

**Київський національний університет  
імені Тараса Шевченка**

**Матеріали XXIII Міжнародної  
науково-практичної конференції**

**«Шевченківська весна – 2025»**

**10 квітня 2025 р., м. Київ, Україна**

**Taras Shevchenko National University of Kyiv**

**Proceedings of XXIII International  
Scientific – Practical Conference**

**«Shevchenkivska Vesna – 2025»**

**10 April 2025, Kyiv, Ukraine**

### **Програмний комітет**

**Анісімов Анатолій Васильович** – доктор фізико-математичних наук, академік НАН України, професор кафедри математичної інформатики факультету комп'ютерних наук та кібернетики

**Безущак Оксана Омелянівна** – доктор фізико-математичних наук, професор, декан механіко-математичного факультету

**Капустян Олена Анатоліївна** – доктор фізико-математичних наук, старший науковий співробітник, завідувач кафедри системного аналізу та теорії прийняття рішень факультету комп'ютерних наук та кібернетики

**Кашпур Олена Федорівна** – доктор фізико-математичних наук, доцент, декан факультету комп'ютерних наук та кібернетики

**Мішура Юлія Степанівна** – доктор фізико-математичних наук, професор кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики механіко-математичного факультету

**Ральченко Костянтин Володимирович** – доктор фізико-математичних наук, доцент кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики механіко-математичного факультету

**Харитонов Олексій Михайлович** – кандидат фізико-математичних наук, доцент, заступник декана з навчальної роботи механіко-математичного факультету

**Яневич Тетяна Олександрівна** – кандидат фізико-математичних наук, старший науковий співробітник, заступник декана з наукової роботи механіко-математичного факультету

### **Організаційний комітет**

**Зубченко Володимир Петрович** – кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики механіко-математичного факультету

**Манікін Борис Ігорович** – аспірант кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики механіко-математичного факультету

# Зміст

<b>Секція «Математика, статистика, механіка»</b>	<b>13</b>
<i>Y. Azarov, V. Golomoziy</i> Bridging the Gap from Synthetic to Real-World Scenes Editing with Flow Matching . . . . .	13
<i>М. Андреева, В. Голомозий</i> Моделювання скорингової оцінки ризику клієнта із застосуванням методів машинного навчання . . . . .	14
<i>N. Arskiy</i> $\mathcal{J}$ -trivial semigroups and their subsemigroup and ideal lattices . . . . .	15
<i>R. Atdaiev</i> Parameter estimation in the Vasicek model with stochastic volatility . . . . .	16
<i>В. В. Бакай, О. М. Станжущийский</i> Метод усереднення для задачі Коші оптимального керування системою інтегро-диференціальних рівнянь Фредгольма . . . . .	16
<i>I. Bodnarchuk, Yu. Mishura, K. Ralchenko</i> Properties of the Shannon, Rényi and other entropies for some probability distributions . . . . .	18
<i>Д. Бойко, З. Вижува</i> Алгоритм статистичного моделювання випадкового процесу на основі вейвлет-розкладу . . . . .	18
<i>О. Бондаренко, Н. Василенко</i> Інверсори цифр нескінченносимвольного $\Phi$ -зображення чисел та зображення чисел у канторівських системах числення . . . . .	19
<i>О. Braganets</i> Laws of the iterated logarithm for iterated perturbed random walks . . . . .	20
<i>О. Я. Винишин</i> Розмір мінімальних контрольних множин для двійкового зображення чисел відрізка $[0, 1]$ . . . . .	21
<i>О. К. Гавриш</i> Застосування СДР для отримання зображень за допомогою ШІ . . . . .	22

<i>В. С. Горбач</i> Розв'язність задачі оптимального керування для виродженої параболічної варіаційної нерівності з періодичним розв'язком . . . . .	23
<i>D. Horbunov, R. Maiboroda</i> Asymptotic normality of local linear regression estimator for mixtures with varying concentrations . . . . .	24
<i>В. Р. Дудник</i> Деякі властивості напівправильних пірамід . . . . .	25
<i>Д. Дулевич</i> Статична задача гравітаційної взаємодії тіл скінченного розміру . . . . .	25
<i>Д. Затула, М. Скидан</i> Оцінка залежності кількості студентів від соціально-економічних факторів . . . . .	26
<i>В. В. Змії, Р. Є. Майборода</i> Оцінювання параметрів концентрацій для сумішей . . . . .	27
<i>Ю. І. Курпатенко, В. П. Зубченко</i> Побудова математичної моделі P&L страхової компанії . . . . .	29
<i>T. Kovalenko, I. Ulitko</i> Amplitude-frequency characteristic of the sensor signal of a piezoelectric shear waves gyroscope . . . . .	29
<i>A. Korzhuk, A. Olynyk</i> Accelerated operations for Permutational Wreath Products . . . . .	30
<i>Р. О. Костогриз</i> Закон повторного логарифма для випадкових рядів Діріхле: граничний випадок . . . . .	31
<i>О. В. Кот, А. С. Олійник</i> Аналіз алгоритмів редукції розмірностей . . . . .	32
<i>А. Краснеева, Т. Жук</i> Робастна стійкість атрактору параболічного рівняння щодо зовнішніх збурень . . . . .	33
<i>Я. Кудрявцев</i> Врахування кривини при аналізі термонапруженого стану двошарового циліндра . . . . .	34
<i>O. Mikushova, V. Miroshnychenko</i> Differentiable Bounds on Loss Functions in the Mixture Model with Varying Concentrations . . . . .	35
<i>V. Miroshnychenko, V. Tunik</i> MoA+: Mixture of Autoencoders with Varying Concentrations for Enhanced Image Clustering . . . . .	36
<i>Ю. С. Мішура, П. Д. Роїк</i> Швидкість збіжності цін дискретизованих Азійських опціонів купівлі до ціни в неперервному часі . . . . .	36
<i>Y. Molochynskiy, O. Tyshchenko</i> Centralizers of monomial derivations of the form $(xy)^n D_{xy}$ in the Lie algebra $W_2(\mathbb{K})$ . . . . .	37

<i>В. Назарчук, М. Працьовитий</i> Один континуальний клас фрактальних функцій, означений в термінах $Q_s^*$ -зображення дійсних чисел . . . . .	38
<i>О. Нікорак</i> Аналог функції Серпінського, означений в термінах ланцюгового зображення чисел зі скінченим алфавітом . . . . .	39
<i>С.-Є. В. Новікова</i> Обчислюваність в термінах алгоритмів Маркова . . . . .	40
<i>О. Perehuda, A. Rykhlik</i> Stochastic center of quadratic systems of stochastic differential equations . . . . .	41
<i>Б. А. Поздняков</i> Порівняльний аналіз успішності абітурієнтів та студентів механіко-математичного факультету . . . . .	42
<i>Д. Платонов</i> Чисельне моделювання СДР зі стрибками методом динамічної зрізки . . . . .	42
<i>О. Prykhodko, K. Ralchenko</i> Strong consistency of drift parameter estimator in the Langevin equation driven by tempered fractional Brownian motion . . . . .	43
<i>A. Prishlyak, I. Ovtynov</i> Optimal codimension one gradient flows on closed surfaces . . . . .	44
<i>M. Pushkar, V. Golomoziy</i> Comparative analysis of discrete Langevin Diffusion sampling algorithms . . . . .	45
<i>С. Ратушняк, М. Працьовитий, О. Барановський, І. Лисенко</i> Клас Трибін-функцій, пов'язаних з $s$ -символьними кодуваннями чисел з нульовою надлишковістю . . . . .	46
<i>Є. А. Рудик, В. В. Собчук</i> Аналіз ефективності різних стратегій управління портфелем для ІТ-компаній в умовах зростання конкуренції на українському ринку . . . . .	47
<i>A. Russyev</i> On the finiteness problem for automaton groups over a binary alphabet . . . . .	48
<i>М. Савченко</i> Методи машинного навчання в актуарному резервуванні . . . . .	49
<i>Д. Сергійко</i> Марковське трисимвольне зображення чисел та його застосування в конструктивній теорії локально складних функцій . . . . .	49
<i>Л. Слойка</i> Ефективність гіпотези про співвідношення частот антисиметричної і осесиметричної форм коливань рідини з вільною поверхнею при кутових коливаннях резервуара . . . . .	50
<i>В. О. Скриник</i> Обчислення функцій Ляпунова, нейромережі та аналіз стійкості систем диференціальних рівнянь . . . . .	51

<i>Є. А. Таргонська, А. Л. Таргонський</i> Знаходження меж границь збіжних числових послідовностей та сум рядів .	52
<i>Д. В. Тихоненко, Р. Є. Ямненко</i> Про уточнення характеристики нерівності для норм $\varphi$ -субгауссових випадкових величин . . . . .	53
<i>І. О. Фещенко</i> Закони одинарного логарифма для "розклеваних" процесів відновлення . . . . .	54
<i>A. Tsarenko</i> Testing statistical hypotheses about the relationship between blood groups and various indicators . . . . .	54
<i>A. Chaikovskiy, O. Liubimov</i> Probabilistic Approach to the Study of Boundedness of Solutions of One Type of the First-Order Semilinear Difference Equations . . . . .	55
<i>T. Yusyuriv</i> Local input-to-state stability for the PDE-ODE system . . . . .	56
<i>Т. О. Яневич, А. В. Побережець</i> Використання алгоритмів машинного навчання для даних з пропусками . . . .	57
<i>Т. О. Яневич, О. В. Побережець</i> Методи машинного навчання у обробці даних судових рішень . . . . .	58

## **Секція «Прикладна математика, комп'ютерні науки, інженерія програмного забезпечення, системний аналіз»** **59**

<i>V. O. Arzamastsev</i> Attack-Resistant Recommender Systems	59
<i>Д. Афонін</i> Моделювання поширення інформації в соціальних мережах із використанням гібридних агентних підходів . . . . .	60
<i>K. Baibula, A. Anisimov</i> Encrypted kNN Over Composite-order Elliptic Curves . . . . .	61
<i>В. В. Білявський, Я. В. Терещенко</i> Дослідження комбінації 3D Gaussian Splatting та генеративних моделей . . .	62
<i>O. Bohusevych, O. Derevyanchenko</i> Fault-tolerance and reliability in PARCS Kubernetes . . . . .	62
<i>R. Bozhko</i> Natural Language to SQL: An Agent-Based Approach for Intuitive Database Interactions . . . . .	63
<i>R. Vasylyshyn</i> Automation of decision-making in early warning systems . . . . .	64
<i>М. Васильчук, В. Заславський</i> Дифузія інноваційних прикладних розробок на основі принципу різнотипності .	65
<i>О. Веретюккін</i> Аналіз популярності та використання веб-фреймворків за допомогою часових рядів . . . . .	66

<i>Н. Д. Вінничук</i> Створення водяних знаків в аудіоданих за допомогою нейронних кодеків . . . . .	67
<i>М. Ю. Войтех, О. П. Кравченко</i> Гібридні мультиагентні системи для ефективності місії . . . . .	68
<i>I. Volokhovych, V. Zaslavskyi</i> Application of Machine Learning for Modeling and Optimization of Business Processes in Beekeeping Security Assurance . . . . .	68
<i>О. Halavai, S. Shkilniak</i> Three-valued autoepistemic logic . . . . .	69
<i>V. Haslo</i> Image compression using the P-median algorithm . . . . .	70
<i>M. Hoda</i> Software of identification object in video stream . . . . .	71
<i>V. Hranadzer, Y. Tereshchenko</i> Dynamic Labyrinth scheme simulation and analysis . . . . .	72
<i>В. В. Гриц</i> Використання генеративного штучного інтелекту для підтримки організації таборів . . . . .	73
<i>К. Денисов</i> Про методи стійкості і стабілізації матричних лінійних диференціальних рівнянь з постійними коефіцієнтами . . . . .	74
<i>Д. Дробін, І. Шкляр</i> Аналіз емоційного стану користувача на основі даних зі смарт-пристроїв . . . . .	74
<i>Я. В. Дровольський</i> Розробка освітнього застосунку для роботи з МНР . . . . .	75
<i>М. С. Єфремов, А. В. Ляшко</i> Графічне виділення R-R інтервалів даних електрокардіограм за Холтером . . . . .	76
<i>А. Ю. Жигadlo</i> Гібридний підхід до прогнозування часових рядів на основі нейронних мереж та статистичних методів . . . . .	77
<i>A. Zadvorna</i> Clustering of Ukrainian regions by indicators of satisfaction with the quality of health care . . . . .	78
<i>М. О. Задорожний</i> Використання локально розгорнутих великих мовних моделей для мінімізації кількості зовнішніх запитів . . . . .	79
<i>Н. Г. Захарчук</i> Методи і програмні засоби аналізу поведінки груп у соціальних мережах . . . . .	79
<i>М. Зектер</i> Механістична інтерпретовність нейромереж в медичній діагностиці з використанням розріджених автоенкодерів . . . . .	80
<i>І. С. Золкіна, Т. Ю. Коломієць</i> Гауссівський (нормальний) закон розподілу випадкових кватерніонів та його застосування . . . . .	81

<i>Р. В. Іщенко, Я. В. Терещенко</i> Побудова Text-to-Speech моделі для українського корпусу даних . . . . .	82
<i>О. Kapustian, А. Makarovych</i> Existence and uniqueness of solution for averaged linear quadratic parabolic optimal control problem . . . . .	82
<i>О. Каптур, Б. Бойченко</i> Задача інтерполяції Ерміта . .	83
<i>Д. В. Кіндякова, А. В. Анісімов</i> Схеми підписів і мультипідписів на основі протоколів Фіата-Шаміра та Шнорра	84
<i>Y. Kikhaiev</i> Evaluating research relevance through dynamic citation metrics . . . . .	85
<i>О. Kovalenko, V. V. Semenov, S. V. Denysov</i> Refined Descent Bounds and Last-Iterate Convergence for Extragradient Methods . . . . .	86
<i>М. Коломісць, Є. Матвієнко, І. Шкляр</i> Мультиагентна система для генерації процесів на платформі Corezoid . .	87
<i>О. Kondratenko</i> Limit theorems for globally perturbed random walks . . . . .	88
<i>С. В. Костриця, Г. В. Лівінська</i> Аналіз та оптимізація архітектур моніторингових систем із застосуванням метаевристичних алгоритмів . . . . .	89
<i>О. Kutsenkyi</i> Methods for improving the efficiency of text data classification in Ukrainian . . . . .	90
<i>А. Лусанець, О. Косуха, Т. Панченко</i> Сегментація пошкоджень будівель на зображеннях міського середовища	91
<i>S. Lozhechnikov</i> Imperative style queries as an approach to remote procedure call . . . . .	92
<i>К. Makovetska</i> Green's relations and their generalizations on some semigroups . . . . .	93
<i>N. O. Mamonov, О. А. Kapustian</i> Development of an intelligent system for predicting and monitoring IT product metrics	94
<i>I. Martsilenko, D. Chyruk, I. Minenko</i> A Comparative Review of Traditional and Deep Learning Methods for UAV-to-Satellite Image Matching . . . . .	94
<i>Y. Matiiko</i> Risk Analysis and Decision Support in Complex Systems: A System Analysis Perspective . . . . .	96
<i>Є. О. Матвієнко, Б. В. Бобиль, Я. В. Терещенко</i> Автономне керування автомобілем за допомогою алгоритмів глибокого навчання з підкріпленням . . . . .	96
<i>О. Matsui</i> Applying BCMix codes to audio compression . .	98



<i>A. Melnyk, I. Rozora</i> Statistical estimation and hypothesis testing on impulse response function . . . . .	99
<i>A. Mysechko</i> Handwritting-based video lectures summarization survey . . . . .	99
<i>B. S. Mykhalin</i> Depth-Guided Instance Segmentation for Structural Damage Assessment . . . . .	101
<i>П. Нагорний</i> Імпуація як метод попередньої обробки даних	101
<i>С. Назарчук</i> Генерація неструктурованого рівня за допомогою постановки задачі комівояжера . . . . .	102
<i>Б. Нижник</i> Дослідження алгоритмів тривимірного пакування для логістичних задач . . . . .	103
<i>М. Osiponok, V. Tereshchenko</i> Designing a model of a unified algorithmic environment for AM process planning . . .	104
<i>Ye. Osmak, O. Kapustian</i> Fuzzy set approach to one flexible job-shop scheduling problem . . . . .	104
<i>Н. П'ятигорський</i> Додавання функціоналу оцінки енерговитрат до бенчмарку NEPscore . . . . .	105
<i>V. Pavlenko, O. Halavai</i> Context-Awareness in Version Control Systems . . . . .	106
<i>М. А. Перекопський</i> Протоколи доведення зобов'язань на основі доказів з нульовим розголошенням . . . . .	107
<i>А. Г. Перерва</i> Класифікація часових рядів при діагностиці захворювань . . . . .	108
<i>Б. Петренко</i> Про метод знаходження оптимальної множини практичної стійкості лінійної системи диференціальних рівнянь на площині . . . . .	108
<i>Р. Пікульський</i> Оптимізація SVGF для сучасних графічних процесорів . . . . .	109
<i>D. Prystaichuk, Y. Tereshchenko</i> Ensemble Method for M/G/1 systems' steady states probabilities estimation . . .	110
<i>Р. Прокопчук, Б. Бобиль</i> Порівняння швидкодії Java-застосунку з використанням Spring Web, Spring WebFlux та Virtual threads . . . . .	111
<i>I. Ramyk, Y. Linder</i> Training quadrotor control strategies using reinforcement learning in a simulated environment . .	111
<i>С. Роговий</i> Оцінка доларизації та моделі для визначення рівня доларизації в Україні . . . . .	112
<i>S. Romankiv</i> Application for Computer Control Using MIDI Messages . . . . .	113

<i>Д. В. Руденко</i> Мобільна кроссплатформна система з інтелектуальним модулем: досвід реалізації за допомогою Kotlin Multiplatform . . . . .	114
<i>М.-Є. О. Рудик</i> Скручені мінімальні напівправильні скutoїди, пов'язані з тілами обертання . . . . .	115
<i>М. Рудіченко</i> Розвиток практичних навичок через створення додатку управління завданнями . . . . .	115
<i>N. Savorona, O. Davydov, Y. Tereshchenko</i> Layer Extraction Technique for Fine-Tuning of Pre-Trained Convolutional Neural Networks . . . . .	116
<i>А. В. Савчук, Ю. В. Крак</i> Про використання методів штучного інтелекту для оптимізації розподілу ресурсів в енергетиці . . . . .	117
<i>I. Selezen</i> Image similarity detection system . . . . .	118
<i>Д. Селеман</i> Аналіз криптографічних алгоритмів, заснованих на використанні випадкових чисел . . . . .	118
<i>Є. Скварковський</i> Адаптація SAS-функцій для R . . . . .	119
<i>N. Skybyskyi</i> Linear Upper Bound on a Segment XOR Cardinality . . . . .	120
<i>O. Smetana</i> Text Uniqueness Verification System: Methods and Implementation . . . . .	121
<i>O. Stepaniuk</i> Creating and Verifying Timestamps Based on the Bitcoin Blockchain Using ECDSA and Schnorr Digital Signatures . . . . .	122
<i>I. Stetsenko</i> Using Transformer Models to Detect Psychological Operations (PSYOP) in Ukrainian Texts . . .	123
<i>А. В. Стопчатий</i> Групування мультимодальних об'єктів даних . . . . .	124
<i>D. Taraniuk</i> Automatic structuring and analysis of restaurant reviews using BERT model . . . . .	124
<i>O. Tarasenko</i> Application of Mathematical Methods and Models in Selecting the Optimal ERP System for an Enterprise . . . . .	125
<i>Я. В. Терещенко, К. Ю. Бондурянський</i> Трансформація IT-галузі через розвиток Large Language Models . . . . .	126
<i>Т. А. Тищенко</i> Застосування методу Хафа для виявлення трендових ліній на фінансових ринках . . . . .	127
<i>O. Timofieieva</i> Design and Implementation of the Frontend Module for a University Timetabling System . . . . .	128

<i>D. Tokarchuk</i> A System Analysis Approach to Multi-Criteria Optimization in Large-Scale Networks . . . . .	128
<i>Y. Tretiakov</i> The problem of aggregation, processing, and analysis of internet traffic . . . . .	129
<i>B. Turbal, Y. Tereshchenko</i> RLALLMA: Reinforcement Learning Augmented Large Language Model Agents . . . . .	130
<i>A. Fisunen</i> Finding Heightmap Gridline Segments in Segmented Object Regions and Triangulating Such Regions for Automated Realistic 3D Scene Generation from Multimodal Geodata . . . . .	131
<i>О. О. Франков, Я. В. Терещенко</i> Система виявлення географічних сутностей в українських оголошеннях нерухомості . . . . .	132
<i>D. Tsomenko</i> Specialized Memory Allocator Architecture for OLAP Database Management Systems . . . . .	133
<i>С. І. Челмоков, Ю. В. Крак</i> Порівняння ефективності використання традиційних кодексів з нейромережевими для потокових мультимедійних даних . . . . .	133
<i>D. Cherniakin, A. Anisimov</i> A Novel Heuristic for the Precedence-Constrained Knapsack Problem . . . . .	134
<i>V. Chuchkanov</i> Retrieval of semantically similar text fragments to a query . . . . .	135
<i>D. Shabanov</i> Interactive VR application for visualizing and editing three-dimensional graphs of mathematical functions . . . . .	136
<i>С. Г. Шаліманов</i> Забезпечення доступності у веб-дизайні: Дотримання настанов WCAG . . . . .	136
<i>S. Shevchuk</i> Optimization of a Modern Web System . . . . .	137
<i>D. Shcherbak, K. Zhreb</i> Methods of implementing hot-reloading in programming languages . . . . .	138
<b>Секція «Методика викладання математики»</b>	<b>139</b>
<i>М. М. Борець</i> Педагогічні умови використання ігрових технологій на уроках інформатики . . . . .	139
<i>І. В. Бриж</i> Застосування методу проєктів на уроках математики . . . . .	140
<i>М. А. Вацик</i> Поєднання класичних і евристичних методів при навчанні математики . . . . .	140
<i>І. О. Залізняк</i> Формування критичного мислення при навчанні математики у закладах загальної середньої освіти . . . . .	141

<i>Х. О. Кіндратів, М. О. Назаренко</i> Деякі нестандартні методи доведення нерівностей у закладах загальної середньої освіти . . . . .	142
<i>С. В. Кушніренко, А. О. Тімімець</i> Методика викладання елементів вищої математики в закладах загальної середньої освіти . . . . .	143
<i>Р. Мороз, В. Собчук</i> Методика навчання тригонометричних рівнянь та нерівностей в курсі алгебри та початків аналізу . . . . .	143
<i>Ю. О. Панасюк</i> Персоналізація як ключовий інструмент у контексті зміни математичної освіти у школі . . . . .	144
<i>D. Ruban</i> Using Artificial Intelligence in Mathematics Teaching: Benefits and Challenges . . . . .	145
<i>І. О. Печора, В. В. Собчук</i> Методологічні підходи до вивчення теми «Тригонометричні рівняння та нерівності» в закладах загальної середньої освіти . . . . .	146
<i>К. О. Танцура, М. О. Назаренко</i> Застосування похідної при розв'язуванні планіметричних задач екстремального змісту . . . . .	146
<i>А. О. Чубикіна</i> Грані рівнянь з параметром: де і чому зупиняються учні? . . . . .	147

# Секція «Математика, статистика, механіка»

## Bridging the Gap from Synthetic to Real-World Scenes Editing with Flow Matching

Y. Azarov, V. Golomoziy

Flow Matching (FM) [1] is a recent generative modeling framework that surpassed previous diffusion approaches in many domains including conditional image generation task. Given an easy-to-sample source distribution  $p_0$  (usually standard multinomial Gaussian) and complex target distribution  $p_1$ , FM aims to learn a vector field  $u(x, t)$  such that the solution to the differential equation

$$\frac{d\phi_t(x)}{dt} = u(t, \phi_t(x)), \quad \phi_0(x) = x$$

transports  $p_0$  to  $p_1$  over time  $t \in [0, 1]$  i.e.  $\phi_1(x) \sim p_1$ . Given conditional interpolation path  $p_t(x|x_1)$ ,  $x_1 \sim p_1$  and correspondent  $u_t(x|x_1)$ , the vector field is trained with conditional flow matching objective:

$$\mathcal{L}_{\text{CFM}}(\theta) = \mathbb{E}_{t \sim \mathcal{U}[0,1], x_1 \sim p_1, x_t \sim p_t(x|x_1)} [\|u_\theta(t, x) - u_t(x|x_1)\|^2]$$

Despite producing visually compelling images, this approach still demonstrates a lack of spatial understanding and physics in generated images. In particular, it is hard to guide a model into objects editing while maintaining a consistent plausible geometry. A natural way to improve spatial awareness, as was done in [2] with 3DIT, is to train the model on synthetic scenes generated with 3D engines and the correspondent editings. The resulting model exhibits good understanding of even unseen synthetic objects but introduces a domain shift towards synthetically generated scenes and poorly generalizes to real photos.

In this work we mitigate the domain shift by introducing a separate Flow Matching model that drifts real-world scenes distribution towards simplified render-like representations and reconstructs them back after editing. This allows to further extend the application scope of the 3DIT model outside the synthetic-only scenes.

---

## Список літератури

---

- [1] Yaron Lipman, Ricky T. Q. Chen, Heli Ben-Hamu, Maximilian Nickel, and Matt Le. Flow Matching for Generative Modeling. *arXiv preprint* arXiv:2210.02747, 2023. <https://arxiv.org/abs/2210.02747>.
  - [2] Michel, O., Bhattad, A., VanderBilt, E., Krishna, R., Kembhavi, A., Gupta, T. (2023). *OBJECT 3DIT: Language-guided 3D-aware Image Editing*. arXiv preprint arXiv:2307.11073. Available at: <https://arxiv.org/abs/2307.11073>
- 

## Автори

---

**Y. Azarov** — 2nd year Master student, Mechanics and Mathematics Faculty, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [evgeniyazarov@knu.ua](mailto:evgeniyazarov@knu.ua)

**V. Golomoziy** — associate professor, Mechanics and Mathematics Faculty, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [vitaliy.golomoziy@knu.ua](mailto:vitaliy.golomoziy@knu.ua)

---

# Моделювання скорингової оцінки ризику клієнта із застосуванням методів машинного навчання

М. Андреева, В. Голомозий

У сфері страхування важливо оцінювати потенційні ризики, пов'язані з кожним клієнтом. Страхувальники прагнуть розуміти, наскільки ймовірно, що клієнт подасть страхову вимогу в майбутньому. Метою цієї роботи є побудова скорингової оцінки ризику клієнта — числового показника, що ґрунтується на оцінці ймовірності подання страхової вимоги. Формально ця ймовірність визначається як:

$$P(\text{claim} = 1|\vec{x}),$$

де  $\vec{x}$  — вектор характеристик клієнта (соціально-демографічна інформація, тип транспортного засобу, регіональні особливості тощо).

Для дослідження використовується реальна база даних, що містить понад 500 тисяч записів про страхувальників. У ній представлено різні типи змінних — бінарні, категоріальні та числові, а також вказано, чи подавав клієнт вимогу на виплату. У рамках роботи здійснюється:

- застосування різних моделей машинного навчання для передбачення ймовірності виплати (класифікаційна задача), зокрема logistic regression, XGBoost та ін.;
- побудова скорингової оцінки ризику клієнта шляхом нормалізації отриманих ймовірностей на обраній шкалі.

Завдяки моделюванню скорингової оцінки ризику компанія отримує можливість класифікувати клієнтів за рівнем ризику. Це, у свою чергу, дозволяє приймати обґрунтовані рішення щодо тарифікації, визначення умов страхування або відмови в укладенні договору.

---

## Автори

---

**Марія Андріївна Андреева** — студентка 2-го курсу магістратури, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [masha\\_andreieva@knu.ua](mailto:masha_andreieva@knu.ua)

**Віталій Вікторович Голомозий** — доцент кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики, механіко-математичний факультет,

## $\mathcal{J}$ -trivial semigroups and their subsemigroup and ideal lattices

N. Arskiy

A semigroup  $S$  is called  $\mathcal{J}$ -trivial if the Green's relation  $\mathcal{J}$  on  $S$  coincides with the equality relation. In particular, all nilsemigroups are  $\mathcal{J}$ -trivial.

By  $\text{Sub}(S)$ ,  $\mathcal{L}\text{Id}(S)$ ,  $\mathcal{R}\text{Id}(S)$  and  $\text{Id}(S)$  we denote the lattices of all subsemigroups, left ideals, right ideals and two-sided ideals of a semigroup  $S$ , respectively.

*Proposition 1.* The class of  $\mathcal{J}$ -trivial semigroups is closed under taking subsemigroups, Cartesian products, Rees quotient semigroups and unions of ascending chains.

*Proposition 2.* Let  $S$  be a  $\mathcal{J}$ -trivial semigroup and  $L$  be one of the lattices  $\text{Sub}(S)$ ,  $\mathcal{L}\text{Id}(S)$ ,  $\mathcal{R}\text{Id}(S)$  and  $\text{Id}(S)$ . Between two elements  $T_1, T_2 \in L$ ,  $T_1 < T_2$ , there are no other elements of  $L$  if and only if  $|T_2 \setminus T_1| = 1$ .

*Proposition 3.* All maximal left, right and two-sided ideals of a  $\mathcal{J}$ -trivial semigroup are its maximal subsemigroups. All maximal subsemigroups of a nilsemigroup are its maximal ideals.

Let  $S$  be a  $\mathcal{J}$ -trivial semigroup and  $L$  be one of the lattices  $\text{Sub}(S)$ ,  $\mathcal{L}\text{Id}(S)$ ,  $\mathcal{R}\text{Id}(S)$  and  $\text{Id}(S)$ . For  $T \in L$  set

$$T_L^+ = \{a \in S \setminus T \mid T \cup \{a\} \in L\},$$

$$T_L^- = \{a \in T \mid T \setminus \{a\} \in L\}.$$

If  $S$  is a semigroup with zero and  $M \subseteq S$ , set

$$\text{Ann}_l(M) = \{x \in S \mid xM = 0\}, \quad \text{Ann}_r(M) = \{x \in S \mid Mx = 0\},$$

$$\text{Ann}(M) = \text{Ann}_l(M) \cap \text{Ann}_r(M).$$

*Proposition 4.* Let  $S$  be a nilsemigroup and  $I \in \text{Id}(S) \setminus \{S\}$ . Then

- (a)  $I_{\text{Id}(S)}^+ = \text{Ann}(S/I) \setminus \{0\}$ ;
- (b)  $I_{\mathcal{L}\text{Id}(S)}^+ = \text{Ann}_l(S/I) \setminus \{0\}$ ;
- (c)  $I_{\mathcal{R}\text{Id}(S)}^+ = \text{Ann}_r(S/I) \setminus \{0\}$ ;
- (d)  $I_{\text{Sub}(S)}^+ = \{a \in S \setminus I \mid a^2 \in I\}$ .

---

### Автори

---

**Nikita Arskiy** — 2nd year student, Faculty of Mechanics and Mathematics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [nikita.arskiy.25@gmail.com](mailto:nikita.arskiy.25@gmail.com)

# Parameter estimation in the Vasicek model with stochastic volatility

R. Atdaiev

We consider the following Vasicek model with stochastic volatility:

$$X_t = X_0 + \int_0^t (a + bX_s) ds + \int_0^t \sigma(Y_s) dW_s, \quad t \in [0, T], \quad (1)$$

where the process  $Y$  is independent of the Wiener process  $W$ , and the diffusion coefficient  $\sigma(Y)$  satisfies the condition: for all  $t \geq 0$ ,  $\sigma_1 \leq \sigma(Y_t) \leq \sigma_2$  a.s. with some positive constants  $\sigma_1$  and  $\sigma_2$ .

We prove that equation (1) admits a unique strong solution, which can be expressed as

$$X_t = \left( X_0 + \frac{a}{b} \right) e^{bt} - \frac{a}{b} + \int_0^t \sigma(Y_s) e^{b(t-s)} dW_s, \quad t \in [0, T].$$

We construct estimators for the unknown drift parameters  $a$  and  $b$  based on the continuous-time observations of the sample paths of the processes  $X$  and  $Y$  and study the consistency of the estimators. Two methods are considered.

The least squares estimator of  $(a, b)$  is obtained by formally minimizing the functional:

$$\int_0^T (\dot{X}_t - a - bX_t)^2 dt \rightarrow \min.$$

The maximum likelihood estimator is obtained by maximizing the likelihood function of the form:

$$\exp \left( \int_0^T \frac{a + bX_t}{\sigma^2(Y_t)} dX_t - \frac{1}{2} \int_0^T \frac{(a + bX_t)^2}{\sigma^2(Y_t)} dt \right) \rightarrow \max.$$

Simulations of the estimators were performed, and their means and variances were computed. The numerical results confirm the consistency of the estimators.

---

## Список літератури

- [1] M. Bel Hadj Khlifa, Yu. Mishura, K. Ralchenko, G. Shevchenko, M. Zili. Stochastic differential equation with generalized stochastic volatility and statistical estimators. Theory Probab. Math. Statist., Vol. 96, pp. 1–13, 2018.

---

## Автори

**Ruslan Atdaiev** — postgraduate student, Mechanics and Mathematics Faculty, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [atdr9191@knu.ua](mailto:atdr9191@knu.ua)

## Метод усереднення для задачі Коші оптимального керування системою інтегро-диференціальних рівнянь Фредгольма

В. В. Бакай, О. М. Станжицький

Розглядається задача оптимального керування системою інтегро-диференціальних



рівнянь Фредгольма

$$\dot{x} = \varepsilon X\left(t, x, \int_0^{\frac{T}{\varepsilon}} \varphi(t, s, x(s)) ds, u\right), x(0) = x_0 \quad (1)$$

з критерієм якості  $J(u) = \Phi\left(x\left(\frac{T}{\varepsilon}, u\right)\right) \rightarrow \inf$ .

Вводиться інтегральне середнє

$$X_0(x, u) = \lim_{A \rightarrow \infty} \frac{1}{A} \int_0^A X\left(t, x, \int_0^t \varphi(t, s, x) ds, u\right) dt. \quad (2)$$

Задачі (1) ставиться у відповідність усереднена задача оптимального керування

$$\dot{y} = \varepsilon X_0(y, u), y(0) = x_0 \text{ з критерієм якості } \bar{J}(u) = \Phi\left(y\left(\frac{T}{\varepsilon}, u\right)\right) \rightarrow \inf. \quad (3)$$

Отримана наступна теорема про зв'язок задач (1) і (3).

Нехай в області  $Q = \{(t, x, y, u) \mid x \in D \subset \mathbb{R}^n, t \geq 0, y \in \mathbb{R}^d, u \in U \subset \mathbb{R}^m\}$  виконуються наступні умови:

1)  $X(t, x, y, u)$  — вимірна по  $t$ , обмежена сталою  $M$  і задовольняє умову Ліпшиця за змінними  $x, y$  і  $u$  з функцією  $\alpha(t) \geq 0$ ;

2)  $\varphi(t, s, z)$  неперервна в  $\{(t, s, z) \mid t \geq 0, s \geq 0, z \in \mathbb{R}^n\}$ ,  $|\varphi| \leq M$  і функція  $\varphi$  задовольняє умову Ліпшиця:

$$\exists \mu(t, s) \geq 0 : |\varphi(t, s, z_1) - \varphi(t, s, z_2)| \leq \mu(t, s) |z_1 - z_2|; \exists \mu_0 > 0 : \mu(t, s) \leq \mu_0$$

$$\text{і } \int_0^\infty \mu(t, s) ds \leq \mu_0; \frac{1}{t} \int_0^t \left( \int_0^\tau \mu(\tau, s) ds \right) d\tau \rightarrow 0, \quad t \rightarrow \infty.$$

$$\exists \varepsilon_0 > 0 \quad \forall \varepsilon \in (0; \varepsilon_0], \varepsilon \left( \int_0^{\frac{T}{\varepsilon}} \alpha(s) ds + \int_0^{\frac{T}{\varepsilon}} \alpha(s) \left( \int_0^{\frac{T}{\varepsilon}} \mu(\tau, s) d\tau \right) ds \right) < 1;$$

3) Розв'язок  $\bar{y} = \bar{y}(t, u_0)$ ,  $\bar{y}(0, u_0) = x_0$  усередненої задачі (3) визначений для всіх  $t \geq 0$  та сталих керувань  $u_0 \in U$  і лежить в області  $D$  разом з деяким своїм  $\rho$ -околом, причому  $\rho$  не залежить від  $\varepsilon$  та  $u$ ;

4) Рівномірно відносно  $x$  та  $u$  існує границя в (2);

5) Функція  $\Phi$  задовольняє умову Ліпшиця зі сталою  $L$  в  $D$ ;

6) Існує оптимальне керування  $u^*(t, \varepsilon)$  в задачі (3).

Тоді  $\forall \eta > 0 \exists \varepsilon_0 = \varepsilon_0(\eta) > 0 \quad \forall \varepsilon \in (0; \varepsilon_0) \quad J^* > -\infty$  і  $|J(u^*(t, \varepsilon)) - J^*| \leq \eta$ , де  $J^* = \inf_{u \in F} \Phi(u)$  ( $F$  - допустимі керування).

## Автори

**Василь Васильович Бакай** — студент 2 курсу магістратури, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [wassyl2001@knu.ua](mailto:wassyl2001@knu.ua)

**Олександр Миколайович Станжицький** — завідувач кафедри загальної математики, доктор фізико-математичних наук, професор, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [stanzhytskyi@knu.ua](mailto:stanzhytskyi@knu.ua)

# Properties of the Shannon, Rényi and other entropies for some probability distributions

I. Bodnarchuk, Yu. Mishura, K. Ralchenko

We consider various entropy measures and establish their properties for selected discrete and continuous probability distributions. Namely, we calculate the Shannon, Rényi and generalized Rényi, Tsallis, Sharma–Mittal entropies and the Kullback–Leibler divergence for exponential, gamma, chi-squared, Laplace and log-normal distributions, and also calculate the modified Shannon entropy for normal, exponential, gamma, chi-squared, Laplace and log-normal distributions, for such values of parameters of distributions that supply the boundedness of their density.

The dependence of the entropies in parameters of the distributions mentioned above, along with some discrete distributions, is also studied. In particular, we provide the new proof of the fact that the Shannon entropy of the Poisson distribution increases with the intensity  $\lambda$ , study in detail the behavior of the Shannon entropy of gamma distribution as the function of two parameters, using properties of digamma and trigamma functions, and then analyze the behavior of all entropies for exponential as the function of intensity  $\lambda$ .

The robustness of Shannon entropy is established. That is, we prove that some convergences of distributions imply convergences of Shannon entropies.

Moreover, Shannon entropy of Gaussian vector is investigated. This entropy contains logarithm of determinant of covariance matrix. We find minimal and maximal values of the determinant and establish on which vectors they are realized, assuming that we know the entropies of one-dimensional distributions.

Results of our research are presented in [1].

---

## Список літератури

- [1] Bodnarchuk, I., Mishura, Y., & Ralchenko, K. (2024). Properties of the Shannon, Rényi and other entropies: dependence in parameters, robustness in distributions and extremes. arXiv preprint arXiv:2411.15817.

---

## Автори

**Iryna Bodnarchuk** — assistant, Faculty of Mechanics and Mathematics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [ibodnarchuk@knu.ua](mailto:ibodnarchuk@knu.ua)

**Yuliya Mishura** — professor, Faculty of Mechanics and Mathematics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [yuliyamishura@knu.ua](mailto:yuliyamishura@knu.ua)

**Kostiantyn Ralchenko** — associate professor, Faculty of Mechanics and Mathematics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine, School of Technology and Innovations, University of Vaasa, Vaasa, Finland.; E-mail: [kostiantynralchenko@knu.ua](mailto:kostiantynralchenko@knu.ua)

## Алгоритм статистичного моделювання випадкового процесу на основі вейвлет-розкладу

Д. Бойко, З. Вижва

Нехай  $X(t)$ ,  $t \in \mathbb{R}$  — випадковий процес, такий що  $E[X(t)] = 0$  для всіх  $t \in \mathbb{R}$ . Маємо наступний вейвлет-розклад:

$$X(t) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} \xi_{0k} \varphi_{0k}(t) + \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{k \in \mathbb{Z}} \eta_{jk} \psi_{jk}(t),$$

де  $\{\varphi_{0k}, \psi_{jk} : j \in \mathbb{N}_0, k \in \mathbb{Z}\} \in \text{ОНБ у } L^2(\mathbb{R})$ ,

$$\xi_{0k} := \int_{\mathbb{R}} X(t) \overline{\varphi_{0k}(t)} dt, \quad \eta_{jk} := \int_{\mathbb{R}} X(t) \overline{\psi_{jk}(t)} dt.$$

Розглянемо наближення випадкового процесу частковими сумами:

$$X_{N,k_N}(t) = \sum_{|k| \leq k'_0} \xi_{0k} \varphi_{0k}(t) + \sum_{j=0}^{N-1} \sum_{|k| \leq k_j} \eta_{jk} \psi_{jk}(t),$$

де  $k_N := (k'_0(N), k_0(N), \dots, k_{N-1}(N))$ .

У [1] доведена теорема, що гарантує збіжність у середньоквадратичному  $X_{N,k_N}(t) \rightarrow X(t)$ ,  $k_N \rightarrow \infty$ .

У доповіді показано, що отримана оцінка наближення  $E[X_{N,k_N}(t) - X(t)]^2$  зображена у вигляді виразу, що залежить від змінної  $N$ , де відбувається обрив нескінченної суми вейвлет-розкладу  $X(t)$ .

На основі даної оцінки для заданої точності моделювання  $\epsilon > 0$  визначено значення  $N$ , з яким пов'язана кількість доданків у рядах моделі  $X_{N,k_N}(t)$ , та побудовано алгоритм чисельного моделювання випадкових процесів.

### Список літератури

- [1] Kozachenko, Yu. V., Polosmak, O. V.. Uniform convergence in probability of wavelet expansions of random processes from  $L_2(\Omega)$  // Random Operators and Stochastic Equations, vol. 16, no. 4, 2008, pp. 325-355
- [2] Вижва З.О. «Статистичне моделювання в геології» Навчальний посібник для студентів механіко-математичного факультету та ННІ «Інститут геології» // К.: ВПЦ «Київський університет», 2019, 395 с.

### Автори

**Денис Андрійович Бойко** — аспірант 1-го року навчання, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [boiko@knu.ua](mailto:boiko@knu.ua)

**Зоя Олександрівна Вижва** — професор, доктор фізико-математичних наук, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [zoia\\_vyzhva@knu.ua](mailto:zoia_vyzhva@knu.ua)

## Інверсори цифр нескінченносимвольного Ф-зображення чисел та зображення чисел у канторівських системах числення

**О. Бондаренко, Н. Василенко**

В доповіді розглядається Ф-зображення чисел одиничного інтервалу, яке має двосторонньо нескінченний алфавіт ( $A = Z = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$ ) і визначене однією додатньою ірраціональною основою  $\tau = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \approx 0.62$  – золоте відношення, яка є додатним коренем рівняння  $x^2 + x - 1 = 0$ .

Для будь-якого числа  $x \in (0; 1)$  існує єдиний скінченний набір цілих чисел  $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m)$  або єдина послідовність  $(\alpha_n) \in L \equiv A \times A \times \dots \times A \times \dots$  такі, що

$$x = b_{\alpha_1} + \sum_{k=2}^m (b_{\alpha_k} \prod_{i=1}^{k-1} \Theta_{\alpha_i}) \equiv \Delta_{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_m}^{\Phi}(\emptyset),$$

$$x = b_{\alpha_1} + \sum_{k=2}^{\infty} (b_{\alpha_k} \prod_{i=1}^{k-1} \Theta_{\alpha_i}) \equiv \Delta_{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n \dots}^{\Phi},$$

де  $\Theta_n = \Theta_{-n} = \tau^{3+|n|}$ ,  $b_n = \sum_{i=-\infty}^{n-1} \Theta_i = \begin{cases} \tau^{2-n}, & \text{якщо } n \leq 0, \\ 1 - \tau^{n+1}, & \text{якщо } n \geq 0. \end{cases}$

Доповідь присвячена неперервній функції, означеній в  $\Phi$ -нескінченній точці рівності  $I(\Delta_{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n \dots}^{\Phi}) = \Delta_{[-\alpha_1][-\alpha_2] \dots [-\alpha_n] \dots}^{\Phi}$ , яка називається *інверсором*  $\Phi$ -зображення чисел.

Нехай  $(s_n)$  – послідовність натуральних чисел,  $s_n > 1$ ,  $A_n \equiv \{0, 1, \dots, s_n - 1\}$ ,  $L \equiv A_1 \times A_2 \times \dots$ . Зображення числа  $x \in [0; 1]$  у канторівській системі числення з послідовності основ  $(s_n)$  має вигляд  $x = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\alpha_k}{s_1 s_2 \dots s_k} \equiv \Delta_{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n \dots}^{(s_k)}$ , де  $(\alpha_n) \in L$ .

Інверсор для цієї системи зображення чисел означається рівністю  $\mathcal{I}(x = \Delta_{\alpha_1 \dots \alpha_n \dots}^{(s_n)}) = \Delta_{[s_1 - 1 - \alpha_1] \dots [s_n - 1 - \alpha_n] \dots}^{(s_k)}$ .

Порівняльний аналіз властивостей функцій  $I(x)$  і  $\mathcal{I}(x)$  пропонується у доповіді.

#### Автори

**Ольга Бондаренко** — старший викладач, кафедра вищої математики, факультет математики, інформатики та фізики, УДУ імені Михайла Драгоманова, Київ, Україна; E-mail: [o.i.bondarenko@udu.edu.ua](mailto:o.i.bondarenko@udu.edu.ua)

**Наталія Василенко** — УДУ імені Михайла Драгоманова, Київ, Україна; E-mail: [n.m.vasylenko@udu.edu.ua](mailto:n.m.vasylenko@udu.edu.ua)

## Laws of the iterated logarithm for iterated perturbed random walks

O. Braganets

Let  $(\xi_k, \eta_k)_{k \geq 1}$  be independent identically distributed random vectors with arbitrarily dependent positive components and  $T_k := \xi_1 + \dots + \xi_{k-1} + \eta_k$  for  $k \in \mathbb{N}$ . We call the random sequence  $(T_k)_{k \geq 1}$  a (globally) perturbed random walk. Consider a general branching process generated by  $(T_k)_{k \geq 1}$  and let  $Y_j(t)$  denote the number of the  $j$ th generation individuals with birth times  $\leq t$ . Assuming that  $\text{Var } \xi_1 \in (0, \infty)$  and allowing the distribution of  $\eta_1$  to be arbitrary, we prove a law of the iterated logarithm (LIL) for  $Y_j(t)$ . For a family  $(x_t)$  of real numbers denote by  $C((x_t))$  the set of its limit points.

**Theorem.** Assume that  $\sigma^2 := \text{Var } \xi \in (0, \infty)$ . Then, for  $j \geq 2$ ,

$$C\left(\left(\frac{Y_j(t) - \mathbb{E}Y_j(t)}{(2((2j-1)(j-1)!)^{-1} \sigma^2 \mu^{-2j-1} t^{2j-1} \log \log t)^{1/2}} : t > e\right)\right) = [-1, 1] \quad \text{a.s.,}$$

where  $\mu := \mathbb{E} \xi < \infty$ .

This result complements the recently proven LIL for iterated standard random walk in [2]. In particular, we obtain a LIL for the counting process of  $(T_k)_{k \geq 1}$ .

**Theorem.** Assume that  $\sigma^2 = \text{Var} \xi \in (0, \infty)$ . Then

$$C\left(\left(\frac{Y(t) - \mu^{-1} \int_0^t \mathbb{P}\{\eta \leq y\} dy}{(2\sigma^2 \mu^{-3} t \log \log t)^{1/2}} : t > e\right)\right) = [-1, 1] \quad \text{a.s.,}$$

where  $\mu = \mathbb{E}\xi < \infty$ .

The latter result was previously established in the article [1] under the additional assumption that  $\mathbb{E}\eta_1^a < \infty$  for some  $a > 0$ . We show that the aforementioned additional assumption is not needed.

---

### Список літератури

---

- [1] IKSANOV, A., JEDIDI, W. AND BOUZEFFOUR, F. (2017). A law of the iterated logarithm for the number of occupied boxes in the Bernoulli sieve. *Statist. Probab. Letters*. **126**, 244–252.
- [2] IKSANOV, A., KABLUCHKO, Z. AND KOTELNIKOVA, V. (2025). A law of the iterated logarithm for iterated random walks, with application to random recursive trees. *ALEA, Lat. Am. J. Probab. Math. Stat.* **22**, 169–181.

---

### Автори

---

**Oksana Braganets** — postgraduate student, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [oksanabraganets@knu.ua](mailto:oksanabraganets@knu.ua)

## Розмір мінімальних контрольних множин для двійкового зображення чисел відрізка $[0, 1]$

**О. Я. Виннишин**

Нехай  $A \equiv \{0, 1\}$  – алфавіт,  $L = A \times A \times \dots \times A \dots$  – множина (простір) послідовностей елементів алфавіту,  $P = \{\bar{p}_1, \bar{p}_2, \dots, \bar{p}_n\}$  – фіксована множина впорядкованих наборів  $\bar{p}_i = \overline{p_{i1}p_{i2}\dots p_{im_i}}$  елементів алфавіту (множина заборон).

Нехай  $K(P)$  – підмножина  $L$ , яка містить послідовності  $(\alpha_n) \in L$ , серед наборів послідовних елементів яких немає елементів множини  $P$ , тобто

$$K(P) = \{(\alpha_n) \in L : \overline{\alpha_{k+1}\dots\alpha_{k+m_i}} \neq \bar{p}_i \quad \forall k \in N, \forall p_i \in P\}.$$

Оскільки сюр'єктивне відображення  $L$  в  $[0, 1]$  задає кодування [1] (зображення) чисел цього проміжка, то переходом від  $L$  до  $K(P)$  (шляхом прорідження) отримується клас множин канторівського типу (досконалих віде не щільних множин) з  $[0, 1]$ .

**Означення.** Множина (заборон)  $P$  називається *контрольною* множиною, якщо  $K(P) = \emptyset$ .

**Лема.** (Критерій контрольності множини заборон). Для того щоб множина  $P$  заборонених наборів довжини  $n$  була контрольною, необхідно і достатньо, щоб множина  $K(P)$  не містила нескінченних чисто періодичних послідовностей з періодом  $(\alpha_1\alpha_2\dots\alpha_k)$ , де  $k \leq 2^n$ .

В доповіді пропонуються результати дослідження мінімального розміру контрольної множини, що складається з впорядкованих наборів довжини  $n$ . Знаходиться точна оцінка знизу, доводиться існування контрольної множини із заданою в точній оцінці знизу кількістю елементів.

---

## Список літератури

---

- [1] Працьовитий М.В. Двосимвольні системи кодування дійсних чисел та їх застосування. — Київ: Наукова думка, 2022. — 316 с., <http://enpuir.npu.edu.ua/handle/123456789/39251>, ISBN 978-966-00-1802-0
- 

## Автори

---

**Олег Ярославович Виннишин** — аспірант, Інститут математики НАН України, Київ, Україна; E-mail: [oleh.vynnyshyn@imath.kiev.ua](mailto:oleh.vynnyshyn@imath.kiev.ua)

# Застосування СДР для отримання зображень за допомогою ШІ

О. К. Гавриш

У роботі досліджено генеративні моделі на основі стохастичних диференціальних рівнянь для задач генерації зображень. Зокрема, розглянуто три моделі.

1. Класична модель дифузії знешумлення (DDPM)
- Прямий процес:

$$X_t = \sqrt{\alpha_t} X_0 + \sqrt{1 - \alpha_t} \epsilon, \quad \bar{\alpha}_t = \prod_{i=1}^t \alpha_i, \quad \alpha_i = 1 - \beta_i.$$

- Зворотній процес:

$$p_\theta(X_{t-1}|X_t) = \mathcal{N}(X_{t-1}; \mu_\theta(X_t, t), \tilde{\beta}_t I),$$

де:

$$\mu_\theta(X_t, t) = \frac{1}{\sqrt{\alpha_t}} \left( X_t - \frac{1 - \alpha_t}{\sqrt{1 - \alpha_t}} \cdot \epsilon_\theta(X_t, t) \right), \quad \tilde{\beta}_t = \frac{1 - \bar{\alpha}_{t-1}}{1 - \bar{\alpha}_t} \cdot \beta_t.$$

2. Генеративна модель на основі оцінки градієнта (SBGM, VP SDE)
- Прямий процес:

$$dX(t) = -\frac{1}{2}\beta(t)X(t)dt + \sqrt{\beta(t)}dW(t),$$

де  $W(t)$  - броунівський рух.

- Зворотній процес (за формулою Андерсона):

$$dX(t) = \left[ -\frac{1}{2}\beta(t)X(t) - \beta(t)\nabla_x \log p_t(X_t) \right] dt + \sqrt{\beta(t)}d\bar{W}(t),$$

де  $\nabla_x \log p_t(X_t)$  апроксимується оцінкою  $s_\theta(X_t, t)$ .

3. Модифікація SBGM з використанням процесів Леві - модель Леві-Іто зі стійким розподілом із параметром  $\alpha = 1$  (процес Коші), що враховує стрибкоподібну природу збурень.

- Прямий процес:

$$dX_t = -\beta(t) X_t dt + \beta(t) dL_t^{(1)},$$

де  $L_t^{(1)}$  - процес Коші (1-стійкий процес Леві).

- Зворотній процес:

$$dX_t = \tilde{b}(t, X_t) dt + \beta(t) d\bar{L}_t^{(1)},$$

де  $\tilde{b}(t, X_t)$  - деяка функція, яку знайдено явно.

У роботі детально реалізовано всі три моделі, проведено тренування нейронних мереж на прикладі задачі генерації зображень та здійснено порівняльний аналіз якості результатів.

---

## Список літератури

---

- [1] Song, Yang, et al. Score-Based Generative Modeling through Stochastic Differential Equations. arXiv:2011.13456, arXiv, 10 Feb. 2021
- [2] Eunbi Yoon, Keehun Park, Jinhyeok Kim, and Sungbin Lim, Score-Based Generative Models with Lévy Processes. NeurIPS 2022 Workshop on Score-Based Methods, 2022.

---

## Автори

---

**Ольга Костянтинівна Гавриш** — студентка 2-го курсу магістратури, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [gavrish.olga@knu.ua](mailto:gavrish.olga@knu.ua)

# Розв'язність задачі оптимального керування для виродженої параболічної варіаційної нерівності з періодичним розв'язком

**В. С. Горбач**

Розглядається задача оптимального керування для виродженої лінійної еволюційної варіаційної нерівності, де особливу роль відіграють властивості деякої вагової функції. Відомо, що для таких систем без виродження існує багато результатів щодо розв'язності, однак у випадку необмежених або вироджених ваг стандартні умови, які забезпечують розв'язність, не виконуються. Це призводить до неєдиності розв'язків та ефекту Лаврентьєва.

Оптимізація у періодичних режимах має важливе значення для широкого класу прикладних задач, зокрема в механіці (коливальні системи), економіці (циклічні процеси), електроенергетиці (періодичні режими генераторів) та біології (біоритми). Завдання оптимізації у таких системах може полягати у мінімізації витрат енергії, забезпеченні стабільності або максимальній відповідності бажаній траєкторії.

Для аналізу вихідної задачі використовується спеціальне перетворення, яке дозволяє звести заданий об'єкт керування до відповідної варіаційної нерівності з необмеженими коефіцієнтами потенціального типу в класичних просторах Соболева. Далі, на основі нерівності Харді-Пуанкаре, досліджуються умови існування єдиного

періодичного розв'язку, що задовольняє заданий критерій оптимальності. Запропонований підхід відкриває можливості для ефективного керування широким класом вироджених еволюційних систем із періодичною динамікою.

---

## Автори

---

**Валентина Сергіївна Горбач** — аспірантка 1-го року навчання, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [valyshak10.01@gmail.com](mailto:valyshak10.01@gmail.com)

# Asymptotic normality of local linear regression estimator for mixtures with varying concentrations

**D. Horbunov, R. Maiboroda**

Consider a sample with  $n$  subjects  $O_1, \dots, O_n$ . Each subject from sample,  $O_j$ , belongs to one of the  $M$  sub-populations (components). The true number of component which  $O_j$  belongs to,  $\kappa_j$ , is unknown, but the probability that  $O_j$  belongs to  $m$ -th component

$$P(\kappa_j = m) = p_{j:n}^m$$

is known for all  $1 \leq j \leq n$  and  $1 \leq m \leq M$ .

For each subject  $O_j$ , one observes a bivariate vector of regressor and response, which is  $(X_j, Y_j)$ . It is assumed that  $X_j$  and  $Y_j$  are connected by the following regression model:

$$Y_j = g^{(\kappa_j)}(X_j) + \varepsilon_j, \quad 1 \leq j \leq n,$$

where  $g^{(m)}$  is an unknown regression function for  $m$ -th component and  $\varepsilon_j$  is a random error term. The errors  $\{\varepsilon_j\}_{j=1}^n$  have zero mean and are conditionally homoscedastic.

In order to estimate  $g^{(m)}(x_0)$ , the modified local-linear regression estimator  $\hat{g}_n^{(m)}(x_0)$  from [1] is used. That is, if  $(\hat{a}(x_0), \hat{b}(x_0))$  is a stationary point of the weighted least squares functional

$$J^{(m)}(x_0; a, b) = \sum_{j=1}^n a_{j:n}^{(m)} K((x_0 - X_j)/h)(Y_j - (a + b(x_0 - X_j)))^2,$$

then  $\hat{g}_n^{(m)}(x_0) = \hat{a}(x_0)$ , where  $h > 0$  and  $K: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+$ . In the functional above,  $\{a_{j:n}^{(m)}\}$  are the minimax coefficients, described in [2].

Let  $x_0$  be a discontinuity point of the regressor density function. Under certain conditions, the following weak convergence holds:

$$\sqrt{nh}(\hat{g}_n^{(m)}(x_0) - g^{(m)}(x_0)) \rightarrow^W N(\mu^{(m)}(x_0), S_{(m)}^2(x_0)),$$

where  $\mu^{(m)}(x_0)$  and  $S_{(m)}^2(x_0)$  will be presented during the talk.

---

## Список літератури

---

- [1] Horbunov, D., Maiboroda, R.: Cross-validation for local-linear regression by observations from mixture. Bull. Taras Shevchenko Natl. Univ. Kyiv., Ser. Phys. Math. 1, 37–43 (2023) (in Ukrainian).



- [2] Maiboroda, R., Sugakova, O.: Estimation and Classification by Observations from Mixture. Kyiv University Publishers, Kyiv (2008) (in Ukrainian)

---

#### Автори

---

**Daniel Horbunov** — postgraduate student, Mechanics and Mathematics Faculty, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [danielhorbunov@knu.ua](mailto:danielhorbunov@knu.ua)

**Rostyslav Maiboroda** — professor, Mechanics and Mathematics Faculty, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [rostmaiboroda@knu.ua](mailto:rostmaiboroda@knu.ua)

## Деякі властивості напівправильних пірамід

В. Р. Дудник

У 1926 році британський пілот П. Гроувс сфотографував згори Велику піраміду Хеопса у Гізі, побудовану 4500 років тому [1]. Як виявилось, кожна з її граней увігнута всередину від основи до вершини. Це означає, що в основі піраміди лежить рівносторонній напівправильний восьмикутник. Вчені вважають, що саме це надало піраміді стійкості протягом 4500 років протистояти природним силам, таким, як зливи, землетруси та гравітаційний стиск. Оскільки піраміди різного типу є елементами і сучасної архітектури, то дослідження властивостей рівнокутних напівправильних пірамід є актуальним. У даній роботі введено поняття напівправильних рівнокутних та рівнореберних пірамід. Доведено, що в основі рівнокутної напівправильної піраміди лежить рівносторонній напівправильний многокутник [2], а в основі рівнореберної напівправильної піраміди — рівнокутний напівправильний многокутник. Сформульовано та доведено ряд тверджень щодо взаємозв'язку, ознак і властивостей напівправильних пірамід. Досліджено комбінації напівправильних пірамід та інших геометричних тіл.

---

#### Список літератури

---

- [1] Felton J. How Many Sides Does The Great Pyramid Of Giza Have? Because It Isn't Four // IFLScience, November 22, 2024.
- [2] Лоповок Л.М. Напівправильні многокутники // Квант. – 1971, № 3. – С. 25-29.

---

#### Автори

---

**Анна Романівна Дудник** — учениця 9-го класу, гімназія № 283, КЗПО «Київська Мала академія наук учнівської молоді», Київ, Україна; E-mail: [anna.romanovna@gmail.com](mailto:anna.romanovna@gmail.com)

## Статична задача гравітаційної взаємодії тіл скінченного розміру

Д. Дулевич

Відомо, що гравітаційна взаємодія двох тіл пропорційна їх масам та обернено пропорційна до квадрату відстані між ними. Цей факт неоднократно виведено із усіляких експериментальних спостережень. Але цей закон в першу чергу стосується взаємодій, де тіла можливо вважати матеріальними точками. Для тіл, розмір яких є суттєвим у порівнянні із відстанню між ними, така форма закону всесвітнього тяжіння вже не буде давати точні результати.

Дослідивши таку гравітаційну взаємодію потенціальним методом, спершу одного абсолютно твердого тіла і матеріальної точки (а потім двох тіл) було показано, що:

- а) Якщо за центр(и) приведення сил гравітації прийняти центр(и) інерцій тіл, у загальному випадку сили не зводяться до рівнодійної - буде присутній момент приєданої пари сил 4-го порядку малості  $O\left(\left|\frac{d}{r}\right|^4\right)$  ( $d$  - характеристичний розмір тіл(а),  $r$  - відстань між центрами інерції).
- б) Силова взаємодія від розвинення потенціалу АТТ із точковою масою призводить до додаткової сили 5-го порядку малості ( $m$  - маса матеріальної точки,  $J_p, \mathbb{J}$  - моменти інерції АТТ):

$$\vec{F}_2(\vec{r}) = \frac{3\gamma m}{r^5} \mathbb{J} \vec{r} - \left( \frac{3\gamma m}{r^5} J_p + \frac{15\gamma m}{2r^7} \vec{r}^T \mathbb{J} \vec{r} \right) \vec{r} + O\left(\left|\frac{d}{r}\right|^6\right)$$

яка залежить від та не співпадає із напрямом  $\vec{r}$ , призводячи до появи моменту прикладеної пари сил до тіла

$$\vec{M}(\vec{r}) = \frac{3\gamma m}{r^5} [\vec{r} \times \mathbb{J} \vec{r}] + O\left(\left|\frac{d}{r}\right|^5\right)$$

- в) Поширення викладок до випадку двох тіл показує аналогічні результати - сили до 5-го порядку малості зводяться до рівнодійної, але призводять у загальному випадку до різних моментів обертання

$$\vec{M}_{(1)} = \frac{3\gamma m_2}{r^5} [\vec{r} \times \mathbb{J}_1 \vec{r}]; \vec{M}_{(2)} = \frac{3\gamma m_1}{r^5} [\vec{r} \times \mathbb{J}_2 \vec{r}]$$

---

## Автори

---

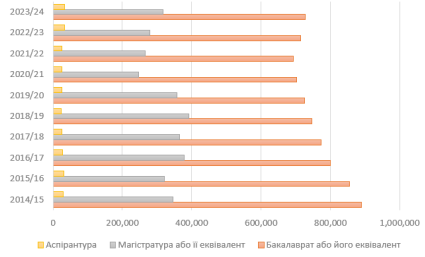
**Данило Ігорович Дулевич** — студент 2-го курсу магістратури, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [daniel.dulevich@knu.ua](mailto:daniel.dulevich@knu.ua)

## Оцінка залежності кількості студентів від соціально-економічних факторів

Д. Затула, М. Скидан

У сучасних умовах розвитку освіти важливим питанням є вплив соціально-економічних факторів на кількість студентів у закладах вищої освіти. Дослідження цієї залежності дозволяє оцінити основні тенденції та сформулювати рекомендації щодо оптимізації освітньої політики.

Основними соціально-економічними факторами, що впливають на кількість студентів, є рівень доходів населення, зайнятість молоді, державне фінансування освіти, демографічні показники та регіональні особливості. Для оцінки впливу цих факторів застосовано методи математичної статистики, зокрема кореляційний та регресійний аналіз.



Динаміка кількості здобувачів в Україні, 2014-2024 рр.

В ході дослідження було опрацьовано дані за останні 10 років. Отримані результати вказують на значний вплив рівня доходів сімей (коефіцієнт детермінації  $R^2 = 0.78$ ), а також державного фінансування освіти ( $\beta = 0.65$ ,  $p < 0.01$ ) на чисельність студентів у закладах вищої освіти. Виявлено також негативний вплив безробіття серед молоді ( $\beta = -0.48$ ,  $p < 0.05$ ) на доступність вищої освіти.

Таким чином, для стимулювання зростання кількості студентів у вищих навчальних закладах необхідно забезпечити стабільну соціально-економічну підтримку, збільшити фінансування освіти та створити умови для поєднання навчання з працевлаштуванням. Використання статистичних методів дозволяє не лише підтвердити ці висновки, але й кількісно оцінити їх вплив, що може бути корисним для подальшої розробки освітньої політики.

#### Автори

**Дмитро Васильович Затула** — доцент, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна.; E-mail: [dm.zatula@knu.ua](mailto:dm.zatula@knu.ua)

**Максим Скидан** — ВСП "Оптико-механічний фаховий коледж" Київського національного університету імені Тараса Шевченка, Київ, Україна.; E-mail: [m.skydan@kubg.edu.ua](mailto:m.skydan@kubg.edu.ua)

## Оцінювання параметрів концентрацій для сумішей

**В. В. Змій, Р. Є. Майборода**

В роботі розглядається побудова та порівняння оцінок невідомого параметра концентрацій суміші. Було використано випадкові величини  $\xi \in \mathbb{R}$ , де  $\xi_i$ ,  $i = 1, \dots, n$  відповідає  $i$ -му спостереженню у вибірці. Існує величина  $K_i$ , що може приймати два значення, тобто  $K_i = j$ , де  $j = 1, 2$ . На основі цієї змінної вибірку можна розділити на компоненти, але справжні значення величини не спостерігаються, відомо лише ймовірності  $p_i^j$ , з якою спостерігається  $K_i$ .

Вважаємо, що розподіл  $\xi_i$ ,  $i = 1, \dots, n$  є різним для кожної компоненти. Нехай  $F_j$  — функція розподілу  $\xi_i$  для якого  $K_i = j$ , де  $j = 1, 2$ , тобто:

$$F_j(x) = P(\xi_i < x \mid K_i = j), \quad j = 1, 2.$$

Тоді розподіл  $\xi_i$  можна записати, як модель двокомпонентної суміші зі змінною концентрацією:

$$P(\xi_i < x) = P_i(x) = p_i^1 F_1(x) + p_i^2 F_2(x).$$

Розглянуті ймовірності  $p_i^j$  є відомими з точністю до невідомого параметру  $v$ , тоді  $p_i^1 = p_i^1(v)$ . Додатково ймовірності можуть залежати від деякої допоміжної спостережуваної змінної  $t \in \mathbb{R}$ . Наприклад, якщо дані отримані у різні моменти часу, тоді  $t$  буде позначати момент часу для  $i$ -го спостереження,  $p_i^1 = p(t_i, v)$ .

Ймовірності можуть описуватися гармонічною моделлю з періодом  $T$ :

$$p(t, T, m) = \frac{1}{2} \left( 1 + \sin \left( 2\pi \frac{t - m}{T} \right) \right),$$

або логістичною моделлю з масштабом  $s > 0$ :

$$p(t, m, s) = \frac{1}{1 + \exp \left( \frac{t - m}{s} \right)}.$$

В обох моделях параметр  $m$  є зсувом і вважається невідомим.

Для побудови оцінки використовується метод найменших квадратів та метод найбільшої вірогідності. У методі найменших квадратів для обчислення оцінки використовується функціонал:

$$\hat{R}_n(\alpha) = \frac{1}{n^2} \left( 2 \sum_{i=2}^n u_{[i]}(\alpha) U_i \pi_{[i]} + \sum_{i=1}^n (u_{[i]}(\alpha))^2 \pi_{[i]} \right),$$

де  $U_j = \sum_{i=1}^{j-1} u_{[i]}(\alpha)$ ,

$$u_i(\alpha) = \frac{p_i(\alpha) - \langle p.(\alpha) \rangle_n}{\sqrt{\Delta_n(\alpha)}},$$

тут  $\langle . \rangle_n$  є оператором усереднення, тобто

$$\langle p.(\alpha) \rangle_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n p_i(\alpha),$$

а оператор  $\Delta_n(\alpha) = \langle (p.(\alpha))^2 \rangle_n - (\langle p.(\alpha) \rangle)^2$ . Також визначається міра  $\pi_{[i]} = \pi(\xi_{[i]})$ . Використання  $\xi_{[i]}$  та  $u_{[i]}(\alpha)$  означає, що використовуються значення  $\xi_i$  та  $u_i(\alpha)$  відповідно, для яких було виконано перестановку у порядку зростання.

Тоді оцінку невідомого параметру  $v$  можна записати:

$$\hat{v}_n = \arg \max_{\alpha \in \theta} \hat{R}_n(\alpha).$$

Якість оцінок найменших квадратів порівнюється з якістю оцінок методу найбільшої вірогідності у випадку, коли щільності компонент вважаються відомими.

---

## Автори

---

**Владислав Віталійович Змій** — студент 2-го курсу магістратури, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [zmiyvlad@knu.ua](mailto:zmiyvlad@knu.ua)

**Ростислав Євгенович Майборода** — професор кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна;

## Побудова математичної моделі P&L страхової компанії

Ю. І. Кирпатенко, В. П. Зубченко

Умови повномасштабної війни в Україні, економічна нестабільність і зростаюча регуляторна невизначеність створюють потребу в точних і гнучких інструментах для оцінки фінансової стійкості страхових компаній. У цьому контексті актуальним є побудова математичної моделі прибутків і збитків (P&L), яка дозволяє прогнозувати грошові потоки та результативність діяльності страховика з урахуванням як демографічних, так і фінансових чинників.

Мета роботи — розробити адаптивну модель формування P&L страхової компанії на основі портфеля страхових договорів. У моделі враховано як анuitетні, так і ризикові види страхування життя. Для розрахунків використано класичний актуарний базис  $am92$  та сучасну таблицю смертності ELT15, що дозволяє порівнювати вплив різних демографічних припущень на фінансові показники.

Методологічно модель спирається на прийоми актуарної математики, дискретного фінансового аналізу та імітаційного моделювання. Реалізація здійснена в Excel і Python із побудовою детального грошового потоку для кожного типу договору та агрегуванням результатів у єдину структуру P&L.

---

### Список літератури

- [1] Зубченко В.П. "Математичні основи страхування життя". Київ, ВПЦ «Київський університет», 223 с. - 2016.

---

### Автори

**Юлія Іллівна Кирпатенко** — студентка 2-го курсу магістратури, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [yuliiia.kyrpatenko@gmail.com](mailto:yuliiia.kyrpatenko@gmail.com)

**Володимир Петрович Зубченко** — доцент кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [volodymyr.zubchenko@knu.ua](mailto:volodymyr.zubchenko@knu.ua)

## Amplitude-frequency characteristic of the sensor signal of a piezoelectric shear waves gyroscope

T. Kovalenko, I. Ulitko

In the mathematical model of a piezoelectric gyroscope based on shear acoustic waves, a layer of thickness  $2h$  is considered,  $-h \leq z \leq h$ . The anisotropy axis of a transversely isotropic piezoelectric material is the  $Ox$  axis, which lies in the middle plane  $Oxy$  of the layer. The excitation of waves by an electric field at the frequency  $\omega$  is carried out through entire surface electrodes at  $z = \pm h$ :  $E_z = \pm(V_0/h) \exp(i\omega t)$ . At the absence of surface mechanical loads at  $z = \pm h$ :  $\sigma_z = 0$ ,  $\tau_{zx} = 0$ ,  $\tau_{zy} = 0$  one can predict that displacements  $u_x$  and  $u_y$  will not depend on the coordinates  $x$  and  $y$  and will be

determined from one-dimension ( $z$  - coordinate) Coriolis-coupled equations

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} &= \frac{1}{c_1^2} \left( \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} - \Omega_0^2 u_x - 2\Omega_0 \frac{\partial u_y}{\partial t} \right), \\ \frac{\partial^2 u_y}{\partial z^2} &= \frac{1}{c_2^2} \left( \frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} - \Omega_0^2 u_y + 2\Omega_0 \frac{\partial u_x}{\partial t} \right),\end{aligned}$$

where  $\Omega_0$  is the angular velocity about  $z$  - axis,  $c_1$  is the velocity of piezoelectrically induced shear wave in the direction of anisotropy,  $c_2$  is the velocity of purely elastic shear wave. In the presentation we will consider in detail the solution of these equations in the form of piezoelectrically coupled and uncoupled components of shear waves, the dependence of their frequencies and amplitudes on the angular velocity, etc. From this solution, in particular, the important value of the conductivity current  $I$  associated with primary and secondary operating modes of the gyroscope is determined. For the small angular velocities ( $\Omega_0/\omega \ll 1$ ) the expression of  $I$ , representing the amplitude-frequency characteristic (AFC) of the sensor can be given in the form

$$I(\lambda) = 2c_1 C_0 V_0 \lambda_1 \left\{ 1 + k_{15}^2 \left[ \frac{\cos \lambda_1}{\lambda_1 \sin \lambda_1} + \left( \frac{\Omega_0}{\omega} \right)^2 \left( \frac{P \cos \lambda_2}{\lambda_2 \sin \lambda_2} - \frac{Q \cos \lambda_1}{\lambda_1 \sin \lambda_1} \right) \right] \right\}$$

where  $\lambda_1$  is the normalized wavenumber of a primary mode, and  $\lambda_2$  is the same of secondary mode of a gyroscope,  $C_0$  is an electrostatic capacity of the layer,  $P$ ,  $Q$  and  $k_{15}^2$  are some finite quantities formed by the material constants of piezoelectric material.

---

#### Автори

---

**Tymish Kovalenko** — 2nd year Master student, Faculty of Mechanics and Mathematics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [timofei1906@knu.ua](mailto:timofei1906@knu.ua)

**Igor Ulitko** — Doctor of Sciences in Physics and Mathematics, Faculty of Mechanics and Mathematics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [igorulitko@knu.ua](mailto:igorulitko@knu.ua)

## Accelerated operations for Permutational Wreath Products

**A. Korzhuk, A. Oliynyk**

Let  $(G, X)$  and  $(H, Y)$  be permutation groups. The wreath product of the permutation group  $(G, X)$  with the abstract group  $H$  is defined as follows

$$G \wr H = \{[g, h(x)] : g \in G, h(x) \in H^X\}.$$

The exponentiation of  $(H, Y)$  by  $(G, X)$  is the permutation group

$$H \uparrow G = (G \wr H, Y^X),$$

such that every  $[g, h(x)] \in G \wr H$  acts on  $f(t) \in Y^X$  by the rule:

$$f(t)^{[g, h(x)]} = (f(t^g))^{h(t)}.$$

We propose an approach to perform GPU accelerated operations on elements of permutational wreath products. Let  $\pi \in \mathbb{Z}_{n_1} \wr \mathbb{Z}_{n_2} \wr \dots \wr \mathbb{Z}_{n_d}$  be an element of the wreath product of the regular cyclic groups of finite orders  $n_1, \dots, n_d$ ,  $d \geq 2$ . Then  $\pi$  can be stored in an  $n$ -ary heap, where the index of the  $k$ th child for the heap node  $i$  can be computed using the following equation:

$$\text{child}(i, k) = 1 + \sum_{l=1}^{d-1} \prod_{j=1}^l n_j + \left[ i - \left( 1 + \sum_{l=1}^{d-2} \prod_{j=1}^l n_j \right) \right] \cdot n_d + k.$$

The proposed data structure allows efficient implementation of various operations such as action, multiplication, order, and finding of inverse element. We demonstrate the effectiveness of our method through an experiment that finds all possible isomorphisms between  $\mathbb{Z}_3 \uparrow \mathbb{Z}_3$  and  $\mathbb{Z}_3 \wr \mathbb{Z}_3 \wr \mathbb{Z}_3$ , revealing 40223304 possible isomorphisms, including an example from [1]. The results of our experiment are publicly accessible and can be reproduced in Google Colab, with common portrait operations on CUDA structured in a Python package <https://bit.ly/413xRWy>.

---

### Список літератури

---

- [1] Oliynyk A., Prokhorchuk V.. On exponentiation,  $p$ -automata and HNN extensions of free abelian groups. Algebra and Discrete Mathematics Volume 35 (2023). Number 2, pp. 180-190 DOI: 10.12958/adm2132

---

### Автори

---

**Andrii Korzhuk** — Postgraduate student, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [korzhukandrew@gmail.com](mailto:korzhukandrew@gmail.com)

**Andriy Oliynyk** — Doctor of Sciences in Physics and Mathematics, Professor of the Department of Algebra and Computer Mathematics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [aoliynyk@gmail.com](mailto:aoliynyk@gmail.com)

## Закон повторного логарифма для випадкових рядів Діріхле: граничний випадок

**Р. О. Костогриз**

Під випадковим рядом Діріхле ми розуміємо у даній доповіді випадковий ряд з параметром  $s > 0$  виду

$$X_\alpha(s) := \sum_{k \geq 2} \frac{(\log k)^\alpha}{k^{1/2+s}} \eta_k,$$

де  $\alpha \in \mathbb{R}$ , і  $\eta_1, \eta_2, \dots$  - незалежні копії випадкової величини  $\eta$  з нульовим середнім і скінченною дисперсією. У 2023 році було доведено закон повторного логарифма (ЗПЛ) для випадкових рядів Діріхле при  $s \rightarrow 0+$  за умови  $\alpha > -1/2$  (див. [1], теорема 3.1). У роботі [2] було доведено ЗПЛ для граничного випадку  $\alpha = -1/2$ .

Для сім'ї функцій  $(x_t)$  позначимо через  $C((x_t))$  множину її граничних точок.

**Теорема.** Нехай  $\mathbb{E}[\eta] = 0$  і  $\sigma^2 = \mathbb{E}[\eta^2] \in (0, \infty)$ . Тоді

$$C\left(\left(\left(\frac{1}{2\sigma^2 \log 1/s \log \log \log 1/s}\right)^{1/2} \sum_{k \geq 2} \frac{(\log k)^{-1/2}}{k^{1/2+s}} \eta_k : s \in (0, e^{-e})\right)\right) \\ = [-1, 1] \quad \text{м.н.}$$

Граничний випадок технічно складніший, адже при переході від  $\alpha > -1/2$  до  $\alpha = -1/2$  відбувається фазовий перехід у асимптотиці дисперсії випадкового ряду, що полягає у зміні степеневих асимптотик на логарифмічну.

Дане дослідження було підтримане Національним фондом досліджень України (проект 2023.03/0059 ‘Внесок до сучасної теорії випадкових рядів’).

---

### Список літератури

---

- [1] D. Buraczewski, C. Dong, A. Iksanov and A. Marynych, *Limit theorems for random Dirichlet series*. Stoch. Proc. Appl. **165** (2023), 246–274.
  - [2] A. Iksanov and R. Kostohryz, *Limit theorems for random Dirichlet series: boundary case*. Mod. Stoch. Theor. Appl., у друці. Препринт доступний за посиланням <https://arxiv.org/abs/2411.02362>
- 

### Автори

---

**Руслан Олександрович Костогриз** — аспірант, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [kostogriz2909@gmail.com](mailto:kostogriz2909@gmail.com)

## Аналіз алгоритмів редукції розмірностей

**О. В. Кот, А. С. Олійник**

В дослідженні представлено аналіз алгоритмів редукції розмірностей, що використовуються у обробці мовних даних. Основною метою є визначення найефективнішого методу за критеріями точності моделювання, швидкості виконання та здатності до інтерпретації результатів. Вивчаються такі алгоритми як PCA (Principal Component Analysis), LCA (Linear Component Analysis) та SVD (Singular Value Decomposition), кожен з яких застосовується до семантичних моделей у контексті обробки природної мови.

Алгоритми редукції розмірностей відіграють ключову роль у структуруванні великих наборів даних. PCA використовується для зменшення кількості розмірів даних шляхом вибору найважливіших змінних за критерієм варіативності. LCA, подібно до PCA, спрямований на виявлення лінійних залежностей. В той час як SVD розкладає оригінальну матрицю на три інші матриці, що дозволяє виявити приховані семантичні структури у даних. Аналіз ефективності цих методів можливий через порівняння показників точності та складності обчислень.

У рамках дослідження проведено порівняльний аналіз впливу алгоритмів редукції розмірностей, таких як PCA, LCA та SVD. Кожен з методів був застосований до специфічного датасету з метою визначення часових показників виконання та ефективності кластеризації семантичних моделей. Дослідження зосереджено на оцінці здатності кожного методу до зниження розмірностей без значної втрати інформативності даних. Аналіз таких аспектів допомагає виявити оптимальні підходи для подальшого застосування у складних NLP задачах та забезпечує підґрунтя для розуміння математичних принципів роботи вибраних алгоритмів.



---

## Автори

---

**Олена Володимирівна Кот** — студентка 2-го курсу магістратури, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [kolenat2002@gmail.com](mailto:kolenat2002@gmail.com)

**Андрій Степанович Олійник** — доктор фізико-математичних наук, професор кафедри алгебри і комп'ютерної математики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [a.oliynyk@knu.ua](mailto:a.oliynyk@knu.ua)

# Робастна стійкість атрактору параболического рівняння щодо зовнішніх збурень

**А. Краснеєва, Т. Жук**

Продовжуючи дослідження, розпочаті в [1], розглянемо наступну задачу

$$\begin{cases} \frac{\partial y(t,x)}{\partial t} - \frac{\partial^2 y(t,x)}{\partial x^2} = f(y(t,x)), & (t,x) \in Q = (0,+\infty) \times (0,l), \\ y(t,0) = d_1(t), \quad y(t,l) = d_2(t), \quad y(0,x) = y_0(x), & x \in (0,l), \end{cases} \quad (1)$$

де збурення  $d := \{d_1, d_2\} \in U \subset (L^\infty(0,+\infty))^2$ ,  $y_0$  належить фазовому простору  $X = L^2(0,l)$  з нормою  $\|\cdot\|$ ,  $f \in C^1(\mathbb{R})$  — задана нелінійна функція, для якої  $f(0) = 0$  та існують константи  $C \geq 0$ ,  $\alpha_1, \alpha_2 > 0$ ,  $p \geq 2$ ,  $\lambda \in \mathbb{R}$  такі, що

$$-C - \alpha_1|s|^p \leq f(s) \cdot s \leq C - \alpha_2|s|^p, \quad f'(s) \leq \lambda. \quad (2)$$

Позначимо  $y(t, y_0, d)$  розв'язок (1) в момент часу  $t \geq 0$ , і будемо вважати, що  $U$  складається з тих  $d = \{d_1, d_2\} \in (L^\infty(\mathbb{R}_+))^2$ , для яких  $d_1, d_2$  є абсолютно неперервними та  $d_1(0) = d_2(0) = 0$ ,  $\dot{d}_1, \dot{d}_2 \in L^\infty(\mathbb{R}_+)$  і  $\|d\|_\infty \leq R$ .

Основним результатом роботи є теорема, що доводить робастну оцінку типу AG, яка характеризує відхилення  $\|y(t, y_0, d)\|_\Theta$  розв'язків задачі (1) від глобального атрактору  $\Theta$  незбуреної системи. Тут  $\|y\|_\Theta = \inf_{\theta \in \Theta} \|y - \theta\|$ .

**Теорема.** Нехай для задачі (1) виконуються умови (2), збурення  $d$  належать класу  $U$  та  $\Theta \subset X$  є глобальним атрактором незбуреної задачі (тобто для  $d \equiv 0$ ). Тоді існує  $\gamma \in K = \{\gamma \in C(\mathbb{R}_+) : \gamma(0) = 0, \gamma \nearrow\}$  така, що для всіх  $y_0 \in X$  та  $d \in U$  для розв'язку задачі (1)  $y(t, y_0, d)$  виконується оцінка  $\lim_{t \rightarrow \infty} \|y(t, y_0, d)\|_\Theta \leq \gamma(\|d\|_\infty)$ .

Роботу виконано за підтримки Національного фонду досліджень України, проєкт 2023.03/0074 "Нескінченновимірні еволюційні рівняння із багатозначною та стохастичною динамікою".

---

## Список літератури

---

- [1] Капустян О.В., Краснеєва А.О. Стійкість глобального атрактора рівняння реакції-дифузії щодо збурень на границі області // Нелінійні коливання, 2024, Т. 27, № 2, с. 229-237.

---

## Автори

---

**Анна Олександрівна Краснеєва** — аспірантка 2-го року навчання, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [krasnyeyeva@gmail.com](mailto:krasnyeyeva@gmail.com)

**Тетяна Юріївна Жук** — аспірантка 3-го року навчання, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [zhuktetiana6@knu.ua](mailto:zhuktetiana6@knu.ua)

# Врахування кривини при аналізі термонапруженого стану двошарового циліндра

**Я. Кудрявцев**

Дане дослідження є логічним продовженням роботи автора [1], де розглядався осесиметричний напружений стан двошарового циліндра, що виник унаслідок термічного удару, тобто різкої зміни температури зовнішнього середовища. Попереднє дослідження ґрунтувалося на одновимірній моделі процесу поширення тепла, тобто такої моделі, яка не враховує скінченність радіуса циліндра. Таке наближення досить гарно описує нестационарні температурні поля у випадку, коли товщина циліндра значно менше його радіуса. Воно, наприклад, дає з достатньою практичною точністю розподіл температури в циліндричній частині корпусу реактора ВВЕР-1000, товщина стінки якої складає 10% від його внутрішнього радіуса. Проте з ростом відносної товщини шарів циліндра точність одновимірного наближення падає.

В даній роботі розглянуто осесиметричне наближення розв'язку нестационарної задачі теплопровідності. З математичної точки зору це призвело до заміни тригонометричних функцій у виразах власних функцій відповідної спектральної задачі на циліндричні функції. Метод розв'язку задачі при цьому не змінився у порівнянні з одновимірним випадком: для його знаходження використовувалася перетворення Лапласа за часовою координатою.

Отриманий розв'язок є вільним від вищевказаного недоліку. Він дозволяє отримувати точні значення температури, а відповідно і напружень, у двошаровому циліндрі для будь-яких співвідношень між товщиною шарів і внутрішнього радіуса циліндра. Даний висновок був підтверджений шляхом порівняння результатів для товстостінного циліндра з результатами, отриманими за допомогою скінченно-елементного пакету CalculiX.

---

## Список літератури

---

- [1] Кудрявцев Я.В. Осесиметричний напружений стан пустотілого циліндру, що зазнав термічного удару. Матеріали XX Міжн. наук.-практ. конф. "Шевченківськавесна-2023 квітень 2023 року, Київ, Україна. — С.30–31.

---

## Автори

---

**Ярослав В'ячеславович Кудрявцев** — студент 2-го курсу магістратури, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [reezor1ns@outlook.com](mailto:reezor1ns@outlook.com)

# Differentiable Bounds on Loss Functions in the Mixture Model with Varying Concentrations

O. Mikushova, V. Miroshnychenko

We are currently researching a mixture model with varying concentrations [2], where observations  $O_j$ ,  $j = 1, \dots, n$ , belong to one of  $m$  components with unknown indices  $\kappa_j \in \{1, \dots, m\}$ , while mixing probabilities  $p_{j;n}^k = P\{\kappa_j = k\}$  are known.

We consider the linear regression model  $Y(O) = \sum_{i=1}^d \theta_{f,i}^{(\kappa(O))} X^i(O) + \varepsilon(O)$ , where  $X(O)$  is a vector of regressors, and  $\varepsilon(O)$  is a zero-mean error independent of  $X(O)$ . Given the sample  $\{\xi_j = (x_j, y_j)\}$ , our goal is to estimate  $\theta_{f,k}$  and  $\theta_p$  using the loss function

$$L = \sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^n a_{i;n}^k(\theta_p) \left( y_i - f_k^{\theta_{f,k}}(x_i) \right)^2,$$

where  $a_{i;n}^k(\theta_p) = \sum_{t=1}^m p_{i;m}^t \Gamma_{t;m}^{-1}$  are minimax coefficients, with  $\Gamma_n = P_n P_n^T$  and  $P_n = (p_{i;n}^k)_{i=1, k=1}^{n, m}$ .

The following bounds for  $L$  were derived, which can be differentiated with respect to the parameters  $\theta_p$ ,  $\theta_f$  to enable optimization

$$|L| \leq \|\Gamma_n^{-1}\|_F \sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^n \sqrt{\sum_{t=1}^m (p_{i;m}^t)^2} \left( y_i - f_k^{\theta_{f,k}}(x_i) \right)^2,$$

$$|L| \leq \|\Gamma_n^{-1}\|_F \sqrt{\sum_{k=1}^n \sum_{t=1}^m \sum_{i=1}^n p_{i;n}^t \left( y_i - f_k^{\theta_{f,k}}(x_i) \right)^2}.$$

In the special case  $m = 2$ , we obtain:

$$|L| \leq \|\Gamma_n^{-1}\|_F \sqrt{\sum_{k=1}^2 \left( \sum_{i=1}^n p_{i;n}^k \left( y_i - f_k^{\theta_{f,k}}(x_i) \right) \right)^2}.$$

---

## Список літератури

---

- [1] Miroshnychenko V., Maiboroda R. "Asymptotic normality of modified LS estimator for mixture of nonlinear regressions". Modern Stochastics: Theory and Applications, Vol.7, Iss.4 pp. 435 - 448, 2020.

---

## Автори

---

**Oleksandra Mikushova** — 4th year student, Faculty of Mechanics and Mathematics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [oleksandramikushova@knu.ua](mailto:oleksandramikushova@knu.ua)

**Vitaliy Miroshnychenko** — assistant, Faculty of Mechanics and Mathematics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [vitaliy.miroshnychenko@knu.ua](mailto:vitaliy.miroshnychenko@knu.ua)

# MoA+: Mixture of Autoencoders with Varying Concentrations for Enhanced Image Clustering

V. Miroshnychenko, V. Tunik

In this work we consider the improvement of the vanilla Mixture of Experts model [1] for unsupervised image clustering by introducing a mixture with varying concentrations. This addresses expert dominance, enhancing training balance and clustering performance.

The model is tested on the MNIST dataset, a benchmark of  $n$  grayscale handwritten digit images  $X_i, i = \overline{1, n}$ , treated as a mixture with  $M = 2$  components.

In the MoA+ framework, each trainable expert is a convolutional autoencoder (CAE), similar to simplified U-Net or SegNet, where image  $X_i$  is reconstructed into image  $\hat{X}_{i,k}$  using  $k$ -th CAE with MSE error. A trainable convolutional gate network assigns mixing probabilities  $P_n = (p_{i:n}^k)_{i=1, k=1}^{n, M}$ , where  $p_{i:n}^k$  is the probability of the image  $i$  to belong to component  $k$ , clustering images by selecting the most suitable CAE.

To address expert imbalance, MoA+ uses a modified loss function inspired by k-means, incorporating minimax weights  $A_n = (a_{i:n}^k)_{i=1, k=1}^{n, M} = (P_n^T P_n)^{-1} P_n = (\Gamma_n)^{-1} P_n$  [2]:

$$\text{loss} = \sum_{k=1}^M \sum_{i=1}^n a_{i:n}^k (X_i - \hat{X}_{i,k})^2 \leq \sqrt{\sum_{k=1}^M \frac{1}{\lambda_k^2}} \sqrt{\sum_{k=1}^M \left( \sum_{i=1}^n p_{i:n}^k (X_i - \hat{X}_{i,k})^2 \right)^2},$$

where  $\lambda_k$  are eigenvalues of matrix  $\Gamma_n$ . This regularizes the gate network, balancing expert contributions.

Compared under identical conditions, the standard MoA achieved a Normalized Mutual Information (NMI) of  $\sim 0.08$ , while MoA+ scored  $\sim 0.8$ , showing significantly better clustering performance.

---

## Список літератури

- [1] R. A. Jacobs, M. I. Jordan, S. J. Nowlan and G. E. Hinton, "Adaptive Mixtures of Local Experts," in Neural Computation, vol. 3, no. 1, pp. 79-87, March 1991, doi: 10.1162/neco.1991.3.1.79.
- [2] Miroshnychenko V., Maiboroda R. "Asymptotic normality of modified LS estimator for mixture of nonlinear regressions". Modern Stochastics: Theory and Applications, Vol.7, Iss.4 pp. 435 - 448, - 2020

---

## Автори

**Vitaliy Miroshnychenko** — assistant, Faculty of Mechanics and Mathematics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [vitaliy.miroshnychenko@knu.ua](mailto:vitaliy.miroshnychenko@knu.ua)

**Vadym Tunik** — 4th year student, Faculty of Mechanics and Mathematics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [tunik.vadym@knu.ua](mailto:tunik.vadym@knu.ua)

## Швидкість збіжності цін дискретизованих Азійських опціонів купівлі до ціни в неперервному часі

Ю. С. Мішура, П. Д. Роїк

Опціон є важливим інструментом на фінансових ринках. Він дає право (але не

обов'язок) купити (опціон купівлі) або продати (опціон продажу) деякий фінансовий актив за заздалегідь визначеною ціною  $K$  (страйковою ціною) в деякий час  $T$  (час виконання). Ціна, за якою купується опціон, називається ціною або премією опціону. Існує багато видів опціонів, таких як Європейський, Американський, Азійський тощо.

У роботі розглянуто арифметичний Азійський опціон купівлі з неперервним часом [1], тобто такий опціон, для якого страйкова ціна відома, а ціна опціону формується на основі середньої ціни фінансового активу протягом певного періоду.

Таким чином, формула для визначення ціни Азійського опціону купівлі має наступний вигляд:

$$C_{as} = e^{-rT} E \left( \max \left( \frac{1}{T} \int_0^T e^{\sigma W_t + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)t} dt - K, 0 \right) \right),$$

де  $r$  – відсоткова ставка,  $\sigma$  – волатильність,  $K$  – страйкова ціна,  $T$  – час виконання,  $W = \{W_t, t \geq 0\}$  – вінерівський процес.

Якщо  $K = 0$ , то  $C_{as} = \frac{1 - e^{-rT}}{rT}$ . Якщо  $K > 0$ , то  $C_{as}$  не можна знайти аналітично. Робота присвячена аналізу швидкості збіжності наближеної ціни опціону до справжньої ціни  $C_{as}$ .

У роботі було розглянуто наближення ціни через дискретизацію часового інтервалу та наближення інтегралу лівою сумою Рімана.

Швидкість збіжності отриманої ціни до справжньої ціни оцінювалася за допомогою двох підходів: з використанням генератрис логнормального розподілу та формули Іто.

Далі отримані оцінки порівнювалися. Виявилось, що оцінка, отримана за допомогою формули Іто, краща, при певних припущеннях, при всіх значеннях параметрів, тому при практичних розрахунках має використовуватися саме вона.

Реалізація та тестування були виконані у програмному середовищі Matlab.

---

## Список літератури

---

- [1] Mishura Y., Ralchenko K. Discrete-Time Approximations and Limit Theorems. Walter de Gruyter GmbH & Co KG, 2021. Vol. 2. URL: <https://doi.org/10.1515/9783110654240>.
- 

## Автори

---

**Юлія Степанівна Мішура** — доктор фізико-математичних наук, професор кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [yuliyamishura@knu.ua](mailto:yuliyamishura@knu.ua)

**Павло Дмитрович Роїк** — студент 2-го курсу магістратури, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [pavlo\\_roik@knu.ua](mailto:pavlo_roik@knu.ua)

## Centralizers of monomial derivations of the form $(xy)^n D_{xy}$ in the Lie algebra $W_2(\mathbb{K})$

Y. Molochynskyi, O. Tyshchenko

Let  $\mathbb{K}$  be an algebraically closed field of characteristic zero,  $\mathbb{K}[x, y]$  the polynomial ring, and let  $W_2(k)$  be the Lie algebra of all  $\mathbb{K}$ -derivations on  $\mathbb{K}[x, y]$ . Every derivation  $\mathcal{D} \in W_2(\mathbb{K})$  can be uniquely written in the form  $\mathcal{D} = f\partial_x + g\partial_y$ ,  $f, g \in \mathbb{K}[x, y]$ . From the geometric point of view, a derivation  $\mathcal{D}$  is a polynomial vector field on

$\mathbb{K}^2$ . Every polynomial  $f \in \mathbb{K}[x, y]$  defines the Jacobian derivation  $\mathcal{D}_f$  by the rule  $\mathcal{D}_f(h) = \det(J(f, h))$ , where  $J(f, h)$  is the Jacobi matrix of the polynomials  $f, h$ .

Further, for any derivation  $\mathcal{D} \in W_2(k)$  one can consider the centralizer of  $\mathcal{D}$  in the Lie algebra  $W_2(k)$ .

$$C_{W_2(k)}(\mathcal{D}) = \{T \in W_2(k) \mid [T, \mathcal{D}] = 0\}.$$

The structure of centralizers of derivations is of great interest (see, for example, [1], [2], [3]).

Using some results of [2] we proved the next statement:

**Theorem.** Let  $\mathcal{D} = -x^{n+1}y^n\partial_x + x^ny^{n+1}\partial_y$ ,  $n \geq 0$ , be a Jacobian derivation from  $W_2(\mathbb{K})$ . Then:

- a) If  $n = 0$ , then  $C_{W_2(\mathbb{K})}(\mathcal{D})$  is a free module of rank 2 over  $\ker \mathcal{D} \subset W_2(k)$  with free generators  $\mathcal{D}$  and  $E_2$ , where  $E_2 = x\partial_x + y\partial_y$  is the Euler derivation.
- b) If  $n \geq 1$ , then  $C_{W_2(\mathcal{D})}$  is a free module of rank 1 with free generator  $\mathcal{D}_{xy} = -x\partial_x + y\partial_y$

---

### Список літератури

---

- [1] L.P.Bedratyuk, Ie.Yu.Chapovsky, A.P.Petravchuk, Centralizers of linear and locally nilpotent derivations, Ukrainian Math. J., issue 75, N.8, 2023, pp.1043–1052, doi:10.3842/umzh.v75i8.7529
  - [2] D. I. Efimov, A. P. Petravchuk, M. S. Sydorov, Centralizers of Jacobian derivations, Algebra and Discrete Mathematics, (2023), vol. 36, no. 1, P.22-31 <http://dx.doi.org/10.12958/adm2186>
  - [3] J. Nagloo, A. Ovchinnikov, P. Thompson. *Commuting planar polynomial vector fields for conservative newton systems*, Communications in Contemporary Mathematics, 22(04), 2020, pp.195–225.
- 

### Автори

---

**Yegor Molochynskyi** — postgraduate student, Faculty of Mechanics and Mathematics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [molochynskyi.e@gmail.com](mailto:molochynskyi.e@gmail.com)

**Oleh Tyshchenko** — postgraduate student, Faculty of Mechanics and Mathematics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [sokol.wise@gmail.com](mailto:sokol.wise@gmail.com)

## Один континуальний клас фрактальних функцій, означений в термінах $Q_s^*$ -зображення дійсних чисел

В. Назарчук, М. Працьовитий

Нехай  $A_s \equiv \{0, 1, \dots, s-1\}$  —  $s$ -ковий алфавіт,  $L_s = A_s \times A_s \times \dots$  — простір послідовностей елементів алфавіту;  $\|q_{in}\|$  — стохастична матриця, для якої використовуються умови:  $q_{in} > 0$ ,  $\sum_{i=0}^{s-1} q_{in} = 1 \ \forall n \in \mathbb{N}$  і  $\prod_{n=1}^{\infty} \max_{i \in A_s} \{q_{in}\} = 0$ . Відомо, що для довільного числа  $x \in [0; 1]$  існує послідовність  $(\alpha_n) \in L_s$ , така що

$$x = \beta_{\alpha_1} + \sum_{n=2}^{\infty} \beta_{\alpha_n n} \prod_{j=1}^{n-1} q_{\alpha_j j} \equiv \Delta_{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n \dots}^{Q_s^*}, \quad \beta_{\alpha_n n} = \prod_{i=0}^{\alpha_n-1} q_{in}. \quad (1)$$

Розклад числа  $x$  в ряд (1) називається  $Q_s^*$ -представленням, а запис  $\Delta_{\alpha_1 \dots \alpha_n \dots}^{Q_s^*}$  –  $Q_s^*$ -зображенням. Якщо  $q_{in} = \frac{1}{s} \forall i \in A_s, \forall n \in N$ , то  $Q_s^*$ -зображенням є класичним  $s$ -ковим зображенням чисел.

Розглядається функція  $f_a$ , означена рівністю

$$f_a(x = \Delta_{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n \dots}^{Q_s^*}) = \Delta_{|a_1 - \alpha_1| |a_2 - \alpha_2| \dots |a_n - \alpha_n| \dots}^{Q_s^*},$$

де  $(a_n)$  – цифри  $s$ -кового зображення числа  $a = \Delta_{a_1 \dots a_n \dots}^{Q_s^*}$ ,  $(a_n) \in L_s$ .

Означення функції, взагалі кажучи, є некоректним, оскільки значення функції від двох різних зображень  $Q_s^*$ -бінарних чисел, не співпадають. Тому домовимося надалі не використовувати одне із двох зображень, а саме з періодом  $(s-1)$ .

**Теорема.** Функція  $f$  є неперервною на усій області визначення за виключення зліченної кількості точок. Функція  $f$  має скінченні та континуальні рівні, причому останні є ніде не щільними нульові міри Лебега.

Якщо  $a = \Delta_{a_1 a_2 \dots a_n \dots}^{Q_s^*}$ ,  $a_n \in \{0, c\}$ ,  $c \in A_s$ , то функція  $f_a$  зберігає цифру  $\frac{c-1}{2}$  (тобто якщо  $\alpha_n(x) = \frac{c-1}{2}$ , то  $\beta_n(y) = \frac{c-1}{2}$ ), коли  $c$  – непарне; і зберігає цифру  $\frac{c}{2}$ , коли  $c$  – парне.

У доповіді пропонуються результати дослідження структурних, топологометричних та фрактальних властивостей функції  $f_a$ .

## Автори

**Валентина Назарчук** — Інститут математики НАН України, Київ, Україна; E-mail: [nazarchukvalentyina@imath.kiev.ua](mailto:nazarchukvalentyina@imath.kiev.ua)

**Микола Працьовитий** — Інститут математики НАН України, УДУ імені Михайла Драгоманова, Київ, Україна; E-mail: [prats4444@gmail.com](mailto:prats4444@gmail.com)

# Аналог функції Серпінського, означений в термінах ланцюгового зображення чисел зі скінченням алфавітом

**О. Нікорак**

Нехай  $A_s \equiv \{e_0, e_1, \dots, e_{s-1}\}$  — алфавіт ( $0 < e_0 < e_1 < \dots < e_{s-1}$ ),  $L_s \equiv A_s \times A_s \times \dots$  — простір послідовностей елементів алфавіту. Ланцюговим  $A_s$ -дробом називається вираз виду

$$1/a_1 + 1/a_2 + \dots + 1/a_n + \dots \equiv [0; a_1, a_2, \dots, a_n, \dots],$$

$(a_n) \in L_s$ . Для множини  $E$  значень ланцюгових  $A_s$ -дробів мають місце співвідношення

$$\min_{a_n \in A_s} \{E\} = [0; (e_{s-1}, e_0)] \equiv d_0,$$

$$\max_{a_n \in A_s} \{E\} = [0; (e_0, e_{s-1})] \equiv d_1.$$

**Теорема.** [2] Якщо  $e_i = e_{i-1} + d$ ,  $i = \overline{1, s-1}$ , де  $d = d_1 - d_0$ , то для довільного  $x \in [d_0; d_1]$  існує послідовність  $(a_n) \in L_s$ , така що

$$x = [0; a_1, \dots, a_n, \dots]^{A_s}.$$

Запис  $[0; a_1, \dots, a_n, \dots]^{A_s}$  називається *ланцюговим  $A_s$ -зображенням* числа  $x$ . Ввівши перекодування  $a_n = e_{\alpha_n}$ , де  $\alpha_n \in \{0, 1, \dots, s-1\}$ , отримаємо *ланцюгове  $s$ -символьне  $A_s$ -зображення* числа:  $\Delta_{\alpha_1 \dots \alpha_n \dots}^{A_s}$ .

Розглядається функція  $f$ , означена рівностями:

$$f(x = \Delta_{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n \dots}^{A_5}) = \Delta_{\beta_1 \beta_2 \dots \beta_n \dots}^{A_3}, \text{ де}$$

$$\beta_n(\alpha_n, c_n) = \begin{cases} |2c_n - \alpha_n|, & \text{якщо } \alpha_n \in \{0, 1\}, \\ |2c_n - \lfloor \frac{\alpha_n}{2} \rfloor|, & \text{якщо } \alpha_n \in \{2, 3, 4\}, \end{cases}$$

$$c_1 = 0, c_{n+1} = \begin{cases} c_n, & \text{якщо } \alpha_n \neq 2, \\ 1 - c_n, & \text{якщо } \alpha_n = 2. \end{cases} \quad n \in N.$$

**Теорема.** Функція  $f$  є неперервною ніде не монотонною функцією необмеженої варіації.

У доповіді пропонуються результати дослідження топологометричних, структурних та варіаційних властивостей функції  $f$ , що є аналогом узагальнення функції Серпінського, запропонованого в [1].

---

### Список літератури

---

- [1] Працьовитий М. В., Василенко Н. А. Недиференційовна функція, що є одним з узагальнень відомої функції Серпінського // Науковий часопис НПУ імені М.П.Драгоманова. Серія 1. Фіз.-мат. науки, 2010.– №11. – С. 170-181.
  - [2] S.Ratushniak, M. Pratsiovytyi. Infinite continued fractions with a bounded set of elements and their applications. Inspirations in Real Analysis II (Bedlewo, Poland, April 14–19, 2024): Book of Abstracts. — Lodz : Lodz Univ. Technol. Press, 2024.
- 

### Автори

---

**Олена Нікорак** — студентка 2-го курсу магістратури, факультет математики, інформатики та фізики, УДУ імені Михайла Драгоманова, Київ, Україна; E-mail: [23fmif.o.nikorak@std.udu.edu.ua](mailto:23fmif.o.nikorak@std.udu.edu.ua)

## Обчислюваність в термінах алгоритмів Маркова

**С.-Є.В. Новікова**

Формальне строге означення обчислюваності є критично важливим компонентом у дослідженнях з основ математики, комп'ютерних наук та теорії складності обчислень. Відомі кілька десятків різних означень, проте усі вони є еквівалентними, тобто приводять до одного й того ж класу алгоритмічно обчислюваних проблем, що підтверджує відому тезу Чьорча. Серед запропонованих підходів виділяється запропонований Марковим ([1]) спосіб визначити поняття обчислюваності за допомогою простих правил переписування слів.

Визначимо нормальний алгоритм Маркова як набір  $M = (A, \Sigma, P, N_P)$ , в якому  $A$  — алфавіт алгоритму Маркова,  $\Sigma \subseteq A$  — скінченна множина вхідних символів,  $P$  — скінченна впорядкована множина правил переписування вигляду  $a \rightarrow b$  або  $a \rightarrow .b$ ,  $a, b \in A^*$ ,  $N_P$  — скінченна множина інструкцій для наступного правила, що перевірятиметься на застосовність. Перевірка застосовності правил переписування нормального алгоритму Маркова починається з 0-го правила та з початку рядка, на якому працює алгоритм. У випадку, коли останнє перевірене правило є застосовним



та термінальним, після переписування рядка алгоритм припиняється. В іншому випадку після переписування рядка перевірка починається знову з 0-го правила. Якщо після перевірки всіх правил жодне з них не виявилось застосовним, виконання алгоритму припиняється. Тюрінгова повнота мови нормальних алгоритмів Маркова розглядалася у [2].

В роботі було створено інтерпретатор для нормальних алгоритмів Маркова мовою Python. Розглянуто приклади реалізації арифметичних функцій, зокрема множення, додавання, модуля різниці, знаходження остачі від ділення та найбільшого спільного дільника. Застосовано нормальні алгоритми Маркова для порівняння двох чисел в унарному та бінарному представленні, для сортування, та обчислено складність відповідних алгоритмів.

---

## Список літератури

---

- [1] A.A. Markov, N.M. Nagorny. The theory of algorithms. Kluwer, 1988.
  - [2] E. Papathanassiou. On the equivalence of Markov algorithms and Turing machines and some consequent results. PhD thesis, University of St Andrews, 1979.
- 

## Автори

---

**Софья-Єкатерина Веніамінівна Новікова** — студентка 2-го курсу магістра-тури, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [sofianovikova@knu.ua](mailto:sofianovikova@knu.ua)

# Stochastic center of quadratic systems of stochastic differential equations

O. Perehuda, A. Rykhlik

Let  $(\Omega, F, P)$  be a complete probability space and  $w(t)$  be a standard one-dimensional Wiener process on  $\Omega$ . We consider stochastic differential system of Ito's form

$$\begin{cases} dx(t) = f_1(x, y)dt + g_1(x, y)dw(t), \\ dy(t) = f_2(x, y)dt + g_2(x, y)dw(t), \end{cases} \quad (1)$$

where  $f_1, f_2, g_1, g_2$  are (non random) real polynomails in the variables  $x, y$  without constant terms. That is the origin is an equilibrium of the system.

In the present paper, we shall give a stochastic version of the center problem for systems of stochastic differential equations on the plane.

**Definition.** We say that system (1) has a stochastic center at the origin if there is a non constant analytic function  $H(x, y)$  in a neighborhood  $U$  of the origin such that for any  $(x_0, y_0) \in U$ , if  $(x(t), y(t))$  is the maximal solution of system (1) with the initial conditions  $x(0) = x_0, y(0) = y_0$ , then for all  $0 \leq t < \sigma(x_0, y_0)$

$$H(x(t), y(t)) - H(x_0, y_0) = 0 \quad a.s.$$

Observe that if the curve  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : H(x, y) = H(x_0, y_0)\}$  is closed, then  $\sigma(x_0, y_0) = +\infty$ .

**Theorem.** Let notations be as in Definition. Then system (1) is verified for  $H$  for any  $(x_0, y_0)$  in a neighborhood  $U$  of the origin, if and only if for all  $(x, y) \in U$ ,

$$g_1(x, y) \frac{\partial H}{\partial x}(x, y) + g_2(x, y) \frac{\partial H}{\partial y}(x, y) = 0,$$

$$f_1(x, y) \frac{\partial H}{\partial x} + f_2(x, y) \frac{\partial H}{\partial y} + \frac{1}{2} (g_1^2 \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + 2g_1 g_2 \frac{\partial^2 H}{\partial x \partial y} + g_2^2 \frac{\partial^2 H}{\partial y^2}) = 0$$

---

#### Автори

**Oleh Perekhuda** — Associate Professor, Faculty of Mechanics and Mathematics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [author\\_perekhuda@knu.ua](mailto:author_perekhuda@knu.ua)

**Anton Rykhlik** — 2nd year Master student, Faculty of Mechanics and Mathematics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [author\\_antonukr@icloud.com](mailto:author_antonukr@icloud.com)

## Порівняльний аналіз успішності абітурієнтів та студентів механіко–математичного факультету

**Б. А. Поздняков**

Оцінювання знань абітурієнтів та студентів є важливим елементом освітнього процесу, оскільки дозволяє не лише визначити рівень підготовки вступників, а й спрогнозувати їхню подальшу академічну успішність. Попри те, що вступні оцінки часто розглядаються як індикатор знань і здібностей, їхня відповідність семестровим результатам навчання потребує додаткового аналізу.

У цій роботі досліджується взаємозв'язок між вступними та семестровими оцінками студентів. Аналіз проводиться з використанням статистичних методів, включаючи кореляційний аналіз, регресійне моделювання та перевірку типу розподілу оцінок.

Дослідження базується на даних студентів механіко–математичного факультету напряму 112 «Статистика», що розпочали навчання у 2021 році.

У результаті проведеного дослідження не було виявлено статистично значущої залежності між вступними оцінками та семестровими результатами студентів. Водночас було побудовано кілька регресійних моделей, які описують зв'язок між оцінками за різні семестри. Зокрема, отримані рівняння дозволяють прогнозувати оцінки в пізніших семестрах на основі результатів попередніх.

---

#### Автори

**Богдан Артемович Поздняков** — студент 4-го курсу, механіко–математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [bohdan\\_pozdniakov@knu.ua](mailto:bohdan_pozdniakov@knu.ua)

## Чисельне моделювання СДР зі стрибками методом динамічної зрізки

**Д. Платонов**

Розглядається задача чисельного моделювання сильного розв'язку стохастичного диференціального рівняння

$$X_t = X_0 + \int_0^t a(s, X_s) ds + \int_0^t b(s, X_s) dB_s + \int_0^t \int_{-\infty}^{\infty} c(s, X_{s-}, z) \tilde{N}(ds, dz),$$

де  $\tilde{N}(ds, dz)$  – компенсована випадкова міра Пуассона, побудована за процесом леві  $Z_t$ .

З використанням нового підходу – динамічної зрізки (*dynamic cutting*), де поріг зрізання задається в термінах міри процесу Леві  $Z_t$ , можемо побудувати два варіанти апроксимації розв'язку:

- $X_t^{1,\tau}$  – малі стрибки видаляються,
- $X_t^{2,\tau}$  – малі стрибки замінюються нормальною апроксимацією.

Тоді за стандартних припущень Лівшиця, Пеано на коефіцієнти СДР, інтегровності та обмеженості по  $t$ , ми маємо наступні оцінки похибок в  $L^p$  для схеми Ейлера.

а) Нехай  $p > 1$ ,  $\alpha \in (0, 2)$ . Тоді для довільного  $\varepsilon^* \in (0, \frac{1}{2p})$

$$\left\| \sup_{t \in [0, T]} |X_t - X_t^{2,\tau}| \right\|_{L^p(\Omega)} \lesssim n^{-\left\{ \gamma \wedge \frac{2\zeta}{p(1+\zeta)} \right\}} + n^{-\frac{2-\alpha}{2\alpha} - \frac{1}{2p} + \varepsilon^*}.$$

б) Нехай  $p > \max(1, \alpha)$  і позначимо  $p^* = p \wedge 2$ . Тоді

$$\left\| \sup_{t \in [0, T]} |X_t - X_t^{1,\tau}| \right\|_{L^p(\Omega)} \lesssim n^{-\left\{ \gamma \wedge \frac{2\zeta}{p(1+\zeta)} \right\}} + n^{-\frac{p^* - \alpha}{p^* \alpha}}.$$

---

## Список літератури

---

- [1] M. Bossy and P. Maurer, On the  $\epsilon$ -Euler–Maruyama scheme for time inhomogeneous jump-driven SDEs, *J. Comput. Math.* **42** (2024), no. 1, 1–41.
- [2] D. Ivanenko, V. Knopova, and D. Platonov, On approximation of some Lévy(-type) processes, *Austrian J. Stat.* **VV** (2025), no. II, 1–xx.
- [3] D. Platonov and V. Knopova, Simulation of Lévy(-type) processes, in preparation.

---

## Автори

---

**Денис Юрійович Платонов** — аспірант, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна;  
E-mail: [dplatonov@knu.ua](mailto:dplatonov@knu.ua)

# Strong consistency of drift parameter estimator in the Langevin equation driven by tempered fractional Brownian motion

**O. Prykhodko, K. Ralchenko**

We investigate the Langevin equation in the following form:

$$Y_t = y_0 + \theta \int_0^t Y_s ds + \sigma X_t, \quad t \geq 0,$$

where the initial value  $y_0$  is arbitrary, and the constants  $\theta$  and  $\sigma$  are positive. As the noise process  $X$ , we take the tempered fractional Brownian motion  $B_{H,\lambda}^I$  or its second

kind  $B_{H,\lambda}^H$ , defined in [1] and [2], respectively, for  $H > 0$  and  $\lambda > 0$  by

$$B_{H,\lambda}^I(t) := \int_{\mathbb{R}} [g_{H,\lambda,t}^I(s)] dW_s,$$

$$B_{H,\lambda}^H(t) := \int_{\mathbb{R}} \left[ g_{H,\lambda,t}^I(s) + \lambda \int_0^t (u-s)_+^{H-\frac{1}{2}} e^{-\lambda(u-s)_+} du \right] dW_s,$$

where  $g_{H,\lambda,t}^I(s) = e^{-\lambda(t-s)_+} (t-s)_+^{H-\frac{1}{2}} - e^{-\lambda(-s)_+} (-s)_+^{H-\frac{1}{2}}$  and  $W$  is a two-sided Wiener process.

For the continuous-time observations of the process  $\{Y_t, t \in [0, T]\}$ , we consider the estimator

$$\widehat{\theta}_T = \frac{Y_T^2 - y_0^2}{2 \int_0^T Y_t^2 dt}.$$

Moreover, we construct the following discrete-time counterpart of  $\widehat{\theta}_T$ :

$$\widetilde{\theta}_n(m) = \frac{n(Y_{n^{m-1}}^2 - y_0^2)}{2 \sum_{k=0}^{n^{m-1}} Y_{kn^{-1}}^2}, \quad n > 1, m \geq 2.$$

The main result is a theorem about strong consistency for  $\widehat{\theta}_T$  and  $\widetilde{\theta}_n(m)$  for the cases of  $B_{H,\lambda}^I$  and  $B_{H,\lambda}^H$ . As auxiliary results, almost sure upper bounds for the increments of  $B_{H,\lambda}^I$  and  $B_{H,\lambda}^H$  are established.

---

#### Список літератури

---

- [1] Meerschaert, M.M.; Sabzikar, F. Tempered fractional Brownian motion. Stat. Probab. Lett. 2013, 83, 2269-2275.
  - [2] Sabzikar, F.; Surgailis, D. Tempered fractional Brownian and stable motions of second kind. Stat. Probab. Lett. 2018, 132, 17-27.
- 

#### Автори

---

**Olia Prykhodko** — postgraduate student, Faculty of Mechanics and Mathematics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [prykhodkood@gmail.com](mailto:prykhodkood@gmail.com)

**Kostiantyn Ralchenko** — associate professor, Faculty of Mechanics and Mathematics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [kostiantynralchenko@knu.ua](mailto:kostiantynralchenko@knu.ua)

## Optimal codimension one gradient flows on closed surfaces

A. Prishlyak, I. Ovtsynov

We use a separatrix diagram for defining a codimension one flow. This diagram is a complete topological invariant for Morse flows on a closed surface. It is a graph embedded into a surface. Its vertices are sources and its edges are stable manifolds of saddles.

We consider codimension one gradient flows on closed surfaces with minimal number of singular points. There are two types of such flows: with saddle-node (SN) and wi-

th saddle connection (SC). We use chord diagrams to specify flows up to topological trajectory equivalence using separatrix diagrams.

A chord diagram with a marked arc is a complete topological invariant of an SN-flow and a chord diagram with a T-graph — of an SC-flow. It was used to study topological equivalence of Morse flows on closed surfaces in [1].

An SN- (SC-) flow on a surface is called *optimal* if it has the least number of singularities among all the SN- (SC-) flows on this surface. And next theorems are useful to consider.

**Theorem.** An SN- (SC-) flow on a closed surface is optimal if and only if it contains only one sink and one source.

**Theorem.** Two optimal SN-flows on closed connected surfaces are topologically equivalent if and only if they have the same type of saddle-node and there is an isomorphism between their chord diagrams.

**Theorem.** Two optimal SC-flows on closed connected surfaces are topologically equivalent if and only if their chord diagrams are isomorphic.

We list all chord diagrams for SN- and SC-flows on orientable surfaces of genus at most 2 and nonorientable surfaces of genus at most 3. For each of diagrams we found inverse one that correspond the inverse flow.

One can find out about the results of this research in more details in [2].

---

### Список літератури

---

- [1] A. Prishlyak, Z. Kybalko, R. Shchurko. Trajectory equivalence of optimal Morse flows on closed surfaces. *Proceedings of the International Geometry Center*, 11(1):12–26.
  - [2] A. Prishlyak, I. Ovtynov. Structure of optimal gradient flows bifurcations on closed surfaces. arXiv:2408.10687.
- 

### Автори

---

**Alexandr Prishlyak** — professor, Faculty of Mechanics and Mathematics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [prishlyak@knu.ua](mailto:prishlyak@knu.ua)

**Illia Ovtynov** — postgraduate student, Faculty of Mechanics and Mathematics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [iliaovtynov@knu.ua](mailto:iliaovtynov@knu.ua)

---

## Comparative analysis of discrete Langevin Diffusion sampling algorithms

M. Pushkar, V. Golomoziy

Let  $\pi$  be a probability distribution on  $\mathbb{R}^d$  with a smooth density. The Langevin diffusion process is defined by the following SDE

$$dX_t = \frac{1}{2} \nabla \log \pi(X_t) dt + dW_t \quad (1)$$

has  $\pi$  as its invariant distribution, and under suitable regularity assumptions, the distribution of  $X_t$  converges to  $\pi$  exponentially fast as  $t \rightarrow \infty$  [1].

In practice, sampling from  $\pi$  is performed using discrete-time approximations of (1). We consider three such algorithms: the Unadjusted Langevin Algorithm (ULA), the

Metropolis Adjusted Langevin Algorithm (MALA), and the truncated modification of the latter algorithm (T-MALA). These are defined by the respective updates:

$$\begin{aligned} \text{ULA:} \quad X_{n+1} &= X_n + \frac{\delta}{2} \nabla \log \pi(X_n) + \sqrt{\delta} Z_n, \\ \text{MALA:} \quad Y &= X_n + \frac{\delta}{2} \nabla \log \pi(X_n) + \sqrt{\delta} Z_n, \\ X_{n+1} &= \begin{cases} Y & \text{with probability } \alpha(X_n, Y), \\ X_n & \text{otherwise,} \end{cases} \\ \text{T-MALA:} \quad &\text{Same as MALA, but with truncated drift } \nabla \log \pi(x). \end{aligned}$$

where  $Z_n \sim \mathcal{N}(0, I_d)$  and  $\alpha(x, y)$  is the Metropolis-Hastings acceptance probability.

We perform a comparative analysis of these algorithms via a variety of metrics (such as acceptance rate, autocorrelation, ect.) on different target distributions (Gaussian, Gaussian mixtures, ect.) with the goal to assess the trade-off between algorithmic complexity and sampling efficiency.

---

### Список літератури

---

- [1] Roberts, G.O., Tweedie, R.L. Exponential Convergence of Langevin Distributions and Their Discrete Approximations. Bernoulli, 2(4), 341-363 (1996). <https://doi.org/10.2307/3318418>
  - [2] Atchadé, Y.F. An Adaptive Version for the Metropolis Adjusted Langevin Algorithm with a Truncated Drift. Methodol Comput Appl Probab 8, 235-254 (2006). <https://doi.org/10.1007/s11009-006-8550-0>
- 

### Автори

---

**Maksym Pushkar** — 2nd year Master student, Faculty of Mechanics and Mathematics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [makspushkar@knu.ua](mailto:makspushkar@knu.ua)

**Vitaliy Golomoziy** — associate professor, Faculty of Mechanics and Mathematics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [vitaliy.golomoziy@knu.ua](mailto:vitaliy.golomoziy@knu.ua)

## Клас Трибін-функцій, пов'язаних з $s$ -символьними кодуваннями чисел з нульовою надлишковістю

С. Ратушняк, М. Працьовитий, О. Барановський, І. Лисенко

Нехай  $N \ni s$  — фіксоване число ( $s > 2$ ),  $A_s = \{0, 1, \dots, s-1\}$ ;  $\Delta_{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n \dots}^{s*}$  —  $s$ -символьне зображення числа  $x \in [0; 1]$ , топологічно еквівалентне класичному  $s$ -ковому зображенню:

$$x = \Delta_{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n \dots}^s = \frac{\alpha_1}{s} + \frac{\alpha_2}{s^2} + \dots + \frac{\alpha_n}{s^n} + \dots, (\alpha_n) \in A_s^\infty;$$

$\Delta_{\beta_1 \beta_2 \dots \beta_n \dots}^{2*}$  — двосимвольне зображення числа  $x \in [0; 1]$ , топологічно еквівалентне класичному двійковому зображенню,  $(\beta_n) \in A_2^\infty$ . Розглядається функція

$$f(\Delta_{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n}^{s*}) = \Delta_{\beta_1 \beta_2 \dots \beta_n}^{2*}, \text{ де}$$

$$\beta_1 = \begin{cases} 0, & \text{при } \alpha_1 \in A_0 \neq \emptyset, \\ 1, & \text{при } \alpha_1 \in A_s \setminus A_0 \neq \emptyset, \end{cases} \quad \beta_{n+1} = \begin{cases} \beta_n, & \text{при } \alpha_{n+1} = \alpha_n, \\ 1 - \beta_n, & \text{при } \alpha_{n+1} \neq \alpha_n. \end{cases} \quad (1)$$

З визначення цифр  $(\beta_n)$  2\*-зображення значення функції бачимо, що цифра  $\beta_n$  залежить від  $n$  перших цифр аргумента, тобто є функцією  $n$  змінних,  $\varphi_n : A_s^n \rightarrow A_2$ . Більше того,  $\beta_1 = \varphi_1(\alpha_1)$ ,  $\beta_{n+1} = \varphi_{n+1}(\alpha_1, \dots, \alpha_n, \alpha_{n+1}) = \gamma(\beta_n, \alpha_n, \alpha_{n+1})$ .

**Теорема.** Функція  $f$ , означена рівностями (1), є неперервною ніде не монотонною на усій області визначення. Функція  $f$  має скінченні та континуальні рівні.

Доповідь присвячена результатам дослідження структурних, варіаційних властивостей даного континуального класу неперервних ніде не монотонних функцій, які є узагальненням недиференційовних функцій Буша, Вундерліха, неперервних канторівських проєкторів тощо.

Конструкція функції, що є основним об'єктом розгляду, стосується  $s$ -символьного зображення аргумента з нульовою надлишковістю, топологічно еквівалентне класичному  $s$ -ковому, а значення функції – двосимвольного. При цьому умова на першу цифру зображення значення функції суттєво загальніша.

#### Автори

**Софія Ратушняк** — Інститут математики НАН України, УДУ імені Михайла Драгоманова, Київ, Україна; E-mail: [ratush404@gmail.com](mailto:ratush404@gmail.com)

**Микола Працьовитий** — Інститут математики НАН України, УДУ імені Михайла Драгоманова, Київ, Україна; E-mail: [prats4444@gmail.com](mailto:prats4444@gmail.com)

**Олександр Барановський** — Інститут математики НАН України, Київ, Україна; E-mail: [baranovskyi@imath.kiev.ua](mailto:baranovskyi@imath.kiev.ua)

**Ірина Лисенко** — УДУ імені Михайла Драгоманова, Київ, Україна; E-mail: [i.m.lysenko@npu.edu.ua](mailto:i.m.lysenko@npu.edu.ua)

## Аналіз ефективності різних стратегій управління портфелем для ІТ-компаній в умовах зростання конкуренції на українському ринку

Є. А. Рудик, В. В. Собчук

У роботі проведено аналіз ефективності різних стратегій управління портфелем для ІТ-компаній в умовах зростання конкуренції на українському ринку. Розглянуто ефективність діяльності одного з провідних операторів ІТ ринку в розрізі типів отриманих доходів, їх географічний розподіл, вплив сезонності сезонності, виявлено їх взаємодію та патерни. Детальний аналіз діяльності компаній дозволив отримати визначити фактори, які є визначальними для структури доходів.

На основі цих даних запропоновано стратегію управління портфелем продуктів компанії на її традиційних ринках. Запропонована стратегія може стати основою для адаптації в умовах реального бізнесу та впровадження в практичну реалізацію після відповідних корекції бюджетів.

Результати дослідження можуть бути використані для вибору оптимальної стратегії на ринку ІТ, а також для розробки нових підходів до управління портфелем в умовах зростаючої конкуренції в т.ч. в інших індустріях.

**Єлизавета Андріївна Рудик** — студентка 2-го курсу магістратури механіко-математичного факультету, Київського національного університету імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [lizandra.rudyk@gmail.com](mailto:lizandra.rudyk@gmail.com)

**Валентин Володимирович Собчук** — доктор технічних наук, професор, професор кафедри інтегральних та диференціальних рівнянь, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [sobchuk@knu.ua](mailto:sobchuk@knu.ua)

## On the finiteness problem for automaton groups over a binary alphabet

**A. Russyev**

Let  $X$  be a finite non-empty set. Denote by  $X^*$  the set of all words over the alphabet  $X$  including the empty word  $\Lambda$ . The length of word  $w \in X^*$  is denoted by  $|w|$ .

A finite invertible automaton  $A$  over the alphabet  $X$  is a tuple  $A = (X, Q, \varphi, \lambda)$ , where  $Q$  is a finite set of states,  $\varphi : Q \times X \rightarrow Q$  is a transition map,  $\lambda : Q \times X \rightarrow X$  is an output map, and for each state  $q \in Q$ , the map  $\pi_q : X \rightarrow X$  given by  $\pi_q(x) = \lambda(q, x)$  is a permutation. The automaton  $A$  is called degenerate if there exists a permutation  $\rho$  such that  $\pi_q = \rho$  for all states  $q \in Q$ .

The transition and output maps of the automaton  $A$  can be extended to the set  $Q \times X^*$ . For  $q \in Q$ ,  $w \in X^*$  and  $x \in X$  we set

$$\begin{aligned}\varphi(q, wx) &= \varphi(\varphi(q, w), x), & \varphi(q, \Lambda) &= q, \\ \lambda(q, wx) &= \lambda(q, w)\lambda(\varphi(q, w), x), & \lambda(q, \Lambda) &= \Lambda.\end{aligned}$$

The extension of the output map defines a map  $f_q : X^* \rightarrow X^*$  for every state  $q \in Q$  given by  $f_q(w) = \lambda(q, w)$ . The group generated by the set  $\{f_q : q \in Q\}$  is denoted by  $G(A)$  and called the automaton group generated by  $A$ .

The nucleus of the automaton  $A$  is a subset of the set  $Q$  defined by

$$\mathcal{N}(A) = \bigcap_{n \geq 0} \{ \varphi(q, w) : q \in Q, w \in X^*, |w| \geq n \}.$$

**Theorem 1.** Let  $A = (Q, X, \varphi, \lambda)$  be an invertible automaton over a binary alphabet  $X$  such that  $\mathcal{N}(A) = A$ . Suppose that there exist states  $q_1, q_2 \in Q$  and letters  $x_1, x_2 \in X$  such that  $\varphi(q_1, x_1) = \varphi(q_2, x_2)$  and  $\pi_{q_1} \neq \pi_{q_2}$ . Then  $G(A)$  is infinite.

Let  $\mathcal{A}_n^\circ$  denote the set of non-degenerate invertible automata  $A$  with  $n$  states,  $n \geq 2$ , over the binary alphabet  $\{0, 1\}$  such that  $\mathcal{N}(A) = A$ . Let  $\mathcal{F}_n^\circ$  be its subset of automata which do not satisfy the conditions of Theorem 1.

**Theorem.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} |\mathcal{F}_n^\circ|/|\mathcal{A}_n^\circ| = 0$ .

**Andriy Russyev** — assistant, Faculty of Mechanics and Mathematics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [andriyrussyev@knu.ua](mailto:andriyrussyev@knu.ua)



# Методи машинного навчання в актуарному резервуванні

М. Савченко

В роботі розглядаються методи розрахунку резерву страхової компанії, який виник, але не був заявлений (IBNR). З усіх можливих методів розрахунку даного резерву (ланцюговий, Метод Борнхуеттера-Фергюсона, Кейп-код метод, адитивний метод, метод Бенкандера) більш детально досліджуються ланцюговий метод і метод Борнхуеттера-Фергюсона.

Аналітично на згенерованих методом Монте Карло даних рахується резерв за концепцією Борнхуеттера-Фергюсона. Оцінка сумарного збитку для  $i$ -го року настання події за методом Борнхуеттера-Фергюсона можна записати таким чином:

$$\hat{C}_{in}^{BF} = C_{i,n-i+1} + \lambda \pi_i \left( 1 - \frac{1}{\prod_{k=n-i+1}^n \hat{f}_k} \right), \quad 2 \leq i \leq n,$$

а величину відповідного резерву так:

$$\hat{R}_i^{BF} = \lambda \pi_i \left( 1 - \frac{1}{\prod_{k=n-i+1}^n \hat{f}_k} \right), \quad 2 \leq i \leq n.$$

- $C_{i,n-i+1}$  — спостережуване значення виплат у рік  $(i, n-i+1)$ ;
- $\lambda \pi_i$  — апіорна оцінка ще не виплачених збитків у рік  $i$ , де  $\lambda$  — це апіорна оцінка загальної величини збитків, а  $\pi_i$  — частка цих збитків, які ще залишилися до виплати (на основі моделі розвитку).
- $\hat{f}_k$  — development factor для  $k$ -го періоду;
- $\hat{R}_i^{BF}$  — відповідний резерв для  $i$ -того періоду спостереження;

У роботі вивчається, наскільки ефективнішою для прогнозування необхідного резерву є побудована нейронна мережа.

---

## Список літератури

- [1] В. П. Зубченко, Р. Є. Ямненко: Статистичні методи у ризиковому страхуванні, 2023, Київ, Україна.

---

## Автори

**Марина Русланівна Савченко** — студентка 2-го курсу магістратури, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [mariposa@knu.ua](mailto:mariposa@knu.ua)

## Марковське трисимвольне зображення чисел та його застосування в конструктивній теорії локально складних функцій

Д. Сергійко

Нехай  $A_{s-1} \equiv \{0, 1, \dots, s-1\}$  — алфавіт,  $L_s = A_s \times A_s \times \dots$  — простір послідовностей елементів алфавіту,  $q_0, q_1, \dots, q_{s-1}$  — фіксований набір додатних дійсних чисел такий, що  $q_0 + q_1 + \dots + q_{s-1} = 1 \quad \forall i \in A$ ,  $\|q_{ij}\|$  — стохастична матриця, де  $q_{i0} + q_{i1} + \dots + q_{i[s-1]} =$

1,  $\forall i \in A_s$ , яка не містить нулів ( $q_{ij} > 0$ ). Тоді для довільного числа  $x \in [0; 1]$  існує послідовність  $(\alpha_n) \in L_s$  така, що

$$x = \beta_{\alpha_1} + \sum_{k=1}^{\infty} \beta_{\alpha_k \alpha_{k+1}} \prod_{j=1}^{k-1} q_{\alpha_j \alpha_{j+1}} = \Delta_{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_k \dots}^{M_s}, \quad (1)$$

де  $\beta_{\alpha_k \alpha_{k+1}} \equiv q_{\alpha_1} \sum_{i=0}^{\alpha_{k+1}-1} q_{\alpha_k i}$ ,  $\beta_0 \equiv 0$ ,  $\beta_1 \equiv q_0, \dots, \beta_{s-1} \equiv \sum_{i=0}^{s-2} q_i$ . Розклад числа  $x$  в ряд (1) називається марковське  $M_s$ -представлення числа, а скорочений запис  $\Delta_{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_k \dots}^{M_s}$  – його  $M_s$ -зображення.

Об'єктом розгляду є функція  $f$ , означена на  $[0; 1]$  рівністю

$$f(x = \Delta_{\alpha_1 \dots \alpha_n \dots}^{M_3}) = \Delta_{\gamma_1 \dots \gamma_n \dots}^{M_2}, \quad \text{де} \quad (2)$$

$$\gamma_1 = \begin{cases} 0, & \text{при } \alpha_1 = 0, \\ 1, & \text{при } \alpha_1 \neq 0, \end{cases} \quad \gamma_{n+1} = \begin{cases} \gamma_n, & \text{при } \alpha_n = \alpha_{n+1}, \\ 1 - \gamma_n, & \text{при } \alpha_n \neq \alpha_{n+1}, \end{cases} \quad n \in N. \quad (3)$$

Дана функція є аналогом неперервної ніде не диференційовної Трибін-функції, означеної у термінах  $Q_s$ -зображення чисел, що вивчалась у роботі [2].

**Теорема.** Функція  $f$  є неперервною ніде не монотонною функцією необмеженої варіації на усій області визначення.

У доповіді пропонуються результати дослідження структурних, варіаційних та фрактальних властивостей функції  $f$ .

#### Список літератури

- [1] Працьовитий О. М. Про один специфічний спосіб кодування дійсних чисел та його застосування. – Київ: НПУ імені М. П. Драгоманова, №3, 2008. – с. 57-67.
- [2] Працевитий Н.В. Непрерывные канторовские проекторы // Методы исследования алгебраических и топологических структур. – К.: КГПИ, 1989. – С.95-105.

#### Автори

Дар'я Сергійко — Український державний університет імені Михайла Драгоманова, Київ, Україна; E-mail: [21fmf.d.serhiiko@std.npu.edu.ua](mailto:21fmf.d.serhiiko@std.npu.edu.ua)

## Ефективність гіпотези про співвідношення частот антисиметричної і осесиметричної форм коливань рідини з вільною поверхнею при кутових коливаннях резервуара

Л. Слойка

Розглядається задача про кутові коливання системи "резервуар - рідина з вільною поверхнею" на маятниковому підвісі. На відміну від задачі про поступальний рух тіла носія задача значно поскладнюється і доводиться шукати потенціал руху рідини  $\Phi$  у формі

$$\Phi = \phi_0 + \vec{\varepsilon} \cdot \vec{r} + \vec{\omega} \cdot \vec{\Omega},$$

де  $\phi_0$  – потенціал хвильового руху рідини,  $\dot{\varepsilon}$  – швидкість поступального а  $\bar{\omega}$  – кутового руху тіла носія;  $\bar{\Omega}$  потенціал Стокса-Жуковського. Необхідність додаткового введення векторного потенціалу значно поскладнює задачу і є мало дослідженим кутового руху тіл з рідиною в нелінійній постановці.

Було розглянуто задачу про силове збудження руху системи із стану спокою силовим імпульсом сінусоїдальної форми. Проаналізовано результат розрахунків зміни амплітуд коливань рідини за антисиметричною і осесиметричною формами для резервуара радіусом 1 м, глибиною заповнення 2 м і при довжині підвісу 5 м. Відповідні частоти антисиметричної і осесиметричної форм є 4,524 і 6,032, тобто їх відношення приблизно 3/4. Це значно відрізняється від прийнятої в методах, основаних на використанні принципу Бейтмена-Люка, де апріорно приймається відношення 1/2. Вказаний приклад свідчить про потребу в корекції наперед прийнятої гіпотези.

---

## Автори

**Любомир Ігорович Слойка** — студент 2-го курсу магістратури, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [lyubomyr.sloika@gmail.com](mailto:lyubomyr.sloika@gmail.com)

# Обчислення функцій Ляпунова, нейромережі та аналіз стійкості систем диференціальних рівнянь

**В. О. Скриник**

Розглядається  $n$ -мірна система диференціальних рівнянь

$$\dot{x} = f(x) \quad (1)$$

з асимптотично стійким положенням рівноваги  $x = 0$ . Тоді відомо, що існує функція Ляпунова

$$V : V \in C^1(O_\delta(0)), \exists \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \in \mathcal{K} : \quad (2)$$

$$\alpha_1(\|x\|) \leq V(x) \leq \alpha_2(\|x\|),$$

$$(\nabla V(x), f(x)) \leq -\alpha_3(\|x\|),$$

де клас  $\mathcal{K}$  - це неперервні, монотонно зростаючі на  $[0, +\infty)$  функції, які дорівнюють нулю при  $x = 0$ . Хоча обернена теорема Ляпунова гарантує існування такої функції, проте її побудова для складних нелінійних систем залишається нетривіальним завданням. У роботі [1] запропоновано підхід на основі нейромереж, що дозволяє наближено знаходити функції Ляпунова для спеціальних класів задач, де можливе їх представлення у розщепленому вигляді. Це дозволяє представити (2) через нейромережу, що відкриває нові можливості для аналізу та стійкості складних систем.

У цій роботі досліджуються лінеаризовані частини систем диференціальних рівнянь, для яких (2) будуються традиційними методами, з використанням відомих аналітичних підходів. Отримані результати порівнюються з підходами на основі нейромереж, що апроксимують функції Ляпунова. Особливу увагу приділено застосуванню теорії стійкості за допомогою функцій Ляпунова до лінійних та нелінійних систем.

Показано, що для лінеаризованих систем традиційні методи дозволяють отримати (2), яка, принаймні локально в околі точок рівноваги, збігається з результатами, отриманими за допомогою нейромереж. До того ж, традиційні методи є більш ефективними з обчислювальної точки зору. Це підтверджує доцільність їх застосування для локального аналізу стійкості.

---

## Список літератури

---

- [1] Lars Grune, Computing Lyapunov functions using deep neural networks (2021).
- 

## Автори

---

**Владислав Олегович Скриник** — студент 4-го курсу, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [skrynyk\\_vlad@knu.ua](mailto:skrynyk_vlad@knu.ua)

# Знаходження меж границь збіжних числових послідовностей та сум рядів

**Є. А. Таргонська, А. Л. Таргонський**

Дана робота присвячена новому методу знаходження меж границі збіжної послідовності, що задовольняє певним умовам. Також, на основі результатів про межі границі збіжної послідовності, отримано новий метод наближеного знаходження суми числового ряду із довільними членами, що задовольняє певним додатковим умовам. При цьому в одному частинному випадку вдалося створити метод точного знаходження суми ряду. Зараз наведемо тільки теорему про межі границі збіжної послідовності. Зауважимо, що цей результат узагальнює результати роботи [1].

Теорема 1. Дано збіжну послідовність  $x_0, x_1, \dots, x_{t-1}, x_t, \dots, x_{2t-1}, \dots$  таку, що при фіксованому  $t \in \mathbb{N}$  її підпослідовності  $\{x_{2nt+q}\}_{n=0}^{\infty}$  при  $q = 0, 1, \dots, t-1$  є зростаючими, а при  $q = t, t+1, \dots, 2t-1$  — спадними. Також

$$\max_{i=0,1,\dots,t-1} x_i < \min_{j=t,t+1,\dots,2t-1} x_j$$

та при всіх  $n \geq t$  справджується нерівність

$$m \leq \frac{x_n - x_{n-t}}{x_n - x_{n+t}} \leq l, 1 < m \leq l.$$

Тоді

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n \in \left[ \max_{i=0,1,\dots,t-1} \left( \frac{(lm-l)(x_{i+t}-x_i)}{lm-1} + x_i \right); \min_{i=0,1,\dots,t-1} \left( \frac{(lm-m)(x_{i+t}-x_i)}{lm-1} + x_i \right) \right].$$

---

## Список літератури

---

- [1] Котельникова В.Г. Отримання ознаки збіжності числового ряду на основі задач про границі числових послідовностей / 3 етап Всеукраїнського конкурсу-захисту МАН, секція “прикладна математика”, 2018. 35 с.
- 

## Автори

---

**Єлизавета Андріївна Таргонська** — Відокремлений підрозділ «Науковий ліцей Житомирського державного університету імені Івана Франка», Житомир,

## Про уточнення характеристичної нерівності для норм $\varphi$ -субгауссових випадкових величин

**Д. В. Тихоненко, Р. Є. Ямненко**

На просторі  $\varphi$ -субгауссових випадкових величин можна задавати різні норми, зокрема такі як:

$$\tau_{\varphi}(\xi) = \inf\{a \geq 0: \mathbf{E} \exp(\lambda \xi) \leq \exp(\varphi(a\lambda)), \lambda \in \mathbb{R}\},$$

$$\theta_{\varphi}(\xi) = \sup_{n \geq 2} |\mathbf{E} \xi^n|^{\frac{1}{n}} \frac{\varphi^{-1}(n)}{n},$$

$$\nu_{\varphi}(\xi) = \sup_{n \geq 2} |\mathbf{E} \xi^n|^{\frac{1}{n}} \frac{\varphi^{-1}(n)}{(n!)^{\frac{1}{n}}}.$$

Для цих норм справедливі такі характеристичні нерівності [1]:

$$\begin{aligned} \tau_{\varphi}(\xi) &\geq \frac{1}{\sqrt{2}} \theta_{\varphi}(\xi), \quad \tau_{\varphi}(\xi) \geq \frac{1}{e\sqrt{2}} \nu_{\varphi}(\xi), \\ \nu_{\varphi}(\xi) &\geq \theta_{\varphi}(\xi), \\ \nu_{\varphi}(\xi) &\leq \exp\left(\frac{49}{48}\right) \theta_{\varphi}(\xi) \end{aligned} \tag{1}$$

та ін. Зокрема, (1) отримано, використовуючи відому оцінку для залишкового члена  $|\theta_n| \leq \frac{1}{12^n}, n \geq 2$ , із відомої формули Стірлінга

$$n! = \sqrt{2\pi n} (n/e)^n e^{\theta_n}.$$

У роботах [2, 3] наведено кращі межі для  $\theta_n$ , що дозволяє уточнити як (1) так і низку інших нерівностей для  $\varphi$ -субгауссових випадкових величин.

---

### Список літератури

- [1] Василик О.І., Козаченко Ю.В., Ямненко Р.Є.  $\varphi$ -субгауссові випадкові процеси: монографія. – К.: Видавничо-поліграфічний центр “Київський університет”, 2008.
- [2] Paul R. Beesack. Improvements of Stirling’s formula by elementary methods. *Publikacije Elektrotehnickog Fakulteta. Serija Matematika i Fizika*, 1969, Vol. 274/301, pp. 17–21.
- [3] L. Lin. On Stirling’s formula remainder, *Applied Mathematics and Computation*, 2014, Vol. 247, pp. 494–500.

---

### Автори

**Дмитро Володимирович Тихоненко** — аспірант, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ,

## Закони одинарного логарифма для "розклеєних" процесів відновлення

І. О. Фещенко

Позначимо через  $(S_n)_{n \in \mathbb{N}}$  стандартне випадкове блукання з невід'ємними стрибками. Нехай  $(T_n)_{n \in \mathbb{N}}$  є послідовністю незалежних випадкових величин, при цьому для кожного  $i \in \mathbb{N}$  величина  $T_i$  має той самий розподіл, що і  $S_i$ . Випадковий процес  $(\hat{N}(t))_{t \geq 0}$ , визначений як  $\hat{N}(t) := \sum_{n \geq 1} \mathbb{1}_{\{T_n \leq t\}}$ , є аналогом стандартного процесу відновлення і відомий як "розклеєний" (decoupled) процес відновлення. Крім того, для кожного  $t > 0$  випадкова величина  $\hat{N}(t)$  представляє собою суму незалежних індикаторів з нескінченним числом доданків.

З використанням результатів статті [1] нами було отримано три різних закони одинарного логарифма для  $\hat{N}(t)$  за припущень, що

- дисперсія  $S_1$  є додатною та скінченною;
- дисперсія  $S_1$  є нескінченною, проте розподіл  $S_1$  належить області притягання нормального розподілу;
- розподіл  $S_1$  належить області притягання  $\alpha$ -стійкого розподілу для  $\alpha \in (1, 2)$ .

Дане дослідження було підтримане Національним фондом досліджень України (проект 2023.03/0059 «Внесок до сучасної теорії випадкових рядів»).

---

### Список літератури

- [1] D. Buraczewski, A. Iksanov and V. Kotelnikova, *Laws of the iterated and single logarithm for sums of independent indicators, with applications to the Ginibre point process and Karlin's occupancy scheme* // Stochastic Processes Appl. – 2025 – Vol. 183, article no. 104597.

---

### Автори

**Ірина Олексіївна Фещенко** — студентка 2-го курсу магістратури, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [irynafeshchenko@knu.ua](mailto:irynafeshchenko@knu.ua)

## Testing statistical hypotheses about the relationship between blood groups and various indicators

А. Tsarenko

In today's world, different branches of science are constantly developing and many scientists are trying to explore as much as possible everything around us. One example of something that may be of interest is the search for patterns in the human body between its physiological and social, behavioral, etc. characteristics. In particular, it is worth highlighting such a characteristic as blood type. It is important in the medical field and can directly affect the human body.

In this work we conducted several studies to test the hypotheses about the relationship between blood types/resistance factor and such indicators as a student's GPA,

chronotype (owl/lark), personality (extrovert/introvert), incidence of illness (per year), the level of stress resistance by which students evaluate themselves, and taste preferences.

First of all, we studied the average score. We have found the appropriate distribution of the data, built various graphs and histograms, and tested hypotheses about the distribution using the Shapiro-Wilk and Kolmogorov-Smirnov tests. To check the dependence on blood groups, we used Fisher's F-test (testing the homogeneity of the mathematical expectation) and Levene's test (testing the homogeneity of variance).

Then, the dependence between blood types/resistance factor and categorical variables such as chronotype, incidence, stress resistance, and taste preferences was investigated. Frequency histograms were plotted and various tests were applied, including Fisher's exact test,  $\chi^2$  test, and modified  $\chi^2$  test with Yates' correction.

In addition, it was investigated whether blood types affect a students' taste preferences (meat or fish, or neither). The investigation was performed using all the tests mentioned above. Moreover, we considered the homogeneity of samples of students with different types of taste preferences (Fisher's exact test was also used here).

## Автори

**Anna Tsarenko** — 4th year student, Faculty of Mechanics and Mathematics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [anichkatsarenko@knu.ua](mailto:anichkatsarenko@knu.ua)

# Probabilistic Approach to the Study of Boundedness of Solutions of One Type of the First-Order Semilinear Difference Equations

**A. Chaikovskiy, O. Liubimov**

We investigate the sufficient conditions for the boundedness of solutions of the semilinear difference equation in complex numbers

$$x(n+1) = ax(n) + f(x(n)) + y(n), \quad n \geq 1 \quad (*)$$

in critical case  $|a| = 1$ .

We introduce the following **Assumptions** (A).

- The function  $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  and the input sequence  $\{y(n)\}_{n \geq 1}$  are assumed to be bounded.
- $\operatorname{Re} \left( \overline{f(\rho e^{2\pi i \theta})} \cdot a e^{2\pi i \theta} \right)$  converges uniformly on  $[0, 1) \ni \theta$  to some real-valued function  $\Phi(\theta)$  as  $\rho \rightarrow +\infty$ .

Combining the celebrated results of the probability and ergodic theory with the geometric consideration of the problem, we show that under fairly general conditions this difference equation has all the solutions bounded.

Our main result is the following theorem.

**Theorem.** Suppose that the assumptions (A) hold. If  $\frac{\arg a}{2\pi}$  is irrational, function  $\Phi$  is Riemann-integrable and, in addition, there exists some constant  $\beta < 0$  such that condition

$$\frac{1}{N} \left| \sum_{n=1}^N y(n) e(-n\varphi) \right| + \int_{[0,1)} \Phi(s) ds \leq \beta$$

holds for all but finitely many natural numbers  $N$ , then for every  $x(1) \in \mathbb{C}$  the solution  $\{x(n)\}_{n \geq 1}$  of the difference equation (\*) is bounded.

This result is interesting, because it allows the function  $f$  and input sequence  $y(n)$  to have quite "bad" behavior in some sense. In many works, which study the difference equations of the form  $(*)$ , the function  $f$  is assumed to be Lipschitz continuous (for instance, see [2]).

---

### Список літератури

---

- [1] Manfred Einsiedler, Thomas Ward, Ergodic Theory with a view towards Number Theory, Springer, London, 2011. DOI 10.1007/978-0-85729-021-2
  - [2] Regularity of Difference equations on Banach Spaces, Springer, Switzerland, 2014. DOI 10.1007/978-3-319-06447-5
- 

### Автори

---

**Andrii Chaikovs'kyi** — Head of Department of Mathematical Analysis, Faculty of Mechanics and Mathematics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [andriichaikovskiyi@knu.ua](mailto:andriichaikovskiyi@knu.ua)

**Oleksandr Liubimov** — 3rd year student, Faculty of Mechanics and Mathematics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [liubimov\\_oleksandr@knu.ua](mailto:liubimov_oleksandr@knu.ua)

## Local input-to-state stability for the PDE-ODE system

**T. Yusypiv**

Evolutionary systems without uniqueness play an important role in the general theory of infinite-dimensional dynamical systems. The main object of the qualitative theory for such systems is the global attractor, i.e. a compact invariant uniformly attracting set [1]. In paper [2] it was proved that the undisturbed case for the next problem

$$\begin{cases} \frac{du}{dt} = A \triangle u - f(u) + B(x)v(t) + D(x)d_1(t), & x \in \Omega, \quad t > 0 \\ u|_{\partial\Omega} = 0 \end{cases},$$

$$\frac{dv}{dt} = -F(v) + \int_{\Omega} G(x)u(x, t)dx + d_2(t),$$

where  $\Omega \in \mathbb{R}^m$  is bounded domain,  $A$  is  $N \times N$  matrix such that  $\frac{1}{2}(A + A^*) \geq \nu_1 I$ ,  $u = u(x, t) = (u^1, \dots, u^N)$ ,  $v = v(t) = (v^1, \dots, v^M)$  are unknown functions,  $B, D, G \in L^2(\Omega)$  are given matrices of corresponding dimensions,  $d_1 \in L^\infty(0, +\infty; \mathbb{R}^N)$ ,  $d_2 \in L^\infty(0, +\infty; \mathbb{R}^M)$  are incoming "disturbing" signals, and for all  $u, w \in \mathbb{R}^N$ ,  $y \in \mathbb{R}^M$ ,

$$\begin{aligned} f &\in C^1(\mathbb{R}^N; \mathbb{R}^N), F \in C^1(\mathbb{R}^M; \mathbb{R}^M), \\ \sum_{i=1}^N f^i(u)u^i &\geq \nu_2 \cdot \sum_{i=1}^N |u^i|^{p_i} - c_1, \quad \sum_{i=1}^N |f^i(u)|^{\frac{p_i}{p_i-1}} \leq c_2 \left( \sum_{i=1}^N |u^i|^{p_i} + 1 \right), \\ (Df(u)w, w)_{\mathbb{R}^N} &\geq -c_3 \cdot \|w\|_{\mathbb{R}^N}^2, \quad \sum_{i=1}^M F^i(y)y^i \geq \nu_3 \|y\|_{\mathbb{R}^M}^2 - c_4, \end{aligned}$$

$\nu_1, \nu_2, \nu_3, c_1, c_2, c_3, c_4$  are positive constants,  $p_i \geq 2, i = \overline{1, N}$ , has a global attractor, and that this attractor is stable in the sense of local ISS, i.e.  $\exists r > 0, \exists \beta \in \mathcal{KL}, \exists \gamma \in$



$\mathcal{K} \forall \|z_0\|_{\Theta} \leq r, \forall \|d\|_{\infty} \leq r, \forall t \geq 0: \|S_d(t, z_0)\|_{\Theta} \leq \beta(\|z_0\|_{\Theta}, t) + \gamma(\|d\|_{\infty})$ , where  $\mathcal{K}$  and  $\mathcal{KL}$  are well-known classes of function comparisons.

---

### Список літератури

---

- [1] O.V. KAPUSTYAN, V.V. SOBCHUK, T.V. YUSYPIV, A.V. PANKOV, *Robust stability of global attractors for evolutionary systems without uniqueness*, *Journal of optimization, differential equation and their applications (JODEA)*, **30**, 2022. DOI: <http://dx.doi.org/10.15421/142208>
  - [2] O.V. KAPUSTYAN, T.V. YUSYPIV, *Stability Under Perturbations for the Attractor of a Dissipative PDF-ODF-Type System*, *Journal of Mathematical Sciences*, **272**, 2023, 236–243. DOI: <http://doi.org/10.1007/s10958-023-06413-1>
- 

### Автори

---

**Taras Yussyiv** — assistant, Faculty of Mechanics and Mathematics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [taras.yussyiv@knu.ua](mailto:taras.yussyiv@knu.ua)

## Використання алгоритмів машинного навчання для даних з пропусками

**Т. О. Яневич, А. В. Побережець**

У процесі збору та аналізу даних часто виникає проблема пропущених значень. Вони можуть з'являтися з різних причин: технічні збої у системах збору даних, людські помилки під час введення інформації або навіть свідоме небажання респондентів відповідати на певні запитання в опитуваннях. Незалежно від причини, відсутні дані можуть суттєво впливати на результати аналізу, спотворювати висновки та знижувати точність прогнозів. Імпутація – це процес заповнення пропущених значень на основі доступної інформації, що дозволяє мінімізувати викривлення даних та підвищити їхню достовірність. Правильний підхід до імпутації сприяє збереженню статистичної цілісності дослідження та дозволяє отримувати більш надійні результати.

У роботі розглядається алгоритм машинного навчання XGBoost (Extreme Gradient Boosting) для імпутації пропущених даних у порівнянні з такими статистичними методами, як KNN (k-Nearest Neighbors) та імпутація за допомогою регресії. Відповідні методи протестовано на згенерованих даних із використанням повторних випробувань Монте-Карло, а також на даних французьких фермерів за 2022 рік. Пропуски в даних було згенеровано відповідно до трьох типів представлених у статті [1]: MCAR (Missing Completely at Random), MAR (Missing at Random) і MNAR (Missing Not at Random).

Алгоритм машинного навчання показав кращу точність порівняно з традиційними статистичними методами, проте потребує значних обчислювальних ресурсів і часу.

---

### Список літератури

---

- [1] Donald B. Rubin, *Inference and Missing Data*. – Biometrika, 1976.
- 

### Автори

---

**Тетяна Олександрівна Яневич** — доцент кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики, механіко-математичний факультет,

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна;  
E-mail: [tetianayanevych@knu.ua](mailto:tetianayanevych@knu.ua)

**Андрій Вячеславович Побережець** — студент 2-го курсу магістратури, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [poberezhetsandriy@gmail.com](mailto:poberezhetsandriy@gmail.com)

## Методи машинного навчання у обробці даних судових рішень

**Т. О. Яневич, О. В. Побережець**

Починаючи з 2010 року ми можемо спостерігати значний розвиток галузі штучного інтелекту. І сьогодні машинне навчання є одним з найпотужніших методів аналізу даних, який дозволяє будувати моделі навіть в найскладніших випадках таких як обробка природної мови. Одною з задач, з якою часто може зустрітись статистик є задача класифікації тексту, саме ця задача виникає коли справа стосується аналізу рішень суду на основі текстів судової справи.

В роботі розглядається модель трансформера BERT (Bidirectional Encoder Representations from Transformers), як один з найефективніших методів обробки природної мови і класифікації тексту, який був представлений в статті Attention is all you need (2017) [1]. При обробці даних, було використано різні комбінації методів попередньої обробки тексту: токенизація, лематизація, зведення до нижнього регістру та виключення стоп слів, що дозволяє зменшити вплив незмістовної інформації на підгонку моделі для уникнення перенавчання. Також застосовувались різні моделі ембедерів для тексту.

Було проаналізовано дані Єдиного державного реєстру судових рішень України за 2017 рік. В зв'язку з малим обсягом (1466 спостережень) і значною незбалансованістю даних, при навчанні моделі трансформера досягнута точність, при оцінці моделі на тестовій частині даних становить 50%, при наявності 6 класів серед класифікованих даних.

---

### Список літератури

- [1] Ashish Vaswani, Noam Shazeer, Niki Parmar, Jakob Uszkoreit, Llion Jones, Aidan N. Gomez, Lukasz Kaiser, Illia Polosukhin (2017) Attention is all you need, arXiv:1706.03762

---

### Автори

**Тетяна Олександрівна Яневич** — доцент кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [tetianayanevych@knu.ua](mailto:tetianayanevych@knu.ua)

**Олександр Вячеславович Побережець** — студент 2-го курсу магістратури, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [oleksandr.poberezhets@gmail.com](mailto:oleksandr.poberezhets@gmail.com)

# Секція «Прикладна математика, комп'ютерні науки, інженерія програмного забезпечення, системний аналіз»

## Attack-Resistant Recommender Systems

V. O. Arzamastsev

Today, recommender systems are the most commonly used approach for building personalized applications. Unlike other machine learning algorithms, such as LLMs, recommender systems lack a well-defined threat model, a risk assessment framework, and universally accepted security guidelines. As a result, it is currently impossible to conduct security audits of these systems and implement protective mechanisms at the design stage.

This work explores the main approaches used for generating recommendations, proposes a threat model for recommender systems, outlines the most common attacks, provides recommendations for building secure systems, develops a security testing methodology, and experimentally demonstrates the necessity of protective mechanisms.

To achieve this goal, we defined 8 threat categories relevant to recommender systems, analyzed 7 common attacks [1], and improved Bandwagon and Reverse Bandwagon attacks. In addition, we provided a risk assessment framework and security recommendations, following the OWASP Top 10 framework guidelines for Generative AI and LLM [2].

Finally, we conducted an experiment to prove that our methodology can be used to create attack-resistant recommender systems. We executed the improved Bandwagon and Reverse Bandwagon attacks against an SVD-based recommender system trained on the MovieLens 100K dataset. The Bandwagon attack changed the popularity of an item from 0% to 80.4%, and the Reverse Bandwagon attack changed the popularity of an item from 57% to 4%. Next, we applied our methodology to find the vulnerability, rate the risk, and fix the security issue. After that, the impact of the Bandwagon attack was reduced by the factor of 11, and the impact of the Reverse Bandwagon attack was

reduced by the factor of 6.

---

### Список літератури

---

- [1] Springer International Publishing, Switzerland, 2016, C. C. Aggarwal, *Recommender Systems: The Textbook*, p. 392 397.
- [2] OWASP Generative AI and LLM Top-10 Project, 2025, *OWASP Top 10 for Large Language Models*, <https://genai.owasp.org/llm-top-10/>

---

### Автори

---

**Vladyslav Oleksandrovych Arzamastsev** — 2nd-year Master's student, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [arzik66677@gmail.com](mailto:arzik66677@gmail.com)

## Модельовання поширення інформації в соціальних мережах із використанням гібридних агентних підходів

Д. Афонін

З розвитком цифрових технологій соціальні мережі стали основними каналами поширення інформації. Проте динаміка цього процесу залишається складною для прогнозування, особливо в умовах кризових ситуацій, боротьби з фейковими новинами або реалізації маркетингових стратегій. Завданням цього дослідження є розробка ефективної моделі поширення інформації, що враховує структуру соціальних мереж та особливості поведінки користувачів.

Для вирішення цієї задачі пропонується підхід, заснований на гібридній моделі автомата. Розглянемо автомат:

$$A = (Q, V, \delta, S)$$

де:

- $Q$  — скінченна множина трьох станів, а саме:  $S_0$  (неінформований, початковий стан),  $S_1$  (інформований) та  $S_2$  (розповсюджувач);
- $V$  — набір вузлів графу, що відповідає користувачам мережі;
- $\delta$  — ймовірнісна функція переходів, яка задає ймовірність переходу між різними станами;
- $S$  — набір користувачів-агентів, що починають поширювати інформацію (їх стан одразу міняється на  $S_2$ ).

Соціальна мережа подається у вигляді неорієнтованого графу, де вузли - користувачі, а зв'язки - шляхи поширення інформації. Для задання ймовірнісної функції використаємо моделі змішаного впливу, що дозволить отримати більш наближений до реальності результат. Така модель поєднує можливості ймовірнісних автоматів, що забезпечують швидке моделювання, із детальнішою обробкою агентної взаємодії.

Очікуваний результат дослідження — створення алгоритму, що дозволить ефективно прогнозувати поширення інформації, враховуючи як локальні, так і глобальні фактори взаємодії. Подальша робота передбачає аналіз параметрів моделі та оцінку її ефективності в різних сценаріях.

---

## Автори

---

**Дмитро Ігорович Афонін** — аспірант 1-го року навчання, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [dmytro.afonin@knu.ua](mailto:dmytro.afonin@knu.ua)

# Encrypted kNN Over Composite-order Elliptic Curves

**К. Baibula, A. Anisimov**

This work proposes an encrypted scheme of the  $k$ -nearest neighbors (kNN) algorithm. The scheme and protocol are based on the use of composite-order elliptic curves and the bilinear map (pairing) to enable homomorphic operations on encrypted data. The described protocol is designed to fill the gap that exists in the current state of secure classic machine learning algorithms.

Let  $\mathbf{x}_A = (x_1, x_2, \dots, x_f)$  be an  $f$ -dimensional vector, which Alice wants to classify, without revealing, in Bob's dataset  $X_B$  with labels  $Y_B$ . We use a semi-homomorphic encryption system from [1]:

**KeyGen:** Choose two random generators  $g, u \xleftarrow{R} \mathbb{G}$  and set  $h = u^{q_2}$ . Then  $h$  is a generator of order  $q_1$ . The public key is  $\mathcal{PK} = (n, \mathbb{G}, \mathbb{G}_1, e, g, h)$ . The private key is  $\mathcal{SK} = q_1$ .

**Encrypt**( $\mathcal{PK}, m$ ): To encrypt a message  $m$  using key  $\mathcal{PK}$ , pick a random  $r \xleftarrow{R} \{0, 1, \dots, n-1\}$  and compute  $C = g^m h^r \in \mathbb{G}$ .

**Decrypt**( $\mathcal{SK}, C$ ): To decrypt a ciphertext  $C$  using the private key  $\mathcal{SK} = q_1$ , compute  $C^{q_1} = (g^m h^r)^{q_1} = (g^{q_1})^m$ . Then, compute the discrete log of  $C^{q_1}$  base  $\hat{g}$ .

By encrypting each vector's value, we get:  $\mathbf{C}_{\mathbf{x}_A} = (C_{x_1}, \dots, C_{x_f})$  — encrypted Alice's sample and  $X_{\mathbf{C}_B} = \{\mathbf{C}_{\mathbf{x}_{B_1}}, \dots, \mathbf{C}_{\mathbf{x}_{B_n}}\}$  — encrypted Bob's database, where each  $\mathbf{C}_{\mathbf{x}_{B_i}} = (C_{x_{i,1}}, \dots, C_{x_{i,f}})$ . Then Bob calculates the modified encrypted Euclidean distance like this:

$$\begin{aligned} d_E(\mathbf{C}_{\mathbf{x}_A}, \mathbf{C}_{\mathbf{x}_{B_i}}) &= \prod_{j=1}^f e(\tilde{C}_j, \tilde{C}_j) = \prod_{j=1}^f g_1^{(x_j - x_{i,j})^2} h_1^{\tilde{r}_j} \\ &= g_1^{\sum_{j=1}^f (x_j - x_{i,j})^2} h_1^{\sum_{j=1}^f \tilde{r}_j} \end{aligned}$$

where  $\tilde{C}_j = C_{x_j} / C_{x_{i,j}} = g^{x_j - x_{i,j}} h^{r_j - r_{i,j}}$ . Alice decrypts the resulting distances, gets the  $k$ -nearest vectors, and finds the most common label from the vectors related to  $Y_B$ .

---

## Список літератури

---

- [1] Boneh, Dan and Goh, Eu-Jin and Nissim, Kobbi, *Evaluating 2-DNF Formulas on Ciphertexts*, Theory of Cryptography 2005, pp.325–341

---

## Автори

---

**Kyrylo Baibula** — 1st year Master student, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [velnbur@knu.ua](mailto:velnbur@knu.ua)

**Anatoly Anisimov** — professor, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [ava@unicyb.kiev.ua](mailto:ava@unicyb.kiev.ua)

# Дослідження комбінації 3D Gaussian Splatting та генеративних моделей

В. В. Білявський, Я. В. Терещенко

У сфері 3D-репрезентації та рендерингу значний прогрес досягнуто завдяки 3D Gaussian Splatting (3DGS). Ця технологія усуває обмеження швидкості та редагування Neural Radiance Fields (NeRF), використовуючи явне представлення на основі мільйонів 3D-гауссів. Оптимізований для диференціації та ефективного рендерингу, 3DGS досягає продуктивності в реальному часі, зберігаючи високу візуальну достовірність. 3DGS ефективний для реконструкції сцен із захоплених видів і слугує основою для рендерингу складних 3D-середовищ.[1]

В той час як 3DGS досягає успіху в рендерингу та реконструкції, межа розширюється в бік генеративних підходів, здатних синтезувати нові 3D-середовища. Такі моделі, як MIDI, запроваджують композиційну генерацію 3D-сцен безпосередньо з одного зображення, генеруючи декілька 3D-об'єктів одночасно, фіксуючи міжоб'єктні зв'язки та просторовий контекст. Потенціал полягає в адаптації генеративних фреймворків до репрезентацій, сумісних з 3DGS, дозволяючи здійснювати високоякісний рендеринг повністю синтезованих світів у реальному часі.[2]

Додаткові досягнення у швидкому розумінні 3D-зображень також впливають на генеративний ландшафт. Методи, як VGGT, демонструють здатність виводити атрибути 3D-сцени з декількох зображень за один прохід. Хоча VGGT в основному реконструює, його здатність швидко створювати точну 3D-структуру підкреслює зростаючу здатність нейронних мереж інтерпретувати 3D-геометрію. Ці методи швидкої реконструкції можуть допомагати генеративним моделям створювати 3D-гауссові сцени, задаючи їм правильну структуру та геометрію, щоб згенеровані сцени виглядали більш реалістично.[3]

Інтеграція цих досягнень представляє перспективний напрямок досліджень: використання генеративних моделей для безпосереднього синтезу параметрів 3D-гауссів. Таке поєднання обіцяє творчий потенціал генеративного ШІ в поєднанні з високою точністю рендерингу 3DGS. Синергія між генеративними методами та явними представленнями, такими як 3DGS, прокладає шлях до інтерактивних 3D-додатків та інструментів створення контенту.

---

## Список літератури

---

- [1] A Survey on 3D Gaussian Splatting, <https://arxiv.org/abs/2401.03890>
  - [2] MIDI: Multi-Instance Diffusion for Single Image to 3D Scene Generation, <https://arxiv.org/abs/2412.03558>
  - [3] VGGT: Visual Geometry Grounded Transformer, <https://arxiv.org/abs/2503.11651>
- 

## Автори

---

**Віктор Вікторович Білявський** — студент 1-го курсу магістратури, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [viktorbiliavskiy03@gmail.com](mailto:viktorbiliavskiy03@gmail.com)

**Ярослав Васильович Терещенко** — асистент, доктор філософії, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [y.tereshchenko@knu.ua](mailto:y.tereshchenko@knu.ua)

## Fault-tolerance and reliability in PARCS Kubernetes

O. Bohusevych, O. Derevyanchenko

PARCS is a technology based on the control space concept, which allows solving

parallel computation tasks in a distributed environment. Using the **Kubernetes** platform to implement PARCS, as suggested in [1], opens room for enhanced reliability and fault-tolerance. In conjunction with **Azure** reliability services, PARCS Kubernetes can be used to run mission-critical workloads.

Reliability in PARCS Kubernetes starts with code release. Kubernetes supports blue-green deployment, rolling updates, canary releases and feature flags. It also allows setting pod distribution budgets to have a defined number of available pods during an update. There are readiness and liveness probes to determine if a deployment was successful or if a container is still functional. Increased load can be managed using load balancers and CPU/Memory-based cluster autoscaling.

When deployed on Azure, a Kubernetes cluster can use **Accelerated Networking** and **Azure Backup** to ensure low latency and geo-replication of cluster resources. To mitigate data centre failures, Azure offers availability zones - separated groups of data centres. There are also regional disaster recovery deployment models:

- **Active-Active:** Two AKS clusters in separate Azure regions with **Azure Front Door** as a global load balancer.
- **Active-Passive:** Azure Front Door routes traffic to the primary region and redirects it to the secondary region if the primary fails.
- **Passive-Cold:** Similar to Active-Passive, but the cold-region cluster is deployed manually only in case of failure.

One can also use real-time metrics, logs and alerts accompanied by application-level design patterns like retries, circuit breakers, compensating transactions, rate limiting, throttling and event sourcing to enhance the reliability even further.

---

#### Список літератури

---

- [1] Bohusevych, O., Derevyanchenko, O. Leveraging K8s to implement PARKS.NET. Bulletin of Taras Shevchenko National University of Kyiv Series Physics and Mathematics 79(2):41-48 (2024).

---

#### Автори

---

**Oleksii Bohusevych** — 2nd year graduate student, Faculty of Cybernetics and Computer Science, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Ukraine; E-mail: [oleksii.bohusevych@knu.ua](mailto:oleksii.bohusevych@knu.ua)

**Oleksandr Derevyanchenko** — PhD Ph. & Math., Department of Math. Informatics, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Ukraine; E-mail: [olexandrder@knu.ua](mailto:olexandrder@knu.ua)

## Natural Language to SQL: An Agent-Based Approach for Intuitive Database Interactions

R. Bozhko

SQL databases remain fundamental to modern information systems, yet creating intuitive interfaces for non-technical users to query these databases continues to be challenging. In this work, we present a comprehensive agent-based solution that enables natural language interactions with SQL databases, effectively bridging the gap between human inquiry and structured data retrieval.

Our approach implements a multi-step workflow agent built on the LangGraph framework [1] that transforms natural language questions into accurate SQL queries and meaningful responses. The agent follows a deliberate sequence of operations: identifying relevant database tables, retrieving schema information, generating syntactically correct queries, validating those queries for common errors, executing them, and formulating human-readable answers from the results.

The implementation utilizes a specialized toolkit containing three primary tools: a table lister, a schema retriever, and a query execution engine. These components are orchestrated through a directed graph workflow that incorporates intermediate reasoning steps to ensure query accuracy. The agent leverages the GPT-4o language model to make contextual decisions throughout the process, particularly when determining table relevance and constructing appropriate queries.

Evaluation results demonstrate that our multi-step agent outperforms previous SQL agent implementations in response accuracy. The system was tested using the Chinook sample database [2], which models a digital media store with interconnected tables representing various business entities.

---

### Список літератури

---

- [1] LangGraph: A framework for building stateful, structured reasoning systems with LLMs. LangChain, 2024, <https://www.langchain.com/langgraph>.
  - [2] Chinook Database: A sample database for SQL Server, Oracle, MySQL, and other relational database systems modeling a digital media store. 2023, <https://github.com/lerocha/chinook-database>
- 

### Автори

---

**Roman Bozhko** — 1st year Master student, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [rm.bozhko@gmail.com](mailto:rm.bozhko@gmail.com)

## Automation of decision-making in early warning systems

**R. Vasylyshyn**

In modern times, the ability to predict future extreme events, related to climate change, is the priority in vulnerable community protection. Disasters such as floods, droughts, storms, hurricanes, and technogenic catastrophes kill millions of people around the world. Frontline operators and emergency commanders have to make crucial decisions quickly. That is why the speeding method of huge data processing with artificial intelligence usage has become a relevant topic in science.

One direction of it is an automation process of decision-making in early warning systems, which is shown in my work. The main goal is to explore whether the applying of AI in emergency decision-making is effective.

In the work the current benefits of decision-making automation are represented:

- a) The process of detection as well as monitoring of future threats is quicker;
- б) AI can deliver warnings faster and enhance communication;
- в) Disaster risk knowledge can be sufficiently advanced;
- г) Artificial intelligence can create real-time simulation models that help to take actions according to circumstances;
- д) The usage of automation in early warning systems makes knowledge about potential danger more achievable for people [1].

However, understanding all the benefits of artificial intelligence usage cannot be considered without potential risks. For example, there is a danger of excessive formalism in the procedure of decision-making. Also, the application of LLM for automation in real-time data analysis of the potential consequences showed a probability of false and missed alerts [2].

At the same time, the ethical side of decision-making artificial intelligence tools utilization has remained one of the most discussed issues in modern science. Because AI models have to proceed with exploring potential dangers without data distortion based



on biases that exist or will be created in the future. Because there is the threat of wrong data representation while training systems.

In scientific paper described why artificial intelligence has to be ethically guided to ensure that technology is used responsibly and the algorithm is transparent.

---

#### Список літератури

---

- [1] Chen, M. et al. (2024) Enhancing emergency decision-making with knowledge graphs and large language models. *International Journal of Disaster Risk Reduction*. Vol.113, <https://doi.org/10.1016/j.ijdr.2024.104804>
- [2] Elia, de R., et al. (2023) Early warning systems and end-user decision-making: A risk formalism tool to aid communication and understanding. *Risk Analysis*. Vol.44 (5), p. 1128-1142.

---

#### Автори

---

**Roman Vasylyshyn** — postgraduate, National University of Water and Environmental Engineering, Rivne, Ukraine; E-mail: [romanlavandos@gmail.com](mailto:romanlavandos@gmail.com)

## Дифузія інноваційних прикладних розробок на основі принципу різнотипності

**М. Васильчук, В. Заславський**

Принцип різнотипності [1], як реалізація різноманіття, вперше був застосований при вирішенні задач оптимального різнотипного резервування в космічній галузі, подовжуючи термін служби апаратів. Його інноваційність полягає у поєднанні різних методів і алгоритмів, що знаходять застосування у виявленні дефектів критичної інфраструктури, формуванні енергетичних портфелів компаній, аналізі шахрайських транзакцій.

Поєднання алгоритмів і стратегій у бізнес-процесах управління складними системами за допомогою інформаційно-аналітичних систем дозволяє досягати оптимальних результатів, враховуючи змінні умови та непередбачувану поведінку об'єктів, що сприяє створенню адаптивних систем. Так для ефективної навігації використовуються різнотипні підходи, що поєднують алгоритми теорії графів та методи машинного навчання для прогнозування трафіку в реальному часі [2]. Цей підхід дозволяє уникати перешкод, зменшувати затримки через затори чи аварії, скорочувати час поїздки та знижувати вуглецевий слід. В управлінні запасами поєднуються детерміновані та стохастичні моделі. Детерміновані, зокрема ЕОQ, оптимізують обсяги замовлень за стабільних умов, тоді як стохастичні враховують випадкові коливання попиту та оцінюють ризики методом Монте-Карло. Комбінація цих підходів забезпечує гнучке балансування запасів у змінних умовах [3].

Використання різнотипних підходів у бізнес-процесах сприяє оптимізації результатів і адаптації систем до змінних умов. Такий підхід підвищує ефективність і гнучкість управління системами.

---

#### Список літератури

---

- [1] Заславський В.А. Принцип різнотипності та особливості дослідження складних систем з високою ціною відмови / Вісник Київського університету, Серія: Фізико-математичні науки.- 2006.-№1. С.136-147
- [2] Marchenko, O., Viunenko, O., Nechai, I. (2024). Digital identification and pattern recognition capabilities using machine learning methods, navigation systems, and

video surveillance. *Technology Audit and Production Reserves*, 1 (2 (75)), 6–13. doi: <https://doi.org/10.15587/2706-5448.2024.297044>

- [3] Fadhil, M. (2021). Inventory Planning for XYZ Mart using EOQ and Monte Carlo. *IPTEK Journal of Proceedings Series*.

---

## Автори

---

**Микола Володимирович Васильчук** — студент 1-го курсу магістратури, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [nikolay\\_vsk@knu.ua](mailto:nikolay_vsk@knu.ua)

**Володимир Анатолійович Заславський** — доктор технічних наук, професор, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [zas@unicyb.kiev.ua](mailto:zas@unicyb.kiev.ua)

# Аналіз популярності та використання веб-фреймворків за допомогою часових рядів

О. Веретьонкін

У роботі розглядається динаміка популярності провідних веб-фреймворків (зокрема, React, Angular, Vue.js, Svelte, Next.js, Nuxt, Astro тощо) на основі аналізу часових рядів. Для дослідження використовуються відкриті дані з Google Trends, GitHub, Stack Overflow, npm та інших репрезентативних джерел за останні 5–10 років.

Мета дослідження: виявлення трендів, циклічності, сезонності та довгострокових зрушень у популярності фреймворків, що дозволяє краще зрозуміти еволюцію технологій у веб-розробці. Особлива увага приділяється порівняльному аналізу фреймворків з урахуванням зовнішніх чинників (релізів нових версій, змін парадигм розробки, впливу великих компаній).

Методологія дослідження включає обробку часових рядів із застосуванням ковзного середнього, декомпозиції, автокореляційного аналізу та ARIMA-моделювання. Також планується використання методів машинного навчання для прогнозування популярності технологій у найближчі роки.

Очікувані результати:

- визначення життєвого циклу веб-фреймворків;
- побудова прогнозів їх подальшого розвитку;
- рекомендації щодо вибору технологій залежно від специфіки проєктів.

Отримані висновки будуть корисними як для розробників, так і для компаній, що приймають стратегічні рішення щодо технологічного стеку.

---

## Список літератури

---

- [1] Sparkle Web Help. Which frontend framework will dominate in 2025? [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://medium.com/@sparklewebhelp/which-front-end-framework-will-dominate-in-2025-9e28baf940> (дата звернення: 22.03.2025).
- [2] Башовий, В. М., Стаценко, В. В., Стаценко, Д. В. (2023). DETERMINING OF MODERN FRAMEWORKS SPEED FOR CREATING WEB-INTERFACES. *Technologies and Engineering*, (4), 9–16. DOI: <https://doi.org/10.30857/2786-5371.2022.4.1>.
- [3] Frontend Frameworks Roadmap [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://roadmap.sh/frontend/frameworks> (дата звернення: 22.03.2025).

---

## Автори

---

**Олексій Сергійович Веретьонкін** — студент 1-го курсу, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [alexveretenkin@gmail.com](mailto:alexveretenkin@gmail.com)

# Створення водяних знаків в аудіоданих за допомогою нейронних кодеків

**Н. Д. Віннічук**

Застосування цифрових водяних знаків у аудіоданих є перспективним розв'язком таких актуальних проблем, як запобігання шахрайству з використанням згенерованого мовлення та виявлення неавторизованого поширення звукозаписів. Нещодавній розвиток нейронних кодеків ставить під загрозу традиційний принцип нанесення водяних знаків, що полягає у додаванні якнайменш чутного шуму, та за яким працюють і сучасні системи на основі нейронних мереж на кшталт AudioSeal [1]. Під час дослідження було виявлено, що стиснення та розтиснення аудіосигналу за допомогою нейронного кодеку Descript [2] (DAC) знижує рівень впевненості у наявності водяного знаку AudioSeal серед різноманітних записів людського мовлення, у тому числі згенерованого, у середньому на 30%, при цьому мінімально впливаючи на сприйняття сигналу людиною.

Результатом дослідження є новий підхід до створення водяних знаків, перевірений реалізацією мовою Python. Підхід полягає у створенні кількох споріднених репрезентацій аудіосигналу у прихованому дискретному просторі ознак DAC шляхом послідовного стиснення та розтиснення, та реконструкції сигналу із ознак, обраних серед репрезентацій для кожної дискрети часу таким чином, що максимізує певну функцію  $f$ . Виявлення водяного знаку відбувається шляхом стиснення аудіосигналу за допомогою DAC та порівняння обчисленого значення  $f$  з певним пороговим значенням. Найкращих практичних результатів вдалось досягти із  $f(D) = \frac{1}{T} |\sum_{t=1}^T \sum_{d \in D_t} (-1)^{t-1} K(d)|$ , де  $D_t$  – набір ознак для дискрети часу  $t$ ,  $T$  – кількість дискрет часу в аудіосигналі,  $K$  – випадково обрана функція ваги, що слугує ключем для нанесення та перевірки наявності водяного знаку. Отримані водяні знаки мінімально впливають на людське сприйняття та проявляють стійкість до подальшого стиснення та нанесення додаткових водяних знаків.

---

## Список літератури

---

- [1] San Roman, R., et al. “Proactive Detection of Voice Cloning with Localized Watermarking,” in ICML, 2024.
- [2] Kumar, R., et al, “High-fidelity audio compression with improved RVQGAN,” in Proceedings of NeurIPS, 2023.

---

## Автори

---

**Назар Дмитрович Віннічук** — студент 1-го курсу магістратури, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [nazar\\_vinnichuk@knu.ua](mailto:nazar_vinnichuk@knu.ua)

# Гібридні мультиагентні системи для ефективності місії

М. Ю. Войтех, О. П. Кравченко

Функціонування мультиагентних систем (МАС) базується на взаємодії автономних агентів, які можуть бути як стаціонарними, так і мобільними МАС. Стаціонарні агенти характеризуються простотою конструкції та включають базові функціональні модулі, які відповідають за збір даних, передачу інформації та живлення[1]. Вони характеризуються низькими витратами на експлуатацію та низьким рівнем адаптивності. Мобільні агенти є більш складними пристроями, оскільки містять модуль переміщення для зміни позиції в просторі[2]. Це забезпечує гнучкість у виконанні завдань, але вимагає додаткового енергоспоживання та управління, оскільки основна енерговитрата агенту припадає саме на переміщення у просторі.

Ефективним є поєднання стаціонарних та мобільних МАС у гібридну МАС, яка поєднує переваги обох типів систем, де стаціонарні агенти забезпечують базове покриття та енергоефективність, а мобільні агенти надають динамічність та гнучкість конфігурації системи. Це дозволяє підвищити рівень відмовостійкості за рахунок перерозподілу завдань між агентами та забезпечити ефективне виконання місії. Спеціалізовані алгоритми дозволяють збільшити ефективність покриття, комунікації та енергоспоживання системи за рахунок синхронізованої роботи всіх компонентів.

---

## Список літератури

- [1] Vyas, Kavan & Shukla, Subhasini & Dsouza, Hanan & DSouza, Daniel & Narnaware, Vivek. (2020). A Survey on Environment Monitoring using Sensor Networks. ASIAN JOURNAL OF CONVERGENCE IN TECHNOLOGY. 6. 95-99. 10.33130/AJCT.2020v06i03.015.
- [2] Telli, Khaled, Okba Kraa, Yassine Himeur, Abdelmalik Ouamane, Mohamed Boumehraz, Shadi Atalla, and Wathiq Mansoor. 2023. "A Comprehensive Review of Recent Research Trends on Unmanned Aerial Vehicles (UAVs)" Systems 11, no. 8: 400. <https://doi.org/10.3390/systems11080400>

---

## Автори

**Микола Юрійович Войтех** — Аспірант 1 року навчання, Державний університет “Київський авіаційний університет”, Київ, Україна; E-mail: [3469817@stud.kai.edu.ua](mailto:3469817@stud.kai.edu.ua)

**Ольга Петрівна Кравченко** — кандидат технічних наук, доцент кафедри ІКС, Державний університет “Київський авіаційний університет”, Київ, Україна; E-mail: [olha.kravchenko@npp.kai.edu.ua](mailto:olha.kravchenko@npp.kai.edu.ua)

## Application of Machine Learning for Modeling and Optimization of Business Processes in Beekeeping Security Assurance

I. Volokhovych, V. Zaslavskyi

Beekeeping suffers from new risks which need new solutions on how to mitigate them. Machine learning creates possibilities for modeling and optimizing safety processes within this sector of utmost importance. The theoretical basis of machine learning application in apiculture arises from combination of several scientific direction. The most promising application of machine learning in beekeeping are:

- Segmentation, augmentation, and delineation of agricultural lands. The method uses Convolutional Neural Networks to semantically segment different types of landscapes with high precision [1]. A system can assess the potential and identify the most valuable nectar-producing zones with high precision. The algorithms designed automate the analysis of big areas and greatly simplify the planning of apiary operations in terms of time and resources needed.
- Optimal placement of beehives across a given territory. The spatial allocation of beehives within a given area is one of the hardest forward multicriteria optimization problems that need the design and realization of hybrid machine learning models. Such approach has the potential to lower bee loss and improve honey production significantly.
- Simulation of interactions among different sets of bee colonies. Modeling of this issue is scientifically challenging and at the same time practically useful for the optimization of apiary layout design. The importance of the system is its capability to predict the effects of introducing new genetic stocks into an apiary, estimate risks and benefits of certain colony combinations, and advice on the best organization of apiaries to get the greatest positive effects from the colonies with minimal unfavorable interactions between the colonies.

---

### Список літератури

---

- [1] Volokhovych, I. (2024). SEGMENTATION OF AGRICULTURAL IMAGES USING DEEP LEARNING METHODS. *Science and technology today*, 7(35), 646–660. DOI: 10.52058/2786-6025-2024-7(35)-646-660
- 

### Автори

---

**Ihor Volokhovych** — postgraduate student, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [vol\\_igor@knu.ua](mailto:vol_igor@knu.ua)

**Volodymyr Zaslavskyi** — professor, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [zaslavskyi.volodymyr@knu.ua](mailto:zaslavskyi.volodymyr@knu.ua)

## Three-valued autoepistemic logic

O. Halavai, S. Shkilniak

Expanding the capabilities of non-monotonic reasoning is a key challenge in the field of artificial intelligence. In this paper, we present an autoepistemic logic with three truth values (TAEL), which enhances non-monotonic reasoning possibilities by introducing uncertainty as a third truth value, enabling applications in logic programming and knowledge representation while balancing expressiveness with computational demands [1].

The language of TAEL is the standard language of propositional modal logic over a set of predicate symbols  $Ps$ , symbols of propositional compositions  $\neg$ ,  $\vee$  and with a single modal operator  $\mathbf{K}$ . We will refer to the language of TAEL as  $L_K$ .

**Definition 1.** A belief pair is a pair  $(P, S)$  of sets of *interpretations*  $P$  and  $S$  such that  $S \subseteq P$ , where  $P$  and  $S$  are sets of 3-valued ( $T$  - true,  $F$  - false,  $\perp$  - unknown) interpretations of the underlying first-order language. If we mark  $B = (P, S)$ ,  $S(B)$  denotes as  $S$  and  $P(B)$  denotes as  $P$ . The belief pair  $(\mathcal{A}; \emptyset)$ , where  $\mathcal{A}$  is the set of all interpretations of predicate symbols  $Ps$ , is denoted  $\perp$ . The set  $\{(P, S) \mid P, S \in \mathcal{A}, S \subseteq P\}$  of all belief pairs is denoted by  $\mathcal{B}$ .

**Definition 2.** Let  $B = (P, S)$  be a belief pair and let  $I$  be an interpretation. The truth valuation function  $\Theta_{B,I}$  is defined inductively:

$\Theta_{B,I}(\Phi) = I(\Phi)$  ( $\Phi$  is an atomic formula)

$\Theta_{B,I}(\neg\Phi) = \neg\Theta_{B,I}(\Phi)$

$\Theta_{B,I}(\Phi_1 \vee \Phi_2) = \begin{cases} T, & \text{if } \Theta_{B,I}(\Phi_1) = T \text{ or } \Theta_{B,I}(\Phi_2) = T \\ F, & \text{if } \Theta_{B,I}(\Phi_1) = F \text{ and } \Theta_{B,I}(\Phi_2) = F \\ \perp, & \text{else} \end{cases}$

$\Theta_{B,I}(\Phi_1 \& \Phi_2) = \begin{cases} T, & \text{if } \Theta_{B,I}(\Phi_1) = T \text{ and } \Theta_{B,I}(\Phi_2) = T \\ F, & \text{if } \Theta_{B,I}(\Phi_1) = F \text{ or } \Theta_{B,I}(\Phi_2) = F \\ \perp, & \text{else} \end{cases}$

The formula  $\mathbf{K}\Phi$  is presented as follows:

$\Theta_{B,I}(\mathbf{K}\Phi) = \begin{cases} T, & \text{if } \forall J \in P : \Theta_{B,J}(\Phi) = T \\ F, & \text{if } \exists J \in S : \Theta_{B,J}(\Phi) = F \\ \perp, & \text{else} \end{cases}$

---

### Список літератури

---

- [1] Marek W., Truszczyhski M. Modal logic for default reasoning / Annals of Mathematics and Artificial Intelligence, 1, 1990.
- 

### Автори

---

**Oleksandr Halavai** — postgraduate student, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [halavai@knu.ua](mailto:halavai@knu.ua)

**Stepan Shkilniak** — professor, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [ss.sh@knu.ua](mailto:ss.sh@knu.ua)

## Image compression using the P-median algorithm

V. Haslo

To improve image processing, it is worth using compression algorithms. The image size can be reduced by preserving only frequently occurring colors while assigning rare ones to optimal values. In this case, the P-median algorithm can be used.

First, colors with indexes  $N = \{1, \dots, n\}$  are selected from which the optimal ones will be determined. Then, a matrix of integer distances  $d$  between them is created. An optimization problem (1) is formulated with the task of selecting a set of  $p$  colors with the smallest distances. The conditions include: ensuring that color belongs to exactly one representative (2), that the total number of representative colors is  $p$  (3) and the assignment of each color to a representative one (4). The matrix  $x$  (5) will demonstrate the relationship between colors, according to which they will be replaced.

$$d^* = \min_x \sum_{j=1}^n d_{ij} x_{ij}, \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, j \in N, \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = p, \quad (3)$$

$$x_{ij} \leq x_{ii}, i, j \in N, \quad (4)$$

$$x_{ij} = 0 \vee 1, i, j \in N. \quad (5)$$

The algorithm was implemented using the Python programming language and the AMPL algebraic modeling language. The required inputs are an image and the expected number of representative colors. After computation, a compressed image with the specified number of colors is obtained.

---

## Автори

---

**Vladyslav Haslo** — 2nd year Master student, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine;  
E-mail: [vlahaslo@knu.ua](mailto:vlahaslo@knu.ua)

# Software of identification object in video stream

**M. Hoda**

During the writing of the qualification thesis on the topic "Software of identification object in video streams a study was conducted to evaluate the performance of three different neural network models. The best-performing model was selected for the final software implementation.

The goal of this research is to automate the process of detecting and identifying military objects in drone footage using machine learning methods and neural networks.

The study applied three object detection and classification methods: Faster R-CNN, SSD, and YOLO. The evaluation criteria for their effectiveness were examined and described. Additionally, an algorithm was proposed to determine the required number of images for metric calculation with a given error margin. For each method, relevant metrics were calculated, and a comparative analysis was conducted. The key findings are as follows:

- A quantitative analysis of the three identification methods based on the IoU (Intersection over Union) metric showed that the Faster R-CNN model provides more precise localization of military targets, outperforming YOLO by 4.5% and SSD by 5.3%.

$$\text{IoU} = \frac{\text{Area of Overlap}}{\text{Area of Union}}$$

- An analysis based on the R metric, which reflects the average ratio of correctly localized military objects to their total count, demonstrated that the YOLO model has a higher detection capability, surpassing Faster R-CNN by 1.6% and SSD by 5.8%.

$$R = \frac{\sum_{i=1}^N m_i}{\sum_{i=1}^N k_i}$$

- An evaluation of identification methods using the T metric, which measures the average time required to localize a military object in an image, revealed that YOLO operates faster, detecting and classifying targets 2.79 times faster than Faster R-CNN and 1.43 times faster than SSD.

$$T = \frac{\sum_{i=1}^N T_i}{N}$$

Based on the evaluation results for each method and the assigned priorities, it was determined that none of the approaches is the absolute best across all metrics. However, considering the obtained results, the YOLO-based approach proved to be the most optimal method for identifying and detecting military objects in drone video streams.

---

## Список літератури

---

- [1] 1. Intersection over Union (IoU) for object detection [Electronic resource] - Resource access mode: <https://pyimagesearch.com/2016/11/07/intersection-over-union-iou-for-object-detection/>
- 

## Автори

---

**Mykhailo Hoda** — 2nd year Master student, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [hodamisha@knu.ua](mailto:hodamisha@knu.ua)

# Dynamic Labyrinth scheme simulation and analysis

**V. Hranadzer, Y. Tereshchenko**

In theoretical computer science, Dynamic Labyrinths [1] are known as Rödding networks and belong to the universal calculation concepts such as the Turing machine or register machine. Thus, with sufficient time and resources, a Dynamic Labyrinth can be constructed to compute any computable function. Today, this concept is being used for educational purposes after being transformed into "real" building blocks by Elmar Cohors-Fresenborg.

Constructing Dynamic Labyrinths from blocks provides a concrete framework for analyzing problem-solving strategies while reinforcing key concepts in automata theory, programming, and discrete mathematics. Therefore, simulation of the Dynamic Labyrinth work and automation of its check for suitability and correctness in computing the specified function can speed up the educational process and give insights on error handling.

We present an end-to-end pipeline for simulating and analyzing Dynamic Labyrinth schemes using algorithmic methods and machine learning techniques. The pipeline consists of two key stages: using trained YOLO [2] model for block detection on the image of created Dynamic Labyrinth, and running the detected Dynamic Labyrinth scheme for analysis with software provided by the University of Cologne.

For YOLO model training dataset we created a Dynamic Labyrinth scheme simulation algorithm, which generates 3D representations of random schemes and captures them on the images. After training the model, we got  $mAP_{50-95} = 0.82$  across all 7 block classes on the testing set.

---

## Список літератури

---

- [1] Egon Börger, Rainer Glaschick Logic and Machines: Turing Tradition at the Logic School of Münster
- [2] Joseph Redmon, Santosh Divvala, Ross Girshick, Ali Farhadi You Only Look Once: Unified, Real-Time Object Detection
- 

## Автори

---

**Viktoriia Hranadzer** — 4th year Bachelor student, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [vika@granadzer.com](mailto:vika@granadzer.com)

**Yaroslav Tereshchenko** — PhD, Assist. Prof., Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [yter2016@gmail.com](mailto:yter2016@gmail.com)



# Використання генеративного штучного інтелекту для підтримки організації таборів

В. В. Гриц

Організація дитячих та молодіжних таборів є важливою складовою відпочинку та розвитку молоді. Проте процес планування табірних змін, формування розкладу активностей та їх коригування у відповідності до потреб учасників є складним завданням для організаторів та потребує значних ресурсів. Одним із сучасних підходів до вирішення цих завдань є застосування програмних систем із використанням штучного інтелекту (ШІ), зокрема генеративних моделей. Такі системи дозволяють автоматизувати планування розкладу активностей, оцінювати їхню популярність серед учасників та створювати персоналізовані пропозиції на основі зібраних даних.

Метою дослідження є аналіз можливостей використання генеративного ШІ для оптимізації процесів планування в таборах та розробка концепції програмної системи, яка дозволить:

- автоматичне створення розкладу активностей з урахуванням інтересів учасників, їхнього попереднього досвіду та популярності заходів;
- збір даних про відвідуваність та оцінювання активностей у реальному часі;
- формування рейтингу активностей за популярністю для подальшого аналізу;
- забезпечення персоналізованого підходу до кожного учасника табору.

Важливою складовою такої системи є використання генеративних моделей ШІ для створення нових ідей активностей на основі інтересів та побажань дітей [1]. Це дозволить урізноманітнити програму табору та зробити її більш цікавою та адаптивною. У статті CampMinder «Leverage AI for Summer Camp Management» [2] зазначається, що застосування ШІ в управлінні таборами дозволяє зменшити адміністративне навантаження на персонал, оптимізувати використання ресурсів та підвищити задоволеність учасників.

Очікуваним результатом дослідження стало створення концепції та прототипу програмної системи для підтримки організації таборів із використанням генеративного штучного інтелекту. Розроблена платформа дозволяє автоматизувати процеси планування та створення розкладів, зокрема формувати, редагувати та зберігати табірні дні з можливістю додавання тексту, фото, відео та таблиць для детального опису активностей. Інтегрований ШІ-функціонал забезпечує генерацію ідей для нових заходів, аналіз уже створених розкладів із пропозиціями покращень та створення контенту для соціальних мереж. Система спрямована на підвищення якості відпочинку й розвитку дітей завдяки персоналізованому підходу та врахуванню інтересів учасників, а також забезпечує збір та аналіз даних для подальшого вдосконалення табірної програми. Впровадження генеративного ШІ відкриває нові можливості для осучаснення підходів до організації дозвілля та виховання молоді, роблячи ці процеси більш ефективними, гнучкими та орієнтованими на потреби учасників.

---

## Список літератури

- [1] Strielkowski W., Grebennikova V., Lisovskiy A., Rakhimova G. AI-driven adaptive learning for sustainable educational transformation // Sustainable Development. — October 2024.
- [2] Leverage AI for Summer Camp Management / CampMinder, LLC. — Boulder, CO, 2025.

---

## Автори

Василь Васильович Гриц — студент 2-го курсу магістратури, факультет

## Про методи стійкості і стабілізації матричних лінійних диференціальних рівнянь з постійними коефіцієнтами

К. Денисов

У доповіді розглядаються алгебраїчні методи аналізу стійкості та розв'язування задач стабілізації лінійних матричних диференціальних рівнянь з постійними коефіцієнтами. Такі рівняння широко використовуються в задачах оптимального керування, аналізу динамічних систем та конструювання множини розв'язків лінійних систем диференціальних рівнянь [1, 2].

У першій частині доповіді розглядаються стійкість лінійного матричного диференціального рівняння, алгоритми аналізу стійкості, задачі стабілізації матричних рівнянь. Доведено критерії асимптотичної стійкості, стійкості, нестійкості лінійних матричних рівнянь з постійними коефіцієнтами. Наведено алгоритм аналізу стійкості та запропоновано алгоритм знаходження коренів многочлена, що використовує критерій Гурвіца для перевірки знака дійсних частин коренів та бінарний пошук. Розв'язано дві задачі стабілізації матричних рівнянь з симетричними постійними матрицями.

У другій частині доповіді розглядаються реалізації алгоритмів, наведених у першому розділі, пояснено їхню роботу на деяких прикладах. Описані результати обчислювальних експериментів.

---

### Список літератури

- [1] Башняков О.М., Пічкур В.В. Задача синтезу в теорії керування: Навчальний посібник. Київ : Видавництво „Сталь”, 2012. 116 с.
- [2] Гаращенко Ф.Г., Пічкур В.В. Прикладні задачі теорії стійкості. Київ : ВПЦ „Київський університет”, 2014. 142 с.

---

### Автори

**Костянтин Ігорович Денисов** — студент 1-го курсу магістратури, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [kostyadenisov999@gmail.com](mailto:kostyadenisov999@gmail.com)

## Аналіз емоційного стану користувача на основі даних зі смарт-пристроїв

Д. Дробін, І. Шкляр

Метою дослідження є розробка комплексної моделі для оцінки рівня стресу, настрою та тривожності за допомогою даних з носимих пристроїв (Mi Band, Apple Watch). Використовуються основні фізіологічні параметри: середній пульс ( $HR_{avg}$ ), показники варіабельності серцевого ритму ( $SDNN$ ) та якість сну ( $SQ$ ). Для розрахунку індексу стресу застосовано наступну формулу:

$$StressIndex = \alpha \cdot HR_{avg} + \beta \cdot \frac{1}{SDNN} + \gamma \cdot (1 - SQ), \quad (1)$$

де  $\alpha, \beta, \gamma$  — емпірично визначені коефіцієнти.

Крім визначення індексу стресу, запропоновано розрахунок індексу настрою за моделлю:

$$MoodIndex = \delta \cdot SQ + \epsilon \cdot HRV - \zeta \cdot HR_{avg}, \quad (2)$$

де  $HRV$  — показник варіабельності серцевого ритму, а  $\delta, \epsilon, \zeta$  — коефіцієнти, що враховують вплив відповідних параметрів.

Обробка даних проводиться за наступною схемою:

- а) **Збір даних:** Безперервний моніторинг фізіологічних показників протягом 24 годин.
- б) **Попередня обробка:** Фільтрація сигналу за допомогою Калман-фільтра, нормалізація даних та виділення релевантних ознак.
- в) **Моделювання:** Побудова моделей за допомогою алгоритмів SVM, нейронних мереж та дерев рішень з використанням крос-валідації.
- г) **Валідація:** Порівняння отриманих результатів з опитуваннями користувачів та клінічними показниками.

Попередні результати, отримані на основі даних 100 користувачів, демонструють наступну ефективність:

Метод	Точність (%)	F1-score (%)
SVM	85	83
Нейронна мережа	88	86
Дерева рішень	82	80

Додатковий аналіз показників варіабельності серцевого ритму дозволив підвищити точність класифікації на 10–15% ( $p < 0.05$ ). Виявлено, що інтеграція системи з мобільними додатками сприяє своєчасному реагуванню на зміну емоційного стану та покращує профілактику психоемоційних розладів. Результати дослідження відкривають перспективи для подальшої оптимізації алгоритмів машинного навчання та розширення спектру аналізованих параметрів, що підтверджується працями [1], [2], [3].

---

#### Список літератури

---

- [1] Picard, R. W. (1997). *Affective Computing*. MIT Press.
- [2] Healey, J. A. & Picard, R. W. (2005). Detecting stress during real-world driving tasks using physiological sensors. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 6(2), 156–166.
- [3] Gjoreski, H., Gjoreski, M., Lutrek, M. & Gams, M. (2016). Continuous stress detection using a wrist device. *IEEE Pervasive Computing*.

---

#### Автори

---

**Дмитро Андрійович Дробін** — студент 1-го курсу магістратури, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [dmytrodrobin@knu.ua](mailto:dmytrodrobin@knu.ua)

**Ірина Володимирівна Шкляр** — студентка 1-го курсу магістратури, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [irynashkliar@knu.ua](mailto:irynashkliar@knu.ua)

## Розробка освітнього застосунку для роботи з МНР

Я. В. Дровольський

Однією із формальних моделей алгоритму є МНР-програма. Машина з нату-

ральнозначними регістрами (МНР) – це один із різновидів регістрових машин, ідеалізованої моделі комп'ютера [1].

Під час вивчення студентами формальних моделей алгоритму на курсі «Теорія алгоритмів» їм потрібно обчислювати результати роботи МНР-програм. Ці обчислення зазвичай виконуються вручну, за допомогою паперу та ручки – що є трудомістким. До того ж, якщо допустити помилку, то обчислення необхідно починати спочатку. Тому доцільною є автоматизація цих обчислень. Також корисною для засвоєння студентами механізму роботи МНР є можливість інтерактивного покрокового виконання МНР-програми. Проте під час проведеного аналізу не було знайдено доступних застосунків, які б це забезпечували. Наявні застосунки забезпечують лише обчислення кінцевого результату виконання МНР-програми та в кращому випадку друкують значення регістрів на кожному кроці, проте вони або є консольними, або мають незручний графічний інтерфейс.

Тому виникає необхідність у зручному освітньому веб-застосунку, який допомагає студентам при вивченні МНР. Окрім вищезазначеного функціоналу, в ньому передбачено можливість зберігати МНР-програму у файл та завантажувати її з файлу, а також експортувати хід обчислень у файл. У застосунок вбудовано редактор МНР-програм, який сповіщає користувача про синтаксичні помилки. Також передбачено запобіжник, коли МНР-програма при роботі над початковою конфігурацією ніколи не зупиняється. На додачу до цього, в застосунку наявна довідка з описом МНР-команд.

Даний застосунок дозволить не лише автоматизувати обчислення, а і швидше знаходити помилки в МНР-програмі. Викладачам застосунок дозволить більш наочно демонструвати роботу МНР-програм для кращого засвоєння матеріалу студентами.

---

#### Список літератури

---

- [1] Шкільняк С. С. Теорія алгоритмів. Приклади та задачі : навч. посіб. – 2-ге вид., перероб. і доп. – К. : ВПЦ «Київський університет», 2023. – 191 с. ISBN 978-966-933-240-0
- 

#### Автори

---

**Ярослав Васильович Дровольський** — студент 1-го курсу магістратури, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [yar.drovoltsky@gmail.com](mailto:yar.drovoltsky@gmail.com)

## Графічне виділення R-R інтервалів даних електрокардіограм за Холтером

М. С. Єфремов, А. В. Ляшко

Наразі спостерігається тривожна тенденція зростання захворювань серцево-судинної системи. Сучасні методи діагностики дають змогу отримати більше інформації про стан пацієнта. При первинному аналізі вихідних даних ЕКГ виникає потреба в класифікації певної ділянки, з можливістю подальшого аналізу.

Було розроблено пороговий алгоритм знаходження R-зубців [1]. Алгоритм було перевірено на базі ЕКГ з аритміями [2], викладеної на ресурсі PhysioNet. Алгоритм знаходить на ЕКГ без порушення ритму усі наявні зубці. Було пораховано F-міру для 20 з 51 викладених файлів. Обрано файли, які мають більшу кількість різних аритмій. На файлах з наявними аритміями F-міра коливається між 96%-100%.

Розроблене програмне забезпечення, яке надає засоби для ручного вилучення незначущих R-R інтервалів, побудованих використовуючи представлений алгоритм за допомогою графічного інтерфейсу [3]. Програма генерує початковий гра-

фік, який можна редагувати в режимі реального часу, перетягнувши початок та кінець необхідної області, і її вилучення. Програма дає змогу виділити потенційно потрібні області R-R інтервалів.

---

### Список літератури

- [1] Крак Ю.В., Стеля О.Б., Єфремов М.С., Ляшко А.В. - "Інформаційна технологія обробки даних електрокардіограм для знаходження R-піків". - Доповіді Національної академії наук України
- [2] G. B. Moody and R. G. Mark, "The impact of the MIT-BIH Arrhythmia Database," in IEEE Engineering in Medicine and Biology Magazine, vol. 20, no. 3, pp. 45-50, May-June 2001, doi: 10.1109/51.932724.
- [3] Єфремов М. С , Ляшко А. В; "Алгоритмічно-графічні засоби попередньої комп'ютерної обробки даних Холтера." - Журнал обчислювальної та прикладної математики. №1. 10.05.2024. с. 30-39. Посилання: DOI: <https://doi.org/10.17721/2706-9699.2024.1.02>

---

### Автори

**Микола Сергійович Єфремов** — асистент кафедри теоретичної кібернетики, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [yefremov@knu.ua](mailto:yefremov@knu.ua)

**Андрій Володимирович Ляшко** — аспірант 2-го року навчання, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [andrii.liashko@knu.ua](mailto:andrii.liashko@knu.ua)

## Гібридний підхід до прогнозування часових рядів на основі нейронних мереж та статистичних методів

А. Ю. Жигадло

Прогнозування часових рядів є ключовим інструментом у фінансовій аналітиці. Традиційні статистичні методи (наприклад, ARIMA) ефективні для лінійних залежностей, але мають обмеження щодо нелінійних паттернів. Нейронні мережі (зокрема LSTM) здатні виявляти складні закономірності, але їхня ефективність залежить від обсягу даних та параметризації.

Запропоновано гібридний підхід, що інтегрує ARIMA для аналізу лінійної складової та LSTM для моделювання залишків [1]. Архітектура LSTM включає два шари (64/32 нейрони) з L2-регуляризациєю. Кінцевий прогноз визначається сумою компонент:

$$\widehat{y}_t = \widehat{y}_t^{\text{ARIMA}} + \widehat{r}_t^{\text{LSTM}}$$

Запропонований гібридний підхід, що комбінує ARIMA для лінійних залежностей та LSTM для аналізу нелінійних залишків, показав зниження похибок прогнозування порівняно з окремими методами, особливо для короткострокових горизонтів. Модель демонструє адаптивність до різних типів даних, де ARIMA забезпечує стабільність, а LSTM покращує точність за рахунок урахування складних паттернів. Для довгострокових прогнозів перевага ARIMA зберігається через простоту інтерпретації, тоді як ефективність гібриду залежить від збалансованості компонентів та специфіки часового ряду.

---

### Список літератури

- [1] Pandya, A., Kapoor, V., Joshi, & A. Stock market prediction using ARIMA-LSTM hybrid. *Journal of Information and Optimization Sciences*, 45(4), 1129–1139, 2024.

---

## Автори

---

**Андрій Юрійович Жигадло** — студент 1-го курсу магістратури, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна.; E-mail: [zhiga.one@gmail.com](mailto:zhiga.one@gmail.com)

# Clustering of Ukrainian regions by indicators of satisfaction with the quality of health care

**A. Zadvorna**

Cluster analysis allows us to identify homogeneous groups, in our case, regions by various indicators. The following data were chosen to divide the regions into groups: level of medical care, assessment of services by the patient, and morbidity [1], [2]. This approach allows us to see which regions have shortcomings that need to be addressed when developing a regional policy aimed at eliminating health disparities.

This paper presents a comprehensive regional analysis of medical indicators from Ukrainian regions based on a cluster approach using the R programming language. For the study, three separate datasets were taken, which have indicators on the level of medical care, patient assessment of services, and morbidity by regions of Ukraine. Two clustering methods were used for the three datasets separately: the k-means method and Ward's hierarchical method, which allowed us to have different perspectives on grouping by the same indicators. Groups of regions with similar characteristics have been identified, which confirms the hypothesis that there are clusters with similar indicators that require attention. It is shown which clustering methods provide the most interpretable grouping of regions for each of the datasets. The average values of the variables for different clusters are compared, and the features of each selected cluster are described.

The results demonstrate the effectiveness of cluster analysis in grouping regions according to data on the level of medical care, morbidity, and satisfaction with medical services. In this way, it is possible to assess the state of medical facilities, services, vulnerability of regions to diseases, etc. to identify areas that need additional attention and assistance from the state. Further research can be directed towards increasing the scale of clustering, as well as optimizing clustering algorithms using more sophisticated machine learning methods.

---

## Список літератури

---

- [1] HEALTH INDEX. UKRAINE. <https://health-index.com.ua/>
- [2] State Statistics Service of Ukraine, 1998-2021. Statistical collection "Health care institutions and morbidity of the population of Ukraine"

---

## Автори

---

**Anna Zadvorna** — 4th year student, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [anishka2512@gmail.com](mailto:anishka2512@gmail.com)

# Використання локально розгорнутих великих мовних моделей для мінімізації кількості зовнішніх запитів

М. О. Задорожний

Сучасні великі мовні моделі (LLM) активно використовуються в автоматизації завдань, і доступ до них найчастіше здійснюється через хмарні API-сервіси, як-от OpenAI, Gemini чи Claude. Однак часті API-запити призводять до високих фінансових витрат, затримок у відповіді через мережеву передачу даних і потенційних ризиків витоку конфіденційної інформації.

Одним із рішень є локальне розгортання LLM, що дозволяє зменшити залежність від зовнішніх сервісів. Однак це рішення також має свої виклики, зокрема високі обчислювальні вимоги, складність налаштування та обмеження щодо розміру моделей, які можна ефективно використовувати на локальному обладнанні.

Оптимальним варіантом є гібридний підхід, коли локальні моделі обробляють прості або повторювані запити, а API-запити використовуються лише в складних випадках, що потребують потужніших LLM. Для іще більшого підвищення ефективності перспективою є кешування відповідей для повного уникнення зайвих запитів. У результаті таке комбіноване рішення дозволяє зменшити кількість звернень до хмарних API в разі, оптимізуючи витрати та забезпечуючи більшу автономність систем.

У даній роботі на прикладі повнофункціонального масштабованого телеграм-бота [1] продемонстровано проблему контекстуальної обробки даних, вибухаючої у зв'язку з цим кількості API-запитів до великих мовних моделей та способи комбінування локального їх розгортання із кешуванням для суттєвого зменшення кількості зовнішніх запитів.

---

## Список літератури

- [1] Telegram FZ-LLC and Telegram Messenger Inc., 2025. Telegram Bot API. Available at: <https://core.telegram.org/bots/api>
- [2] DeepSeek-AI, 2025. DeepSeek-R1. Available at: <https://github.com/deepseek-ai/DeepSeek-R1>

---

## Автори

М.О. Задорожний — Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна.; E-mail: [mishana2222003@knu.ua](mailto:mishana2222003@knu.ua)

## Методи і програмні засоби аналізу поведінки груп у соціальних мережах

Н. Г. Захарчук

Аналіз соціальних мереж (SNA) базується на вивченні структурних властивостей графів: вузлів (учасників) і ребер (зв'язків). Основні метрики включають: *ступінь* (кількість зв'язків), *центральність* (впливовість), *щільність*, *кластеризацію* та *зв'язні компоненти*. Вони дозволяють ідентифікувати ключові елементи мережі та моделі їх взаємодії.

Графові алгоритми є основним інструментом аналізу. **Алгоритми найкоротших шляхів** (Dijkstra, A\*) дозволяють моделювати поширення інформації. **Алгоритми виявлення спільнот** (Girvan-Newman, Лувен) виділяють кластери учасників за щільністю зв'язків. **PageRank** і **HITS** визначають значущість вузлів,

базуючись на структурі входів/виходів. **Каскадні моделі** описують розповсюдження поведінкових патернів у мережах.

У дослідженні використано відкритий Reddit-датасет щодо повномасштабного вторгнення Росії в Україну. Попередня обробка включала очищення, об'єднання тексту, обробку часу та джерел. Проведено тематичне моделювання (LDA), виявлено 5 ключових тем. Сентимент-аналіз (TextBlob) засвідчив перевагу нейтрального тону, проте виокремлено піки позитивної та негативної емоційності.

Візуалізації: *хмари слів* для тональностей, *графіки частот* ключових слів, а також *динаміка публікацій* дозволили простежити реакцію спільноти на події.

---

## Автори

---

**Наталія Геннадіївна Захарчук** — студентка 2-го курсу магістратури, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [dominok56@knu.ua](mailto:dominok56@knu.ua)

# Механістична інтерпретовність нейромереж в медичній діагностиці з використанням розріджених автоенкодерів

М. Зектер

Нейронні мережі демонструють високу ефективність в аналізі медичних зображень, однак їхня непрозорість обмежує довіру лікарів та широке впровадження нейромережевих технологій в медичну практику. Перспективним підходом механістичної інтерпретовності є використання розріджених автоенкодерів (Sparse Autoencoders, SAE), що декомпонують внутрішні представлення мережі на розріджені, інтерпретовані ознаки [1].

SAE формують вектор ознак із багатьма нульовими та кількома активними компонентами, кожна з яких може відповідати певному візуальному або семантичному концепту. Таке представлення спрощує інтерпретацію та дає змогу до каузальних втручань — наприклад, шляхом підсилення чи пригнічення окремих ознак.

Метод SAE-Rad [2] дозволяє генерувати радіологічні звіти з детальним описом знайдених патологій. Суть метода полягає в застосуванні розріджених автоенкодерів для інтерпретації вихідних ознак енкодера рентгенівських знімків Rad-DINO [3]. Семантичний зміст кожної конкретної ознаки автоматично визначається окремою великою мовною моделлю шляхом аналізу пар “активні ознаки на знімку — звіт” у тренувальних даних, в результаті чого ознаки отримують опис природньою мовою. Додатково, генеративна дифузійна модель дозволяє візуалізувати ознаки на самих знімках. Під час тестування мовна модель приймає на вхід текстові описи активних ознак для нового знімку і формує кінцевий радіологічний звіт. Експериментальні результати демонструють ефективність даного методу та перспективність подібних підходів для інтерпретовних медичних моделей з високим рівнем довіри.

---

## Список літератури

---

- [1] Huben R. *et al.* *Sparse Autoencoders Find Highly Interpretable Features in Language Models*. ICLR, 2024.
- [2] Abdulaal A. *et al.* *An X-Ray Is Worth 15 Features: Sparse Autoencoders for Interpretable Radiology Report Generation*. arXiv:2410.02518, 2024.
- [3] P?rez-Garc?a F. *et al.* *Exploring Scalable Medical Image Encoders Beyond Text Supervision*. Nature Machine Intelligence, 7:119–130, 2025.



---

## Автори

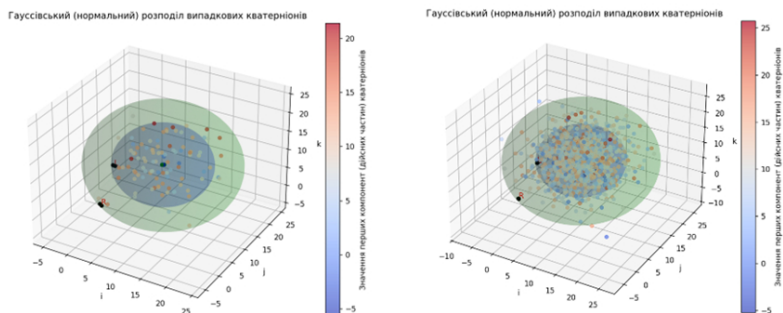
**Микола Іванович Зектер** — аспірант, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [nikoliazekter@knu.ua](mailto:nikoliazekter@knu.ua)

# Гауссівський (нормальний) закон розподілу випадкових кватерніонів та його застосування

І. С. Золкіна, Т. Ю. Коломієць

Кватерніони займають важливе місце у сучасній математиці та її застосуваннях. Гауссівський (нормальний) закон розподілу випадкової величини широко застосовується для моделювання природних процесів та технічних систем. У поєднанні ці два напрями дають можливість дослідження нормального розподілу випадкових кватерніонів [1], який відкриває перспективи у вивченні багатовимірних розподілів та знаходить застосування в задачах орієнтації, навігації та 3D-моделюванні.

У даній роботі розроблено візуальну модель гауссівського (нормального) розподілу випадкових кватерніонів, яка є узагальненням правила трьох сигм класичного нормального розподілу на випадок стандартних відхилень кватерніонів при заданих умовах (рис. 1). Модель реалізовано на мові програмування Python.



**Рис. 1.** Випадковий розподіл 100 (ліворуч) та 1000 (праворуч) кватерніонів з нормально розподіленими компонентами.

---

## Список літератури

- [1] Loots M. T. The development of the quaternion normal distribution: Master's dissertation, University of Pretoria, Department of Statistics, Pretoria, South Africa, 2010. 125 p.

---

## Автори

**Ірина Сергіївна Золкіна** — Ліцей № 1 міста Житомира, Житомирський міський центр науково-технічної творчості учнівської молоді, Житомир, Україна; E-mail: [Z.irichka2008@gmail.com](mailto:Z.irichka2008@gmail.com)

## Побудова Text-to-Speech моделі для українського корпусу даних

Р. В. Іщенко, Я. В. Терещенко

Синтез мовлення (Text-to-Speech, TTS) є важливим напрямком досліджень у галузі штучного інтелекту, адже системи TTS дозволяють створювати інтерактивні голосові асистенти, підвищувати доступність інформації та розвивати нові засоби комунікації.

В даній роботі було розглянуто та додано до репорту наступні підходи до вирішення задачі TTS:

- Mozilla TTS – Open source платформа для синтезу мовлення, що надає можливість експериментувати з різними архітектурами та підходами на етапі перетворення тексту у мел-спектрограми.

- HiFi-GAN – Сучасний вокодер, розроблений на основі архітектури генеративних змагальних мереж (GAN), який здатний перетворити мел-спектрограми в природне, високоякісне аудіо.

Разом Mozilla TTS та HiFi-GAN утворюють ефективну комбінацію: перша система відповідає за перетворення тексту у проміжне представлення (мел-спектрограми), а друга – за генерацію остаточного, природного аудіо сигналу.

Основною проблемою впровадження TTS-рішень для української мови є висока ресурсомісткість навчання моделей з нуля та недостатність готових високоякісних рішень для токенизації українського тексту. Розробка спеціалізованого токенизатора, який враховує особливості фонетики та морфології української мови, є ключовим елементом для досягнення належної якості синтезованого мовлення.

Загалом, можливості сучасних підходів до TTS відкривають перспективи впровадження у продукти. Проте необхідно оптимізувати навчальний процес та розробити якісний токенизатор української мови для подолання поточних викликів, забезпечення стабільної якості системи та скорочення часу навчання з нуля.

---

### Список літератури

---

[1] Jurafsky D., Martin J.H.: Speech and Language Processing (2025).

---

### Автори

---

**Роман Вікторович Іщенко** — студент 1-го курсу магістратури, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [r.ishchenko@knu.ua](mailto:r.ishchenko@knu.ua)

**Ярослав Васильович Терещенко** — доктор філософії, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [y.tereshchenko@knu.ua](mailto:y.tereshchenko@knu.ua)

## Existence and uniqueness of solution for averaged linear quadratic parabolic optimal control problem

О. Kapustian, A. Makarovych

For unknown functions  $y_A = y_A(t, x)$ ,  $u = u(t, x) \in L^2(Q_T)$ ,  $t \in [0, T]$ ,  $x \in \Omega \in \mathbb{R}^d$ ,  $Q_T = (0, T) \times \Omega$  the following linear quadratic optimal control problem is considered:

$$J_{\pi}(u) = \int_{\mathcal{A}} \left[ \int_0^T \left( \int_{\Omega} y_A^2(t, x) dx + \gamma_1 \int_{\Omega} u^2(t, x) dx \right) dt + \right. \\ \left. \gamma_2 \int_{\Omega} y_A^2(T, x) dx \right] d\pi \rightarrow \inf, \quad (1)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial y_A(t, x)}{\partial t} - L_A y_A(t, x) &= u(t, x), \\ y_A|_{x \in \partial \Omega} &= 0, \\ y_A|_{t=0} &= y_0(x), \end{cases} \quad (2)$$

where

$$L_A = \sum_{i,j=1}^d a_{ij} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j}, \quad a_{ij} = a_{ji}, \quad (3)$$

and matrix  $A = \{a_{ij}\}$  satisfies the uniform ellipticity condition:

$$A \geq \gamma_3 I,$$

$\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$  are positive constants, and  $y_0 \in L^2(\Omega)$ .

$\mathcal{A}$  is a set of symmetric matrices satisfying the condition (3) with the same constant  $\gamma_3$ .  $\pi$  is a probability measure on  $\mathcal{A}$ .

Proven that for every  $\pi$  problem (1) (2) has a unique solution  $\{\bar{y}_{\pi}, \bar{u}_{\pi}\}$  (here  $y_{\pi}$  depends on  $A$ ).

#### Автори

**Olena Kapustian** — associate professor, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [olena.kap@gmail.com](mailto:olena.kap@gmail.com)

**Adalbert Makarovych** — 1st year Master student, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [adalbert.makarovych@gmail.com](mailto:adalbert.makarovych@gmail.com)

## Задача інтерполяції Ерміта

О. Кашпур, Б. Бойченко

### Актуальність

Задача поліноміальної інтерполяції операторів у гільбертових та скінченновимірних евклідових просторах є актуальною проблемою обчислювальної математики. Основи теорії поліноміальної операторної інтерполяції побудовано в [1].

Системи, що описуються операторними поліномами, використовуються при ідентифікації об'єктів невідомої структури, розпізнаванні образів, екології, економіці, тощо [2].

## Постановка задачі

Нехай  $X, Y$  — гільбертові простори. Необхідно знайти такі вузли інтерполяції  $x_i \in X, i = \overline{1, m}$ , та напрямки диференціалів Гато  $h_i \in X, i = \overline{1, m}$ , щоб для оператора  $F : X \rightarrow Y$ , у загальному випадку нелінійного, можна було побудувати єдиний інтерполяційний поліном  $P_n(x)$ , що задовольняє інтерполяційним умовам Ерміта

$$F(x_i) = P(x_i), \quad F'(x_i)h_i = P'_n(x_i)h_i, \quad i = \overline{1, m}, \quad n \geq m.$$

## Основні результати.

У роботі знайдено елементи  $x_i, h_i \in X, i = \overline{1, m}$ , та визначено інтерполяційні умови за якими побудовано єдиний інтерполянт Ерміта  $P_n(x)$  вигляду:

$$P_n(x) = \sum_{k=0}^n \sum_{i_1, \dots, i_k=1}^m L_k^I(e_{i_1}, e_{i_2}, \dots, e_{i_k})(x, e_{i_1}) \cdots (x, e_{i_k}), \quad (1)$$

де  $(\cdot, \cdot)$  — скалярний добуток в просторі  $X$ ,  $\{e_i\}_{i=1}^m \subset X$  — ортонормована система елементів. Інтерполяційний поліном (1) має мінімальну норму та зберігає поліноми відповідного степеня.

## Застосування та чисельний експеримент

Отримані результати застосовано для функцій багатьох змінних, проведено порівняльний аналіз двох інтерполяційних формул та чисельний експеримент.

---

### Список літератури

- [1] Makarov V. L., Khlobystov V. V., Yanovich L. A. Methods of operator interpolation. — Київ: Інститут матем. НАНУ, 2010. Т. 83. — 516 p.
- [2] Cox D. A. Applications of Polynomial Systems / D. A. Cox. — Publisher: AMS, Mathematics, 2020. — 250 p.

---

### Автори

**Олена Федорівна Кашпур** — декан, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [olena.kashpur@knu.ua](mailto:olena.kashpur@knu.ua)

**Богдан Олександрович Войченко** — аспірант 1-го року навчання, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [bohdan.boichenko@knu.ua](mailto:bohdan.boichenko@knu.ua)

## Схеми підписів і мультипідписів на основі протоколів Фіата-Шаміра та Шнорра

Д. В. Кіндякова, А. В. Анісімов

Сучасні криптографічні протоколи автентифікації та мультипідпису мають вразливості пов'язані зі зловмисним зривом підпису та необхідністю ефективного управління секретними ключами. Зокрема, FROST вразливий до атак з вибраним повідомленням, а генерація ключів вимагає значних витрат. Комбіновані протоколи автентифікації та мультипідписів підвищують стійкість до атак і забезпечують

гнучкість використання. Дослідження та реалізація таких схем сприятимуть покращенню безпеки цифрових підписів у сфері цифрового документообігу, фінансових технологій та інших галузях.

У рамках роботи було досліджено схеми FROST та SSS на основі протоколів Фіата-Шаміра та Шнорра, їх властивості та можливі сценарії застосування. Виявлено потенційні загрози для досліджених схем та розглянуто можливі шляхи їх усунення. Розроблено криптографічну систему, що поєднує їх переваги для мультипідпису повідомлень. Запроваджено механізм попередньої автентифікації, що усуває вразливість FROST до зловмисного зриву підпису. Реалізовано можливість повторного підпису без повторної генерації ключів, що значно скорочує часові витрати. Додатково впроваджено механізм розподілу секретного ключа за схемою Шаміра, що дозволяє відновлювати втрачені ключі без необхідності генерації нових для всієї групи, та без залежності від третіх сторін, що підвищує загальну безпеку системи. Таким чином, запропоноване рішення забезпечує ефективну автентифікацію, безпечне керування ключами та надійний процес мультипідпису.

---

### Список літератури

---

- [1] Дао К., та ін. “Слабкі атаки Фіата-Шаміра на сучасні системи доказів”. *2023 IEEE Symposium on Security and Privacy (SP)*, IEEE, 2023, с. 199–216.
  - [2] Іганнян П., Табачинський Д. “Мультипідписи для криптовалют”, 2022 рік.
  - [3] Комло Ч., Голдберг І. “FROST: Гнучкі раунд-оптимізовані підписи Шнорра з пороговими значеннями”. *Університет Ватерлоо*, 22 грудня 2020 року.
  - [4] Холл Дж. Л. “Що відбувається з криптографічним стандартом NIST, SHA-3?”. *Центр демократії та технологій*, 24 вересня 2013 року.
- 

### Автори

---

**Діана Валеріївна Кіндякова** — студентка 1-го курсу магістратури, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [dianna.k.23.09@gmail.com](mailto:dianna.k.23.09@gmail.com)

**Анатолій Васильович Анісімов** — науковий керівник, доктор фізико-математичних наук, професор, академік НАН України, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [a.v.anisimov@knu.ua](mailto:a.v.anisimov@knu.ua)

## Evaluating research relevance through dynamic citation metrics

Y. Kikhaiev

Evaluating the relevance of scientific research is critical for informed decision-making, particularly in environments characterized by uncertainty. Traditional metrics like the Citation Index (CI) and h-index often fall short in reflecting the topicality of recent contributions, as they aggregate data over an extended period without distinguishing between past and current impact. This limitation necessitates the development of dynamic approaches to research evaluation.

A time-sensitive metric that prioritizes recent activity can provide more accurate insights into the relevance of ongoing scientific work. By focusing on citations within specific intervals, such an approach highlights trends in research influence and supports better funding allocation and collaboration strategies ([1]). These enhanced metrics ensure that decision-makers can effectively address uncertainties in the evaluation process, fostering innovation and strategic advancements in scientific fields.

Dynamic indicators provide a more comprehensive and real-time evaluation of a scientist's productivity and influence by capturing the evolving nature of their contributions. Unlike static measures, these indicators reflect trends in research output, citation

impact, and collaboration patterns over time, allowing for a more accurate assessment of a scientist's career trajectory and influence within their field.

---

### Список літератури

---

- [1] L'vov V., Kikhaiev Yu., Novikova I., Bediukh O. (2022) Special citation index for evaluation of scientific work topicality in the context of knowledge transfer. Proceedings of ICERI2022 Conference, 7th – 9th November 2022, pp. 2728 – 2736. ISBN: 978-84-09-45476- https://doi.org/10.21125/iceri.2022.0676
  - [2] Bartoli E. (2018) Are there ways to improve the citations of a scientific paper? European Journal of Internal Medicine. Volume 50, pp. 3 – 5. https://doi.org/10.1016/j.ejim.2017.12.006
  - [3] Kumar A., Srivastava A., Jeevan Kumar R.P., Tiwari R.K. (2017) Measurement of scientific productivity in R&D Sector: Changing paradigm. Recent Patents on Biotechnology. Vol. 11, Issue 1, pp. 20-31. http://dx.doi.org/10.2174/1872208310666161223123523
- 

### Автори

---

**Yurii Kikhaiev** — postgraduate student, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [yurakikhaiev@gmail.com](mailto:yurakikhaiev@gmail.com)

## Refined Descent Bounds and Last-Iterate Convergence for Extragradient Methods

O. Kovalenko, V. V. Semenov, S. V. Denysov

We study monotone variational inequalities and operator equations arising as first-order optimality conditions in convex optimization and minimax problems. We analyze the extragradient algorithm, establishing a descent property that leads to a convergence rate estimate for the natural residual in unconstrained problems.

Given a real Hilbert space  $\mathcal{H}$  with inner product  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  and norm  $\|\cdot\|$ , the variational inequality problem is to find  $x^* \in C$  such that

$$\langle Ax^*, y - x^* \rangle \geq 0, \quad \forall y \in C, \quad (1)$$

where  $C \subseteq \mathcal{H}$  is non-empty, closed, and convex, and  $A : C \rightarrow \mathcal{H}$  is a monotone Lipschitz operator.

The extragradient method iterates as:

$$\begin{cases} y_n = P_C(x_n - \lambda Ax_n), \\ x_{n+1} = P_C(x_n - \lambda Ay_n), \end{cases} \quad (2)$$

where  $\lambda > 0$  is a step size and  $P_C$  denotes projection onto  $C$ .

A key descent inequality holds:

$$\begin{aligned} & \|x_{n+2} - x_{n+1}\|^2 + \|x_{n+2} - y_{n+1}\|^2 + 2\lambda \langle Ax_{n+1} - Ay_{n+1}, x_{n+1} - x_{n+2} \rangle \leq \\ & \|x_{n+1} - x_n\|^2 + \|x_{n+1} - y_n\|^2 + 2\lambda \langle Ax_n - Ay_n, x_n - x_{n+1} \rangle \\ & - (1 - \lambda^2 L^2) \|y_n - x_{n+1}\|^2. \end{aligned} \quad (3)$$

Defining

$$W_n = \|x_{n+1} - x_n\|^2 + \|x_{n+1} - y_n\|^2 + 2\lambda\langle Ax_n - Ay_n, x_n - x_{n+1}\rangle.$$

Notably,  $W_n = 0 \iff x_n = y_n \in S$ .

For the unconstrained case ( $C = \mathcal{H}$ ), the method reduces to:

$$\begin{cases} y_n = x_n - \lambda Ax_n, \\ x_{n+1} = x_n - \lambda Ay_n. \end{cases} \quad (4)$$

Choosing  $\lambda = \frac{1}{\sqrt{2L}}$ , the natural residual satisfies:

$$\|Ax_N\| \leq \frac{2LD}{\sqrt{N+1}}, \quad N \geq 0, \quad (5)$$

where

$$D = d(x_0, A^{-1}0) = \min_{z \in A^{-1}0} \|x_0 - z\|.$$

We establish new descent properties for the extragradient method and derive a convergence rate for the natural residual in unconstrained problems, providing further insight into iterative methods for variational inequalities.

---

#### Список літератури

---

- [1] Semenov V.V. Variational Inequalities: Theory and Algorithms. Kyiv: VPC "Kyiv University 2021. 167 pages.

---

#### Автори

---

**Oleksandra Kovalenko** — postgraduate student, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [alexandra.kovalenko2000@gmail.com](mailto:alexandra.kovalenko2000@gmail.com)

**Volodymyr Semenov** — professor, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [semenov.volodya@knu.ua](mailto:semenov.volodya@knu.ua)

**Serhii Denysov** — Harbour.Space University, Barcelona, Spain; E-mail: [sireukr@gmail.com](mailto:sireukr@gmail.com)

## Мультиагентна система для генерації процесів на платформі Corezoid

М. Коломієць, Є. Матвієнко, І. Шкляр

В роботі пропонується мультиагентна система для автоматизованої розробки процесів на платформі Corezoid. Система дозволяє на основі природномовного опису автоматично генерувати процеси для вирішення типових задач, таких як створення Telegram-ботів та інтеграції з API.

Мультиагентний підхід було обрано після порівняльного аналізу різних архітектурних рішень. На відміну від фін-тюнінгу мовних моделей або систем із шаблонами, мультиагентна структура забезпечує більшу гнучкість та можливість легкої зміни великих мовних моделей.

Для взаємодії між агентами розроблено протокол обміну повідомленнями на основі JSON-формату.

Поточний прототип системи дозволяє генерувати невеликі процеси (3-4 ноди), змінювати їх та проводити оптимізацію. Реалізовано інтеграцію з Telegram API та погодними сервісами.

У подальших дослідженнях планується розширити підтримку інтеграцій, збільшити складність генерованих процесів та реалізувати систему самонавчання на основі зворотного зв'язку користувачів.

---

## Список літератури

---

- [1] Chuan Tian, Yilei Zhang: Optimizing Collaboration of LLM based Agents for Finite Element (2024)
- 

## Автори

---

**Микола Олегович Коломієць** — студент 1-го курсу магістратури, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [nickkolomiets@knu.ua](mailto:nickkolomiets@knu.ua)

**Євгеній Олександрович Матвієнко** — студент 1-го курсу магістратури, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [yevheniimatvienko@knu.ua](mailto:yevheniimatvienko@knu.ua)

**Ірина Володимирівна Шкляр** — студентка 1-го курсу магістратури, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [irynashklyar@knu.ua](mailto:irynashklyar@knu.ua)

# Limit theorems for globally perturbed random walks

O. Kondratenko

Let  $(\xi_1, \eta_1), (\xi_2, \eta_2), \dots$  be independent copies of an  $\mathbb{R}^2$ -valued random vector  $(\xi, \eta)$  with arbitrarily dependent components. Denote by  $(S_n)_{n \geq 0}$  the zero-delayed standard random walk with increments  $\xi_n$  for  $n \in \mathbb{N} := \{1, 2, \dots\}$ , that is,  $S_0 := 0$  and  $S_n := \xi_1 + \dots + \xi_n$  for  $n \in \mathbb{N}$ . Put

$$T_n := S_{n-1} + \eta_n, \quad n \in \mathbb{N}. \quad (1)$$

The sequence  $T := (T_n)_{n \geq 1}$  is called *globally perturbed random walk*. Many results concerning  $T$  accumulated up to 2016 can be found in the book [1].

For  $t \in \mathbb{R}$ , define the *first passage time* into  $(t, \infty)$

$$\tau(t) := \inf\{n \geq 1 : T_n > t\}, \quad (2)$$

the *number of visits* to  $(-\infty, t]$

$$N(t) := \sum_{n \geq 1} \mathbb{1}_{\{T_n \leq t\}} \quad (3)$$

and the associated *last exit time*

$$\rho(t) := \sup\{n \geq 1 : T_n \leq t\} \quad (4)$$

We prove weak law of large numbers for  $\tau(t)$  and strong laws of large numbers for  $\tau(t)$ ,  $N(t)$  and  $\rho(t)$ . There is a difference between the first order asymptotic behavior of



$\tau(t)$  and that of  $N(t)$  and  $\rho(t)$ . The former depends heavily upon the right distribution tail of  $\eta$ , whereas the latter does not depend on it at all.

We prove two distributional limit theorems for  $\tau(t)$  for some distributions of  $\eta$ . Also, we obtain several functional limit theorems to quantify the rate of convergence in laws of large numbers for  $\tau(t)$ ,  $N(t)$  and  $\rho(t)$ .

The presentation is based on the article [2].

---

## Список літератури

---

- [1] A. Iksanov, *Renewal theory for perturbed random walks and similar processes*, Birkhäuser, 2016.
  - [2] A. Iksanov, O. Kondratenko, *Limit theorems for globally perturbed random walks* arXiv preprint: <https://arxiv.org/abs/2501.02123>, 2025.
- 

## Автори

---

**Oleh Kondratenko** — postgraduate student, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [kondratolegua@gmail.com](mailto:kondratolegua@gmail.com)

# Аналіз та оптимізація архітектур моніторингових систем із застосуванням метаевристичних алгоритмів

С. В. Костиця, Г. В. Лівінська

Представлено новий підхід до оптимізації архітектур моніторингових систем із застосуванням метаевристичних алгоритмів, зокрема алгоритму Social Spider Optimization (SSO [1]). Основне завдання полягає в мінімізації багатокритеріальної функції, визначеної нижче.

**Означення 1** (Цільова функція моніторингової системи). Нехай  $x \in \Omega$  — вектор параметрів архітектури моніторингової системи. Тоді оптимізаційну задачу можна записати як

$$\min_{x \in \Omega} F(x) = \min_{x \in \Omega} (\alpha \cdot T(x) + \beta \cdot C(x) - \gamma \cdot R(x)),$$

де:

- $T(x)$  — середній час реакції системи,
- $C(x)$  — загальні витрати на впровадження та експлуатацію,
- $R(x)$  — показник надійності роботи,
- $\alpha, \beta$  та  $\gamma$  — коефіцієнти важливості відповідних критеріїв.

За умов виконання обмежень

$$T(x) \leq T_{\max}, \quad C(x) \leq C_{\text{budget}}, \quad R(x) \geq R_{\min},$$

ми шукаємо таке  $x$ , що мінімізує функцію  $F(x)$  (див. визначення 1).

Запропонований підхід забезпечує оптимальний баланс між оперативністю, економічністю та надійністю, що підтверджується чисельними експериментами на прикладі оптимізації архітектур систем моніторингу підстанцій згідно стандарту ІЕС 61850.

---

## Список літератури

---

- [1] T. Neskorodieva, Ye. Fedorov, Yu. Antonov, A. Neskorodieva, Methods and algorithms for detecting deviations in control and audit systems of information security. In: Proceedings of the International Scientific-Practical Conference "Topical Issues and Prospects of Development of Accounting, Control, Audit and Taxation in the Digital Economy", Kyiv, 2023, pp. 22–25.
- 

## Автори

---

**Сергій Володимирович Костиця** — аспірант 1-го року навчання, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [serhii.kostytsia@univ.net.ua](mailto:serhii.kostytsia@univ.net.ua)

**Ганна Володимирівна Лівінська** — доцент кафедри прикладної статистики, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [hanna.livinska@knu.ua](mailto:hanna.livinska@knu.ua)

# Methods for improving the efficiency of text data classification in Ukrainian

O. Kutsenkyi

Text classification is a fundamental task in natural language processing (NLP), which involves categorizing text into predefined classes. For low-resource languages such as Ukrainian, training effective language models is difficult due to the limited availability of annotated data. This lack of data can lead to poor model performance and complicate the development of reliable NLP applications.

Research [1] showed that the standard multilingual BERT demonstrates insufficient performance for the Ukrainian language due to the poor quality of the corpus used for its training. The model was improved by further training BERT on a specially selected corpus of fairy tales and literature for children, which significantly increased the accuracy of word prediction in the test sets.

This study proposes improving the approach by applying more modern architectures, such as MiniLMv2 or DeBERTa-V3 Small, which have lower computational complexity but demonstrate high efficiency.

Data Augmentation, Back-Translation, and Transfer Learning methods are used to improve model performance. Data Augmentation expands the training corpus using synonymous substitutions, random word insertions and deletions, which improves the model's generalization ability. Back-Translation translates sentences into another language and back, creating alternative formulations of the same meaning and improving the semantic understanding of the text. Transfer Learning allows you to adapt pre-trained models to classify Ukrainian-language text, reducing the need for a large amount of annotated data.

Combining these methods is expected to significantly improve the quality of Ukrainian text classification, make the models more resistant to variations in wording, and reduce dependence on a limited set of training data. Thus, the proposed approaches will contribute to the development of Ukrainian-language NLP systems and expand their application in real-world tasks.

---

## Список літератури

---

- [1] H. Livinska, O. Makarevych, "Feasibility of Improving BERT for Linguistic Prediction on Ukrainian Corpus Taras Shevchenko National University of Kyiv, 2020.

---

## Автори

---

**Oleksii Kutsenkyi** — 2nd year Master student, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [kutsenkyioleksii@knu.ua](mailto:kutsenkyioleksii@knu.ua)

# Сегментація пошкоджень будівель на зображеннях міського середовища

**А. Лисанець, О. Косуха, Т. Панченко**

У даній роботі наведено опис автоматизованої методики сегментації зображень міського середовища, що дозволяє визначати ступінь пошкодження будівель на основі фото- або аерозйомки для прискорення процесу оцінки руйнувань, формування ремонтних планів та розподілу ресурсів.

Для навчання моделей було зібрано датасет із 290 реальних зображень пошкоджених будівель, на яких розміщено чотири класи: “Будівля”, “Пошкодження”, “Пошкоджене вікно” та “Інше”. Для покращення якості та стабільності навчання зображення були поділені на патчі відповідного розміру, що відповідає допустимому входу моделей.

У рамках дослідження було протестовано чотири основні архітектури: SegFormer [1], U-Net [2] з енкдером ResNet18 [3], SwinV2 [4] та ConvNeXt [5]. Усі моделі були доповнені ембедингом оригінального зображення та позиційним ембедингом. Найкращі результати показала модель U-Net з ConvNeXt енкдером, показавши середні по класах метрики IoU — 0.537, F-міра — 0.753.

Подальші дослідження передбачають вдосконалення архітектури шляхом покращення U-Net за допомогою використання масок глибини зображень, складніших моделей, а також розширення й балансування датасету для підвищення загальної якості сегментації.

---

## Список літератури

---

- [1] SegFormer: Simple and Efficient Design for Semantic Segmentation with Transformers. Xie, E., Wang, W., Yu, Z., Anandkumar, A., Alvarez, J. M., & Luo, P.
- [2] U-Net: Convolutional Networks for Biomedical Image Segmentation. Ronneberger, O., Fischer, P., & Brox, T.
- [3] Deep Residual Learning for Image Recognition. He, K., Zhang, X., Ren, S., & Sun, J.
- [4] Swin Transformer V2: Scaling Up Capacity and Resolution. Liu, Z., Hu, H., Lin, Y., Yao, Z., Xie, Z., Wei, Y., Ning, J., Cao, Y., Zhang, Z., Dong, L., Wei, F., & Guo, B.
- [5] A ConvNet for the 2020s. Liu, Z., Mao, H., Wu, C., Feichtenhofer, C., Darrell, T., & Xie, S.

---

## Автори

---

**Андрій Вікторович Лисанець** — студент 3-го курсу, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [lysanets\\_av@knu.ua](mailto:lysanets_av@knu.ua)

**Олександр Юрійович Косуха** — студент 2-го курсу магістратури, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [kosukha.o@knu.ua](mailto:kosukha.o@knu.ua)

**Тарас Володимирович Панченко** — завідувач кафедри теорії та технології програмування, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна;  
E-mail: [taras.panchenko@knu.ua](mailto:taras.panchenko@knu.ua)

## Imperative style queries as an approach to remote procedure call

S. Lozhechnikov

The choice of boundaries between services in microservice architecture is a crucial decision in software development, especially when system requirements are incomplete or frequently changing and there is a universal approach which makes it easier to change such decisions afterwards. At the same time, the logical bound between functional requirements and those of service structure might not even exist, which implies introducing changes into the business logic because of non-business requirements. As a potential solution, we suggest using an imperative language that can be split into chunks and executed remotely based on the procedures being called. We developed a proof-of-concept for such a language in JavaScripts. Here is a usage example:

```
instance.addHandler({
  regExp : /^getConfig$/,
  handle : (key) => {
    return require(config.json)[key];
  }
})
instance.delegate({
  regExp : /^method\.\/,
  handle : (query) => {
    return fetch(url, {
      method: "POST",
      headers: headers,
      body: JSON.stringify({ query: query })
    }).then(resp => resp && resp.json());
  }
});
instance.call('
  $res = method.getResult ~ {"key" : "val"};
  ? res.success @{};
  =>res;
} : {};
? (getConfig ~ "isLogEnable") @{};
  method.logError ~ $res.error;
});
=>{"success" : false, "error" : "cannot execute method.
  getResult"};
};
').then(res => { // process response; });
```

---

**Автори**

**Serhii Lozhechnikov** — 1st year Master student, Faculty of Computer Science

## Green's relations and their generalizations on some semigroups

K. Makovetska

The usual Green's relations on a semigroup  $S$  can be defined by

$$\begin{aligned}\mathcal{L} &= \{(a, b) \in S \times S \mid \exists x, y \in S : b = x \circ a, \quad a = y \circ b\}, \\ \mathcal{R} &= \{(a, b) \in S \times S \mid \exists x, y \in S : b = a \circ x, \quad a = b \circ y\}, \\ \mathcal{H} &= \mathcal{L} \cap \mathcal{R} = \mathcal{L} \wedge \mathcal{R}, \mathcal{D} = \mathcal{L} \vee \mathcal{R} = \mathcal{L} \circ \mathcal{R}.\end{aligned}$$

The generalized Green's relations on a semigroup  $S$  are defined as:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}^* &= \{(a, b) \in S \times S \mid \ker a_l = \ker b_l\}, \\ \mathcal{R}^* &= \{(a, b) \in S \times S \mid \ker a_r = \ker b_r\}, \\ \mathcal{L}^\# &= \{(a, b) \in S \times S \mid (\forall x, y \in S) (ax, ay \in \mathcal{L}) \Leftrightarrow (bx, by \in \mathcal{L})\}, \\ \mathcal{R}^\# &= \{(a, b) \in S \times S \mid (\forall x, y \in S) (xa, ya \in \mathcal{R}) \Leftrightarrow (xb, yb \in \mathcal{R})\}.\end{aligned}$$

We are giving the generalized Green's relations on  $IS(X)$ , the inverse symmetric semigroup on a set  $X$ .

**Theorem.** Let  $a, b \in IS(X)$ . Then Green's relations in this semigroup are given by:

$$\begin{aligned}a\mathcal{L}b &\Leftrightarrow \exists x, y \in IS(X) \text{ such that } b = x \circ a, \quad a = y \circ b. \\ a\mathcal{R}b &\Leftrightarrow \exists x, y \in IS(X) \text{ such that } b = a \circ x, \quad a = b \circ y. \\ a\mathcal{H}b &\Leftrightarrow \exists x, y \in IS(X) \text{ such that } a = b \circ x = y \circ b. \\ a\mathcal{D}b &\Leftrightarrow a\mathcal{J}b \Leftrightarrow IS(X)aIS(X) = IS(X)bIS(X).\end{aligned}$$

**Theorem.** The generalized Green's relations on the same semigroup are defined as:

$$\begin{aligned}a\mathcal{L}^*b &\Leftrightarrow \forall x, y \in IS(X), \quad a \circ x = a \circ y \Leftrightarrow b \circ x = b \circ y. \\ a\mathcal{R}^*b &\Leftrightarrow \forall x, y \in IS(X), \quad x \circ a = y \circ a \Leftrightarrow x \circ b = y \circ b. \\ a\mathcal{L}^\#b &\Leftrightarrow \forall x, y \in IS(X), \quad (a \circ x, a \circ y) \in \mathcal{L} \Leftrightarrow (b \circ x, b \circ y) \in \mathcal{L}. \\ a\mathcal{R}^\#b &\Leftrightarrow \forall x, y \in IS(X), \quad (x \circ a, y \circ a) \in \mathcal{R} \Leftrightarrow (x \circ b, y \circ b) \in \mathcal{R}.\end{aligned}$$

---

### Список літератури

- [1] K. Shum, L. Du, Y. Guo, \*Green's relations and their generalizations on semigroups\*, Discussiones Mathematicae, General Algebra and Applications 30 (2010).

---

### Автори

**Kateryna Makovetska** — 2nd year Master student, Faculty of Mechanics and Mathematics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine;

## Development of an intelligent system for predicting and monitoring IT product metrics

N. O. Mamonov, O. A. Kapustian

In today's IT industry, effective management of product metrics is critical to maintaining their quality, productivity, and competitiveness. Many companies face the challenges of delayed response to performance changes, identifying problems only after they occur, and the difficulty of forecasting key performance indicators. Using intelligent systems to analyze and predict metrics allows companies to automate this process, ensuring timely decision-making and optimizing the operation of IT products.

In today's IT environment, product metrics play a key role not only in the technical aspect but also in the business strategies of companies. They influence decision-making regarding resource optimization, user experience, and financial efficiency. Automated intelligent systems allow to minimize the impact of the human factor, increasing the accuracy of analysis, and providing more substantiated forecasts for long-term planning of IT product development. [1]

As part of the research, an intelligent system was developed that uses machine learning methods to predict changes in key metrics of IT products. The system automatically collects, analyzes, and visualizes data in real time, allowing for rapid responses to deviations. The results showed an increase in the accuracy of the forecasts and the effectiveness of metrics management, which contributes to improving the stability and performance of IT products.

---

### Список літератури

---

- [1] Key Software Product Metrics to Evaluate and Boost Performance. (n.d.). ELEKS: Enterprise Software Development, Technology Consulting. <https://eleks.com/blog/measuring-software-product-metrics/>

---

### Автори

---

**Nazarii Oleksandrovykh Mamonov** — 2nd year Master student, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine.; E-mail: [nazarmamonov@gmail.com](mailto:nazarmamonov@gmail.com)

**Olena Anatoliyivna Kapustian** — associate professor, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine.; E-mail: [olenakapustian@knu.ua](mailto:olenakapustian@knu.ua)

## A Comparative Review of Traditional and Deep Learning Methods for UAV-to-Satellite Image Matching

I. Martsilenko, D. Chyruk, I. Minenko

This paper addresses the problem of locating a small image fragment, obtained from a UAV or ground-based camera, within a larger satellite image of a given territory. Given a large satellite image  $I$  of size  $M \times N$  pixels and a smaller image fragment  $T$ , captured by a camera, of size  $m \times n$  pixels, where  $m \ll M$  and  $n \ll N$ , the goal is to determine the coordinates where the fragment  $T$  best matches the corresponding area in image  $I$ .

Formally, the problem can be stated as finding the coordinates  $(x, y)$  that maximize the similarity function  $S(I_{x,y}, T)$ :

$$(x, y) = \arg \max_{(x, y)} S(I_{x,y}, T), \quad x \in [0, M - m], \quad y \in [0, N - n]$$

where  $I_{x,y}$  is the sub-region of image  $I$  of size  $m \times n$ , starting from coordinates  $(x, y)$ .

Extracted map segments with a pixel density of 1.019 m/px were paired with UAV video frames from 26 drone flights using GPS logs and then scaled to 256x256 pixels. The flight paths cover diverse areas, including fields, roads, forests, and buildings. The final dataset comprises 30,128 satellite-UAV image pairs.

In this work, we used two groups of methods: classical methods (SIFT, ORB, AKAZE, BRISK) [1], and state-of-the-art neural network-based methods: SuperPoint [2] and its combination with SuperGlue [3]

As a result, we notice that while traditional methods demonstrate better inner-image keypoint matching, deep learning approaches yield superior performance in inter-image matching. Particularly notable improvements are observed when combining SuperPoint with SuperGlue; however, even this approach requires further research and adaptation to better address the specific context of this task.

Method	Acc T1	Acc T5	Acc T10	Mean Err px	Median Err px	95th percentile Err	Max Err px
SIFT	0.002	0.007	0.012	114.467	110.419	217.785	280.822
ORB	0.001	0.005	0.011	77.207	71.787	158.701	210.530
Brisk	0.001	0.005	0.01	96.414	90.845	189.742	242.709
AKAZE	0.001	0.006	0.011	85.078	79.323	173.022	209.536
SuperPoint	0.003	0.012	0.031	106.981	101.208	209.536	230.437
SuperGlue	0.02	0.074	0.1	112.988	108.298	224.613	240.860

**Таблиця 1.** Methods comparison by accuracy and pixel error.

---

## Список літератури

---

- [1] S. A. K. Tareen and Z. Saleem, "A comparative analysis of SIFT, SURF, KAZE, AKAZE, ORB, and BRISK," 2018 International Conference on Computing, Mathematics and Engineering Technologies (iCoMET), Sukkur, Pakistan, 2018, pp. 1-10, doi: 10.1109/ICOMET.2018.8346440.
  - [2] DeTone D., Malisiewicz T., Rabinovich A., "SuperPoint: Self-Supervised Interest Point Detection and Description."
  - [3] DeTone D., Malisiewicz T., Rabinovich A., "SuperGlue: Learning Feature Matching with Graph Neural Networks."
- 

## Автори

---

**Ivan Martsilenko** — Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [ivan.martsilenko@flightmind.ai](mailto:ivan.martsilenko@flightmind.ai)

**Dmytro Chyruk** — 1st year Master student, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [dmytro.chyruk@flightmind.ai](mailto:dmytro.chyruk@flightmind.ai)

**Ihor Minenko** — 1st year Master student, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [ihor.minenko@flightmind.ai](mailto:ihor.minenko@flightmind.ai)

# Risk Analysis and Decision Support in Complex Systems: A System Analysis Perspective

Y. Matiiko

Many modern infrastructures, from smart power grids to large-scale transportation networks, are subject to uncertain events and potential disruptions. System analysis methodologies provide the foundation for identifying vulnerabilities and quantifying the probability and impact of risks in these interconnected environments. The goal is to support robust decision-making that balances cost, performance, and resilience.

**Risk Modeling and Assessment.** Consider a network  $G$  with  $n$  nodes, where each node  $i$  has a probabilistic parameter  $\theta_i$  representing the likelihood of a local failure. Nodes and edges are interdependent, so the overall system risk  $\mathcal{R}(G)$  depends on both individual probabilities and the topological structure of  $G$ . A simplified approach uses:

$$\mathcal{R}(G) = \sum_{i=1}^n (\theta_i \cdot w_i) + \sum_{(i,j) \in E} \alpha_{ij} \theta_i \theta_j,$$

where  $w_i$  is a weight for the importance of node  $i$ , and  $\alpha_{ij}$  captures coupling effects between connected nodes. This type of model can be extended for multi-stage failure cascades.

**Decision Support.** A multi-criteria decision-making (MCDM) framework is often adopted, incorporating:

- *Risk Mitigation:* Minimizing  $\mathcal{R}(G)$  via resource allocation or protective measures.
- *Cost Efficiency:* Balancing investments in safety and reliability against budget constraints.
- *Performance Metrics:* Ensuring acceptable levels of throughput or quality of service.

System analysis contributes by offering a holistic view of the network, highlighting critical nodes and edges, and guiding the prioritization of risk-reduction efforts.

**Results and Outlook.** Preliminary simulations on synthetic network data suggest that targeted reinforcements of a few highly connected nodes significantly lower failure propagation. Future research includes dynamic monitoring of risk in real-time and adaptive strategies that respond to unfolding events.

---

## Список літератури

- [1] Kaplan, S. & Garrick, B. J. On the quantitative definition of risk. *Risk Analysis*, 1(1):11–27 (1981).
- [2] Haimes, Y. Y. *Risk Modeling, Assessment, and Management*. 4th ed., John Wiley & Sons, 2018.

---

## Автори

Yaroslav Matiiko — Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine.; E-mail: [ayroslav.matiiko@gmail.com](mailto:ayroslav.matiiko@gmail.com)

## Автономне керування автомобілем за допомогою алгоритмів глибокого навчання з підкріпленням

Є. О. Матвієнко, Б. В. Бобиль, Я. В. Терещенко

Статистичні дані представлені в офіційному звіті компанії Tesla стосовно без-



пеки вироблених та введених в експлуатацію автомобілів (за 4-й квартал 2024) [1] демонструють доволі високу частоту ДТП автомобілів з увімкненим режимом автопілота (1 аварія на 5,94 мільйона миль) враховуючи загальну кількість проданих автомобілів 7,25 мільйона одиниць (інформацію взято з дослідницької статті [2]). Крім того, відповідно до офіційного джерела інформації компанії Tesla [3], режим автопілота вимагає залучення у процес водія та не робить транспортний засіб автономним, а також містить обмежений функціонал. Вище наведені факти визначають необхідність покращення методів автономного керування автомобілями у напрямках повної автономності, збільшення кількості функціоналу, забезпечення безпеки.

Систему автономного керування автомобілем пропонується реалізувати за допомогою методик машинного навчання з підкріпленням, що пояснюється наступним:

- відсутня необхідність в розміченому наборі даних, оскільки агент вчиться меться та тестуватиметься через взаємодію з середовищем;
- створено достатню кількість різноманітних симуляторів дорожньо-транспортного руху, які можна використати як середовище для навчання та тестування агента (у цьому науковому дослідженні використовується симулятор CARLA [4]);
- машинне навчання з підкріпленням за рахунок схеми навчання та тестування надає можливість створити автономну систему керування автомобілем, яка буде адаптивною в ході роботи зі складними, динамічними та невизначеними сценаріями дорожньо-транспортного руху реального світу.

Для виконання задачі створення системи автономного керування автомобілем було обрано сімейство алгоритмів градієнтного навчання підкріплення політики proximal policy optimization (PPO) [5], оскільки:

- алгоритми підходять для навчання та тестування агентів у складних та динамічних середовищах з безперервними діями (у керуванні автомобілем – неперервні кути повороту, зміни швидкості та прискорення тощо);
- добре масштабуються на велику кількість сценаріїв, які можна відтворити у симуляторі CARLA;
- існує низка готових реалізацій алгоритмів у вигляді бібліотек мови програмування Python (наприклад, Stable Baselines3 [6]).

---

## Список літератури

---

- [1] «Tesla Vehicle Safety Report». URL: <https://www.tesla.com/VehicleSafetyReport>
  - [2] «Tesla Sales, Revenue and Production Statistics (2025)». URL: <https://backlinko.com/tesla-stats>
  - [3] «Autopilot and Full Self-Driving (Supervised)». URL: <https://www.tesla.com/support/autopilot>
  - [4] «CARLA Simulator». URL: <https://carla.org/>
  - [5] Rohan Inamdar, S. Kavin Sundarr, Deepen Khandelwal, Varun Dev Sahu, Nitish Katal «A Comprehensive Review on Safe Reinforcement Learning for Autonomous Vehicle Control in Dynamic Environments». URL: <https://doi.org/10.1016/j.prime.2024.100810>
  - [6] «Stable Baselines3». URL: <https://stable-baselines3.readthedocs.io/en/master/index.html>
- 

## Автори

---

**Євгеній Олександрович Матвієнко** — студент 1-го курсу магістратури, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [yevhenii@matvienko@knu.ua](mailto:yevhenii@matvienko@knu.ua)

**Богдан Володимирович Бобиль** — асистент, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [bo bylbohdan@knu.ua](mailto:bo bylbohdan@knu.ua)

**Ярослав Васильович Терещенко** — асистент, доктор філософії, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [y.tereshchenko@knu.ua](mailto:y.tereshchenko@knu.ua)

## Applying BCMix codes to audio compression

**O. Matsui**

The BCMix codes proposed in [1] have proven well in natural language text compression. The question arises as to whether their use in audio data compression is effective.

We applied BCMix and Huffman codes to a sequence of differences between consecutive audio samples, which were first extracted and zigzag-encoded from the wave files. We also applied BCMix codes with an extended range of possible digit length values, where each digit of the code might have 1 to 7 bits, and the code is defined by 24 digits.

We conduct experiments for three audio files taken from the internet archive. Each file was encoded by BCMix, Huffman, Zip (with the best compression method) and 7z (with ultra compression level) compressions. The compression ratios and average decoding times of 40 decodings are shown in Table 1.

Audio	BCMix	BCMix1-7	Huffman	Zip	7z
Piano concerto 106,334,806 bytes	1.49 432 ms	1.58 409 ms	1.60 1847 ms	1.16	1.65
Lecture recordings 201,394,944 bytes	1.42 878 ms	1.50 759 ms	1.51 3316 ms	1.22	1.89
Bohemian rhapsody 50,240,184 bytes	1.30 286 ms	1.37 311 ms	1.38 1460 ms	1.09	1.42

**Таблиця 1.** Comparison of the compression ratios and decoding times

The optimal standard BCMix code used on audio data is 4 times faster than Huffman code and provides a better compression ratio compared to Zip compression. The BCMix code with an extended range of possible digit length values gives an even better compression ratio, that is close to the Huffman, without a significant difference in decoding time.

---

### Список літератури

---

- [1] Zavadskiy, I., Kovalchuk, M. Binary Mixed-Digit Data Compression Codes. In: String Processing and Information Retrieval. SPIRE 2023. Lecture Notes in Computer Science, vol 14240, pp. 381–392, 2023.

---

### Автори

---

**Oleksii Matsui** — 1st year Master student, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [oleksii.matsui@gmail.com](mailto:oleksii.matsui@gmail.com)

# Statistical estimation and hypothesis testing on impulse response function

A. Melnyk, I. Rozora

This work estimates the impulse response function (IRF) of a time-invariant linear system on a bounded domain. The IRF is key to understanding the system's internal dynamics and external responses, with applications in signal processing, econometrics, and control systems.

In a linear system, the output  $Y(t)$  is related to the input  $X(t)$  through the IRF  $H(\tau)$ :

$$Y(t) = \int_0^\Lambda H(\tau)X(t-\tau) d\tau$$

where  $H(\tau)$  is the impulse response function and  $[0, \Lambda]$  is the integration domain.

This study estimates the IRF using an input-output cross-correlogram from a single observation under a stationary Gaussian input. The estimator  $\hat{H}(\tau)$  is given by:

$$\hat{H}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T Y_N(t)X_N(t-\tau) dt$$

where  $Y_N(t)$  and  $X_N(t)$  are the observed output and input signals, respectively, and  $T$  is the total observation time.

The IRF estimator is shown to be asymptotically unbiased and strongly consistent. A mathematical foundation for a goodness-of-fit test is also developed.

Simulations using R validate the method and determine threshold values for parameters like sample size, indicating the method's effectiveness for nonparametric analysis of time-invariant systems.

---

## Список літератури

---

- [1] Kozachenko, Y., & Rozora, I. (2023). On statistical properties of the estimator of impulse response function. *Stochastic Processes, Statistical Methods, and Engineering Mathematics*, 408, 563–586.
  - [2] Rozora, I., & Melnyk, A. (2025). Statistical estimation and hypothesis testing on impulse response function. *Austrian Journal of Statistics*, 54(1), 200–213.
- 

## Автори

---

**Anastasiia Melnyk** — postgraduate student, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine.; E-mail: [anastasiia.melnyk@knu.ua](mailto:anastasiia.melnyk@knu.ua)

**Iryna Rozora** — associate professor, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [irozora@knu.ua](mailto:irozora@knu.ua)

# Handwriting-based video lectures summarization survey

A. Mysechko

Educational video lectures play a vital role in learning new concepts, skills, and ideas. Video summarization helps learners retrieve and search information from long videos in an easier way. Handwriting-based videos are one of the difficult classes to summarize. Current work addresses the latest research on this topic.

In the baseline work [1], the authors presented a technique based on a fully convolutional network structure for the extraction of handwritten content as binary images. Based on received features, they approximated relevant keyframes that were summarized in the end. The proposed method outperformed the existing baselines at that time (2021), but had problems with complex environments.

The next work (by timeline) [2] addresses limitations in traditional computer vision-based methods by focusing specifically on content detection and tracking rather than scene-specific targeting. Their system provides the ability to index and browse through video lectures. However, it fails to scale for the video summarization task due to its own complexity.

Several other works [3], [5] and [4] have similar approaches. However, further recent works do not try to summarize the handwritten part of the video lecture. Models are more generalized to any input lecture content. In addition, new approaches are considering multimodal structures. The features of audio records in conjunction with processed video frames increase summarization performance [6]. Also, it was shown that by selecting the most important audio and video segments improves performance of video summarization. Based on that, the same authors of [6] in the next work [7] presented a new fuzzy-based deep convolutional kronecker network. As a result, created video summaries are memory-efficient and have enhanced speed retrieval.

As a result, different handwritten-based video summarization approaches were shown. The tendency among recent papers is to use multimodal models or transformers (not addressed in this particular study). Current works have shown decent results for video summarization. However, one of the common problems is poor robustness to noisy and poor quality videos and semantic-based misunderstandings that can hinder the model results. So, there is still room to increase the quality of video summarization.

---

### Список літератури

---

- [1] Davila K. FCN-LectureNet: Extractive Summarization of Whiteboard and Chalkboard Lecture Videos / K. Davila, F. Xu, S. Setlur, V. Govindaraju // IEEE Access - Vol. 9 - 2021 - P. 104469-104484
- [2] Sun F. Lecture video automatic summarization system based on DBNet and Kalman filtering. / F. Sun, X. Tian // Mathematical Problems in Engineering - 2022 - P. 5303503
- [3] Nayak S. K. Hybrid method of video shot segmentation based on YCbCr space color model. / S. K. Nayak, J. Majumdar // Journal of Engineering Research and Reports. - 2021
- [4] Zang S.S. Unsupervised video summarization using deep non-local video summarization networks. / S.S. Zang, H. Yu, Y. Song and R. Zeng/ Neurocomputing - Vol. 519 - 2023 - P. 26-35.
- [5] Zhang Y. Attention-guided multi-granularity fusion model for video summarization. / Y. Zhang, Y. Liu and C. Wu // Expert Systems with Application - Vol. 249 - 2024 - P.123568.
- [6] Kaur P.C. Optimized deep learning enabled lecture audio video summarization. / P.C. Kaur, L. Ragha // Journal of Visual Communication and Image Representation - 2024 - Vol. 104 - P.104309
- [7] Kaur P.C. Fuzzy-based DCKN: Fuzzy-based deep convolutional kronecker network for semantic analysis of summarized video. / P.C. Kaur, L. Ragha // Education and Information Technologies - 2025 - P. 1-41

---

### Автори

---

**Artemii Mysechko** — postgraduate student, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [mysechko01@gmail.com](mailto:mysechko01@gmail.com)

# Depth-Guided Instance Segmentation for Structural Damage Assessment

B. S. Mykhalin

The assessment of structural damage is a crucial task in various domains, including disaster management, infrastructure maintenance, and urban development. Effective and timely damage assessment enables authorities to make informed decisions, allocate resources efficiently, and mitigate risks. Traditional damage assessment methods typically require manual inspections, which are often slow, expensive, and prone to subjective errors. Moreover, in large-scale disasters such as earthquakes, hurricanes, and industrial accidents, manual assessment methods may become impractical due to the sheer scale of damage.

Recent advancements in artificial intelligence (AI) and computer vision have paved the way for automated damage assessment systems. Among these advancements, instance segmentation - a technique that identifies and delineates individual objects within an image - has shown significant promise. However, traditional segmentation methods relying solely on RGB imagery often struggle in scenarios involving occlusions, poor lighting conditions, and complex urban landscapes. Depth information, which provides an additional layer of spatial context, can enhance segmentation accuracy by distinguishing between different structural components and identifying damage more precisely.

The primary goal of this research is to develop a depth-guided instance segmentation system that improves the accuracy and reliability of structural damage assessment. By integrating depth information with instance segmentation models, this approach seeks to enhance the identification of damaged regions, refine object boundaries, and reduce false detections caused by challenging environmental conditions.

---

## Автори

**Bogdan Sergeyevich Mykhalin** — Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine;  
E-mail: [bogdan\\_mykhalin@knu.ua](mailto:bogdan_mykhalin@knu.ua)

---

## Імпутація як метод попередньої обробки даних

П. Нагорний

У ході виконання даної роботи досліджено методи імпутації значень як складовий етап попередньої обробки даних у випадку наявності пропусків значень. Визначено сутність імпутації як метода відновлення пропущених значень. Досліджено основні методи імпутації значень, серед яких: заповнення пропусків середніми значеннями, заповнення з підбором, регресійні методи, евристичні та ітераційні методи, такі як ЕМ-алгоритм, Multiple Imputation.

Окрему увагу приділено регресійним методам імпутації даних. Для цього підібрано аналізовану вихідну неповну вибірку відомостей щодо стану здоров'я респондентів, хворих на діабет. Визначено статистичні параметри вибірки. Виявлено випадки нереалістичних значень у вибірці (наприклад, індекс маси тіла дорівнює 0), які інтерпретовано як пропущені. Підготовлено вибірку до подальших досліджень методів імпутації даних.

Проаналізовано методи імпутації даних на основі детермінованої та стохастичної регресії. З'ясовано, що детермінована регресія призводить до зменшення мінливості даних, наближення значень вибірки до регресійної гіперплощини, підвищення ексцесу графіка розподілу змінних, ущільнення діапазону значень відповідних змінних. У певному розумінні, даних проблем позбавлена стохастична регресія, яку у здійсненому дослідженні змодельовано шляхом додавання стохастичного шуму. Водночас жодний із методів імпутації даних з використанням регресії не є ідеальним.

У випадках, коли пропущена значна кількість значень певної вибіркової змінної, варто застосовувати інші, більш продуктивні методи імпутації даних. Дослідження таких методів становить перспективу подальших досліджень.

---

### Список літератури

---

- [1] Lohr S. L. Sampling. Design and Analysis. 3rd Edition. New York : CRC Press, 2022. 645 p.
  - [2] Soley-Bori M. Dealing with missing data: key assumptions and methods for applied analysis. Technical Report. 2013. No. 4. P. 1–20.
  - [3] Therese D. Pigott. A review of methods for missing data. Educational Research and Evaluation. 2001. Vol. 7, No. 4. P. 353–383.
- 

### Автори

---

**Павло Володимирович Нагорний** — студент 2-го курсу магістратури, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна.; E-mail: [inn5665@gmail.com](mailto:inn5665@gmail.com)

## Генерація неструктурованого рівня за допомогою постановки задачі комівояжера

**С. Назарчук**

У сучасній ігровій індустрії генерація унікальних рівнів є важливим аспектом розробки ігор, особливо у жанрах roguelike, RPG та survival. Генерація неструктурованого рівня має низку переваг, зокрема збільшення різноманіття ігрових ситуацій, створення унікального досвіду для кожного гравця та оптимізацію витрат на розробку рівнів вручну.

Існує безліч варіантів генерації рівнів [1], більшість з яких будується на принципі (генерація кімнати – генерація коридору – генерація кімнати – генерація коридору). В багатьох таких варіантах результат має чітку структуру і майже позбавлений випадковості.

У даній роботі ми вирішили використати задачу комівояжера для генерування рівнів.

Нехай задана множина прямокутних кімнат, з яких повинен складатися рівень. Першу ставимо на початок координат і позначаємо як побудовану. Наступну кімнату генеруємо, використовуючи як опір одну з побудованих кімнат. Обираємо випадковий вектор, який визначає розміщення нової кімнати відносно опірної, і позначаємо її, як побудовану. Якщо ж під час генерації ми поставили нову кімнату так, що вона перетнулася з вже побудованою, то напрямком обраного вектору залишаємо, а опірну кімнату змінюємо на ту, з якою нова перетнулася. Далі продовжуємо генерувати поки не закінчатся кімнати.

На цьому етапі ми маємо постановку задачі комівояжера, де є множина кімнат, які треба з'єднати коридорами [2]. Наприклад, послідовно знаходимо найменшу відстань між кімнатами і поєднуємо їх у один список. Для випадковості пропонуємо будувати коридор не між найближчими сторонами кімнат, а через довільні сторони.

Таким чином ми отримуємо згенерований рівень, який не має якоїсь конкретної структури. Його можна використовувати як для створення унікального ігрового досвіду гравця, так і для будовання унікальних карт завдань, наприклад, для тренування польоту на дроні.

---

## Список літератури

---

- [1] Zisen Zhou, Matthew Guzdial. Toward Co-creative Dungeon Generation via Transfer Learning. — 2021.
  - [2] Venkat Padmasola, Zhaotong Li, Rupak Chatterjee, Wesley Dyk. Solving the Traveling Salesman Problem via Different Quantum Computing Architectures. — 2025.
- 

## Автори

---

**Сергій Олегович Назарчук** — студент 2-го курсу магістратури, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [nazarchuk.serg@gmail.com](mailto:nazarchuk.serg@gmail.com)

# Дослідження алгоритмів тривимірного пакування для логістичних задач

**Б. Нижник**

Алгоритми пакування є важливою складовою наступного етапу розвитку логістики, особливо в умовах переходу до Логістики 4.0, де дедалі ширше впроваджуються автоматизовані та роботизовані рішення на складах і в транспортних вузлах. Задача тривимірного пакування належить до класу NP-складних, а її розв'язання ускладнюється практичними обмеженнями — зокрема такими, як забезпечення стійкості палети, навантаження на пакування.

У цьому дослідженні розглянуто сучасні підходи до вирішення задачі тривимірного пакування з акцентом на типову структуру алгоритмів. Більшість рішень включають чотири ключові компоненти: (1) сховище для збереження інформації про вільний простір, зокрема реалізоване через Maximal Space Storage або Guillotine Cut Storage; (2) метод розміщення коробок у доступні області; (3) механізм групування коробок у групи або шари; (4) алгоритми перевірки коректності, стійкості та збалансованості пакування. Поширеною практикою є формування горизонтальних рівнів з однакових коробок, які повністю покривають площину і укладаються один на одного.

Через обчислювальну складність і непередбачуваність задачі, більшість сучасних систем генерують велику кількість варіантів пакування з подальшим вибором найкращого за критеріями щільності заповнення, положення центру мас, стійкості та рівномірного розподілу ваги. Огляд охоплює евристичні та метаевристичні методи, зокрема багатощарові та блочні стратегії, алгоритми на основі імітації відпаду тощо. Метою роботи є порівняльний аналіз сильних і слабких сторін актуальних алгоритмів у контексті їх практичного використання для задач автоматизованого пакування в сучасних логістичних системах.

---

## Список літератури

---

- [1] José Fernando Gonçalves, Mauricio G.C. Resende, 2013, A biased random key genetic algorithm for 2D and 3D bin packing problems, International Journal of Production Economics, 145, 2, 500-510
- [2] Layeb Safa, Jabloun Omar, Jaoua Amel, 2017, New Heuristic for the Single Container Loading Problem. International Journal of Economics, Strategic Management of Business Process, 8. 1-7.

---

## Автори

---

**Борис Миколайович Нижник** — студент 2-го курсу магістратури, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [nyzhnykb@gmail.com](mailto:nyzhnykb@gmail.com)

# Designing a model of a unified algorithmic environment for AM process planning

M. Osiponok, V. Tereshchenko

The research is focused on a model of a unified algorithmic environment (MUAЕ) [1] that serves as the backbone of the additive manufacturing (AM) process planning framework. MUAЕ offers an alternative to the traditional batch-algorithmic approach by ensuring that all components are built on shared data structures and procedures. This eliminates the need for a separate pre-processing step for each algorithm, resulting in improved time and memory efficiency. Given the wide range of algorithmic problems in AM process planning, applying a MUAЕ can result in a more flexible system[2].

To identify the optimal foundational data structure or a set of them, it is crucial to assess the most frequently used operations and subroutines of the algorithms discussed in [2]. Our research indicates that it is worth considering 2D and 3D cases separately when constructing the MUAЕ in this context. In 3D problem scenarios, most algorithms use nearest neighbor search or raycasting. Consequently, a MUAЕ based on an *octree* and *BVH-tree* can significantly enhance overall performance. However, in 2D problems, various tasks related to planar polygons often arise. Hence, a planar subdivision, including but not limited to triangulation, represented as a *doubly connected edge list*, is a reasonable choice for the MUAЕ.

---

## Список літератури

---

- [1] Tereshchenko, V., Anisimov, A. *Recursion and parallel algorithms in geometric modeling problems..* Cybernetics and Systems Analysis, 46(2), 173-184, 2010. <https://doi.org/10.1007/s10559-010-9196-z>
- [2] Tereshchenko, V., Osiponok, M. *Process planning in additive manufacturing: a review of problems and methods of their solution* Bulletin of Taras Shevchenko National University of Kyiv. Series: Physics and Mathematics, 78(1), 128-136, 2024. <https://doi.org/10.17721/1812-5409.2024/1.24>

---

## Автори

---

**Maksym Osiponok** — Post-graduate, Faculty of Computer Science and Cybernetics. Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [osipyonok@ukr.net](mailto:osipyonok@ukr.net)

**Vasyl Tereshchenko** — Dr. Sci., Prof degree. Faculty of Computer Science and Cybernetics. Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [v\\_ter@ukr.net](mailto:v_ter@ukr.net)

# Fuzzy set approach to one flexible job-shop scheduling problem

Ye. Osmak, O. Kapustian

The prioritization, selection and scheduling of maintenance and repair jobs in service



companies is a complex decision-making problem under limited resources. The proposed mathematical model bridges a gap between predictive maintenance and jobs scheduling by developing a fuzzy multi-criteria integer linear programming (MILP) model, aiming to maximize potential revenue while minimizing job execution time. A novel approach, namely interval type-2 fuzzy numbers (IT2FN), is used to model revenue uncertainty. Flexible job-shop scheduling problem (FJSSP) framework is used. By employing IT2FN, the proposed model captures both the ambiguity in expert assessments and imprecision in defining membership functions, providing a more nuanced representation of expert knowledge (Li, 2021).

Key innovations include:

- FJSSP principles adapted to a service company contexts
- A time-indexed model for precise job allocation across mobile workshops
- Technician skill-level-based job assignment
- An interval type-2 fuzzy set approach capturing expert uncertainty and membership function vagueness

The proposed approach is particularly relevant for industries reliant on expensive equipment, such as construction, mining and power systems, where downtime reduction and revenue optimization are critical. Future research directions include numerical experiments, machine learning techniques for fuzzy parameter identification, and structural fuzziness to model uncertain available of mobile workshops (Mashchenko, 2022) \bibitem

---

## Список літератури

---

- [1] Junqing Li, Zheng-min Liu, Chengdong Li, Zhixin Zheng. (2021). Improved artificial immune system algorithm for type-2 fuzzy flexible job shop scheduling problem. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 29(11), 3234-3248. doi:10.1109/TFUZZ.2020.3016225
- [2] Mashchenko, S. O. (2022). On a Solution Set to a Mathematical Programming Problem With a Fuzzy Set of Constraint Indices. *International Journal of Fuzzy System Applications (IJFSA)*, 11(1), 1-28. <https://doi.org/10.4018/IJFSA.303560>

---

## Автори

---

**Yevhen Osmak** — postgraduate, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [yevhen.osmak@knu.ua](mailto:yevhen.osmak@knu.ua)

**Olena Kapustian** — associate professor, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [olenakapustian@knu.ua](mailto:olenakapustian@knu.ua)

## Додавання функціоналу оцінки енерговитрат до бенчмарку NEPscore

### Н. П'ятигорський

Робоча група NEPiX розробила фреймворк NEPscore для тестування продуктивності серверів за допомогою додатків від спільноти фізики високих енергій. Цей фреймворк керує виконанням тестових навантажень у контейнерах та формує зважену оцінку продуктивності. Наразі NEPscore зосереджений на вимірюванні обчислювальної потужності, але не має засобів оцінки енерговитрат.

Енергоефективність є важливим параметром при оцінці обчислювальних систем. Вибір ресурсів з урахуванням енергоспоживання знижує витрати на електроенергію, зменшує вплив на довкілля та забезпечує відповідність стандартам енергозбереження. Існуючі методи вимірювання енерговитрат для навантажень NEP

потребують адміністративних прав або спеціального обладнання, що обмежує їх використання в розподілених середовищах.

У дослідженні запропоновано розширення функціоналу HEPscore для вимірювання енерговитрат без потреби у спеціальних правах доступу. Рішення розроблено у відповідності до технічних вимог HEPscore: на мові Python, без сторонніх утиліт. Для вимірювання енергоспоживання використано технологію RAPL (Running Average Power Limit) на процесорах архітектури x86, з плануванням подальшого розширення підтримки на ARM архітектуру.

Проведена валідація розробленої реалізації демонструє кореляцію між програмними вимірюваннями та показниками зовнішнього моніторингу при виконанні різних робочих навантажень. Отримані дані дозволяють порівнювати енергоефективність апаратних платформ, що становить практичну цінність при виборі обчислювальних ресурсів.

---

### Список літератури

---

- [1] Giordano Domenico. HEPiX benchmarking solution for WLCG computing resources [Електронний ресурс] // Springer. – 2021. – DOI: 10.1007/s41781-021-00074-y.
  - [2] Hollowell C. HEPscore Application – Design, Status and Plans [Електронний ресурс] // Brookhaven National Laboratory. – 2019. – Доступно на офіційному сайті конференції HEPiX.
- 

### Автори

---

**Нікіта Дмитрович П'ятигорський** — студент 2-го курсу магістратури, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [n\\_piatygorский@knu.ua](mailto:n_piatygorский@knu.ua)

## Context-Awareness in Version Control Systems

V. Pavlenko, O. Halavai

Version control systems (VCS) have become an integral part of the software development process and collaborative teamwork. From IBM's punch card utility IEBUPDTE to today's widely used Git and more recent systems like Pijul, VCS have undergone significant transformations over more than 80 years.

Throughout their history, VCS have continuously adapted to technological advancements and the evolving requirements of software engineering. The evolution began with the first generation of local versioning systems, such as SCCS and RCS, developed between the 1960s and 1980s. This was followed by a period dominated by centralized, second-generation systems such as CVS, P4, and SVN during the 1980s and 1990s. The third generation, most notably represented by distributed systems like Darcs, Bazaar, Pijul, and Git, emerged in the early 2000s and remains the industry standard today.

Given the trend in the development of VCS, it is evident that this evolution corresponds to the S model of the digital (discrete) revolution. With the increasingly active development of technologies, particularly in the field of artificial intelligence (AI), we can now see its influence in the emergence of new version control utilities.

Recently, AI has advanced to the point where it can generate complex code, and some of the latest tools are now capable of automatically reviewing merge requests (e.g., CodeRabbit). Today, context awareness is deepening, enabling AI to better understand complex codebases.

Coupled with the rapid development of AI, numerous research papers have explored various aspects of contextual integration in version control systems in recent years.

Thus, after more than 20 years of stagnation, we are on the verge of developing new context-aware version control systems.

---

### Список літератури

---

- [1] Nguyen, H., Treude, C., & Thongtanunam, P. (2024). *Encoding Version History Context for Better Code Representation*.
  - [2] Mandli, A. R., Rajput, S., & Sharma, T. (2024). *COMET: Generating Commit Messages using Delta Graph Context Representation*.
  - [3] Svyatkovskiy, A., Fakhoury, S., Ghorbani, N., Mytkowicz, T., Dinella, E., Bird, C., Jang, J., Sundaresan, N., & Lahiri, S. (2022). *Program Merge Conflict Resolution via Neural Transformers*.
- 

### Автори

---

**Vladyslav Pavlenko** — 2nd year Master student, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [vpavlenko@knu.ua](mailto:vpavlenko@knu.ua)

**Oleksandr Halavai** — assistant, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [halavai@knu.ua](mailto:halavai@knu.ua)

## Протоколи доведення зобов'язань на основі доказів з нульовим розголошенням

М. А. Перекопський

В умовах зростаючої необхідності у прозорості фінансових установ та блокчейн-платформ докази з нульовим розголошенням (ZKPs) стають важливим інструментом перевірки фінансової платоспроможності без розкриття чутливої інформації. Circom є одним із найбільш зручних фреймворків для побудови zk-SNARK схем.

Для реалізації доведення зобов'язань у Circom було обрано дерево Меркла як засіб комітменту. Листові вершини містять хешовану інформацію про баланси користувачів, використовуючи zk-friendly хеш-функцію Poseidon. Доведення коректності зобов'язання здійснюється через zk-SNARK схему, яка перевіряє правильність обчислення хешів та суми балансів.

У роботі було проведено порівняльний аналіз реалізацій з використанням: дерева сум-Меркла, KZG-зобов'язань, Circom + zk-SNARK.

Порівняно з попередньою роботою, було досліджено продуктивність інших zk-friendly хеш-функцій, таких як MiMC та Rescue Prime. Аналіз показав, що Poseidon демонструє найкращі показники ефективності з точки зору кількості обчислювальних кроків у Circom. Однак, MiMC може бути більш вигідним для певних сценаріїв завдяки своїй простій структурі, яка дозволяє зменшити складність схем.

Circom показав найкращі результати щодо конфіденційності та компактності доказів, тоді як дерево сум-Меркла було ефективнішим у швидкості обчислення, але поступалося у забезпеченні приватності. KZG-зобов'язання потребували більше ресурсів на генерацію доказів, однак забезпечували універсальність використання.

---

### Список літератури

---

- [1] Buterin, V. (2022). *Proof of Solvency*.  
[https://vitalik.eth.limo/general/2022/11/19/proof\\_of\\_solvency.html](https://vitalik.eth.limo/general/2022/11/19/proof_of_solvency.html)
- [2] Feist, D. (2020). *Kate Polynomial Commitments*.  
<https://dankradfeist.de/ethereum/2020/06/16/kate-polynomial-commitments.html>

- [3] Grassi, L. (2019). *POSEIDON: A New Hash Function for Zero-Knowledge Proof Systems*.  
<https://eprint.iacr.org/2019/458.pdf>

---

#### Автори

**Михайло Андрійович Перекопський** — студент 1-го курсу магістратури, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна.; E-mail: [perekopskyi@knu.ua](mailto:perekopskyi@knu.ua)

## Класифікація часових рядів при діагностиці захворювань

**А. Г. Перерва**

Серцево-судинні захворювання (ССЗ) є однією з провідних причин смертності у світі, що робить їх діагностику та профілактику ключовими завданнями сучасної медицини. Автоматизація процесу аналізу електрокардіографічних (ЕКГ) сигналів є важливим кроком у підвищенні точності та швидкості діагностування таких патологій, як аритмії, ішемічна хвороба серця та інші порушення серцевого ритму. Застосування методів аналізу часових рядів у діагностиці захворювань дозволяє зменшити вплив людського фактора, підвищити достовірність результатів та оптимізувати процес обробки біомедичних сигналів. Сучасні підходи базуються на використанні машинного навчання, алгоритмів виявлення характерних особливостей сигналів та їхньої класифікації. Автоматизований аналіз ЕКГ-сигналів має важливе значення у кардіології, оскільки дозволяє лікарям швидше реагувати на критичні зміни в стані пацієнта, а також забезпечує можливість віддаленого моніторингу. Одним із перспективних напрямів є застосування алгоритмів машинного навчання для розпізнавання патологічних змін у серцевому ритмі, що дозволяє покращити точність діагностики та скоротити час на обробку даних. Аналіз часових рядів ЕКГ дозволяє оцінити варіабельність серцевого ритму, виявити аномалії та розпізнати потенційні патології. Впровадження автоматизованих алгоритмів у діагностику ССЗ сприятиме покращенню якості медичних послуг, підвищенню ефективності лікування та оптимізації використання ресурсів. Метою цієї роботи є дослідження методів автоматизованої обробки та класифікації часових рядів ЕКГ-сигналів, розробка алгоритму їхньої аналізу та порівняння ефективності різних підходів для покращення діагностики серцево-судинних захворювань.

---

#### Автори

**Антоніна Григорівна Перерва** — студентка 2-го курсу магістратури, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [lavless63@gmail.com](mailto:lavless63@gmail.com)

## Про метод знаходження оптимальної множини практичної стійкості лінійної системи диференціальних рівнянь на площині

**Б. Петренко**

Практична стійкість систем диференціальних рівнянь є важливою галуззю теорії динамічних систем [1]. Вона пов'язана з реальними задачами моделювання та керування систем за наявних фазових обмежень. На відміну від класичної стійкості

за Ляпуновим, яка аналізує поведінку траєкторій у нескінченно малих околах рівноважних станів, практична стійкість розглядає системи в кінцевих проміжках часу за наявних обмежень на стан. Ця концепція відіграє ключову роль у прикладних задачах. Наприклад, у технічних системах важливо не так забезпечити асимптотичну стійкість незбуреного розв'язку, як гарантувати, що поведінка системи в динаміці не вийде за обмеження, які пов'язані з умовами експлуатації.

Одним із ключових понять теорії практичної стійкості є оптимальна множина практичної стійкості [1]. Вона є такою множиною початкових умов у фазовому просторі, виходячи з яких траєкторії системи залишаються протягом заданого проміжку часу в регламентованих обмеженнях на стан. Доповідь висвітлює властивості оптимальної множини практичної стійкості розв'язків систем звичайних диференціальних рівнянь. Запропоновано алгоритм знаходження оптимальної множини практичної стійкості лінійної системи диференціальних рівнянь другого порядку з постійними коефіцієнтами у випадку стаціонарних фазових обмежень у формі кулі.

---

### Список літератури

---

- [1] Пічкур В. В., Капустян О. В., Собчук В. В. Стійкість та аттрактори еволюційних рівнянь. К. : Київський університет, 2023. 367 с.
- 

### Автори

---

**Богдан Анатолійович Петренко** — студент 4-го курсу, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна.; E-mail: [petrenko.bogdan09@gmail.com](mailto:petrenko.bogdan09@gmail.com)

---

## Оптимізація SVGF для сучасних графічних процесорів

**Р. Пікульський**

Трасування шляху світла методом Монте-Карло є одним з провідних методів рендерингу зображень у комп'ютерній графіці. Завдяки точному моделюванню поведінки світла даний метод дозволяє обчислювати реалістичні візуальні ефекти. Однак, обмежені обчислювальні можливості апаратного забезпечення та складність моделей взаємодії світла з об'єктами навколишнього середовища обмежує максимальну кількість стохастичних вибірок, що можуть бути обчислені у випадку інтерактивного рендерингу. Це зумовлює значну дисперсію результату методу Монте-Карло, що виглядає як "зашумлене" зображення. Зважаючи на це, актуальними є дослідження методів видалення шуму - евристичних алгоритмів пост-обробки зображення, що значно зменшують дисперсію результату ціною внесення невеликого зміщення; типовими підходами є використання результатів сусідніх пікселів зображення та попередніх кадрів в якості додаткових даних з розрахунком на відсутність різких змін освітлення. Станом на сьогодні, одним з найбільш вправних методів видалення шуму є SVGF (spatiotemporal variance-guided filtering).

У даній роботі розроблено методи оптимізації алгоритму SVGF з огляду на архітектуру сучасних графічних процесорів. А саме, пропонується метод переупорядкування елементів даних зображення за значенням остачі від ділення індекса елемента на деякий дільник. Така модифікація дозволяє покращити локальність доступу до пам'яті під час виконання алгоритму, що поліпшує його ефективність; у роботі проводиться аналіз алгоритму у його різних конфігураціях та формулюються принципи оптимального вибору конкретного розташування даних у пам'яті під час різних стадій алгоритму для будь-яких параметрів налаштування. Також, запропоновано метод розподілу навантаження на графічний процесор при виконанні алгоритму, що дозволяє зменшити кількість операцій доступу до пам'яті.

Представлені оптимізації мають суто інженерний характер та не впливають на якість результату алгоритму; таким чином, вони дозволяють покращити ефективність алгоритму ціною лише збільшення складності реалізації. Експериментально показано, що розроблені оптимізації збільшують швидкодію алгоритму SVGF у 1.3-2.5 рази в залежності від конфігурації.

---

#### Автори

**Ростислав Михайлович Пікульський** — аспірант, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [rostyslav.pikulsky@gmail.com](mailto:rostyslav.pikulsky@gmail.com)

## Ensemble Method for M/G/1 systems' steady states probabilities estimation

**D. Prystaichuk, Y. Tereshchenko**

This paper extends the ensemble method to M/G/1 queues by employing multiple slightly modified systems to improve rare-state simulation accuracy. Our approach yields more accurate tail-probability estimates and enhanced stability compared to standard methods.

The algorithm consists of three steps:

- (1) *Ensemble initialization*: For each estimator  $i \in \{1, \dots, N\}$ , sample variations  $\delta_{\lambda,i} \sim \mathcal{U}(-0.05, 0.05)$  and  $\delta_{G,i} \sim \mathcal{U}(-0.1, 0.1)$ , then adjust arrival rate  $\lambda_i = \lambda(1 + \delta_{\lambda,i})$  and service-time distribution parameters to modify  $\mathbb{E}_i[S]$  and  $C_{S,i}^2$ ;
- (2) *Simulation*: Run discrete-event simulation for each modified system, then convert raw probabilities using likelihood-ratio corrections:

$$\hat{\pi}_i(s) \approx \tilde{\pi}_i(s) \left( \frac{\rho}{\rho_i} \right)^s \frac{1 - \rho}{1 - \rho_i} \exp \left( -\frac{1}{2} \frac{(C_S^2 - C_{S,i}^2)s(s-1)}{1 + C_{S,i}^2} \right);$$

- (3) *Aggregation*: Apply trimming to remove outliers and average remaining estimates.

For numerical validation, we tested an M/M/1 system with  $\lambda = 1.0$ ,  $\mu = 20.0$ ,  $\rho = 0.05$ . A 25 ensemble accurately estimated rare states (e.g.,  $\pi_{10} = 8.01 \times 10^{-14}$  vs. analytical  $9.28 \times 10^{-14}$ ) while standard Monte Carlo failed beyond  $s = 4$ . The ensemble method achieved 10.6% average error with comparable computational cost.

---

#### Список літератури

- [1] F. Pollaczek, "Über eine Aufgabe der Wahrscheinlichkeitsrechnung," *Mathematische Zeitschrift*, vol. 32, no. 1, pp. 64–100, 1930.
- [2] D. M. Zuckerman, L. T. Chong, "Weighted ensemble simulation: Review of methodology, applications, and software," *Annual Review of Biophysics*, vol. 40, pp. 41–62, 2011.

---

#### Автори

**Dmytro Prystaichuk** — 1st year Master student, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [dmytro.prist@gmail.com](mailto:dmytro.prist@gmail.com)

**Yaroslav Tereshchenko** — assistant, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [yter2016@gmail.com](mailto:yter2016@gmail.com)

## Порівняння швидкодії Java-застосунку з використанням Spring Web, Spring WebFlux та Virtual threads

**Р. Прокопчук, В. Вобиль**

Згідно з рейтингом мов програмування ТЮВЕ, станом на березень 2025 року Java займає 3 місце, поступаючись лише C++ та Python. Кросплатформеність, безпека, зворотна сумісність - це все робить Java хорошим вибором для розробки backend застосунків.

Найпопулярнішою екосистемою для розробки backend застосунків на Java є Spring, яка надає велику кількість модулів: робота з HTTP, базами даних, мікросервісною архітектурою тощо. Модуль Spring Web надає зручний набір інструментів для обробки HTTP-запитів. Однак, Spring Web використовує модель «thread per request», яка передбачає виділення окремого потоку на обробку HTTP-запиту, що є затратною операцією. Також, під час обробки запиту потік може блокуватися у зв'язку з очікуванням опрацювання I/O операцій замість того, щоб виконувати інші операції.

Ці проблеми вирішує альтернативний модуль – Spring WebFlux, який надає змогу опрацьовувати запити в реактивному стилі з використанням моделі «event loop», даючи змогу ефективно використовувати CPU. Разом з цим, Spring WebFlux має недоліки: складність відлагодження, високий поріг входження та проблеми з підтримкою сторонніх бібліотек.

У Java 21 з'явилася концепція virtual threads. Вона передбачає використання легких потоків, які, на відміну від звичайних(platform), не прив'язані до конкретного потоку операційної системи. Такий підхід дає змогу забезпечити одночасне виконання багатьох задач, що часто блокуються під час I/O операцій.

Для порівняння швидкодії було створено застосунок для роботи з нотатками, який використовує два мікросервіси: note-service(логіка роботи з нотатками) та file-service(сховище прикріплених файлів). Для note-service було реалізовано дві версії: традиційну(з використанням Spring Web) та реактивну(Spring WebFlux). Проведення навантажувального тестування та отримання метрик швидкодії здійснювалося з використанням Apache JMeter

---

### Автори

**Роман Ігорович Прокопчук** — студент 1-го курсу магістратури, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [prokopchukroman@hotmail.com](mailto:prokopchukroman@hotmail.com)

**Богдан Володимирович Вобиль** — асистент, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [bo bylboh dan .a@knu.ua](mailto:bo bylboh dan .a@knu.ua)

## Training quadrotor control strategies using reinforcement learning in a simulated environment

**I. Ramyk, Y. Linder**

Reinforcement Learning (RL) has become a powerful tool enabling training

autonomous agents to perform complex tasks in dynamic environment. In this study, we applied RL for training quadrotor navigation strategies using a simulated environment. The primary objective was to develop an autonomous control system that is capable of navigating a drone from point A to point B while avoiding obstacles.

To simulate the environment, we used Microsoft Airsim, a flexible drone simulator that offers a realistic physics engine, high-quality 3D environments, and a flexible API. Air Sim was chosen because of the opportunity to integrate with Python and compatibility with the RL environment.

The environment was configured using the OpenAI gym interface, which served as a bridge between the simulator and the training algorithm. The interface allowed the RL agent to receive observations and then send control command to AirSim in a structured, gym-compliant format. The training pipeline was designed using the RLib library, selected for its scalability, the underlying support for various RL algorithms, and ease of integration with complex environment. For training, a policy was implemented and adapted using proximal policy adaptation (PPO), which is a widely used algorithm in RL problems. The trained drone successfully learned to navigate at a target place while avoiding static obstacles.

These results demonstrates the feasibility of using reinforcement learning to train autonomous drones and offers a reproducible setup which can be applied to more complex control tasks, such as the pursuit problem.

---

## Автори

---

**Ivan Ramyk** — postgraduate, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [iramyk@knu.ua](mailto:iramyk@knu.ua)

**Yaroslav Linder** — assistant, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [yaroslav.linder@knu.ua](mailto:yaroslav.linder@knu.ua)

# Оцінка доларизації та моделі для визначення рівня доларизації в Україні

С. Роговий

Доларизація — це процес, за якого іноземна валюта частково або повністю виконує функції національної валюти в економіці країни. Виділяють повну доларизацію (заміна національної валюти), часткову доларизацію (використання іноземної валюти в окремих секторах) та фінансову доларизацію, що проявляється у високій частці валютних депозитів та кредитів.

Оцінка рівня доларизації здійснюється через коефіцієнт:

$$DLD_t = \frac{M_t^*}{M_t} \times 100\%,$$

де  $M_t^*$  — обсяг депозитів у іноземній валюті,  $M_t$  — загальна грошова маса.

Для визначення рівня доларизації використано модель авторегресії з розподіленими лагами (ARDL), що дозволяє аналізувати коротко- та довгострокові взаємозв'язки між макроекономічними змінними:

$$D_t = \alpha + \sum_{i=1}^p \beta_i D_{t-i} + \sum_{j=0}^q \gamma_j X_{t-j} + \varepsilon_t,$$

де  $D_t$  — рівень доларизації,  $X_t$  — пояснюючі змінні: рівень інфляції ( $I_t$ ), валютний курс ( $E_t$ ), облікова ставка ( $R_t$ ).



Україна неодноразово стикалася з періодами економічної нестабільності, які призводили до девальвації гривні та зростання доларизації. Повномасштабне вторгнення Росії в Україну суттєво посилило макроекономічні ризики, що стимулювало населення та бізнес зберігати заощадження у більш стабільній іноземній валюті.

З урахуванням цих факторів, у моделі доларизації будуть враховані такі показники, як темп зміни реального ВВП, рівень безробіття, обсяг міжнародних резервів, дефіцит бюджету та річна зміна обсягів депозитів у національній валюті, що відображають макроекономічну нестабільність та рівень довіри до національної валюти.

---

### Список літератури

---

- [1] Хведчук К., Сініченко В., Топф Б. Оцінка природного рівня фінансової доларизації в Україні. *Вісник Національного банку України*, 2018, № 247, с. 38–44. DOI: <https://doi.org/10.26531/vnbu2019.247.03>
- 

### Автори

---

**Семен Сергійович Роговий** — студент 2-го курсу магістратури, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський Національний Університет ім. Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [rogovyi72@knu.ua](mailto:rogovyi72@knu.ua)

## Application for Computer Control Using MIDI Messages

S. Romankiv

In the modern world, along with the rapid development of media and electronic music, the use of various devices that utilize MIDI as the primary standard for information exchange is becoming increasingly widespread. As a result, more and more people are becoming owners of various devices that support MIDI protocol, such as MIDI keyboards, DJ controllers, electronic drum kits, electronic pedal boards, and others. This makes the creation of an application for converting MIDI messages into computer actions a relevant task, which increases the variety of use cases for these devices alongside their primary functions.

As a prerequisite, requirements were formulated based on the conducted analysis of existing software solutions. After the development was finished, an automated testing was implemented for the core functionality and an installer was created.

For developing interaction with the MIDI subsystem CoreMIDI framework was used. A MIDI receiver client is created and an input port is opened for receiving incoming messages. A non-blocking queue is used for transferring messages to the main thread.

A special timer in the application periodically checks the queue for incoming messages. If any messages are found, they are checked for a match with the predefined patterns. On a successful match, the corresponding control actions are triggered.

The user interface was developed using SwiftUI framework that is native for macOS. For proper separation of concerns between the user interface code and the one responsible for the application's functionality a SwiftUI-specific MV architecture was used [1].

The developed application supports multiple input devices, real-time monitoring of incoming messages, data persistence across sessions, all major types of MIDI messages and actions for computer control. It can be used for easy and convenient conversion of MIDI devices into efficient computer control devices.

---

## Список літератури

---

- [1] Azar M. SwiftUI Architecture - A Complete Guide to the MV Pattern Approach. Better programming. 2022. URL: <https://betterprogramming.pub/swift-ui-architecture-a-complete-guide-to-mv-pattern-approach-5f411eaaaf9e>.

---

## Автори

---

**Sviatoslav Romankiv** — 1st year Master student, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [romankivs@knu.ua](mailto:romankivs@knu.ua)

# Мобільна кросплатформна система з інтелектуальним модулем: досвід реалізації за допомогою Kotlin Multiplatform

Д. В. Руденко

Сучасна розробка мобільних додатків дедалі частіше стикається з потребою підтримки декількох платформ при мінімальних витратах. Kotlin Multiplatform (KMP) — це технологія, що дозволяє писати спільний код для Android та iOS, зберігаючи нативний користувацький досвід.

У цьому дослідженні представлено підхід до створення соціально-орієнтованої мобільної системи з інтелектуальним модулем рекомендацій, заснованої на KMP. Було реалізовано розподіл проекту за модулями, що відповідає принципам Clean Architecture, де спільна бізнес-логіка, робота з мережею, базами даних та AI-модулем винесена у спільний модуль 'shared'.

Особливу увагу приділено інтеграції інтелектуального модуля, який здійснює персоналізовані рекомендації на основі заданих промтів користувача. Розглянуто підходи до побудови гнучкої та розширюваної архітектури, використання Kotlin Coroutines, Flow, Ktor, а також самої кросплатформленої системи.

Система складалася з двох частин: клієнтської мобільної та серверної, реалізованої за допомогою фреймворку Ktor. Такий поділ дозволив забезпечити масштабованість та підтримуваність застосунку.

Результати проекту демонструють ефективність використання KMP для розробки соціально-орієнтованих додатків з інтелектуальними модулями, що дозволяє зменшити обсяг дублювання коду, покращити підтримку проекту та зменшити час розробки продукту.

---

## Список літератури

---

- [1] Kotlin Multiplatform, <https://www.jetbrains.com/kotlin-multiplatform/>  
[2] Роберт Мартін. Чиста Архітектура: Професійне програмування для розробників ПЗ, 2018.  
[3] Офіційна документація Ktor, <https://ktor.io/docs/>

---

## Автори

---

**Денис Віталійович Руденко** — студент 2-го курсу магістратури, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [denisrudenko@knu.ua](mailto:denisrudenko@knu.ua)

# Скручені мінімальні напівправильні скutoїди, пов'язані з тілами обертання

М.-Є. О. Рудик

Як відомо [1], скutoїдом називається геометричне тіло, що міститься між паралельними поверхнями, у яких лежать многокутники ? основи скutoїда, вершини основ можуть з'єднуватися прямою, або кривою, або Y-подібним зв'язком, причому всі перерізи тіла, що паралельні до основ, є класичними многокутниками. У даній роботі досліджено скручені скutoїди без Y-подібної грані з напівправильними рівнокутними многокутниками в основах. Вершини і бічні ребра лежать на деякому тілі обертання. У декартовій прямокутній системі координат побудовано математичну модель скручених мінімальних скutoїдів з напівправильними многокутниками в основах, вписаних у довільне тіло обертання. Отримано рівняння просторових кривих-геліс, що є бічними ребрами таких скutoїдів, а також рівняння гелікоїдів у бічних гранях. Розглянуто скutoїди, вписані у конус циліндр, параболоїд обертання та сферу. Форма бічних ребер і бічних граней залежить від форми тіла обертання. У роботі також досліджено скручені мінімальні скutoїди з напівправильними рівносторонніми многокутниками в основах. Досліджено бічні грані і бічні ребра таких скutoїдів. Зроблено висновок, що скручені мінімальні напівправильні скutoїди з рівносторонніми напівправильними многокутниками у основах пов'язані з двома подібними тілами обертання так, що вершини основи через одну та бічні ребра скutoїда через одне лежать на одному з тіл обертання. Побудовано тривимірні графіки параметрично заданих просторових кривих та гелікоїдів в середовищі MathLab 6.5.

---

## Список літератури

- [1] Gomez-Galvez, P., Vicente-Manuera, P., Tagua, A. Et al. Scutoids are a geometrical solution to three-dimensional packing of epithelia. Nat Commun 9, 2960 (2018)

---

## Автори

Марія Єлизавета Олександрівна Рудик — учениця 10-го класу, гімназія № 283, Київ, Україна; E-mail: [pupil7631\\_2022@gymnasium283.kyiv.ua](mailto:pupil7631_2022@gymnasium283.kyiv.ua)

## Розвиток практичних навичок через створення додатку управління завданнями

М. Рудіченко

Системи управління завданнями Trello, Jira й Asana є популярними інструментами проєктного менеджменту. Trello зручний для невеликих команд, Jira — для розробників із гнучкими методологіями, Asana поєднує простоту та функціональність, але вони мають як свої переваги так і обмеження [1]. Попри наявність готових рішень, доцільно створити власний застосунок, що може містити інновації рекомендації для розподілу завдань, аналітику продуктивності, адаптацію до специфіки команд тощо.

Для реалізації обрано фреймворк мови Python Django — для безпечної розробки, PostgreSQL — для роботи з даними, REST API — для інтеграції [2]. Архітектура включає моделі: «Користувачі», «Дошки», «Завдання», «Етапи», пов'язані через ORM Django [3]. Передбачено розмежування доступу за ролями завдяки автентифікації Django. Реалізовано Kanban-функціональність (статуси «Очікує», «У процесі», «Завершено») з можливістю адаптації під Scrum.

Проект сприяє розвитку практичних навичок у веб-розробці, роботі з Django, REST API, інтерфейсами. Можливість інтеграції AI підвищує прикладну цінність — як MVP або портфоліо-проект.

Отже, проєкт дає змогу набути прикладних навичок Web/Python-розробки, експериментувати з AI, UX, продуктивністю та створити якісний демонстраційний проєкт.

---

### Список літератури

- [1] Jira vs Trello vs Asana: Best for PM [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://productive.io/blog/jira-vs-trello-vs-asana/>
- [2] Куліковська О. В. Розробка веб-застосунку засобами Python та фреймворку Django [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://eprints.zu.edu.ua/23468/1/DiplomaKulikovska2017.pdf>
- [3] Заботін Д. В. Розробка веб-додатку для моделювання навчальних планів [Електронний ресурс]. – Режим доступу: [https://dspace.znu.edu.ua/jspui/bitstream/12345/12699/1/Заботін\\_диплом.pdf](https://dspace.znu.edu.ua/jspui/bitstream/12345/12699/1/Заботін_диплом.pdf)

---

### Автори

**Максим Олександрович Рудіченко** — студент 1-го курсу магістратури, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна.; E-mail: [mrudik@gmail.com](mailto:mrudik@gmail.com)

## Layer Extraction Technique for Fine-Tuning of Pre-Trained Convolutional Neural Networks

N. Savorona, O. Davydov, Y. Tereshchenko

Fine-tuning pre-trained convolutional neural networks (CNNs) for image classification often faces a trade-off between computational efficiency and accuracy[3]. We propose using *layer extraction*[1, 2] for classification task, a method that combines multi-layer features from frozen CNN layers to enhance head fine-tuning accuracy without unfreezing backbone parameters.

This approach extracts features from early, middle, and late layers of pre-trained CNNs like ConvNeXt[4] (as those contain useful features at different levels of abstraction[5]), processes them via global average pooling, and concatenates them before feeding to the classification head. Proposed method requires no architectural changes or layer unfreezing, maintaining computational efficiency.

Experiments on CIFAR-10 and smaller datasets demonstrate that layer extraction improves top-1 accuracy by 5–6.84% compared to standard head fine-tuning, achieving 86.11% accuracy on CIFAR-10 versus 79.2% for conventional head tuning. It reaches within 3.16% of full fine-tuning performance while using 92.7% fewer trainable parameters.

Future work includes extending the approach to other tasks, such as object detection and segmentation etc. Our results suggest that layer extraction is a promising technique for improving fine-tuning accuracy without sacrificing computational efficiency.

---

### Список літератури

- [1] C. Szegedy et al., "Going Deeper with Convolutions," *arXiv:1409.4842*, 2014. <https://arxiv.org/abs/1409.4842>
- [2] V. Kubytskyi and T. Panchenko, "An Effective Approach to Image Embeddings for E-Commerce," *CEUR Workshop Proceedings*, 2022.
- [3] CS231n: Deep Learning for Computer Vision, Stanford - Spring 2024. <https://cs231n.stanford.edu/>

- [4] Z. Liu et al., "A ConvNet for the 2020s," *arXiv:2201.03545*, 2022. <https://arxiv.org/abs/2201.03545>
- [5] J. Yosinski et al., "How Transferable Are Features in Deep Neural Networks?," *arXiv:1411.1792*, 2014. <https://arxiv.org/abs/1411.1792>

---

#### Автори

**Nazarii Savorona** — 2nd year Master student, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv; E-mail: [nazar.savorona@gmail.com](mailto:nazar.savorona@gmail.com)

**Oleksii Davydov** — 2nd year Master student, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv; E-mail: [alex.mohctp@gmail.com](mailto:alex.mohctp@gmail.com)

**Yaroslav Tereshchenko** — PhD, Assist. Prof., Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv; E-mail: [yter2016@gmail.com](mailto:yter2016@gmail.com)

## Про використання методів штучного інтелекту для оптимізації розподілу ресурсів в енергетиці

А. В. Савчук, Ю. В. Крак

Доповідь присвячена дослідженню методів оптимізації розподілу енергетичних ресурсів у сучасних енергосистемах, які включають різноманітні джерела електроенергії — від традиційних (АЕС, ТЕС, ГЕС) до відновлюваних (вітрові й сонячні електростанції). Розвиток енергетики супроводжується складнощами інтеграції таких джерел в єдину систему, необхідністю забезпечення гнучкості, оперативного реагування на зміни, а також мінімізації втрат при транспортуванні. Сучасна енергетика потребує нових підходів до управління ресурсами, оскільки традиційні методи вже не забезпечують належного рівня ефективності, адаптивності та стійкості в умовах частих коливань навантаження, енергетичних криз та глобальних трансформацій.

Метою роботи є створення моделей і алгоритмів штучного інтелекту, які забезпечують оптимальний розподіл енергоресурсів. Запропоновані рішення дозволяють автоматизувати планування та прогнозування споживання, враховувати технологічні особливості джерел енергії, знижувати витрати на транспортування та покращувати стабільність енергосистем. Серед основних підходів дослідження використано багатоагентні системи, де автономні елементи — генератори, споживачі та системи зберігання — взаємодіють у реальному часі, приймаючи колективні рішення. Також застосовуються методи машинного навчання і нейронні мережі для аналізу великих обсягів даних, виявлення аномалій та прогнозування споживання. Алгоритми оптимізації, зокрема генетичні та алгоритми рою часток, використовуються для балансування навантаження між джерелами.

Запропоновані підходи спрямовані на покращення надійності енергетичної мережі, зменшення витрат і підвищення ефективності використання наявних ресурсів. Штучний інтелект дозволяє гнучко адаптуватися до змін, забезпечувати гармонійну інтеграцію відновлюваних джерел і формувати прозору, конкурентну модель енергоринку. Особливу актуальність ці рішення мають для України, яка прагне до енергетичної незалежності, стійкості інфраструктури та переходу до сталого розвитку в умовах постійних викликів.

---

#### Автори

**Андрій Вікторович Савчук** — аспірант, факультет комп'ютерних наук та

кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [a.savchuk@knu.ua](mailto:a.savchuk@knu.ua)

**Юрій Васильович Крак** — завідувач кафедри теоретичної кібернетики, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [iurii.krak@knu.ua](mailto:iurii.krak@knu.ua)

## Image similarity detection system

### I. Selezzen

With the rapid growth of digital content, the need for effective detection of similar or duplicate images has become especially relevant for social networks, cloud platforms, and content moderation services. To address this, using modern image similarity detection systems based on deep learning is proposed. These systems rely on convolutional neural networks (CNNs) to extract semantic features from images, allowing for accurate comparison even when images are resized, cropped, or slightly modified. One popular approach combines **perceptual hashing** with feature extraction models such as **ResNet** or **EfficientNet**. Each image is represented as a feature vector, and similarity is calculated using **cosine similarity** or **Euclidean distance**. For instance:

$$\cos(\theta) = (v_1 \cdot v_2) / (\|v_1\| \times \|v_2\|),$$

where  $v_1 \cdot v_2$  is the **dot product** (scalar product) of the two vectors, and  $\|v_1\| \times \|v_2\|$  is the **product of their magnitudes** (vector norms). During the studying of such systems, several weaknesses were identified:

- Sensitivity to lighting and background variations.
- Influence of watermarks or text overlays.
- The challenge of selecting an appropriate similarity threshold.

To improve accuracy, it is recommended:

- Preprocessing images (resizing, denoising).
- Using indexing tools like **FAISS** for efficient search.

Deep learning-based similarity detection systems offer a scalable and accurate solution for identifying visually similar images, provided that the key challenges are addressed appropriately.

---

### Автори

**Ihor Selezzen** — 2nd year Master student, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [igorselezennn@knu.ua](mailto:igorselezennn@knu.ua)

## Аналіз криптографічних алгоритмів, заснованих на використанні випадкових чисел

### Д. Селеман

У сучасному цифровому середовищі, де постійно зростає обсяг конфіденційної інформації, криптографічні алгоритми, засновані на випадкових числах, відіграють ключову роль у забезпеченні безпеки даних. Використання випадкових чисел у криптографії є критичним для створення стійких ключів та запобігання атакам. Проте проблема генерації справжньої випадковості залишається актуальною, оскільки комп'ютерні системи, за своєю природою, є детермінованими.

Актуальність дослідження зумовлена постійною потребою у вдосконаленні криптографічних алгоритмів, оскільки з'являються нові методи атак та збільшуються

обчислювальні можливості зломисників. Зростаюча кількість кібератак і несанкціонованих доступів до конфіденційної інформації підкреслює важливість наукових досліджень у цій галузі.

У процесі роботи було проведено аналіз криптографічних алгоритмів, заснованих на використанні випадкових чисел, та досліджено їхню безпеку з урахуванням деяких методів атак. Основну увагу приділено алгоритмам RSA та ElGamal, їхнім особливостям та можливим покращенням. Під час дослідження також виявлено спільні властивості криптографічних алгоритмів, заснованих на використанні випадкових чисел, та проведено порівняння цих алгоритмів між собою.

Практичним результатом роботи є реалізований мовою програмування Python криптографічний алгоритм RSA та розроблений анонімний зашифрований чат для двох осіб, який використовує реалізований алгоритм RSA для шифрування повідомлень. Метою цієї розробки є демонстрація прикладу практичного застосування криптографічного алгоритму для захисту інформації від розкриття у разі перехоплення її третьою стороною.

Результати дослідження можуть бути використані у сферах, що потребують високого рівня захисту інформації, зокрема в банківській сфері та електронній комерції. Розроблений анонімний зашифрований чат для двох осіб може бути використаний для приватного листування.

---

## Автори

---

**Денис Костянтинівич Селеман** — студент 1-го курсу магістратури, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна.; E-mail: [denysseleman@knu.ua](mailto:denysseleman@knu.ua)

## Адаптація SAS-функцій для R

### Є. Скварковський

У сучасному аналізі даних важливо використовувати потужні інструменти для обробки та статистичного аналізу. Мова R [2] завдяки своїй відкритості та широкому спектру пакетів стає все популярнішою, тоді як SAS [1] залишається стандартом у багатьох галузях, особливо в клінічних дослідженнях та бізнес-аналітиці. Одним із завдань дослідження є адаптація основних функцій SAS для середовища R, що дозволить зберегти перевірені алгоритми аналізу, водночас забезпечуючи доступність відкритого програмного забезпечення.

SAS та R є потужними інструментами для аналізу даних, проте вони мають суттєві відмінності в синтаксисі та структурі програмування. Одним із ключових завдань для користувачів, які переходять із SAS до R, є адаптація знайомих функцій та процедур. Одним із підходів є створення функцій або пакунків у R, що повторюють логіку SAS-коду, зберігаючи його стиль та послідовність.

Наведемо приклад створення функції сортування вхідного датасету на мові програмування R, зберігаючи логіку функції PROC SORT з мови програмування SAS:

```
proc_sort <- function(data, by, nodupkey = FALSE) {  
  sorted_data <- data[do.call(order, data[by]), ]  
  if (nodupkey) {  
    sorted_data <- sorted_data[!duplicated(sorted_data[by]), ]  
  }  
  return(sorted_data)  
}
```

Ця функція дозволяє користувачеві сортувати дані за заданими змінними ('by'), а також усувати дублікати ('nodupkey = TRUE'), що є аналогом 'PROC SORT

NODUPKEY' у SAS. Таким чином, користувачі SAS можуть легше адаптувати свій код під R, використовуючи знайому логіку та структуру команд.

---

### Список літератури

---

- [1] Delwiche, L. D., Slaughter, S. J. (2012). *The Little SAS Book: A Primer* (5-е вид.). SAS Institute Inc.
  - [2] Wickham, H., Grolemund, G. (2017). *R for Data Science: Import, Tidy, Transform, Visualize, and Model Data*. O'Reilly Media.
- 

### Автори

---

**Скварковський Євгеній Петрович** — аспірант, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; Е-mail: [y.skvarkovsky@gmail.com](mailto:y.skvarkovsky@gmail.com)

## Linear Upper Bound on a Segment XOR Cardinality

N. Skybytskyi

In theoretical computer science, bitwise XOR (exclusive or) is a fundamental binary operation on nonnegative integers. We study the properties of bitwise XOR of sets, extending concepts from combinatorial set theory [1]. Namely, for two sets  $X$  and  $Y$  of nonnegative integers, we denote  $X \oplus Y = \{x \oplus y \mid x \in X, y \in Y\}$ .

We focus on XORs of segments of consecutive integers, leveraging insights from algorithmic number theory [2]. We use a shorthand notation:  $[x, x+k) = \{x, x+1, \dots, x+k-1\}$  for a nonnegative integer  $x$  and a positive integer  $k$ . The following result emerged experimentally:

**Conjecture.**  $|[x, x+k) \oplus [y, y+k)| \leq 4(k-1)$  for any positive integer  $k$  and nonnegative integers  $x, y$ .

*Remark.* This bound is tight for infinitely many values of  $k$ . One series of particular interest is  $k = 2^m + 2$  with  $x = 2^m - 1$  and  $y = 3 \cdot 2^m$ .

This linear upper bound is much stronger than a naive quadratic upper bound of  $|X \oplus Y| \leq |X| \cdot |Y| = k^2$ . Even though we verified it computationally for all  $k \leq 2^9 + 2$ , we ultimately failed to prove it rigorously. However, we managed to produce a slightly weaker result:

**Theorem.**  $|[x, x+k) \oplus [y, y+k)| \leq 5(k-2)$  for any positive integer  $k \geq 5$  and any nonnegative integers  $x, y$ .

The following lemmas are central to the proof:

**Lemma 1.** For any fixed  $k$ , the optimization problem  $g(k; x, y) = |[x, x+k) \oplus [y, y+k)| \rightarrow \max_{x, y}$  has an optimal solution  $(x_0, y_0)$  with  $x_0, y_0 \leq 4k$ .

**Lemma 2.** If we denote  $f(k) = \max_{x, y} g(k; x, y)$  then two inequalities hold:  $f(2k) \leq 2f(k+1)$  and  $f(2k+1) \leq 2f(k+1)$ , as inspired by [3].

The proof of our main result proceeds by induction with the first lemma establishing base cases and the second lemma helping with inductive steps.



---

## Список літератури

---

- [1] R. P. Stanley. *Enumerative Combinatorics*. Cambridge University Press, 1997.
  - [2] E. Bach and J. Shallit. *Algorithmic Number Theory: Efficient Algorithms*. MIT Press, 1996.
  - [3] R. Sedgewick and K. Wayne. *Algorithms*. Addison-Wesley, 2011.
- 

## Автори

---

**Nikita Skybytskyi** — postgraduate, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [n.skybytskyi@knu.ua](mailto:n.skybytskyi@knu.ua)

# Text Uniqueness Verification System: Methods and Implementation

O. Smetana

The text uniqueness verification system is based on a combination of lexical and statistical analysis methods, integrating web scraping and natural language processing (NLP) techniques.

## Preprocessing and Text Normalization

Before analysis, the text undergoes preprocessing, which includes removing special characters, converting all letters to lowercase, and eliminating unnecessary spaces. The main goal of this stage is to unify the text format for further vectorization. The preprocessing function is defined as:

$$T' = f(T) = \text{normalize}(\text{removeSpecialChars}(\text{lowercase}(T)))$$

where  $T$  is the original text, and  $T'$  is the cleaned text.

## Query Formation Using Keyword Extraction

The system identifies the most informative words in the input text using frequency analysis methods and stop-word filtering. The weight of a term  $w_i$  is calculated using the TF-IDF method:

$$\text{TF-IDF}(w_i) = \text{tf}(w_i) \cdot \text{idf}(w_i)$$

where:

$$\text{tf}(w_i) = \frac{f_{w_i}}{N}$$

$f_{w_i}$  is the number of occurrences of word  $w_i$  in the document, and  $N$  is the total number of words in the document.

$$\text{idf}(w_i) = \log\left(\frac{D}{d_{w_i} + 1}\right)$$

where  $D$  is the total number of documents, and  $d_{w_i}$  is the number of documents containing word  $w_i$ .

## Data Collection and Web Scraping

To find similar texts, the system uses the DuckDuckGo search engine. The text content of retrieved web pages is extracted using the BeautifulSoup and requests libraries.

## Vectorization and Similarity Calculation

To represent texts as numerical vectors, the TF-IDF method is used:

$$V_d = (w_1, w_2, \dots, w_n)$$

Similarity between the input text  $V_q$  and document  $V_d$  is evaluated using the cosine similarity measure:

$$\cos(\theta) = \frac{V_q \cdot V_d}{\|V_q\| \|V_d\|}$$

## Threshold Similarity Value and Result Interpretation

The determined similarity level is used to decide on possible plagiarism:

$$S(V_q, V_d) > \tau$$

where  $\tau$  is the similarity threshold.

## User Interface

For ease of use, a graphical interface based on Tkinter has been created. It allows users to manually enter text, upload documents in TXT, DOCX, and PDF formats, or analyze web page content.

---

### Автори

**Oleksandr Smetana** — 2nd-year Master's student, Faculty of Computer Science, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine ; E-mail: [bankasmetana@gmail.com](mailto:bankasmetana@gmail.com)

## Creating and Verifying Timestamps Based on the Bitcoin Blockchain Using ECDSA and Schnorr Digital Signatures

**O. Stepaniuk**

Centralized timestamping methods, such as RFC 3161 and RFC 5816, rely on trusted authorities, undermining decentralization and privacy. The Bitcoin blockchain, supporting ECDSA and Schnorr signatures [1], provides a decentralized framework. This investigation defines a formal system where Alice creates and Bob verifies timestamps using ECDSA and Schnorr signatures in Bitcoin transactions.

The model utilizes the secp256k1 elliptic curve, with base point  $G$  and order  $n$ . Alice computes  $q = (j + H(jG||m)) \bmod n$ , where  $j \in [1, n - 1]$  is a random integer,  $H$  is a cryptographically secure hash function,  $m$  is the input data, and  $||$  denotes concatenation. For the ECDSA signature scheme,  $q$  replaces nonce  $k$  in  $r = (kG)_x \bmod n$ ; for the Schnorr signature scheme,  $q$  replaces nonce  $r$  in  $R = rG$ .

Alice creates a timestamp by selecting  $j \in [1, n - 1]$ , calculating  $q = (j + H(jG||m)) \bmod n$ , constructing a Bitcoin transaction, applying an ECDSA or Schnorr signature

with  $q$  as  $k$  or  $r$  respectively, broadcasting the transaction, and awaiting block inclusion, which timestamps the input data  $m$  without revealing  $m$ .

Bob verifies the timestamp with the transaction identifier  $txid$ , hash  $H(m)$ , and point  $J = jG$  from Alice. Bob computes  $w = H(J||m)$  and  $Q = J + wG$ . For the ECDSA signature scheme, Bob verifies  $Q_x = r \bmod n$ , where  $Q_x$  denotes the x-coordinate of  $Q$  and component  $r$  belongs to signature pair  $(r, s)$ ; for the Schnorr signature scheme, Bob verifies  $Q = R$ , where point  $R$  belongs to signature pair  $(R, s)$ . Successful verification proves  $m$  existed at the block timestamp.

The model ensures security by using a random scalar  $j$  and point  $J = jG$  to protect the private key, while integrity is maintained by cryptographically binding  $m$  to the timestamp. Privacy is preserved as transactions are indistinguishable from standard Bitcoin ones and decentralization is promoted without trusted third parties. Implementation integrates with the Bitcoin Core CLI JSON RPC API.

---

## Список літератури

---

- [1] Tadge Dryja. (2018) MAST, Taproot, Graftroot. Available at: [urlhttps://ocw.mit.edu/courses/mas-s62-cryptocurrency-engineering-and-design-spring-2018/dea23a8d54a8bb2091e1bd6c4bd48d13\\_MAS-S62S18-lec16.pdf](https://ocw.mit.edu/courses/mas-s62-cryptocurrency-engineering-and-design-spring-2018/dea23a8d54a8bb2091e1bd6c4bd48d13_MAS-S62S18-lec16.pdf).

---

## Автори

---

**Oleksii Stepaniuk** — 1st year Master student, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine.; E-mail: [alex\\_braun@knu.ua](mailto:alex_braun@knu.ua)

# Using Transformer Models to Detect Psychological Operations (PSYOP) in Ukrainian Texts

I. Stetsenko

In the context of the full-scale war in Ukraine, information security has become critically important. A large part of the population consumes news through social media and messaging platforms, particularly Telegram. As a result, citizens are increasingly exposed to psychological operations (PSYOP) aimed at influencing their awareness and behavior.

This work presents a model that uses deep learning to classify Ukrainian texts by emotional tone, identifying potentially manipulative content. A pre-trained transformer-based model, RoBERTa adapted for Ukrainian, was fine-tuned for this task.

The model was trained on a dataset of news headlines labeled for PSYOP content. For practical use, a Telegram bot was developed to analyze texts in real time. The results demonstrate satisfactory classification accuracy, confirming the potential effectiveness of the proposed approach. To improve the quality of the analysis, it is recommended to expand the dataset with better quality information.

---

## Автори

---

**Illia Stetsenko** — 1st year Master student, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine.; E-mail: [iliastetsenko@knu.ua](mailto:iliastetsenko@knu.ua)

# Групування мультимодальних об'єктів даних

А. В. Стопчатий

В роботі розглядається задача кластеризації множини мультимодальних об'єктів, кожен з яких складається із набору табличних даних, блоку текстових даних, та кількох наборів зображень. Основним підходом до роботи із подібними об'єктами в сучасному світі є великі моделі на основі LLM, які або здатні обробляти текст і зображення одночасно, або використовують окремі блоки для векторизації інформації із подальшою обробкою отриманих векторів єдиною моделлю.

Проте через високі витрати обчислювальних ресурсів як на навчання, так і на застосування моделі, в рамках поставленої задачі цей підхід не є ефективним. Таким чином, мета полягає в побудові легшої за вимогами системи, що буде спроможна обробляти велику кількість запитів на порівняння та подальше групування об'єктів, що початково представлені множиною наборів до 1000 елементів в кожному.

В результаті роботи розроблено мультиагентну систему, що розв'язує поставлену задачу. Побудована система використовує набір моделей, що забезпечують оптимальне використання наявних ресурсів. Система передбачає групування на основі попарних порівнянь елементів. Із метою зменшення кількості таких порівнянь, система використовує алгоритми фільтрації для відсіву пар - кандидатів, порівнювати які повністю не має сенсу. Пари, що пройшли цей відбір, є кандидатами на групування. Для кожного об'єкту модель проводить векторизацію зображень і текстів за допомогою набору моделей. При порівнянні спочатку отримуються додаткові поля, що відображають результати обробки пар зображень/текстів в парі об'єктів, а потім на основі всіх наявних полів здійснюється остаточне порівняння кандидатів.

В кінці алгоритм, представлений набором правил, виконує групування на основі результатів попарних порівнянь.

---

## Список літератури

- [1] Liang, Paul Pu, et al. "Foundations and Trends in Multimodal Machine Learning: Principles, Challenges, and Open Questions" in ACM Computing Surveys, 2024

---

## Автори

**Андрій Вадимович Стопчатий** — студент 1-го курсу магістратури, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [astopchatyy@gmail.com](mailto:astopchatyy@gmail.com)

## Automatic structuring and analysis of restaurant reviews using BERT model

D. Taraniuk

The evolution of massive volumes of unstructured data has emerged as one of the key challenges for information handling in today's digital era. Among the various data types, restaurant reviews hold a prime position due to their diverse linguistic expressions and inconsistent formatting, which pose a significant challenge for manual analysis. This study proposes an end-to-end automated system that can analyze restaurant reviews, developed with a blend of Artificial Intelligence techniques. Central to this system are transformers – a powerful AI architecture renowned for its capacity to handle sequential data effectively [1] — with BERT (Bidirectional Encoder Representations from Transformers) playing the lead role in overcoming these challenges [2].

The main goal of this study is to develop a system capable of deconstructing reviews into key elements such as food quality, service, ambience, and overall satisfaction. By leveraging neural networks in conjunction with the BERT model, the approach

attains high accuracy in discerning sentiments and standardizing the diverse expressions found within review texts. The system is trained and validated using thousands of real-world restaurant reviews, encompassing critical phases of data preparation, which include identifying review components, cleaning, and normalization [3]. Subsequent stages involve model training and validation, where the data is meticulously divided into training and validation sets to ensure robust performance [4].

The outcome demonstrates the model's capacity to reach competitive accuracy levels in correctly classifying review sentiments and extracting meaningful insights. This promising solution is poised to streamline analytical processes for restaurant chains, review aggregators, and marketing firms, reflecting a broader significance in today's information-centric landscape. At the forefront of the modern AI wave, the integration of BERT for analyzing restaurant reviews exemplifies a natural evolution in enhancing both precision and efficiency in understanding customer feedback.

---

### Список літератури

---

- [1] Ashish Vaswani, Noam Shazeer, Niki Parmar, Jakob Uszkoreit, Llion Jones, Aidan N. Gomez, Lukasz Kaiser, Illia Polosukhin. Attention Is All You Need. Proceedings of the 31st International Conference on Neural Information Processing Systems. ? 2017. ? P. 2-9
- [2] Rani Horev. BERT Explained: State of the art language model for NLP. // Towards Data Science, 2018.
- [3] Diego Lopez Yse. Text Normalization for Natural Language Processing (NLP). // Towards Data Science, 2021.
- [4] Sagar Sharma. Epoch vs Batch Size vs Iterations. // Towards Data Science 2017.

---

### Автори

---

**Dmytro Taraniuk** — 2nd year Master student, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [taranykdm@gmail.com](mailto:taranykdm@gmail.com)

## Application of Mathematical Methods and Models in Selecting the Optimal ERP System for an Enterprise

**O. Tarasenko**

Today, ERP systems are the primary tool for automating enterprise management. However, selecting the optimal ERP system for an enterprise is a complex and often subjective process. Existing approaches to ERP system selection do not adequately consider the specific needs of the enterprise, which can lead to significant financial and operational costs.

This work explores mathematical methods and models for justifying the selection of the optimal ERP system that meets the specific requirements of the enterprise. The work develops a comprehensive methodology, including the use of game theory, regression analysis, optimization, and expert evaluations to formalize the ERP system selection process.

To achieve this goal, we applied systems analysis methods to assess the functional capabilities of different ERP systems and align them with the enterprise's objectives. Additionally, the impact of financial constraints on ERP selection was studied, and an algorithm was developed that can be used in practical applications for selecting the best ERP system.

The practical significance of this work lies in the creation of an economic-mathematical tool for enterprises, allowing the reduction of risks and optimization of

the ERP system selection process. The proposed methodology can be used to develop software that automates this process, greatly simplifying decision-making for managers.

---

#### Список літератури

---

- [1] Kononenko I.V., Mazur I.I. *Mathematical Methods in Enterprise Management*, 2020.
  - [2] Bernroider E., *Decision Making in ERP Selection*, 2015.
- 

#### Автори

---

**Oleksandra Vladlenivna Tarasenko** — 2nd-year Master's student, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [tarasenko.sashulya@gmail.com](mailto:tarasenko.sashulya@gmail.com)

## Трансформація IT-галузі через розвиток Large Language Models

**Я. В. Терещенко, К. Ю. Бондурянський**

Архітектурний прорив трансформерів та розвиток великих мовних моделей (LLM) кардинально змінюють ландшафт IT-індустрії [1]. GPT-4o, Claude 3.7 та Gemini Ultra генерують функціональний код з точністю до 92% у тестах HumanEval та MBPP, безпосередньо впливаючи на продуктивність розробників [3]. Дослідження Stack Overflow показує, що 83% програмістів використовують AI-асистенти, що зменшує час написання типових компонентів на 35-47%.

Аналіз вакансій виявляє структурні зміни у технічних спеціальностях. Падіння попиту на junior-розробників складає 24%, особливо у веб-секторі та тестуванні, де LLM досягають 89% ефективності у написанні unit-тестів [4]. Найбільш вразливими є позиції, пов'язані з шаблоною розробкою CRUD-додатків, стандартними ETL-процесами та базовим аналізом даних через SQL-запити, які успішно автоматизуються за допомогою RAG-підходу.

Паралельно формуються нові високооплачувані технічні спеціалізації: інженери з fine-tuning та RAG-систем (середня компенсація \$195000), ML-інженери зі спеціалізацією в GPUs-оптимізації (KV-cache, quantization) та LLMops-архітектори, що проєктують інфраструктуру для оркестрації моделей [2]. Технічні ролі трансформуються у напрямку "augmented intelligence"—розробник стає архітектором і куратором генеративних систем. Front-end інженери переорієнтовуються на розробку інтерфейсів для AI-driven систем, а back-end спеціалісти фокусуються на проєктуванні API-шарів для інтеграції LLM у бізнес-процеси. З'являються нові патерни розробки — LLM-as-Controller та AI-Assisted Code Review, що змінюють стандартний життєвий цикл створення програмного забезпечення.

---

#### Список літератури

---

- [1] Acemoglu, D., Restrepo, P. (2019). Automation and New Tasks: How Technology Displaces and Reinstates Labor. *Journal of Economic Perspectives*, 33(2), 3-30.
- [2] World Economic Forum. (2023). *The Future of Jobs Report 2023: AI and New Job Categories*.
- [3] Brynjolfsson, E., Mitchell, T. (2018). What Can Machine Learning Do? Workforce Implications. *Science*, 358(6370), 1530-1534.
- [4] Frey, C. B., Osborne, M. A. (2017). The Future of Employment: How Susceptible Are Jobs to Computerisation? *Technological Forecasting and Social Change*, 114, 254-280.

---

## Автори

---

**Ярослав Васильович Терещенко** — доктор філософії, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [y.tereshchenko@knu.ua](mailto:y.tereshchenko@knu.ua)

**Кирило Юрійович Бондурянський** — студент 1-го курсу магістратури, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [bondkyrylo@knu.ua](mailto:bondkyrylo@knu.ua)

# Застосування методу Хафа для виявлення трендових ліній на фінансових ринках

**Т. А. Тищенко**

Трендові лінії у технічному аналізі фінансових ринків використовуються для визначення напрямку руху цін та ідентифікації потенційних точок розвороту тренду. Зазвичай ці лінії будуються трейдерами вручну, що вносить елемент суб'єктивності в аналіз. Автоматизація побудови трендових ліній дозволяє досягти більшої об'єктивності та послідовності в технічному аналізі.

Метод Хафа був розроблений для розпізнавання ліній на зображеннях в задачах комп'ютерного зору. Суть класичного перетворення Хафа полягає в трансформації точок з простору зображення у простір параметрів  $(\rho, \theta)$ , де  $\rho$  визначає відстань від початку координат до лінії, а  $\theta$  – кут між перпендикуляром до лінії та віссю  $x$ . При такому перетворенні точки, розташовані на одній лінії, відображаються в криві, що перетинаються в одній точці параметричного простору.

Стандартний алгоритм методу Хафа не зовсім підходить для фінансових ринків, тому мною запропоновано ряд модифікацій для його адаптації. Замість використання всіх точок цінового графіка, алгоритм працює лише з локальними максимумами та мінімумами. У акумуляторі Хафа впроваджено зважене голосування, де вага залежить від відстані між точкою та потенційною лінією. Для виявлення трендів різної тривалості реалізовано адаптивний аналіз з різними часовими вікнами. Створено систему валідації ліній тренду, яка класифікує різні події на лінії: дотики, пробої, повернення до лінії і фальшиві пробої.

Тестування модифікованого методу Хафа показало його ефективність у виявленні значимих ліній підтримки та опору. Розроблена система оцінки якості ліній дозволяє відфільтрувати найбільш значущі лінії, призначаючи різні вагові коефіцієнти різним типам подій. Метод особливо ефективний при аналізі волатильних ринків, де традиційні методи часто призводять до виявлення поганих трендових ліній.

---

## Список літератури

---

- [1] Jitpakdee, P., Pravithana, N. A Novel Method of Trend Lines Generation Using Hough Transform Method. Omicron Laboratory, Thailand.
- [2] Shapiro, Linda and Stockman, George. "Computer Vision Prentice-Hall, Inc. 2001.

---

## Автори

---

**Тимофій Андрійович Тищенко** — студент 2-го курсу магістратури, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [tantisch04@gmail.com](mailto:tantisch04@gmail.com)

# Design and Implementation of the Frontend Module for a University Timetabling System

O. Timofieieva

Nowadays, the process of generating class timetables in higher education institutions is a complex and labour-intensive task that belongs to the class of NP-hard combinatorial problems. Consequently, there is a growing need for efficient automated solutions capable of handling multiple constraints and user roles.

Modern research in the field of automated timetabling focuses on the development and improvement of optimization algorithms (such as genetic algorithms, simulated annealing, tabu search, and ant colony algorithms), the application of artificial intelligence methods, as well as hybrid models combining heuristic and exact approaches (e.g., constraint programming or CSP).

The AcaTime web application, developed by a team of engineers, is designed for the automated creation, viewing, and editing of faculty schedules in higher education institutions, taking into account such constraints as resource availability, teacher workload, and the structure of academic programmes.

The system's key functional components include: importing operational study plans and teaching loads from Excel files generated by the Triton system; processing workload data and automatic identification of group-based sessions; support for CRUD operations on key educational entities (groups, subjects, teachers, rooms); a user-friendly interface for faculty administrators and scheduling operators; a flexible constraint management subsystem enabling further optimization of timetables.

The file import mechanism supports adaptation to various data formats using the Factory Method design pattern. This ensures scalability and code reuse when integrating with external data sources of different structure.

The project is implemented using ASP.NET Core Web API, PostgreSQL, Entity Framework Core, C# 10, and Angular. The system offers strong potential for further development and adaptation to the needs of different educational institutions. The import subsystem and the frontend part of the system were developed directly by the author.

---

## Автори

---

**Oleksandra Timofieieva** — 2nd year Master student, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [timofeyeva@knu.ua](mailto:timofeyeva@knu.ua)

## A System Analysis Approach to Multi-Criteria Optimization in Large-Scale Networks

D. Tokarchuk

Modern technological systems, such as telecommunication or supply chain networks, operate under complex constraints and conflicting objectives. System analysis methodologies provide a structured way to investigate and optimize these processes, incorporating multi-criteria decision-making and robust simulation techniques.

**Model and Problem Statement.** Let  $G$  be a directed graph describing the system's network, with nodes representing facilities (e.g., warehouses, data centers) and edges representing operational links (e.g., transportation routes, communication channels). Each node  $i$  is assigned a set of parameters  $\mathbf{x}_i$  that quantify resource capacities, throughput, or latency. A multi-criteria optimization problem can be stated as:

$$\min_{\{\mathbf{x}_i\}} (f_1(\{\mathbf{x}_i\}), f_2(\{\mathbf{x}_i\}), \dots, f_m(\{\mathbf{x}_i\})),$$



subject to constraints  $\mathbf{x}_i \in \mathcal{X}_i$ ,  $i \in G$ , and coupling constraints across connected nodes. **Methodology.** System analysis techniques focus on identifying major interactions and feedback loops that drive the global performance. The main steps include:

- *Parameter Identification*: specifying key performance indicators (KPIs) and mapping node-level data.
- *Discrete-Event Simulation*: modeling arrival rates, service times, or other random events in the network.
- *Multi-Criteria Optimization*: applying evolutionary algorithms or gradient-based methods with weighting strategies or Pareto front exploration.

A hierarchical structure is often used, combining node-level subproblems with system-level coordination algorithms.

**Results and Further Work.** Preliminary experiments demonstrate improved resource utilization and reduced operational costs compared to traditional single-criterion methods. Future work involves integrating stochastic demand forecasts and adaptive scheduling, aiming to accommodate unpredictable load variations in real time.

---

## Список літератури

---

- [1] Chopra, S. and Meindl, P. *Supply Chain Management: Strategy, Planning, and Operation*. 6th ed. Pearson, 2016.
- [2] Deb, K. *Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms*. John Wiley & Sons, 2001.

---

## Автори

---

**Danylo Tokarchuk** — 2nd year Master student, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [danissimo270902@gmail.com](mailto:danissimo270902@gmail.com)

# The problem of aggregation, processing, and analysis of internet traffic

Y. Tretiakov

The rapid growth of the Internet and increasing network complexity raise critical concerns about security and performance. Real-time traffic analysis is essential to detect anomalies and optimize network usage, but traditional tools often lack scalability and responsiveness.

This paper presents a system for efficient network traffic analysis that combines high-performance data processing with an intuitive interface. Using a modern technology stack and microservices, it offers scalability, efficiency, and ease of use.

Developed with Rust for the backend and TypeScript/React for the web interface, the system stores and processes traffic data in PostgreSQL. Its microservice architecture distributes functionality across independent components, ensuring flexibility and simplified maintenance.

Microservices communicate via the QUIC protocol, enabling low-latency, high-throughput data exchange. Unlike traditional HTTP/REST, this approach allows parallel request processing and optimizes resource usage. Data are transferred in a proprietary binary format instead of JSON, further boosting performance.

Unlike Wireshark, which lacks parallel processing and real-time insights, the system supports live traffic analysis and built-in statistical visualization. Compared to Suricata's rule-based attack detection, it enables interactive anomaly detection through visualization. Rust and asynchronous processing ensure high performance and large-scale data handling.

The React-based web application provides interactive graphs, filters, and monitoring tools, making traffic analysis accessible to both professionals and beginners.

The microservice design supports horizontal scaling and seamless feature expansion. New formats and protocols can be integrated without disrupting existing functionality, ensuring adaptability to growing demands.

---

#### Автори

---

**Yehor Tretiakov** — 1st year Master student, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [egorken3v@knu.ua](mailto:egorken3v@knu.ua)

## RLaLLMA: Reinforcement Learning Augmented Large Language Model Agents

**B. Turbal, Y. Tereshchenko**

Reinforcement learning (RL) struggles with sample efficiency and integrating natural language constraints, while large language models (LLMs) excel at language tasks but lack direct control capabilities [1]. We propose an RL-augmented LLM agents framework (RLaLLMA) that combines these strengths [2]. Our approach uses a frozen basic RL policy (Proximal Policy Optimization with MlpPolicy) to generate a recommended action which is fed to an LLM alongside the current state and text instructions. The LLM then determines whether to follow the RL's suggestion or override it based on additional constraints for different tasks, effectively creating a language-controlled policy adapter.

We validate our method on a Lunar Lander environment with three tasks: landing safely (T1) - baseline task, following specific engine activation rules (T2), and avoiding repeated actions (T3). Comparing pure RL, standalone LLM, and our RLaLLMA approach, we measure both episodic reward (Rw) specified by the environment and instruction-following rate (Ct) - the percentage of steps complying with task soft constraints:

Method	T1 Rw	T2 Rw	T3 Rw	T1 Ct	T2 Ct	T3 Ct
RL	180	-	-	-	-	-
LLM	-103	-125	-211	100%	98%	100%
RLaLLMA	192	121	28	100%	94%	98%

Results show RLaLLMA maintains high instruction-following rates while achieving significantly better performance than pure LLM approaches. This demonstrates the value of hybrid models that leverage both RL's efficiency and LLM's language understanding capabilities.

---

#### Список літератури

---

- [1] Hayes, W. M., Yax, N., & Palminteri, S. (2023). Large Language Models are Biased Reinforcement Learners. arXiv preprint arXiv:2305.14352.
- [2] Cao, Y., Zhao, H., Cheng, Y., Shu, T., Chen, Y., Liu, G., Liang, G., Zhao, J., Yan, J., & Li, Y. (2024). Survey on Large Language Model-Enhanced Reinforcement Learning: Concept, Taxonomy, and Methods. arXiv preprint arXiv:2404.00282.

---

#### Автори

---

**Bohdan Turbal** — 4th year student, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine;

E-mail: [bogdan.turbal.y@knu.ua](mailto:bogdan.turbal.y@knu.ua)

**Yaroslav Tereshchenko** — assistant, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine;  
E-mail: [y.tereshchenko@knu.ua](mailto:y.tereshchenko@knu.ua)

## Finding Heightmap Gridline Segments in Segmented Object Regions and Triangulating Such Regions for Automated Realistic 3D Scene Generation from Multimodal Geodata

A. Fisunen

Our goal is to automate the generation of realistic 3D scenes based on real-world places by their multimodal geodata (satellite images, heightmaps, terrain photos, etc.). In one of the subtasks of this problem, we perform semantic segmentation of satellite images, obtaining multiple regions of terrain objects of the same class (e.g. trees, grass, soil, water bodies, roads, etc.).

We need to project these segmented regions on the underlying 3D landscape surface represented by its heightmap, which we can describe without the loss of generality as a function  $H_r : X \times Y \rightarrow \mathbb{R}$ , where  $X = \overline{0, a}$ ,  $Y = \overline{0, b}$ ,  $a, b \in \mathbb{N}$ , and  $r \in \mathbb{R}^+ \setminus \{0\}$  is the heightmap's resolution in the chosen units. We assume that the landscape is approximated as a mesh with the uniform grid of vertices given by  $H_r$ , and that our regions are arbitrary non-self-intersecting polygons inside the rectangle  $[0, a] \times [0, b]$ , possibly non-convex and/or with holes that are simple polygons. If there are other regions inside a hole, we treat them as separate polygons. Our goal is to find all segments of heightmap gridlines that lie inside each region to triangulate it, accounting for the heights of the landscape grid points, and make a 3D representation of the region.

To achieve it, we perform the following steps. For each polygon and hole side  $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ , we find its intersections: with horizontal gridlines – by solving the sides' line equations for  $x$  with known  $y$ 's in a range  $[y_1, y_2]$ ; with vertical gridlines – by solving the sides' line equations for  $y$  with known  $x$ 's in a range  $[x_1, x_2]$ . For horizontal sides  $(x_1, y^*), (x_2, y^*)$ , we iterate over  $x_i$  values in the mentioned  $x$  range – this gives intersections with vertical gridlines  $x = x_i$ . For vertical sides  $(x^*, y_1), (x^*, y_2)$ , we iterate over  $y_i$  values in the mentioned  $y$  range – this gives intersections with horizontal gridlines  $y = y_i$ . Each intersection point can be either the polygon's vertex, a hole's vertex, a point on the polygon's side, or a point on a hole's side, and is marked respectively.

Once we find an intersection, we add information about it into mappings of the following structure: for all found vertical gridlines with equation  $x = x_i$ ,  $x_i$  maps to the  $y$ 's of this gridline's intersection points; for all found horizontal gridlines with equation  $y = y_j$ ,  $y_j$  maps to the  $x$ 's of this gridline's intersection points. For each polygon and hole side, we also store all its intersection points.

Then, we iterate over intersection points on each polygon and hole side in ascending order and form consecutive segments with these points. After that, for each gridline in the mappings, we iterate over coordinates in ascending order and form the gridline's consecutive segments, skipping gaps between every two consecutive intersection points on the hole boundary (using point markings) and including grid points with integer coordinates that lie on this gridline inside the polygon. Finally, we form a planar straight-line graph (PSLG) with all the resulting edges and vertices (found segments and their endpoints) and triangulate it using constrained Delaunay triangulation [1].

After finding the landscape height  $h$  at each vertex  $(x, y)$  of the PSLG and turning each such 2D point into a point  $(x, y, h)$ , we obtain the final 3D region mesh on which

we can further generate landscape objects.

---

#### Список літератури

---

- [1] Chew, L. P. (1987, October). Constrained Delaunay triangulations. In *Proceedings of the third annual symposium on Computational geometry* (pp. 215-222).
- 

#### Автори

---

**Artem Fisunen**ko — postgraduate, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [artem.fisunenko@hotmail.com](mailto:artem.fisunenko@hotmail.com)

## Система виявлення географічних сутностей в українських оголошеннях нерухомості

О. О. Франков, Я. В. Терещенко

Аналіз оголошень про нерухомість є цінним джерелом просторової інформації, адже такі тексти часто містять дані про місцезнаходження об'єктів. Автоматичне визначення географічних сутностей у цих текстах сприяє покращенню пошуку, класифікації та аналізу ринку нерухомості.

Задача має низку особливостей, адже оголошення часто написані двома мовами або їх сумішшю, мають варіативність написання назв, містять помилки та одруківки. Це додатково ускладнює процес їх обробки.

В даній роботі ми розглядали різні підходи вирішення цієї задачі: приховані марковські моделі (HMM); умовні випадкові поля (CRF); брати векторне представлення слів та подавати їх на класифікатор; BiLSTM; моделі BERT; комбінації перелічених підходів.

Найгірші результати серед поданих моделей були отримані з використанням прихованих марковських моделей.

Умовні випадкові поля суттєво покращили точність.

Брали векторні представлення слів отриманих за допомогою FastText (CBOW). Додавали булеві ознаки. Отриманий вектор подавали на XGBClassifier. Це дозволило трохи підвищити якість передбачень.

Використання BiLSTM давало схожі метрики.

Очікувано, фін-тюнені моделі BERT показали себе найкраще. Додавання наверх BERT-моделі BiLSTM не дало покращень.

Загалом найкращою виявилась фін-тюнена bert-base-multilingual-cased модель. На валідаційному датасеті метрика macro average f1 становила 0.8401 при accuracy 0.9841.

---

#### Список літератури

---

- [1] Jurafsky D., Martin J.H.: Speech and Language Processing (2024).
- 

#### Автори

---

**Олексій Олександрович Франков** — студент 1-го курсу магістратури, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [frankovoleksii@gmail.com](mailto:frankovoleksii@gmail.com)

**Ярослав Васильович Терещенко** — доктор філософії, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [y.tereschenko@knu.ua](mailto:y.tereschenko@knu.ua)

# Specialized Memory Allocator Architecture for OLAP Database Management Systems

D. Tsomenko

Current generic memory allocators are not fully optimized for OLAP workloads and can lead to latency increases, inefficient memory usage, and performance degradation due to NUMA-related issues. Therefore, the specialized allocator architecture proposed in this research includes:

- a) NUMA-aware memory arenas to ensure memory allocation occurs on local nodes, significantly reducing cross-node memory access latency.
- b) Thread-local caches to minimize allocation latency, eliminate contention among parallel query execution threads, and improve scalability on multi-core systems.
- в) Query-local memory pools are designed specifically for large-scale temporary allocations typical for OLAP queries, enabling efficient bulk memory deallocation after query completion and reducing memory fragmentation.
- г) SIMD-friendly memory alignment (64-byte alignment) to facilitate vectorized processing of large columnar datasets, significantly enhancing CPU utilization.
- д) Efficient handling of cross-thread memory freeing through lock-free or deferred mechanisms to maintain high throughput in parallel query pipelines.
- e) Adaptive memory reuse and release policies that balance between memory availability for subsequent queries and gradual return to the operating system, maintaining optimal memory footprint over long-running database sessions. The proposed architecture provides tailored memory management, significantly improving the performance and stability of OLAP database systems on NUMA-based hardware.

---

## Список літератури

- [1] D. Durner, V. Leis, T. Neumann, Experimental Study of Memory Allocation for High-Performance Query Processing, ADMS Workshop, 2019. Available online: <https://www.adms-conf.org/2019-camera-ready/durneradms19.pdf>

---

## Автори

**Denis Tsomenko** — postgraduate, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [denistsem@gmail.com](mailto:denistsem@gmail.com)

## Порівняння ефективності використання традиційних кодексів з нейромережевими для поточкових мультимедійних даних

С. І. Челноков, Ю. В. Крак

Зростання обсягів мультимедійного трафіку вимагає ефективних методів його кодування та передачі. Традиційні кодекси, такі як H.264 та H.265, широко використовуються для зменшення розміру даних без значної втрати якості. Однак, останнім часом розвиваються нейромережеві методи стиснення, які демонструють високий потенціал у збереженні якості при зменшенні бітрейту.

Запропоновано підхід, що включає порівняльний аналіз традиційних методів кодування мультимедійних даних із сучасними нейромережевими підходами. Досліджується якість відтворення відео після стиснення (метрики PSNR, SSIM, LPIPS), швидкість обробки, а також вимоги до апаратного забезпечення. Проведений

аналіз демонструє потенціал використання нейромережевих кодеків для потокових даних у реальному часі.

Для експериментального аналізу використано набір тестових відео, що кодувалися традиційними (H.265) та нейромережевими кодеками (Neural Compression, Deep Video Compression). Оцінка якості проводилася як об'єктивними метриками, так і експертним оцінюванням.

Під час аналізу виявлено, що нейромережеві кодеки дозволяють досягти вищої ефективності стиснення при однаковій або кращій якості відтворення. Однак їхнє використання потребує значних обчислювальних ресурсів, що може обмежити застосування в реальному часі. Подальші дослідження можуть бути спрямовані на оптимізацію нейромережевих моделей для зменшення їхніх апаратних вимог.

---

## Автори

---

**Семен Ілліч Челноков** — аспірант 1-го року навчання, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [samchelnokovknu@knu.ua](mailto:samchelnokovknu@knu.ua)

**Юрій Васильович Крак** — завідувач кафедри теоретичної кібернетики, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [iurii.krak@knu.ua](mailto:iurii.krak@knu.ua)

# A Novel Heuristic for the Precedence-Constrained Knapsack Problem

D. Cherniakin, A. Anisimov

The Precedence-Constrained Knapsack Problem (PCKP) is a generalization of the well-known knapsack problem that introduces additional constraints on the order in which items can be added to the knapsack. Like the original problem, PCKP is NP-complete [1], making it computationally challenging to solve optimally. In this work, we introduce a heuristic approach that can function as a standalone greedy algorithm or be integrated into a more complex optimization framework. The proposed heuristic is based on a function that evaluates the "unit cost" of an item, considering all its prerequisite items.

More formally, given a set of  $n$  items, each item  $i$  is associated with a weight  $w_i$  and a profit  $v_i$ . The knapsack has a capacity  $c$ , and a binary decision variable  $x_i$  indicates whether item  $i$  is included in the knapsack. Additionally, a precedence constraint graph  $G = (V, E)$  is defined, where each directed edge  $(i, j) \in E$  enforces that item  $j$  can only be selected if item  $i$  is also included. The objective function is given by:

$$\max \sum_{i=1}^n v_i x_i$$

subject to:

$$\sum_{i=1}^n w_i x_i \leq c, \quad x_i \geq x_j, \quad \forall (i, j) \in E, \quad x_i \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in V.$$

To guide the selection process, we propose a function  $G(v)$ , defined as:

$$G(v) = \frac{\sum_{i \in P(v)} v_i}{\sum_{i \in P(v)} w_i},$$

where  $P(v)$  denotes the set of items that must be included in the knapsack if item  $v$  is selected.

---

### Список літератури

---

- [1] Garey M. R. Computers and intractability. (S.I.) : Freeman, 1979.
- 

### Автори

---

**Dmytro Cherniakin** — postgraduate, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [dmitriyc37@gmail.com](mailto:dmitriyc37@gmail.com)

**Anatoly Anisimov** — professor, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [avatan@gmail.com](mailto:avatan@gmail.com)

## Retrieval of semantically similar text fragments to a query

V. Chuchkanov

In today's world of vast information resources, finding relevant data can be challenging. This work presents an algorithm for retrieving text fragments that are semantically similar to a given query.

The algorithm begins by extracting meaningful words from the input query based on part-of-speech analysis. The selected words are then divided into 4-word chunks, and through recursive search using an inverted index, the system identifies text locations where these chunks (or their semantically similar counterparts) appear in close proximity. Semantic similarity is determined using cosine similarity between word vectors from the Word2Vec model [1], with additional part-of-speech filtering. By restricting comparisons to words actually present in the text, the algorithm maintains both relevance and computational efficiency.

The resulting sets of intervals for each chunk are then processed to select non-overlapping segments, which are ranked according to the density of nearby intervals from different chunks. This approach identifies text regions that most closely match the original query's semantic content.

For evaluation, the algorithm was tested on random texts and a specialized dataset [2] containing original queries and their ChatGPT-generated paraphrases. The system demonstrated approximately 80% accuracy while producing an average of 2.6 false positives per query, representing less than 0.65% of the total text size.

---

### Список літератури

---

- [1] FastText English word vectors. <https://fasttext.cc/docs/en/english-vectors.html>
- [2] ChatGPT Paraphrases Dataset. <https://www.kaggle.com/datasets/vladimirvorobevv/chatgpt-paraphrases>
- 

### Автори

---

**Volodymyr Chuchkanov** — student, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [v.chuchkanov@gmail.com](mailto:v.chuchkanov@gmail.com)

# Interactive VR application for visualizing and editing three-dimensional graphs of mathematical functions

D. Shabanov

The integration of virtual and augmented reality (VR/AR) into educational tools continues to gain momentum, offering new opportunities for interactive learning. In particular, mathematical disciplines, which traditionally rely on abstract representations, can benefit from immersive 3D visualization to enhance understanding of complex concepts.

In this study, we present a web-based application for visualizing and interacting with mathematical functions in three-dimensional space, with support for both desktop and VR platforms. The application was developed using JavaScript in conjunction with modern web technologies, including WebXR for VR integration and Three.js for 3D graphics rendering. Math.js was used for dynamic formula evaluation, while a formally verified parser was implemented in the Dafny programming language to ensure correctness and reliability of expression parsing. The Dafny code was later compiled into JavaScript for seamless integration.

The user interface was built with HTML and CSS, providing controls for inputting functions, adjusting graph parameters, and toggling display options. The system supports custom variables in functions, with dynamically generated input fields allowing users to modify variable values in real time. The result is a responsive, interactive 3D surface that updates based on user-defined parameters.

VR support was implemented using WebXR, enabling interaction with the graph through VR controllers or hand tracking. Users can manipulate the 3D graph by translating, rotating, and scaling it within a virtual environment. This level of immersion provides a more intuitive understanding of spatial mathematical relationships.

The proposed application demonstrates the potential of combining web technologies with formal verification and immersive VR interfaces for educational purposes. It offers a cross-platform, accessible solution for exploring mathematical functions and can serve as a basis for further research into educational VR tools, particularly in STEM education.

---

## Автори

**Shabanov Dmytro Olexandrovych** — 2nd-year Master's student, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko Kyiv National University, Kyiv, Ukraine; E-mail: [dmytroshabanov@knu.ua](mailto:dmytroshabanov@knu.ua)

## Забезпечення доступності у веб-дизайні: Дотримання настанов WCAG

С. Г. Шаліманов

До ключових питань сучасного вебдизайну відноситься тема веб-доступності. Рівний доступ для всіх користувачів, включно з тими, хто має обмеження, є одним із головних завдань будь-якого інформаційного ресурсу. Настанови Web Content Accessibility Guidelines (WCAG, Настанови щодо забезпечення доступності веб-контенту) задають міжнародні стандарти, що сприяють створенню інклюзивного інтернет-простору. Недооцінка цих стандартів обмежує потенціал користувачів, зокрема осіб з порушеннями зору, слуху, моторики, а також когнітивних (пояснених) відмінностей, що може призвести до соціальної ізоляції та інформаційної нерівності.

Норми Європейського Союзу стимулюють впровадження цифрової доступності, що покращує якість вебсайтів. Згідно з дослідженням WebAIM [1], аналіз мільйона головних сторінок веб-сайтів показав, що середня кількість помилок доступності



становить 56.8 на сайт. Після впровадження рішень з доступності органічний пошуковий трафік зріс в середньому на 12% [2].

Для вирішення проблеми веб-доступності важливо дотримуватись базових порад при створенні і розробці веб-сайтів:

- Дотримуватись настанов WCAG при розробці вебсайтів, зокрема на всіх етапах: планування, тестування, запуск.
- Проводити аудит доступності та адаптувати вже існуючі цифрові ресурси з метою розширення категорій доступності.
- Використовувати сучасні технології, такі як альтернативний текст для зображень, адаптивні шрифти та голосові інтерфейси.
- Підвищувати рівень обізнаності серед дизайнерів і розробників щодо принципів доступності шляхом відповідних курсів та тренінгів.

---

### Список літератури

---

- [1] Web Accessibility in Mind (WebAIM). WebAIM Million report. <https://webaim.org/projects/million/>
  - [2] Accessibility SEO Impact Study. ACCESSIBILITYCHECKER.ORG. <https://www.accessibilitychecker.org/research-papers/accessibility-seo-impact-study/>
- 

### Автори

---

**Станіслав Геннадійович Шаліманов** — студент 1-го курсу магістратури, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [stann@knu.ua](mailto:stann@knu.ua)

## Optimization of a Modern Web System

**S. Shevchuk**

The objective of this paper is to demonstrate modern practices for optimizing application performance.

Initially, the backend was deployed using AWS Lambda, featuring a basic set of functions, while the frontend was served from S3 with a simple React implementation. Later, I reworked the entire deployment by containerizing the application on EKS and implementing a CI/CD pipeline, which significantly optimized the development process and improved the developer experience (DX).

The use of Next.js with server-side rendering further enhanced page load times, improved SEO, and provided a superior user experience compared to the traditional client-side approach.

Integration of TRPC facilitated efficient data exchange between the client and the server, reducing latency and enhancing communication security.

On the backend, employing Nest.js enabled the creation of a modular and scalable architecture that simplifies maintenance and feature expansion. Utilizing drizzle for database operations optimized data storage and processing, ensuring the stable performance of the application even under heavy load.

In summary, by enhancing an existing project with these technological improvements, I saved both development time and costs, paving the way for more efficient and cost-effective future innovations.

---

### Автори

---

**Vitalii Shevchuk** — 2nd year Master student, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine, Quontex LTD.; E-mail: [vitshev120@gmail.com](mailto:vitshev120@gmail.com)

# Methods of implementing hot-reloading in programming languages

D. Shcherbak, K. Zhereb

Hot reloading is a feature in programming languages that allows making changes in the source code of the program, while it is running, and see the change in behaviour of the program instantly. Naturally, this feature is introduced much easier in interpreted programming languages, such as JavaScript or Python, since the interpreter is working with the source code files directly, and each change is immediately represented by a corresponding change in behaviour.

Implementing this feature in compiled programming languages poses a challenge, since such languages compile the program into a different representation, often an executable with machine-level instructions. Changing such low-level representation often requires recompiling some of the source files and can take a lot of time. For developers working on big projects this can mean longer feedback time on introducing changes into code, which slows down the development process substantially.

This study investigates different approaches to implementing hot reloading in compiled languages. Some languages, like C# and Java, allow hot reloading in debug mode, however such functionality is often limited in terms of what parts of the program can be changed and to what extent [1]. Some other solutions, such as JRebel [2] and .Net Edit-and-Continue [3] allow more flexibility, but can result in worse performance.

As a result of this study, an efficient approach to implementing hot-reloading is introduced. Proposed architecture implements a wrapper on the executable, which can be used to upload changed versions of functions in forms of dynamic libraries or shared objects. Building a separate compiler around this approach will allow for more efficient implementation.

---

## Список літератури

- [1] C# hot reload language feature documentation: <https://learn.microsoft.com/en-us/visualstudio/debugger/hot-reload> -
- [2] R. Raudjärv, A. R. Gregersen. JRebel.Android: Runtime Class- and Resource Reloading for Android, 2015 IEEE/ACM 37th IEEE International Conference on Software Engineering, Florence, Italy, 2015
- [3] M. Eaddy, S. Feiner. Multi-Language Edit-and-Continue, Columbia University, 2005

---

## Автори

**Denys Shcherbak** — postgraduate, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [denys.shcherbak@knu.ua](mailto:denys.shcherbak@knu.ua)

**Kostiantyn Zhereb** — assistant, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [kzhereb@knu.ua](mailto:kzhereb@knu.ua)

# Секція «Методика викладання математики»

## Педагогічні умови використання ігрових технологій на уроках інформатики

М. М. Борець

У дослідженні розглядаються педагогічні умови та методи впровадження ігрових технологій на уроках інформатики. Особливістю предмета є різний рівень підготовки учнів до роботи в цифровому середовищі. Так частина дітей використовує гаджети протягом тривалого часу кожного дня, однак частина учнів не мають такої можливості та працюють із комп'ютерами виключно в школі. Окрім цього, важливо враховувати стрімкий розвиток технологій. Зазначимо, що учні почали використовувати у навчанні штучний інтелект.

Тим не менше, уроки інформатики мають дати учням базові навички роботи з комп'ютером, розвинути вміння самостійного написання комп'ютерних програм. Це сприяє розвитку мислення, становленню всебічно розвиненої особистості. Так само, як винайдення калькулятора не скасовує необхідності вивчення арифметики в школі, так і розвиток нейромереж не скасовує, а навпаки сприяє вивченню програмування. Однак ці фактори знижують мотивацію учнів до навчання та негативно впливають на академічну доброчесність.

Для підвищення зацікавленості учнів до самостійного виконання завдань вчитель може використовувати ігрові технології. Для повторення нових термінів та базових команд мови програмування може бути використана гра "Alias". При вивченні редакторів можна застосувати гру "Спіймай хакера" (дитяча інформатична адаптація гри "Мафія"): кожен учень та учениця отримують роль і мають створити відповідного персонажа за допомогою графічних редакторів. Після цього відбувається обговорення, результати якого оформлюються усіма учасниками у вигляді текстового документа. В кінці раунду хакери пробують "провести атаку" на одного з учасників, а системний адміністратор - вирахувати та врятувати заражений комп'ютер. Гра викликає позитивні емоції у учасників освітнього процесу та користується популярністю.

Отже, для зацікавлення сучасних дітей інформатикою можна використовувати адаптації різних відомих ігор до теми уроку.

---

### Автори

Михайло Борець — аспірант 1-го року навчання, факультет психології, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна.;

## Застосування методу проектів на уроках математики

І. В. Брик

Щоб розвинути у школярів здатність працювати з інформацією, навчити їх самостійно мислити, уміти працювати в команді, потрібно використати різні педагогічні технології, в тому числі й проектну. Я віддаю перевагу методу проектів, тому що проектний підхід включає наступні переваги:

- стає вище відвідуваність занять, в учнів росте впевненість у своїх знаннях, розвивається здібність до навчання;
- задачі навчання аналогічні або перевершують по своєму рівню завдання, висунуті іншими методами. Відмінність проектного підходу полягає в тому, що учні беруть на себе більшу відповідальність за свою освіту, чим під час звичайних занять у школах;
- можливість розвитку різнобічних навичок, таких як новий тип мислення, знаходження відповідей, робота в колективі, а також спілкування [1].

У сучасній педагогіці проектне навчання використовується не замість систематичного предметного навчання, а поряд з ним, як компонент освітніх систем. Метод проектів дає можливість врахувати індивідуальні відмінності учнів. Це й сприйняття матеріалу — у когось більш розвинене зорове сприйняття, хтось краще запам'ятовує на слух. Метод проектів не тільки розкриває здібності учнів та формує різні навички, але й вчителю відкриває школярів з нового погляду [2].

Наразі я працюю в одній із столичних шкіл, де під час уроків математики активно застосовую метод проектів, який дійсно запалює в дітях палке прагнення до знань та до учіння.

---

### Список літератури

- [1] Байнякшина О. Є. Метод проектів як засіб ефективного та якісного навчання молодших школярів. URL: <http://surl.li/ajdmv>
- [2] Мірошник С. І. Теоретичні основи навчальної проектної діяльності учнів. Народна освіта. 2014. Випуск №2 (23). URL: [https://www.narodnaosvita.kiev.ua/?page\\_id=2383](https://www.narodnaosvita.kiev.ua/?page_id=2383)

---

### Автори

Ілля Вадимович Брик — студент 4-го курсу, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [bruk\\_ilya@knu.ua](mailto:bruk_ilya@knu.ua)

## Поєднання класичних і евристичних методів при навчанні математики

М. А. Вацик

Актуальність інтеграції класичних та евристичних методів у навчанні та викладанні математики обумовлена необхідністю забезпечити більш ефективний та гнучкий процес навчання, що відповідає вимогам сучасної освіти [1]. У світі, де швидко змінюються технології та підходи до вирішення проблем, важливо не лише засвоювати традиційні математичні методи, але й розвивати творчі здібності, що

дозволяють ефективно адаптуватися до нових умов. Поєднання класичних і евристичних підходів допомагає учням не тільки набувати знань, а й вчить критично мислити, шукати нові рішення та використовувати нестандартні стратегії.

Класичні методи фокусуються на точності та алгоритмічних підходах до розв'язування задач, що є основою для розвитку логічного мислення. Вони забезпечують системність та стабільність навчального процесу. Натомість евристичні методи дозволяють розвивати креативність та інтуїцію, що сприяє здатності знаходити інноваційні рішення у складних ситуаціях. Інтеграція цих двох підходів дає змогу учням не лише вивчати традиційні математичні алгоритми, а й оволодівати методами адаптації, що допомагають у розв'язуванні нових і складних задач [2]. Цей комплексний підхід є важливим для формування гнучких навичок та компетентностей, необхідних у сучасному світі науки та технологій.

---

### Список літератури

---

- [1] Панова С.О. Основні поняття евристичного навчання математики (методичний аспект). URL: [https://www.narodnaosvita.kiev.ua/?page\\_id=5182](https://www.narodnaosvita.kiev.ua/?page_id=5182)
  - [2] Корецька О.В. Нестандартні задачі у математиці: ідеї та методи їх розв'язування. URL: [https://evnuir.vnu.edu.ua/bitstream/123456789/26617/1/koretska\\_2024.pdf](https://evnuir.vnu.edu.ua/bitstream/123456789/26617/1/koretska_2024.pdf)
- 

### Автори

---

**Марина Анатоліївна Вацик** — студентка 2-го курсу магістратури, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [marina489537@gmail.com](mailto:marina489537@gmail.com)

## Формування критичного мислення при навчанні математики у закладах загальної середньої освіти

**І. О. Залізняка**

Критичне мислення є необхідною навичкою сучасної освіти, що допомагає аналізувати інформацію та приймати обґрунтовані рішення [1]. Математика сприяє розвитку логіки, аргументації та навичок розв'язування проблем [2].

До ефективних методів належать проблемні завдання, проєктне навчання, дискусії та цифрові технології. Платформи GeoGebra і Desmos покращують візуалізацію математичних концепцій, а кейс-метод допомагає учням аналізувати реальні ситуації [3].

Дослідження підтверджують, що учні, які використовують ці методи, показують вищі результати у тестах PISA та ЗНО, а групові проєкти підвищують мотивацію та самостійність [4].

Отже, інтеграція сучасних методик для розвитку критичного мислення у викладання та навчання математики сприяє покращенню академічних результатів і формуванню ключових компетентностей учнів.

---

### Список літератури

---

- [1] Сайт «Освіта.УА»: Критичне мислення у навчанні математики. [Електронний ресурс] <https://osvita.ua/articles/critical-thinking-math>. 10.03.2025
- [2] Сайт «PISA»: Вплив критичного мислення на успішність учнів. [Електронний ресурс] <https://pisa.org/critical-thinking>. 05.02.2025
- [3] Сайт «GeoGebra»: Інтерактивні методи навчання математики. [Електронний ресурс] <https://geogebra.org/edu>. 22.01.2025

#### Автори

---

**Ірина Олександрівна Залізник** — студентка 4-го курсу, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [irazalizniak@knu.ua](mailto:irazalizniak@knu.ua)

## Деякі нестандартні методи доведення нерівностей у закладах загальної середньої освіти

**Х. О. Кіндратів, М. О. Назаренко**

Тема доведення нерівностей є складовою шкільної математичної програми, яка традиційно вивчається в старших класах профільного рівня. У базовому курсі математики нерівності розглядаються здебільшого в контексті алгебраїчних перетворень. Особливого значення вивчення нестандартних методів набуває при підготовці учнів до математичних олімпіад та турнірів. Дослідження спрямоване на аналіз деяких нестандартних методів доведення нерівностей з метою перетворення вивчення математики на захоплюючу інтелектуальну діяльність, що сприяє розвитку математичної обдарованості та креативного мислення учнів.

У доповіді проведено аналіз деяких нестандартних методів доведення нерівностей у контексті вимог шкільної математичної освіти. Розглянуто низку основних підходів до доведення нерівностей різного типу, їх складності та універсальності.

Показано, що метод допоміжних функцій забезпечує систематичний підхід до розв'язання складніших нерівностей для учнів з аналітичним складом мислення, тоді як методи, засновані на симетрії та інваріантах, сприяють розвитку алгебраїчної інтуїції та геометричного мислення. Проаналізовано техніку параметризації та встановлено, що цей метод є особливо ефективним для нерівностей, які мають складну структуру з багатьма змінними. Метод монотонності демонструє високу ефективність при роботі з функціональними нерівностями та послідовностями.

Запропоновано систему опорних задач для кожного з розглянутих нестандартних методів, спрямовану на розвиток логічного мислення та математичної інтуїції учнів. Розглянуто приклади практичного застосування нерівностей у розв'язанні олімпіадних задач та реальних прикладних проблем.

Результати дослідження можуть бути використані для модернізації методики викладання математичних нерівностей, розробки нових підходів до формування математичної компетентності, що розширить інструментарій вчителя та підвищить залученість учнів до вивчення математики.

---

#### Автори

---

**Христина Олегівна Кіндратів** — студентка 1-го курсу магістратури, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [antonikkhristina@gmail.com](mailto:antonikkhristina@gmail.com)

**Микола Олексійович Назаренко** — доцент кафедри математичного аналізу, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [nazarenko@gmail.com](mailto:nazarenko@gmail.com)

# Методика викладання елементів вищої математики в закладах загальної середньої освіти

С. В. Кушніренко, А. О. Тітімець

Вища математика є важливим прикладним інструментом, за допомогою якого розв'язуються задачі багатьох предметних галузей: фізики, механіки, економіки, біології, хімії тощо. Тому існує необхідність викладання цієї дисципліни на належному рівні в закладах вищої та передвищої освіти, а також відповідної підготовки здобувачів середньої освіти в рамках шкільного курсу математики [1].

Проаналізовано ефективність традиційних та інтерактивних методів навчання, що використовуються при викладанні математичних дисциплін і формуванні відповідних компетентностей [2]. Також виділено ті змістові лінії вищої математики, які пропонуються для пропедевтичного вивчення в закладах загальної середньої освіти на уроках алгебри і початків аналізу та геометрії.

Теми, розглянуті в роботі, розділені на блоки: математичний аналіз, комплексний аналіз, лінійна алгебра та аналітична геометрія. Крім того продемонстрований експеримент, на основі якого зроблені висновки про достатність шкільної бази математичних знань, умінь та навичок для подальшого вивчення дисциплін цієї предметної області [3].

Зазначимо, що від методів навчання і викладання залежать мотивація, ритм і результати роботи, а отже, рівень сформованості в учнів ключових компетентностей. Тому досліджувати, порівнювати, використовувати і змінювати їх – одне з головних завдань сучасного вчителя.

---

## Список літератури

- [1] Вірченко Н. О. Нариси з методики викладання вищої математики. Київ : ТОВ «За друга», 2006. – 396 с.
- [2] Інтерактивні методи навчання: Навч. посібник. / За заг. ред. П.Шевчука і П.Фенриха. – Щецін: Вид-во WSAP, 2005. – 170 с.
- [3] Мерзляк А.Г. Алгебра і початки аналізу: початок вивчення на поглиб. рівні з 8 кл., проф. рівень: підруч. для 11 кл. закладів загальної середньої освіти. / А.Г. Мерзляк, Д.А. Номіровський, В.Б. Полонський, М.С. Якір – Х: Гімназія, 2019. – 352 с.

---

## Автори

**Світлана Володимирівна Кушніренко** — доцент кафедри загальної математики, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [bksv@ukr.net](mailto:bksv@ukr.net)

**Артем Олександрович Тітімець** — студент 2-го курсу магістратури, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [angelsandevils49@gmail.com](mailto:angelsandevils49@gmail.com)

## Методика навчання тригонометричних рівнянь та нерівностей в курсі алгебри та початків аналізу

Р. Мороз, В. Собчук

Тригонометричні функції є важливою складовою курсу математики в закладах загальної середньої освіти, які дозволяють суттєво розширити знання учнів про класи та властивості функцій. Існують різні підходи до вивчення цієї теми, але для початківця вчителя важко визначити найбільш ефективний, який сприятиме розвитку предметних компетентностей.

Метою доповіді є аналіз та розробка пропозицій щодо вдосконалення методики навчання тригонометричних рівнянь і нерівностей в курсі алгебри та початків аналізу закладів загальної середньої освіти.

Методика вивчення даної теми включає кілька важливих етапів, які допомагають учням зрозуміти та засвоїти матеріал. Першим кроком є ознайомлення з такими основними тригонометричними функціями як синус, косинус і тангенс, і їхніми властивостями. В учнів формується знання про зв'язок цих функцій з кутами та відношеннями в прямокутному трикутнику, що важливо в подальшому для розв'язування тригонометричних рівнянь.

Використання тригонометричних функцій та їх графіків дозволяє учням наочно уявити, як будуються розв'язки рівнянь. Такий підхід формує стійкі навички розв'язування тригонометричних задач, що є основою для подальшого вивчення тем курсу математики [1].

Методологія дослідження тригонометричних нерівностей потребує специфічного підходу, оскільки розв'язування таких нерівностей часто потребує графічного аналізу та інтерпретації результатів. Графічний метод виявився надзвичайно корисним для візуалізації рішень, оскільки він дозволяє студентам побачити, як тригонометричні функції поведуться в різних діапазонах, і проілюструвати області, які задовольняють задані умови нерівності. Це не лише покращує засвоєння теоретичних основ, а й розвиває аналітичне мислення учнів, що важливо для успішного засвоєння та застосування ними математичних знань на практиці [2].

---

#### Список літератури

---

- [1] Задорожний В. П., Нечитайло О. І. *Тригонометричні рівняння: теорія і практика*. – К.: Либідь, 2019. – 256 с.
  - [2] Полякова О.І.Н. *Тригонометричні функції: Методичні рекомендації для вчителів*. – К.: Освіта, 2018. – 112 с.
- 

#### Автори

---

**Валентин Володимирович Собчук** — доктор технічних наук, професор, професор кафедри інтегральних та диференціальних рівнянь, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [sobchuk@knu.ua](mailto:sobchuk@knu.ua)

**Руслана Миколаївна Мороз** — студентка 2-го курсу магістратури, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [ivankamoros08@gmail.com](mailto:ivankamoros08@gmail.com)

## Персоналізація як ключовий інструмент у контексті зміни математичної освіти у школі

Ю. О. Панасюк

Розглядаються основні принципи персоналізованого навчання в контексті шкільної математики, включаючи адаптацію завдань, темп навчання та використання технологій. Визначено основні методи та інструменти диферційованого навчання, адаптивного тестування у формуванні індивідуальних траєкторій навчання. Досліджено, як персоналізований підхід сприяє підвищенню зацікавленості учнів у вивченні математики, розвитку аналітичного мислення та покращенню академічних результатів. Описано значення математичних гуртків, проектної діяльності та індивідуальних досліджень у формуванні глибших знань та розвитку математичних здібностей школярів. Обговорюються потенційні бар'єри на шляху до персоналізації та можливі шляхи їх подолання. Дослідження має на меті визначити ефективність



персоналізованого підходу у викладанні математики в школі та його вплив на академічні результати й мотивацію учнів.

---

### Список літератури

---

- [1] Anderson, J. (2020). *Personalized Learning in Mathematics Education: Theories and Practices*. Cambridge University Press.
- [2] Матяш О. І. Прищеплення смаку до навчання – один із шляхів підвищення якості математичної освіти // Проблеми та перспективи фахової підготовки вчителя математики: матер. Міжнар. наук.-практ. конф. – Вінниця: ВДПУ, 2012. С.158-160.

---

### Автори

---

**Юлія Олександрівна Панасюк** — студентка 1-го курсу магістратура, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [juliapanasyuk1724@gmail.com](mailto:juliapanasyuk1724@gmail.com)

## Using Artificial Intelligence in Mathematics Teaching: Benefits and Challenges

**D. Ruban**

Every year, the impact of artificial intelligence (AI) on our lives is growing. Educators have worrying questions: how will this affect the quality of education? Will AI replace teachers? What will be the consequences of students overusing AI? Will it lead to a drop in the quality of education, or can it make the learning process more efficient by delegating routine tasks to AI? So should we avoid and forbid AI or actively implement it in the learning process? The answer to these questions is obvious - AI is a convenient, accessible, and powerful tool. We cannot change that, but we can accept it, consider it and use it in our activities. This paper discusses the possibilities of using AI in education and contains recommendations for its effective implementation in teaching mathematics. We live in a world where technology is rapidly evolving and artificial intelligence is becoming a key tool in various fields including education. In particular its application in mathematics teaching opens up new opportunities for innovative, adaptive, visual and effective teaching methods.

Although AI has many advantages and can make learning more interesting it also has significant drawbacks at its current development stage. Artificial intelligence algorithms do not always provide correct and understandable answers, so it is worth checking and confirming them. This requires the user to have a conscious approach to working with AI and well-developed critical thinking. That is why AI cannot replace a teacher nowadays. Moreover a modern teacher gets a new task: introducing AI into the educational process and helping students learn how to use AI effectively when studying a subject (in our case, mathematics).

Thus the use of AI in math teaching can make learning interesting, interactive and effective. However it is important to find a balance between technology and traditional methods to maximize the potential of AI without losing the human approach to education.

---

### Автори

---

**Dariia Ruban** — Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: [dasharub@knu.ua](mailto:dasharub@knu.ua)

# Методологічні підходи до вивчення теми «Тригонометричні рівняння та нерівності» в зкладах загальної середньої освіти

І. О. Печора, В. В. Собчук

У доповіді проведено аналіз методів розв'язування тригонометричних нерівностей у контексті сучасної математичної освіти. Розглянуто застосування основних підходів у розрізі типів нерівностей, їх складності, універсальності методів, виявлено взаємозв'язки та характерні особливості використання кожного методу. Визначено фактори, які є визначальними для вибору оптимального способу розв'язування тригонометричних нерівностей різного типу.

Порівняно графічний метод та метод одиничного кола з акцентом на їх дидактичну значущість. Встановлено, що графічний метод забезпечує краще сприйняття для учнів з більш розвиненим візуальним баченням, тоді як метод одиничного кола сприяє розумінню геометричної природи тригонометричних функцій. Для певних типів нерівностей метод одиничного кола демонструє вищу ефективність. Проаналізовано методи заміни змінної та встановлено, що універсальна тригонометрична підстановка є найнеефективнішою для нерівностей більш високого рівня складності з комбінаціями різних функцій, хоча вимагає складніших аналітичних викладок.

Комбінування методів суттєво підвищує ефективність формування навичок розв'язування задач. Встановлено зв'язок між типом нерівності та методом її розв'язування. Розроблено алгоритм поетапного впровадження методів відповідно до дидактичних принципів, який може стати основою для адаптації в навчальному процесі. Запропоновано підхід до вивчення тригонометричних нерівностей з параметрами та систему опорних задач для розвитку логічного мислення учнів.

Результати можуть бути використані для модернізації методики викладання тригонометричних нерівностей, розробки нових підходів до формування математичної компетентності та створення цифрових освітніх ресурсів, що розширить інструментарій вчителя та підвищить залученість учнів до навчання.

---

## Автори

**Іван Олександрович Печора** — студент 1-го курсу магістратури, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [i.pechora98@gmail.com](mailto:i.pechora98@gmail.com)

**Валентин Володимирович Собчук** — професор, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [sobchuk@knuu.ua](mailto:sobchuk@knuu.ua)

## Застосування похідної при розв'язуванні планіметричних задач екстремального змісту

К. О. Танцура, М. О. Назаренко

У межах шкільного курсу математики похідна традиційно розглядається як інструмент для дослідження функцій, зокрема їх зростання, спадання, а також знаходження екстремумів. Водночас у навчальній практиці недостатньо уваги приділяється застосуванню похідної у задачах геометричного змісту. Дослідження спрямоване на обґрунтування доцільності та ефективності використання похідної при розв'язуванні деяких планіметричних задач екстремального змісту з метою формування в учнів навичок математичного моделювання та аналітичного мислення.

У дослідженні проведено аналіз основних типів планіметричних задач, у яких застосування похідної дозволяє знайти найменше чи найбільше значення геоме-

тричної величини: площі, периметра, відстані. Проаналізовано типові алгоритми розв'язку таких задач із точки зору педагогічної доцільності та рівня складності для учнів старшої школи.

Показано, що використання похідної дозволяє формалізувати геометричну задачу та звести її до знаходження екстремуму функції однієї змінної. Такий підхід сприяє розвитку в учнів здатності до міждисциплінарного переносу знань між алгеброю, аналізом та геометрією. Обґрунтовано доцільність включення подібних задач у навчальні програми профільного рівня та підготовку до іспитів і математичних олімпіад.

Запропоновано класифікацію задач екстремального змісту за типом геометричних величин та представлено приклади типових моделей. Також проаналізовано методичні підходи до подачі цієї теми: від роботи з графіками та цифровими інструментами (GeoGebra, Desmos) до застосування ідей оптимізації у прикладних ситуаціях.

Результати дослідження можуть бути використані для модернізації методики викладання похідної у старшій школі, а також для розробки додаткових курсів і практикумів з прикладної математики. Залучення учнів до розв'язування планіметричних задач з використанням похідної сприяє формуванню цілісного математичного світогляду та підвищенню рівня мотивації до навчання.

---

## Автори

---

**Катерина Олександрівна Танцура** — студентка 1-го курсу магістратури, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [tantsuraekaterina1347@gmail.com](mailto:tantsuraekaterina1347@gmail.com)

**Микола Олексійович Назаренко** — доцент кафедри математичного аналізу, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [nazarenko@gmail.com](mailto:nazarenko@gmail.com)

# Грані рівнянь з параметром: де і чому зупиняються учні?

**А. О. Чубикіна**

Рівняння з параметрами є однією з найскладніших тем шкільного курсу алгебри, оскільки вимагають не лише знання базових алгоритмів розв'язання рівнянь, а й умінь аналізувати завдання повністю. Метою дослідження було проаналізувати рівень засвоєння цієї теми, визначити найтипівші помилки та їхні причини, а також сформулювати рекомендації для покращення результатів учнів. Дослідження проводилося серед учнів 10–11 класів одного з київських ліцеїв. Загальна вибірка становила 92 учні. Дослідження складалося з двох етапів:

- Самостійне виконання завдання. Учні розв'язували рівняння з параметрами без будь-якої допомоги.
- Виконання завдання з підказками. Учнім було надано методичні підказки щодо ключових етапів розв'язання.

Статистичні дані успішності:

- 50 учнів (54,3%) успішно розв'язали рівняння самостійно.
- 42 учні (45,7%) припустилися помилок на різних етапах розв'язання.

Найбільша кількість помилок припадала на такі етапи:

- знаходження дискримінанта — 25,58% помилок;
- обчислення коренів рівняння — 23,25%;
- визначення цілих значень параметра — 20,93%.

Аналіз виконаних завдань показав, що учні припускаються ряд типових помилок, які можна розділити на кілька основних категорій:

- а) Помилки в читанні умови — учні неправильно аналізують кількість коренів рівняння або некоректно обчислюють їхню суму, що впливає на подальше розв'язання.
- б) Арифметичні неточності — поширені помилки в обчисленнях, наприклад, плутанина з основними операціями ( $4 + 4 = 16$ ,  $-3/2 = 1,5$ ), що відрізняються від недостатньої уваги до базових алгебраїчних правил.
- в) Нерозпізнавання стандартних алгебраїчних формул – складнощі у вивченні формули скороченого множення (наприклад, вираз  $16a^2 + 24a + 9$  не розглядається як повний квадрат), що ускладнює спрощення рівняння.
- г) Помилки в аналізі проміжків — некоректне визначення, які значення входять або не входять у проміжок (наприклад, вважали, що  $-1$  належить проміжку  $(-5; -1,5)$ ).
- д) Помилки при діленні виразів — некоректне спрощення дробових виразів, коли при поділі, наприклад,  $(8a + 12)/4$  учні ділять лише один із доданків (або  $8a$ , або  $12$ ), що призводить до неправильних результатів.

Дослідження показало, що рівняння з параметрами залишаються складною темою для учнів 10–11 класів. Значна частина учнів має труднощі не лише з розв'язанням рівнянь, а й з базовими математичними навичками, що впливає на їхню успішність. Основними проблемними аспектами є неправильні умови читання, арифметичні неточності, нерозпізнавання стандартних алгебраїчних формул, помилки в аналізі проміжків та некоректне спрощення дробових виразів.

Результати дослідження свідчать про необхідність більшої уваги до формування математичної грамотності учнів. Важливо використовувати покрокові пояснення, практичні завдання з детальним розбором помилок і графічні методи для кращого розуміння теми.

---

#### Автори

**Ангеліна Олександрівна Чубикіна** — студентка 3-го курсу, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: [chubykinaangelina19@gmail.com](mailto:chubykinaangelina19@gmail.com)

**Київський національний університет  
імені Тараса Шевченка**

**Матеріали XXIII Міжнародної  
науково-практичної конференції**

**«Шевченківська весна – 2025»**

**10 квітня 2025 р., м. Київ, Україна**

**Taras Shevchenko National University of Kyiv**

**Proceedings of XXIII International  
Scientific – Practical Conference**

**«Shevchenkivska Vesna – 2025»**

**10 April 2025, Kyiv, Ukraine**