano p la pressione sonora,  $\mathbf{u}$  il vettore velocità istantanea di una particella di fluido e  $\rho_0$  la densità dell'aria in condizioni normali, allora si ha:

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Vedi [2], capitolo 3.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Un'onda di pressione perché venga percepita dall'apparato uditivo umano deve avere frequenza compresa tra 20 Hz e 20000 Hz circa, a seconda dell'individuo.

$$\nabla p = -\rho_0 \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t}.\tag{A.1}$$

La relazione A.1 altro non è che l'equivalente fluidodinamico della seconda legge newtoniana della dinamica, da cui deriva, ed esprime in sostanza le condizioni di equilibrio dinamico delle forze agenti su un elemento di fluido.

L'equazione di continuità. Se si esprime con  $\delta$  la variazione relativa di densità, o  $condensazione^3$ , del mezzo e con s il vettore spostamento, per un generico elemento di fluido vale la legge

$$\delta = -\nabla \cdot \mathbf{s},\tag{A.2}$$

che sintetizza il principio secondo cui il flusso netto di massa, ossia la differenza tra quello entrante e quello uscente, deve essere uguagliato dalla variazione di massa di fluido contenuta dall'elemento.

L'equazione di stato termodinamico. Ipotizzando ragionevolmente variazioni di stato talmente rapide da poter essere ritenute adiabatiche ed indicando con  $p_0$  il valore della pressione sonora a riposo e con  $\gamma$  il rapporto tra i calori specifici del gas, rispettivamente, a pressione e volume costante, il comportamento termodinamico del fluido in questione è dato da

$$\frac{1}{p_0} \frac{\partial p}{\partial t} = \gamma \frac{\partial \delta}{\partial t}.$$
 (A.3)

Dalle relazioni A.1, A.2 e A.3, dopo qualche passaggio, si ricava l'equazione di propagazione delle onde sonore:

$$\nabla^2 p = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2},\tag{A.4}$$

in cui c è la velocità di propagazione dell'onda sonora nel gas, definita come

$$\delta = \frac{\rho - \rho_0}{\rho}$$

dove  $\rho$  è densità dell'elemento di fluido considerato.

 $<sup>^3</sup>$ È data da

$$c = \sqrt{\gamma \frac{p_0}{\rho_0}}. (A.5)$$

#### A.2 Intensità, densità di energia e potenza

Di seguito si riportano le definizioni di alcune grandezze fondamentali<sup>4</sup>:

Intensità sonora. È la quantità di energia che fluisce, nell'unità di tempo, attraverso una superficie di area unitaria perpendicolare alla direzione di propagazione dell'onda. L'intensità istantanea è data da

$$I = p_m u_m \cos^2 \left[ \omega \left( t - \frac{x}{c} \right) \right], \tag{A.6}$$

dove  $p_m$  e  $u_m$  sono i valori di picco di pressione e velocità relative alla direzione di propagazione considerata, mentre l'*intensità media* dalla relazione

$$\overline{I} = \frac{p_{\text{rms}}}{\rho_0 c} \quad \left[\frac{W}{m^2}\right]. \tag{A.7}$$

La quasi totalità delle sorgenti reali, però, non irradia energia uniformemente in tutte le direzioni, tale caratteristica viene misurata da una grandezza denominata direttività ed indicata con Q; si ha

$$Q = \frac{I_{\theta,\phi}}{\overline{I}},\tag{A.8}$$

dove  $I_{\theta,\phi}$  è l'intensità irradiata nella direzione specificata, in coordinate sferiche, dagli angoli  $\theta \in \phi$ .

Densità di energia sonora. È l'energia contenute in un'unità di volume del mezzo ed è data da

$$D = \frac{\overline{I}}{c^2} = \frac{p_{\text{rms}}}{\rho_0 c^2} \quad \left[ \frac{\mathbf{W} \cdot \mathbf{s}}{\mathbf{m}^3} \right]. \tag{A.9}$$

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>Per i dettagli si rimanda sempre a [2].

A.3. Livelli sonori

Potenza sonora. Supponendo che tutta l'energia sonora fluente nel mezzo sia prodotta da una sola e ben identificabile sorgente, l'energia irradiata nell'unità di tempo da quest'ultima rappresenta la sua potenza sonora W. Se S è una superficie immaginaria inviluppante la sorgente ed  $I_S$  l'intensità sonora rilevata su un area elementare dS della superficie, risulta

$$W = \int_{S} I_s \, \mathrm{d}S. \tag{A.10}$$

#### A.3 Livelli sonori

Per via dell'enorme capacità dinamica dell'orecchio umano difficilmente viene adottata la scala lineare per rappresentare le grandezze acustiche: dovendo trattare con un campo di valori estremamente esteso e disperso<sup>5</sup> è universalmente preferita la scala dei decibel, codificata nella norma ISO 1648. Premettendo che un valore espresso in decibel implica sempre un rapporto con un altro valore di riferimento, di seguito si riportano le principali grandezze impiegate:

#### Livello di pressione sonora.

$$L_p = 10 \log \frac{p^2}{p_0^2} =$$

$$= 20 \log \frac{p}{p_0} \quad [dB], \tag{A.11}$$

dove  $p_0 = 20 \,\mu\text{Pa}$ . La A.11 si può anche riscrivere nel seguente modo, dopo aver sostituito il valore di  $p_0$ :

$$L_p = 10 \log p^2 + 94$$
 [dB]. (A.12)

Livello di potenza sonora.

$$L_W = 10 \log \frac{W}{W_0}$$
 [dB], (A.13)

dove  $W_0 = 1$  pW. Sostituendo quest'ultimo valore nella A.13 si ricava

 $<sup>^5{\</sup>rm La}$ minima pressione percepibile da un individuo normo udente è di 20  $\mu{\rm Pa},$ la soglia del dolore è, invece, attorno ai 60 Pa.

A.3. Livelli sonori

$$L_W = 10 \log W + 120$$
 [dB]. (A.14)

Livello di intensità sonora.

$$L_I = 10 \log \frac{I}{I_0}$$
 [dB], (A.15)

dove  $I_0 = 1 \text{ pW/m}^2$ . È largamente in uso esprimere anche la direttività in decibel: in questo caso il parametro definito dall'equazione A.8 prende il nome di *Directivity Index* ed è così definito

$$DI = 10 \log Q =$$

$$= L_{I_{\theta,\phi}} - L_{\overline{I}}. \tag{A.16}$$

Se  $\rho_0 c$  vale 400 rayl risulteranno uguali  $\rho_0 c I_0$  e  $p_0^2$ , cioè sarà verificata la relazione

$$L_I = L_p. (A.17)$$

Tale situazione si avrebbe a pressione atmosferica e temperatura di 39°C; alla temperatura di 20°C il valore dell'impedenza acustica sale a 415 rayl, tuttavia l'errore commesso applicando ugualmente la A.17 è comunemente ritenuto trascurabile.

Se l'intensità sonora I è uniforme su una superficie S che circoscrive una sorgente di potenza W si può scrivere:

$$10 \log \frac{W}{W_0} = 10 \log \frac{I}{I_0} + 10 \log \frac{S}{S_0}$$
 [dB]; (A.18)

se, poi,  $S_0 = S = 1 \,\mathrm{m}^2$ , risulta esattamente

$$L_W = L_I. (A.19)$$

#### A.4 Curve di ponderazione

La sensibilità dell'orecchio umano non è costante in tutta la banda udibile, ma presenta un massimo nella regione attorno a 4 kHz ed ha i valori minimi in corrispondenza degli estremi, come evidenziato dalle curve isofoniche elaborate da Fletcher e Munson.<sup>6</sup> Questo ha portato all'ideazione delle unità di misura percettive (la scala dei phon) ed ha suggerito l'adozione negli strumenti di misura di un filtraggio dei livelli rilevati in modo da renderli coerenti alla reale sensibilità umana. Il suddetto filtraggio è codificato nelle cosiddette curve di ponderazione, le quali non fanno altro che indicare l'alterazione della risposta in frequenza dello strumento, ossia il fattore con cui debbono essere pesate le frequenze della banda audio. In figura ?? sono riportate le curve di ponderazione A, B e C che sono, sostanzialmente, le curve isofoniche a 40, 70 e 100 phon rispettivamente.

#### A.5 Trasformata di Fourier

L'argomento è enorme, in questa sede se ne vuole solo riportare la definizione operativa. Se x(t) è una funzione

- limitata
- tale da presentare un numero finito di discontinuità
- assolutamente integrabile

allora la sua trasformata secondo Fourier è data dalla relazione

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j2\pi f t} dt.$$
 (A.20)

La trasformata inversa del segnale X(f), invece si può calcolare mediante l'equazione

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) e^{j2\pi ft} df.$$
 (A.21)

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup>Si veda [1] al capitolo 2.

In generale affinchè esista la trasformata di Fourier del segnale x(t), per il teorema di Plancherel è sufficiente che quest'ultimo abbia energia finita, caratteristica, questa, di tutti i segnali fisici.

## Bibliografia

- [1] R. SPAGNOLO (A CURA DI), Manuale di acustica applicata, UTET, Torino, Italy, 3 ed., gen. 2005. ISBN 88-7750-710-1.
- [2] S. CINGOLANI E R. SPAGNOLO (A CURA DI), Acustica musicale e architettonica, UTET, Torino, Italy, 1 ed., dic. 2005. ISBN 88-7750-941-4.



