Question 1

1.为了评价在一个有向图中两个结点是“连通得有多好”，人们不仅可以看它们之间的最短路径的长度，而且也可以计数最短路径的条数。

在边的费用具有某些限制的条件，已经证明了这是一个可以有效求解的问题。假设给我们一个边上带有费用的有向图$G = (V, E)$；费用可能是正的或者负的，但是图中的每个圈严格有着正的费用。还给定两个结点$v, w \in V$。给出一个有效的算法计算G中最短路$v - w$路径的条数。（算法不必列出所有的路径；只要数目就足够了。）

可以采用Floyd算法计算每对结点的最短路径，每次更新时判断更新路径$d(v, t) + d(t, w)$与当前路径$d(v, w)$的大小。如果大$d(v, t) + d(t, w) < d(t, w)$，则设置$C(v, w) = 1$，如果$d(v, t) + d(t, w) = d(t, w)$，则将$C(v, w)$增加1。算法设计如下1.0.1。

Algorithm 1.0.1 Optimal path count

Input: graph $G(V, E)$, v, w

Initialize matrix $dist$ as direct path cost
Initialize matrix C as 0
for k from 1 to $|V|$ **do**
  for i from 1 to $|V|$ **do**
    for j from 1 to $|V|$ **do**
      if $dist[i][k] + dist[k][j] < dist[i][j]$ **then**
        $dist[i][j] = dist[i][k] + dist[k][j]$
        $C[i][j] = 1$
      else if $dist[i][k] + dist[k][j] = dist[i][j]$ **then**
        $C[i][j] + = 1$
      end if
    end for
  end for
end for
Return $C[v][2]$
