

Desaceleración de la mortalidad en el Ecuador

Dr. Luis Horna*; Ing. Boris Polanco**; Ing. Diego Huaraca***

*Escuela Politécnica Nacional, Departamento de Matemática, Quito, Ecuador

e-mail:luis.horna@epn.edu.ec

**Escuela Politécnica Nacional, Facultad de Ciencias, Quito, Ecuador

e-mail:diego.huaracas@epn.edu.ec

***Actuarial Consultores, Quito, Ecuador

e-mail:boriscout@hotmail.com

Resumen

Se estudia el fenómeno de desaceleración de la mortalidad en adultos mayores de la población ecuatoriana, el cual es de gran interés en el campo actuarial debido a que el país actualmente atraviesa por un proceso de transición demográfica con el que se espera que dentro de aproximadamente 30 años la población de adultos mayores aumente considerablemente. La información demográfica utilizada corresponde a tablas de mortalidad generadas a partir de datos obtenidos del Instituto Nacional de Estadística y Censos (INEC).

Palabras claves: Tablas de mortalidad, desaceleración, transición demográfica.

1. Introducción

El número de habitantes en el Ecuador se ha ido incrementando paulatinamente al punto de triplicarse en los últimos 40 años. Además, se observa que la esperanza de vida crece, tal como se muestra en las siguientes pirámides poblacionales:

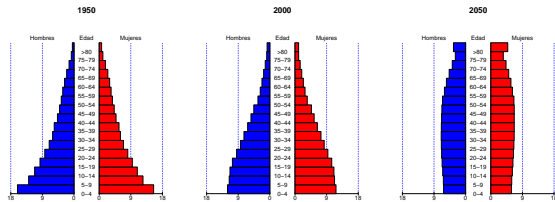


Figura 1: Población en los años 1950, 2000 y 2050

Al cambio en la estructura poblacional se le conoce como *transición demográfica*, y consiste en un proceso donde dicha estructura pasa de altas a bajas tasas de mortalidad y natalidad por lo que aparece una población mas envejecida.

A su vez, conforme se da este proceso, se genera un ambiente favorable para el desarrollo económico de la población, lo que se conoce como el *bono demográfico* que se define como un periodo de tiempo en el cual la población que pertenece al grupo en capacidad de trabajar se incrementa siendo mayor que los otros grupos de edad.

2. Fuerza de mortalidad

Para el estudio del fenómeno de desaceleración, se emplea la fuerza de mortalidad de la función de supervivencia $S(x)$ definida como:

$$\mu(x) = \frac{d}{dx} \ln S(x) = \frac{f_x(x)}{S_x(x)} \quad (1)$$

Esta función representa la tasa instantánea de mortalidad para un individuo que sobrevive a la edad x . Debido que las tablas de vida empleadas para el estudio no contaban con dicho valor de

esta función, se estimaron los valores aproximados utilizando la siguiente expresión:

$$\mu(x) = -\ln(1 - q_x) \quad (2)$$

donde q_x es la probabilidad de que una persona con edad x fallezca dentro de un año.

3. Algunos modelos utilizados

Para ajustar la función fuerza de mortalidad se emplean algunas funciones típicas del análisis de supervivencia, las cuales se muestran a continuación:

Modelo	Función
Gompertz	$Ae^{\frac{x}{\alpha}}$
Weibull	$\alpha\lambda(\lambda x)^{\alpha-1}$
Frailty logístico	$\frac{Ae^{\frac{x}{\alpha}}}{1 + sA\alpha(e^{\frac{x}{\alpha}} - 1)}$
Logístico	$k \frac{1 + Ae^{\alpha x}}{1 + Be^{\alpha x}}$
Gompertz logístico	$\mu(x) = k \frac{1 + Ae^{\alpha x}}{1 + Be^{\alpha x}}$
$\mu_{\Gamma}(x)$	$\mu_{\Gamma}(x) = a + \frac{c^b d}{x^{1+db^*}} \exp(-cx^{-d})$

Cuadro 1: Modelos Fuerza de mortalidad

4. Metodología

Para determinar la edad en la que se presenta el fenómeno de desaceleración de la mortalidad se utilizó: la tasa de envejecimiento de la tabla de vida, y además, la primera y segunda derivadas de la función fuerza de mortalidad.

4.1. Tasa de envejecimiento (LAR)

La forma más utilizada para detectar patrones de aceleración o desaceleración, es la tasa específica de mortalidad por edad, también conocida como tasa de envejecimiento calculada a partir de la tabla de vida.

Este valor se define como la derivada del logaritmo natural de la función fuerza de mortalidad con respecto a la edad:

$$k(x) = \frac{1}{\mu(x)} \left(\frac{d}{dx} \mu(x) \right) = \frac{d}{dx} \ln(\mu(x)) = \frac{\mu'(x)}{\mu(x)} \quad (3)$$

donde $\mu(x)$ es la fuerza de mortalidad a la edad x para la población en estudio.

Así, el comienzo de la desaceleración de la mortalidad, será el punto en el cual u'/u disminuya. El valor LAR , como lo llamaremos de ahora en adelante, mide el incremento de la mortalidad con respecto a la edad. Así, una disminución de LAR nos indica desaceleración de la mortalidad, mientras que, un aumento de su valor nos indica aceleración de la misma.

5. Ajuste de datos

Ahora describiremos el ajuste realizado con datos de la población ecuatoriana que fueron obtenidos del INEC.

Examinamos la fuerza de mortalidad obtenida con el estimador (2) para el período 1991 – 2013 para hombres y mujeres.

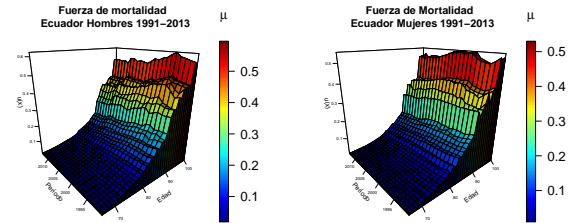


Figura 2: Fuerza de mortalidad

Para los hombres la tasa de mortalidad al inicio del periodo se incrementa alrededor de los 85 años de edad, posteriormente al final del periodo esto se da a los 90 años, aproximadamente. En el caso de las mujeres, la fuerza de mortalidad se da a partir de los 87 años al inicio del periodo y al final de periodo se encuentra sobre los 93 años.

Los ajustes tanto para hombres y mujeres a las diferentes funciones:

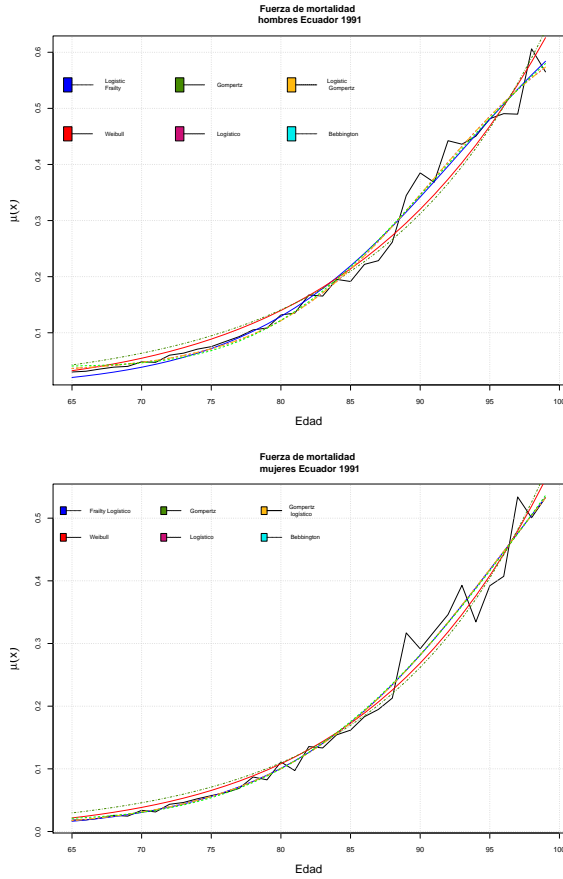


Figura 3: Ajuste a diferentes funciones

Modelos	AIC	BIC
Frailty logístico	-168.4250	-160.2036
Weibull	-151.4601	-144.7941
Gompertz	-141.4814	-134.8154
Logístico	-170.9813	-161.2046
Gompertz logístico	-170.9813	-161.2046
μ_γ	-168.1433	-158.3666

Cuadro 2: Criterio de información - Hombres

Modelos	AIC	BIC
Frailty logístico	-165.4476	-157.2262
Weibull	-160.5463	-153.8803
Gompertz	-152.7173	-146.0512
Logístico	-163.4653	-153.6885
Gompertz logístico	-163.4653	-153.6885
μ_γ	-163.5509	-153.7744

Cuadro 3: Criterio de información - Mujeres

Evidenciamos que de acuerdo a los criterios de información de Akaike (AIC) y Bayesiano (BIC) el modelo logístico resulta ser el más adecuado tanto para hombres como para mujeres. Por tal razón, calculamos las funciones de velocidad y aceleración de la mortalidad para obtener las edades en las cuales inicia el fenómeno de la des-aceleración.

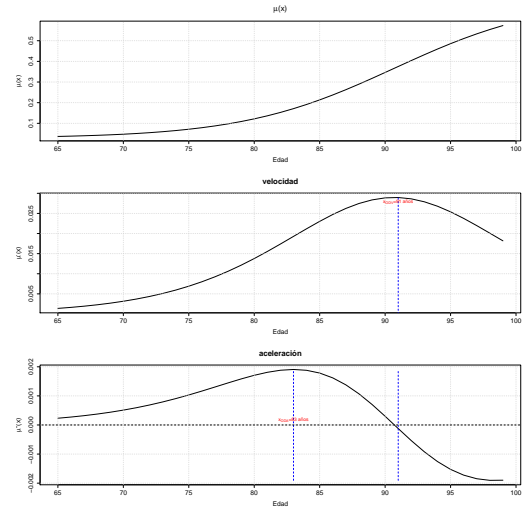


Figura 4: Velocidad y aceleración - Hombres.

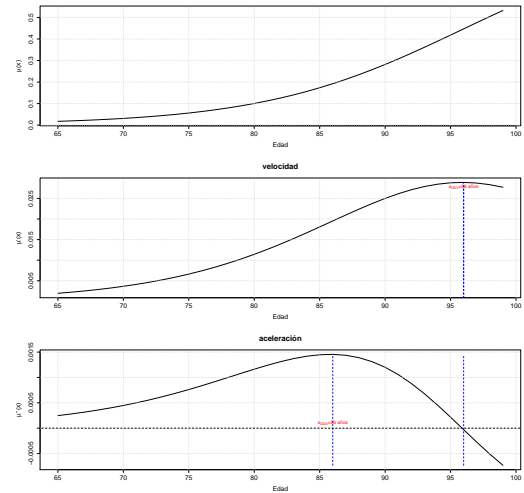


Figura 5: Velocidad y aceleración - Mujeres.

Para estimar la edad en la cual inicia la desaceleración de la mortalidad considerando la metodología *LAR* antes descrita, realizamos lo siguiente:

- A partir de los datos de mortalidad se utilizó el valor de μ_x estimado a través de la expresión $\mu_x = -\ln(1 - q_x)$.
- Posteriormente se plantea un esquema de diferencias finitas para obtener los valores correspondientes a $u'(x)$.
- Finalmente se graficaron los valores resultantes y con lo que se observa el valor máximo de *LAR*.

Los resultados tanto para hombres como para mujeres fueron los siguientes:

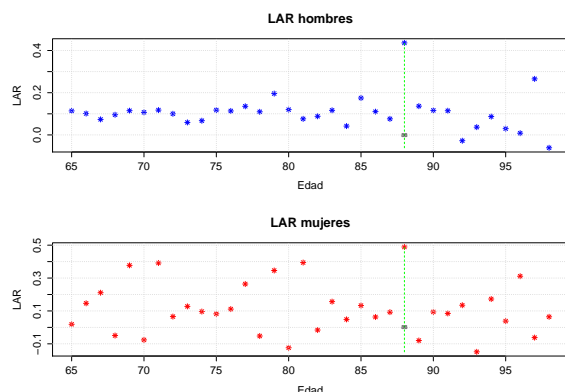


Figura 6: Tasa de envejecimiento - Hombres y Mujeres

6. Conclusiones

1. El fenómeno de desaceleración de la mortalidad en las edades avanzadas, es el resultado del proceso de transición demográfica por el cual está atravesando el país, y ha influido por ejemplo los avances de la medicina, los cuales han hecho que la esperanza de vida de la población aumente, dando como resultado que la probabilidad de muerte en la vejez disminuya.
2. El uso de modelos logísticos para la estimación de la función fuerza de mortalidad resultó adecuado para el estudio de la mortalidad en edades avanzadas. La ventaja al usar este tipo de modelos es que incluyen parámetros que no dependen de la edad.
3. La diferencia de 3 años en la edad de inicio de desaceleración de la mortalidad entre hombres y mujeres, concuerda con otros estudios realizados, pues generalmente la esperanza de vida de las mujeres es mayor que la de los hombres, de donde a su vez

la edad de inicio de la desaceleración de la mortalidad será mayor para las mujeres que para los hombres.

Referencias

- [1] R. E. BEARD, Appendix: Note on some mathematical mortality models, in Ciba Foundation Symposium The Lifespan of Animals (Colloquia on Ageing), Volumen 5, Wiley Online Library, 1959, pp. 302 – 311.
- [2] M. BEBBINGTON, C.D. LAI, AND R. ZITIKIS, Modelling deceleration in senescent mortality, Mathematical Population Studies, 18(2011), pp. 18 – 37.
- [3] N. L. BOWERS, H. U. GERBER, J. C. HICKMAN, D. A. JONES, AND C. J. NESBITT, Actuarial mathematics, vol. 2, Society of Actuaries Itasca, Ill., 1986.
- [4] S. HORIUCHI AND J. R. WILMOTH, Deceleration in the age pattern of mortality at older ages, Demography, 35 (1998), pp. 391-412.
- [5] D. HUARACA, Ajuste y Estimación de tablas de mortalidad dinámicas de la población ecuatoriana hasta el año 2030, Julio 2014.
- [6] B. L. STREHLER AND A. S. MILDVAN, General theory of mortality and aging, Science, 132 (1960), pp. 14 – 21.
- [7] J. W. VAUPEL, Kindred lifetimes: frailty models in population genetics., (1990).
- [8] A. I. YASHIN, I. A. IACHINE, AND A. S. BEGUN, Mortality modeling: A review, Mathematical Population Studies, 8(2000), pp. 305 – 332.