

## A11. 에라토스테네스의 체(소수를 구하는 알고리즘)

### 알고리즘



- 원광대학교 컴퓨터소프트웨어공학과
- 2019학년도 2학기 화6수78
- 알고리즘 / 374015-01

### 목차

- 에라토스테네스의 체(소수를 구하는 알고리즘)
  - 01. 에라토스테네스의 체란?
  - 02. 에라토스테네스의 체 개념 파악하기
  - 03. 알고리즘을 순서도로 작성하기
  - 04. 알고리즘을 의사 언어로 작성하기



## 01. 에라토스테네스의 체란?

- Point

- 에라토스테네스의 체는 소수를 찾아내는 알고리즘이다.
- 소수는 2 이상의 정수에서 1과 그 수 자체로만 나눌 수 있는 수다.
- 소수는 나열되어 있는 구간이 불규칙하므로 임의로 찾기 어렵다.

## 01. 에라토스테네스의 체란?

- 소수에 대한 복습

- 소수는 '2 이상의 정수 중에서 1과 그 수 자신 외는 나눌 수 없는 숫자'를 뜻한다.
- 나눌 수 있다는 것을 다른 관점에서 보면 나누는 수와 몫(나눗셈의 정답)의 곱셈으로 나타낼 수 있다.
  - 이러한 숫자는 숫자와 숫자가 합성된 것이라고 할 수 있으므로 '합성수'라고 한다.
  - 이와 반대로 말하면 합성수가 아닌 숫자가 소수라는 것이다.
- 소수에서 '소'는 합성되지 않은 소박한 숫자의 '소'를 뜻하며, 모든 수의 소(근본)를 의미하기도 한다.

## 01. 에라토스테네스의 체란?

- 소수에 대한 복습
  - 10이하라면 2, 3, 5, 7이 소수에 해당한다.
    - 2는 2로, 3은 3으로, 5는 5로, 7은 7로밖에 나눌 수 없다.
    - 4는 2로도 나눌 수 있고, 6은 2와 3으로 나눌 수 있고, 8은 2와 4로 나눌 수 있으며, 9는 3으로 나눌 수 있고, 10은 2와 5로 나눌 수 있다.

2 ..... 소수

3 ..... 소수

4 ..... 2로 나눌 수 있다( $= 2 \times 2$ ).

5 ..... 소수

6 ..... 2와 3으로 나눌 수 있다( $= 2 \times 3$  또는  $3 \times 2$ ).

7 ..... 소수

8 ..... 2와 4로 나눌 수 있다( $= 2 \times 4$  또는  $4 \times 2$ ).

9 ..... 3으로 나눌 수 있다( $= 3 \times 3$ ).

10 ..... 2와 5로 나눌 수 있다( $= 2 \times 5$  또는  $5 \times 2$ ).

## 01. 에라토스테네스의 체란?

- 소수인지 아닌지를 구분하는 것은 의외로 어렵다
  - 소수는 규칙성이 없기 때문에 간격이 불규칙하고 랜덤하다.
    - 즉, 소수를 한 번에 열거하기가 어렵다.
    - 하나하나 그 수보다 작은 숫자로 나누어 보고, 나눌 수 있는지의 여부를 확인하는 것이다.
      - 2에서 100 사이의 소수를 찾으려면 먼저 2로 나눌 수 있는 수를 지우고, 그런 다음 3으로 나눌 수 있는 수를 지우고, 그 다음 4로 나눌 수 있는 수를 지우고..... 마지막에는 99로 나눌 수 있는 수를 지우는 방식이다.
      - 그러나 이 방법은 비효율적이고, 수의 범위가 커지는 경우에는 많은 시간이 걸릴 것이다.
  - 고대 그리스의 과학자인 에라토스테네스는 소수를 효율적으로 발견하는 방법을 알아냈다.
    - 그가 생각해낸 소수 발견법은 그의 이름을 따서 '에라토스테네스의 체'라고 한다.

# 01. 에라토스테네스의 체란?

- 에라토스테네스의 체는 소수를 발견하는 방법
  - 어떤 수 이하의 범위에 존재하는 소수를 찾고 싶은 경우, '그 수의 제곱근보다 작은 소수의 배수를 없애면 남은 수가 소수다.'라는 생각을 바탕으로 소수를 찾는 방법을 말한다.

# 01. 에라토스테네스의 체란?

- 에라토스테네스의 체는 소수를 발견하는 방법
  - 100 이하의 소수를 모두 찾아내려면 가장 먼저 100의 제곱근 이하 소수를 선택한다.
  - 제곱근을 나타내면  $\sqrt{100}$ 이고, 제곱하면 100이 되는 수이기 때문에 100의 제곱근은 10이다.
  - 10이하의 소수는 2, 3, 5, 7의 네 가지다.
    - 우선 2에서 100까지의 표에서 2로 나눌 수, 즉 2의 배수 중 2 이외를 모두 지운다(1은 소수가 아니기 때문에 미리 지워 두었다).

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

01. 에라토스테네스의 체란?

- 에라토스테네스의 체는 소수를 발견하는 방법
  - 100 이하의 소수를 모두 찾아내려면 가장 먼저 100의 제곱근 이하 소수를 선택한다.
  - 제곱근을 나타내면  $\sqrt{100}$ 이고, 제곱하면 100이 되는 수이기 때문에 100의 제곱근은 10이다.
  - 10이하의 소수는 2, 3, 5, 7의 네 가지다.
    - 다음으로 3 이외의 3의 배수를 모두 지운다.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

01. 에라토스테네스의 체란?

- 에라토스테네스의 체는 소수를 발견하는 방법
  - 100 이하의 소수를 모두 찾아내려면 가장 먼저 100의 제곱근 이하 소수를 선택한다.
  - 제곱근을 나타내면  $\sqrt{100}$ 이고, 제곱하면 100이 되는 수이기 때문에 100의 제곱근은 10이다.
  - 10이하의 소수는 2, 3, 5, 7의 네 가지다.
    - 다시 5 이외의 5의 배수를 모두 지운다.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

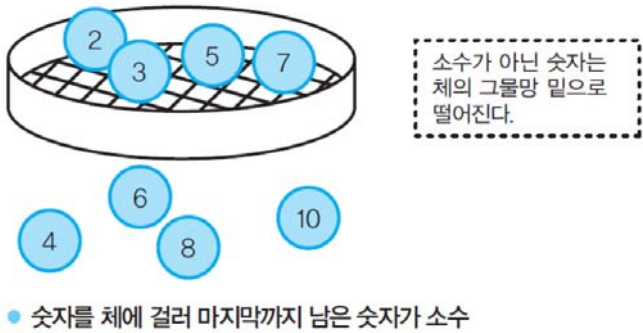
01. 에라토스테네스의 체란?

- 에라토스테네스의 체는 소수를 발견하는 방법
  - 100 이하의 소수를 모두 찾아내려면 가장 먼저 100의 제곱근 이하 소수를 선택한다.
  - 제곱근을 나타내면  $\sqrt{100}$ 이고, 제곱하면 100이 되는 수이기 때문에 100의 제곱근은 10이다.
  - 10이하의 소수는 2, 3, 5, 7의 네 가지다.
    - 마지막으로 7 이외의 7의 배수를 모두 지운다.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

01. 에라토스테네스의 체란?

- 에라토스테네스의 체는 소수를 발견하는 방법
  - 100 이하의 소수를 모두 찾아내려면 가장 먼저 100의 제곱근 이하 소수를 선택한다.
    - 이렇게 남은 수가 100 이하의 소수 목록이다. 이 방법을 '체'라고 하는 이유는 소수의 배수를 지워 나가는 과정에서 소수가 아닌 수가 점차 체 사이로 빠져나가는 것 같기 때문이다.
    - 소수가 아닌 수, 즉 합성수는 반드시 그 숫자보다도 작은 소수로 나눌 수 있다.
    - 나누어지는 수는 소수가 아니므로 체 사이로 빠져나간다.
    - 즉, 제곱근 이하의 어느 소수로도 나누어 떨어지지 않고 끝까지 체에 남아 있는 수가 소수다.



## 02. 에라토스테네스의 체 개념 파악하기

- Point

- 에라토스테네스의 체는 크게 3개의 처리로 구성되어 있다.
- 어떤 수 이하의 모든 정수 데이터를 준비한다.
- 어떤 수의 제곱근보다 작은 소수의 배수를 제거한다.
- 마지막까지 남은 수를 소수로 출력한다.

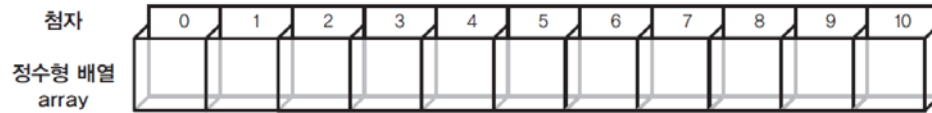
## 02. 에라토스테네스의 체 개념 파악하기

- 에라토스테네스의 체 구성

- 우선 10 이하의 소수를 구하는 경우를 예로 살펴보겠다.
- 에라토스테네스의 체의 처리 절차는 크게 세 단계로 나뉜다.
  - ① 10 이하의 정수 데이터를 준비한다.
  - ② 10의 제곱근(=10. 약 3.16)보다 작은 소수의 배수를 제거한다.
  - ③ 남은 수를 출력한다.

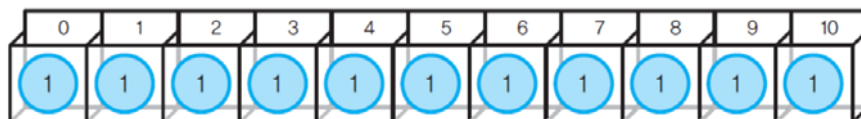
## 02. 에라토스테네스의 체 개념 파악하기

- 10까지의 정수 데이터를 준비하려면?



## 02. 에라토스테네스의 체 개념 파악하기

- 소수를 사용하여 소수의 배수를 제거하기



- 모든 요소에 1을 대입한다.



## 02. 에라토스테네스의 체 개념 파악하기

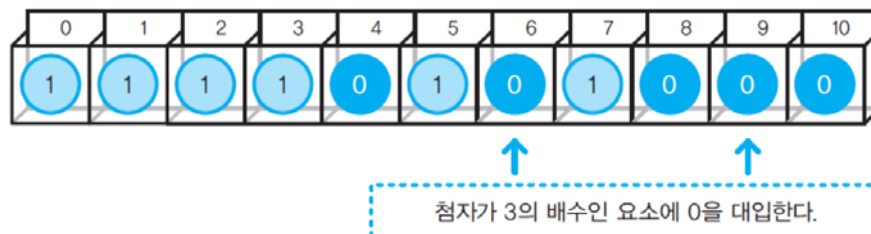
- 소수를 사용하여 소수의 배수를 제거하기



- 2를 제외한 2의 배수의 요소에 0을 대입한다.

## 02. 에라토스테네스의 체 개념 파악하기

- 소수를 사용하여 소수의 배수를 제거하기



- 3을 제외한 3의 배수의 요소에 0을 대입한다.

## 02. 에라토스테네스의 체 개념 파악하기

- 체에 걸리지 않고 남은 수를 출력하기
  - 첨자가 2 이상이고 1이 들어 있는 요소의 첨자를 뽑아내면, 그것들이 10 이하의 소수가 된다.



## 03. 알고리즘을 순서도로 작성하기

- Point
  - 체에 거르는 수로 배열의 첨자를 사용한다.
  - 배열의 요소에는 소수인지의 여부를 판별하는 데이터를 대입한다.
  - 마지막으로 요소에 1이 대입되어 있는 첨자를 출력한다.

### 03. 알고리즘을 순서도로 작성하기

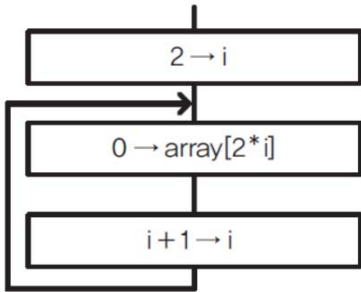
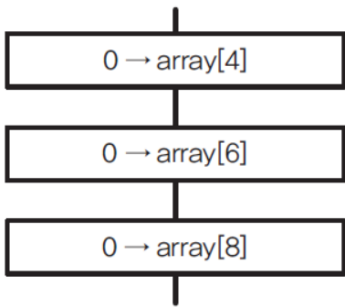
- 알고리즘을 순서도로 작성하기
  - 이번에는 조금 수를 늘려 100 이하의 소수를 모두 구하는 경우의 알고리즘을 생각해본다.

### 03. 알고리즘을 순서도로 작성하기

- 배열의 설정

03. 알고리즘을 순서도로 작성하기

- 2의 배수를 제거하기



2의 배수의 첨자를 갖는 요소에  
순차적으로 0을 대입한다.

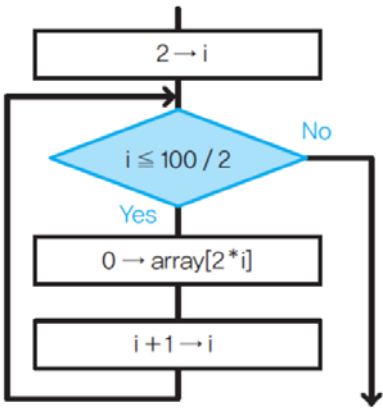
4 2 × 2

6 2 × 3

8 2 × 4

03. 알고리즘을 순서도로 작성하기

- 2의 배수를 제거하기



i가 50보다 커지면 2의 배수를  
제거하는 처리는 종료한다.

03. 알고리즘을 순서도로 작성하기

- 2의 배수를 제거하기



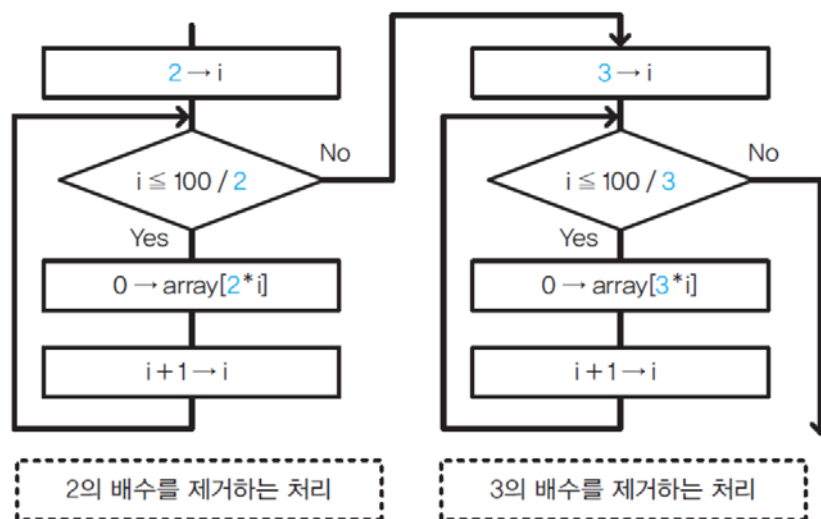
03. 알고리즘을 순서도로 작성하기

- 3의 배수를 제거하기

6 3 × 2  
9 3 × 3  
12 3 × 4

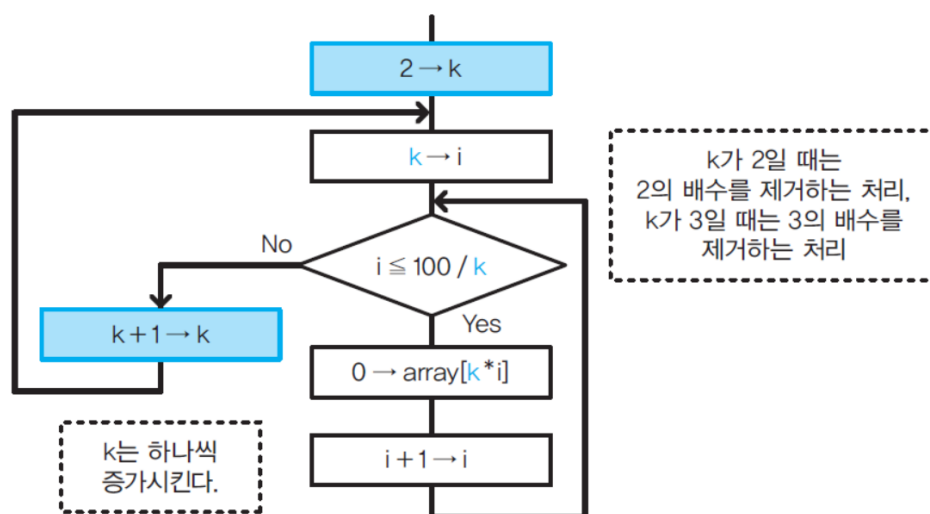
### 03. 알고리즘을 순서도로 작성하기

- 3의 배수를 제거하기



### 03. 알고리즘을 순서도로 작성하기

- 3의 배수를 제거하기



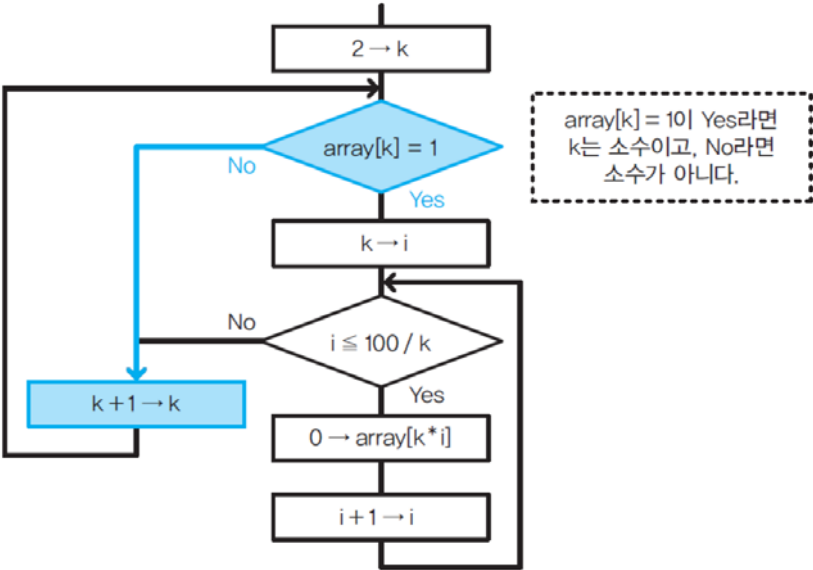
03. 알고리즘을 순서도로 작성하기

- 다음 소수를 찾는다



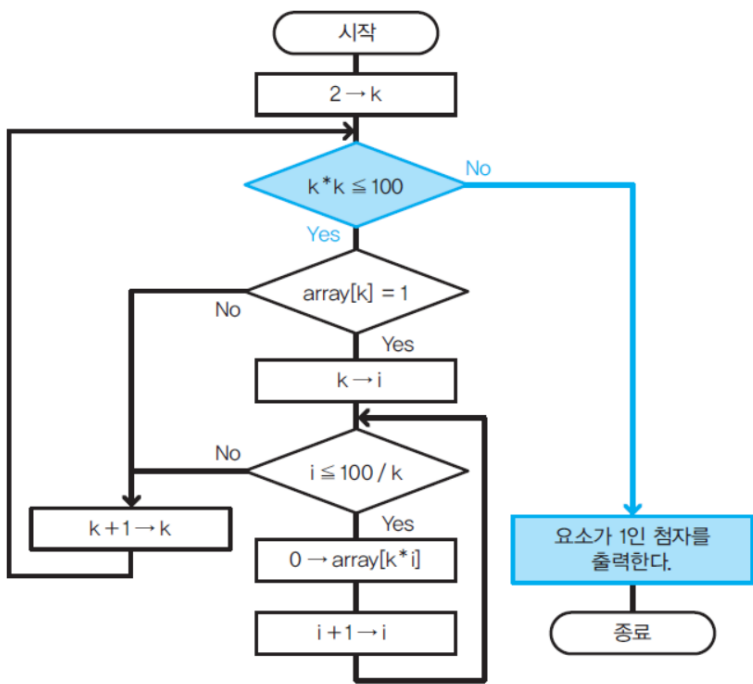
03. 알고리즘을 순서도로 작성하기

- 다음 소수를 찾는다



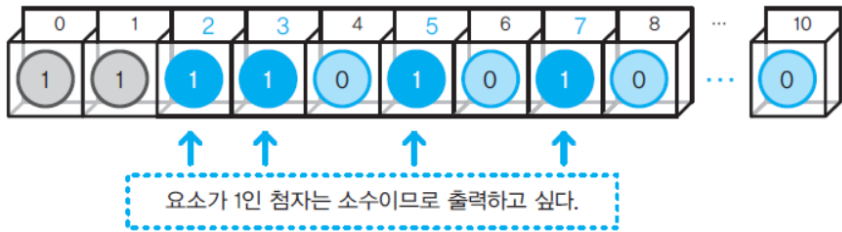
03. 알고리즘을 순서도로 작성하기

- 다음 소수의 배수를 제거한다



03. 알고리즘을 순서도로 작성하기

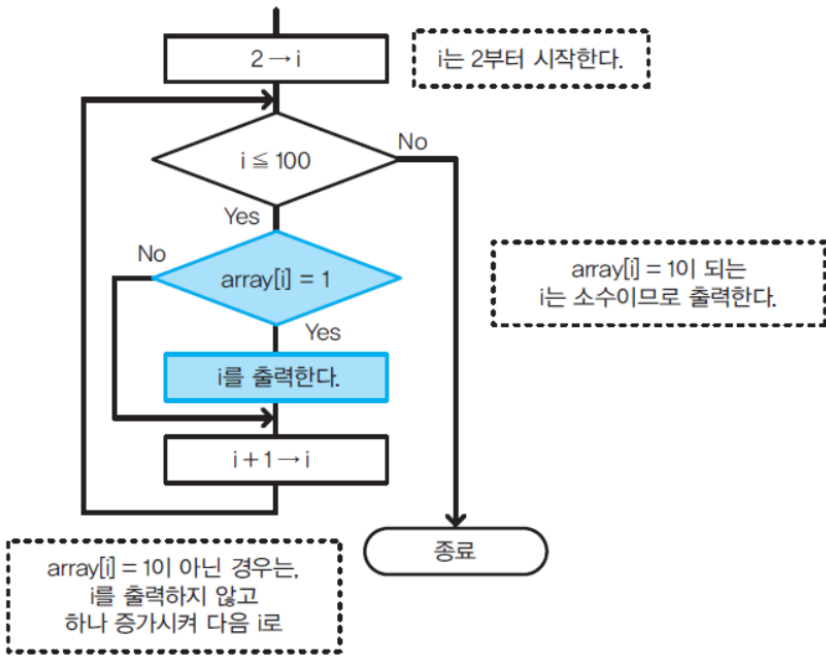
- 요소가 1인 첨자를 출력하기





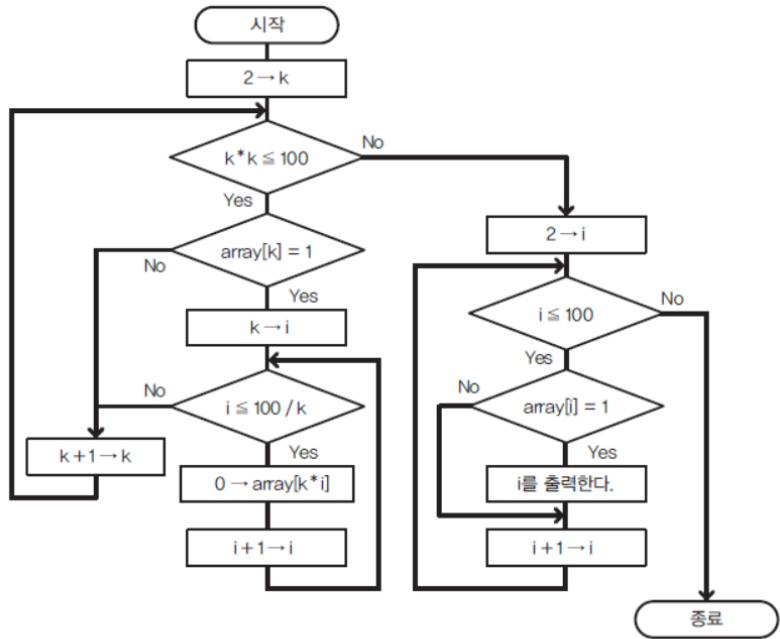
03. 알고리즘을 순서도로 작성하기

- 요소가 1인 첨자를 출력하기



03. 알고리즘을 순서도로 작성하기

- 요소가 1인 첨자를 출력하기



● 에라토스테네스의 체의 알고리즘(순서도)

## 04. 알고리즘을 의사 언어로 작성하기

- Point

- 배열은 소수를 구하고 싶은 범위 + 1의 요소를 갖는 정수형 배열을 사용한다.
- 본체의 처리 부분은 크게 4개의 반복 구조로 이루어져 있다.

## 04. 알고리즘을 의사 언어로 작성하기

- 변수와 배열의 설정

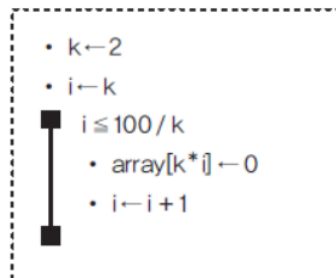
- 정수형: `array[100] = {요소는 모두 1로 초기화}`
- 정수형: `i, k`

## 04. 알고리즘을 의사 언어로 작성하기

- 본체의 처리 부분을 작성하기
  - 이번 알고리즘의 반복 구조는 4개다.
    - ① 요소  $k$ 의 배수를 제거하는 반복 구조
    - ②  $k$ 에 다음 소수를 대입하는 반복 구조
    - ③  $k$ 가 100의 제곱근 이하일 때 반복하는 반복 구조
    - ④ 소수인 첨자를 출력하는 반복 구조

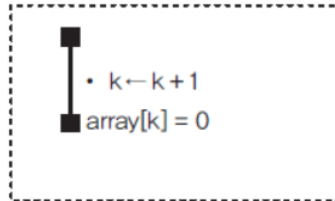
## 04. 알고리즘을 의사 언어로 작성하기

- 본체의 처리 부분을 작성하기
  - 이번 알고리즘의 반복 구조는 4개다.
    - ① 요소  $k$ 의 배수를 제거하는 반복 구조



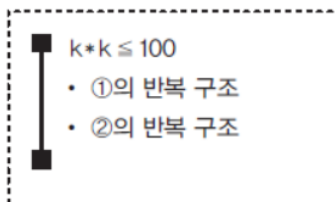
## 04. 알고리즘을 의사 언어로 작성하기

- 본체의 처리 부분을 작성하기
  - 이번 알고리즘의 반복 구조는 4개다.
    - ② k에 다음 소수를 대입하는 반복 구조



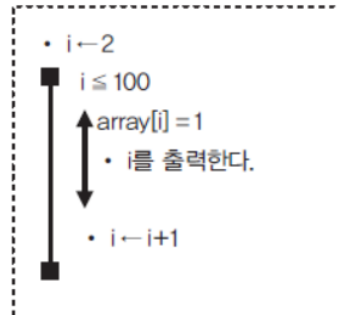
## 04. 알고리즘을 의사 언어로 작성하기

- 본체의 처리 부분을 작성하기
  - 이번 알고리즘의 반복 구조는 4개다.
    - ③ k가 100의 제곱근 이하일 때 반복하는 반복 구조



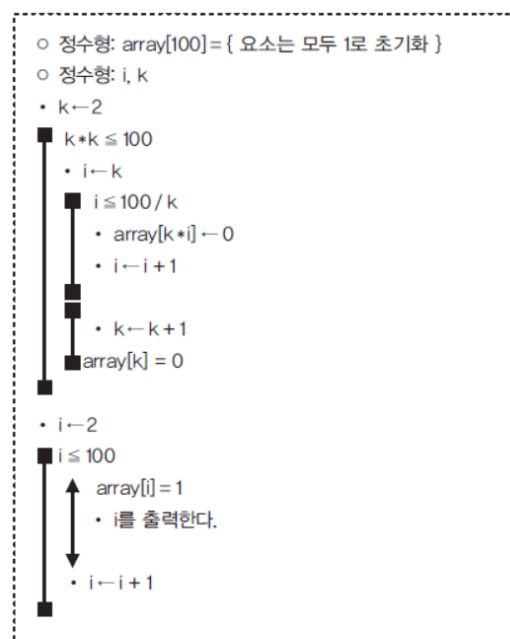
## 04. 알고리즘을 의사 언어로 작성하기

- 본체의 처리 부분을 작성하기
  - 이번 알고리즘의 반복 구조는 4개다.
  - ④ 소수인 첨자를 출력하는 반복 구조



## 04. 알고리즘을 의사 언어로 작성하기

- 본체의 처리 부분을 작성하기



• 에네토스테네스의 체의 알고리즘(의사 언어)