

ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL

FACULTAD DE CIENCIAS

_____ DEBER 07 _____

TEMA: APLICACIONES DE LA DERIVADA

1. Movimiento rectilíneo

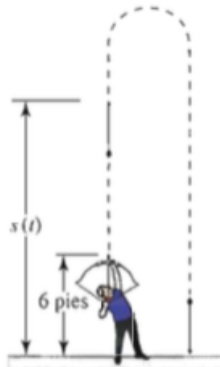
1. Sea $s(t)$ una función posición de una partícula que se mueve sobre la recta horizontal. Encuentre la posición, velocidad, rapidez y aceleración de la partícula en los instantes indicados.

a) $s(t) = (2t - 6)^2$; $t = 1, t = 4$

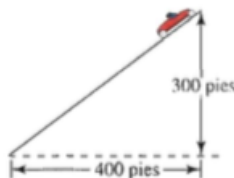
b) $s(t) = \frac{t}{t+2}$; $t = 0, t = 1$

c) $s(t) = t \cos \pi t$; $t = \frac{1}{2}, t = 2$

2. La altura (en pies) de un proyectil disparado verticalmente hacia arriba desde un punto a 6 pies por arriba del nivel del suelo la proporciona $s(t) = -16t^2 + 48t + 6$, $0 \leq t \leq T$, donde T es el instante en que el proyectil choca contra el suelo.



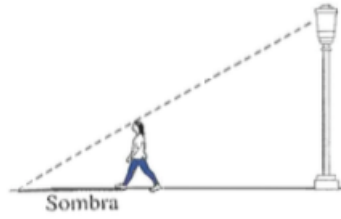
- a) Determine el intervalo de tiempo en el cual $v > 0$ y el intervalo de tiempo para el cual $v < 0$.
 - b) Encuentre la altura máxima alcanzada por el proyectil.
3. Un participante en una carrera de automóviles de juguete desciende la colina. ¿Cuáles son la velocidad y aceleración del automóvil en la parte inferior de la colina?



Ignore la fricción y considere que la distancia s (en pies) del cuerpo que se mueve hacia abajo sobre el plano inclinado de ángulo θ está dada por $s(t) = 16t^2 \sin \theta$.

2. Razones de cambio relacionadas

1. Sean x e y dos funciones derivables de t , y relacionadas por la ecuación $y = x^2 + 3$. Calcular $\frac{dy}{dt}$ para $x = 1$, sabiendo que $\frac{dx}{dt} = 2$ para $x = 1$.
2. Se bombea aire en el interior de un globo esférico a razón de 4.5 pies cúbicos por minuto. Calcular la razón de cambio del radio del globo cuando el radio es de 2 pies.
3. Una placa en forma de triángulo equilátero se expande con el tiempo. La longitud de un lado aumenta a razón constante de 2cm/h. ¿A qué razón crece el área cuando un lado mide 8 cm?
4. En el problema 3, ¿a qué razón crece el área en el instante en que el área es $\sqrt{75}$ cm²?
5. En un lago en calma se deja caer una piedra, lo que provoca ondas circulares. El radio r del círculo exterior está creciendo a una razón constante de 1 pie/s. Cuando el radio es 4 pies, ¿A qué razón está cambiando el área A de la región circular perturbada?
6. Dos aviones salen simultáneamente de un aeropuerto, el primero viaja hacia el Sur a una velocidad de 30 km/h y el segundo viaja hacia el Este a una velocidad de 50 km/h. Transcurridas 2 horas ¿Cuál es la velocidad de separación de los dos aviones?
7. Un recipiente tiene la forma de un cono circular recto invertido y la longitud de su altura es el doble de la de su diámetro. Al recipiente le está ingresando agua a una velocidad constante por lo que la profundidad del agua va en aumento. Cuando la profundidad es de 1 m la superficie sube a razón de 1 cm por minuto. ¿A qué velocidad está ingresando agua al recipiente?
8. Un globo de aire caliente que asciende en línea recta desde el nivel del suelo es rastreado por un observador que está a 500 pies del punto de elevación. En el momento que el ángulo de elevación del observador es $\frac{\pi}{4}$, el ángulo crece a razón de 0.14 rad/min. ¿Qué tan rápido se está elevando el globo en ese momento?
9. Una patrulla se aproxima a una intersección en ángulo recto desde el norte, persiguiendo a un automóvil que va a exceso de velocidad, y da vuelta en la esquina hacia el este. Cuando la patrulla se encuentra a 0.6 millas al norte de la intersección y el automóvil está a 0.8 millas al este, los policías determinan con un radar que la distancia entre ellos y el automóvil está aumentando a 20 millas/hora. Si la patrulla se mueve a 60 millas/hora en el instante de la medición, ¿cuál es la velocidad del automóvil?
10. Una roca arrojada a un estanque tranquilo provoca una onda circular. Suponga que el radio de la onda se expande a razón constante de 2 pies/s.
 - a) ¿Cuán rápido crece el diámetro de la onda circular?
 - b) ¿Cuán rápido crece la circunferencia de la onda circular?
 - c) ¿Cuán rápido se expande el área de la onda circular cuando el radio es de 3 pies?
 - d) ¿Cuán rápido se expande el área de la onda circular cuando el área es 8π pies²?
11. Una persona de 5 pies de estatura se aleja caminando de un poste de 20 pies de altura a razón constante de 3 pies/s.



- a) ¿A qué razón crece la sombra de la persona ?
- b) ¿A qué razón se aleja la punta de la sombra desde la base del poste?
12. Cada uno de los extremos verticales de un canal de agua de 20 pies de longitud es un triángulo equilátero con el vértice hacia abajo. Se bombea agua a razón constante de 4 pies³/min.
- a) ¿Cuán rápido sube el nivel h del agua cuando la profundidad del agua es de 1 pie?.
- b) ¿Si h_0 es la profundidad inicial del agua en el canal, demuestre que:

$$\frac{dh}{dt} = \frac{\sqrt{3}}{10} \left(h_0^2 + \frac{\sqrt{3}}{5} t \right)^{-1/2}$$

Sugerencia: Considere la diferencia de volumen después de t minutos.

- c) Si $h_0 = \frac{1}{2}$ pie y la altura del extremo triangular es de 5 pies, determine el instante en el que el canal está lleno. ¿Cuán rápido sube el nivel del agua cuando el canal está lleno?