1) a) Hallar todos los puntos de intersección de la parábola de ecuación: $(y-1)^2 = 4(x+1)$, con la recta de ecuación: $y = x + 2$.

b) Hallar los elementos de la parábola y graficar la parábola y la recta.

c) Graficar la región del plano dada por el siguiente conjunto: $A = \{(x,y):(x,y) \in \mathbb{R}^2 \wedge 1 < y \leq 4\}$

2) a) Sean $\boldsymbol{H} = \{x: x = 6t + 2 \wedge t \in \mathbb{N}\}$ y $\boldsymbol{M} = \{x: x = 2w \wedge w \in \mathbb{N}\}$ conjuntos. Demostrar que $\boldsymbol{H} \subseteq \boldsymbol{M}$

b) Expresar por extensión el conjunto $A = \{x: x \in \mathbb{Z} \wedge x^2 \leq 10\}$

3) a) Dado un triángulo cuya base $\boldsymbol{x}$ es el triple de su altura $\boldsymbol{y}$, definir la función que da el área del triángulo en función de la longitud de la base $\boldsymbol{x}$

b) Si $\boldsymbol{P} = \{h, m, x, y\}$ y $\boldsymbol{R} = \{1,2,3\}$, indicar si la siguiente afirmación es verdadera o falsa, justificando lo que afirma: **"No se puede definir una función de P en R porque P tiene más elementos que R"**

4) a) Se define en $\mathbb{R}$, el conjunto de los números reales la operación Δ como: $a\Delta b = a.3.b$, donde "." es la multiplicación usual en $\mathbb{R}$. Demostrar que tiene elemento neutro.

b) Sean X, Y y Z elementos de un Algebra de Boole B, demostrar usando axiomas y teoremas, justificando cada paso, que: $(1+X)' + XYZ + (Y' + Z')' = ZY$

c) Sean x, y elementos de un Algebra de Boole B, expresar el dual de: $(x+y)(x+1) = x + y$

TEMA 3

1

1 a) $\begin{cases} (y-1)^2 = 4.(x+1) \\ y = x+2 \end{cases}$

$(x+2-1)^2 = 4x+4$

$(x+1)^2 = 4x+4$

$x^2+2x+1 = 4x+4$

$x^2+2x-4x+1-4=0$

$x^2-2x-3=0$

$x_{1,2} = \dfrac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2-4.1.(-3)}}{2}$

$= \dfrac{2 \pm \sqrt{4+12}}{2} = \dfrac{2 \pm 4}{2}$ $\begin{cases} x_1 = \dfrac{2+4}{2} = 3 \\ x_2 = \dfrac{2-4}{2} = -1 \end{cases}$

$y_1 = x_1+2 = 3+2 = 5$

$y_2 = x_2+2 = -1+2 = 1$

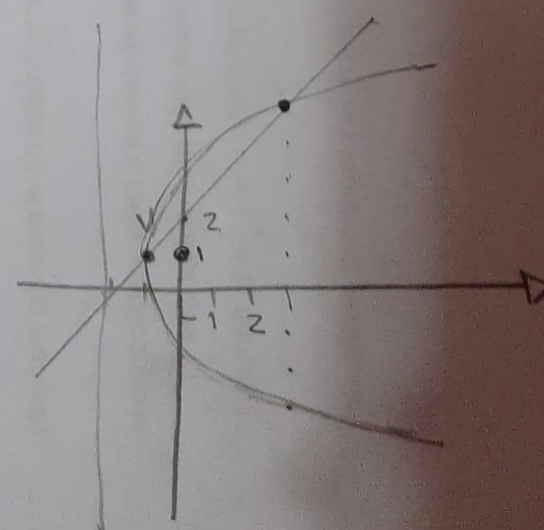
Rta: Los puntos intersección son $(3,5)$ y $(-1,1)$.

b) $V = (-1,1)$

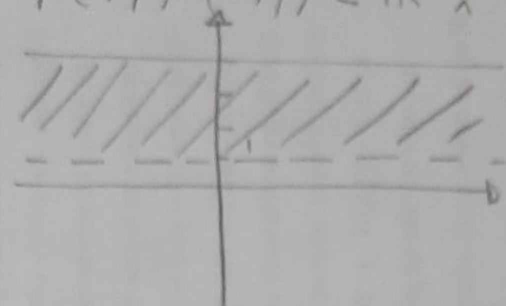
$C = 1$

$F = (0,1)$

$d: x = -2$



c) $A = \{(x,y) : (x,y) \in \mathbb{R}^2 \wedge 1 < y \leq 4\}$ ②



② a) $H = \{x : x = 6t + 2 \wedge t \in \mathbb{N}\}$

$M = \{x : x = 2w \wedge w \in \mathbb{N}\}$

$H \subseteq M$

Sea $x \in H \Rightarrow x = 6t+2$ con $t \in \mathbb{N}$

$\overset{FC}{\Rightarrow} \quad x = 2(\underbrace{3t+1}_{= w \in \mathbb{N}}) = 2w$ con $w \in \mathbb{N}$

por ser + y · en $\mathbb{N}$

$\Rightarrow x \in M$

$\therefore H \subseteq M$

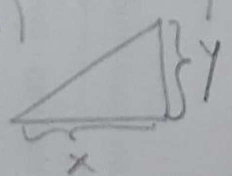
b) $A = \{x : x \in \mathbb{Z} \wedge x^2 \leq 10\}$

$= \{x : x \in \mathbb{Z} \wedge |x| \leq \sqrt{10}\}$

$= \{x : x \in \mathbb{Z} \wedge -\sqrt{10} \leq x \leq \sqrt{10}\}$

$= \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

③ a)



$x = 3y \rightarrow y = \frac{x}{3}$

área $\Delta = \frac{x \cdot y}{2}$

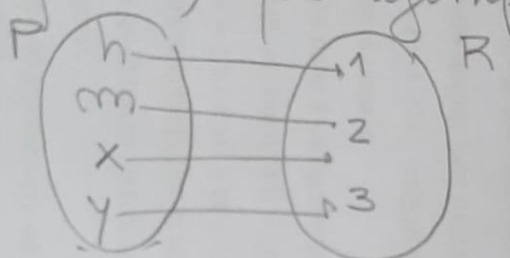
$= \boxed{\frac{x \cdot \left(\frac{x}{3}\right)}{2}}$

b) $P = \{h, m, x, y\}$ ③

$R = \{1, 2, 3\}$

"No se puede definir una función de P en R porque P tiene más elementos que R".

Es falso, por ejemplo:



es función

④ a) $a \Delta b = a \cdot 3 \cdot b$

Demostrar que tiene elemento neutro

Queremos ver que $\exists\, m \in \mathbb{R}$ tq

$a \Delta m = a$ y $m \Delta a = a$.

$a \Delta m = a \cdot 3 \cdot m = a \Rightarrow$

$m = \dfrac{\cancel{a}}{\cancel{a} \cdot 3} \Rightarrow m = \dfrac{1}{3}$.

• $a \Delta \dfrac{1}{3} = a \cdot \cancel{3} \cdot \dfrac{1}{\cancel{3}} = a \cdot 1 = a$

• $\dfrac{1}{3} \Delta a = \dfrac{1}{\cancel{3}} \cdot \cancel{3} \cdot a = 1 a = a$

$\therefore \dfrac{1}{3}$ es el elemento neutro para Δ.

b) $(1+x)' + xyz + (y'+z')' = zy$ (4)

$(1+x)' + xyz + (y'+z')' =$

$\downarrow$

De Morgan

$1'.x' + xyz + (y')'.(z')' =$

$\downarrow$

$1' = 0$

$x'' = x$

$0.x' + xyz + y.z =$

$\downarrow$

$0x = 0$

$xyz + yz = yz(x+1) = yz1 = zy$

$\downarrow$ F.C. $\downarrow$ $x+1=1$ $\downarrow$ conmut

c) El dual de $(x+y).(x+1) = x+y$

es $(x.y)+(x.0) = x.y$

MATEMÁTICA 1 – 1er parcial-1era fecha 5-05- 2022 TEMA 4

Apellido y Nombres..*Legajo#*..............

Se tendrán en cuenta para la corrección los siguientes criterios:
Desarrollo y justificación de los pasos para llegar a la respuesta - Escritura explícita de la respuesta - Claridad y orden en la escritura

1) a) Hallar todos los puntos de intersección de la parábola de ecuación: $(x+2)^2 = (y-3)$, con la recta de ecuación: $y = x+5$. Graficar.

b) Hallar los elementos de la parábola y graficar la parábola y la recta.

c) Graficar la región del plano dada por el siguiente conjunto: $A = \{(x,y) : (x,y) \in \mathbb{R}^2 \wedge -2 \leq x < 3\}$

2) a) Sean $\boldsymbol{H} = \{x : x = 6t + 4 \wedge t \in \mathbb{N}\}$ y $\boldsymbol{M} = \{x : x = 2w \wedge w \in \mathbb{N}\}$ conjuntos. Demostrar que $\boldsymbol{H} \subseteq \boldsymbol{M}$

b) Expresar por extensión el conjunto $A = \{x : x \in \mathbb{Z} \wedge x^2 - 2 \leq 7\}$

3) a) Dado un triángulo cuya base $\boldsymbol{x}$ es un cuarto de su altura $\boldsymbol{y}$, definir la función que da el área del triángulo en función de la longitud de la base $\boldsymbol{x}$

b) Si $\boldsymbol{P} = \{4,5,6\}$ $\boldsymbol{y}$ $\boldsymbol{R} = \{m,x,y,z\}$, indicar si la siguiente afirmación es verdadera o falsa, justificando lo que afirma: **"No se puede definir una función de P en R porque R tiene más elementos que P"**

4) a) Se define en $\mathbb{Q}$, el conjunto de los números racionales la operación Δ como: $a\Delta b = a + \frac{3}{2} + b$, donde "+" es la suma usual en $\mathbb{Q}$. Demostrar que tiene elemento neutro.

b) Sean A, B y C elementos de un Algebra de Boole B, demostrar usando axiomas y teoremas, justificando cada paso, que: $(0 + B')'A + BAC + CC' = BA$

c) Sean x, y elementos de un Algebra de Boole B, expresar el dual de: $(x+0)(x+y) = x$

TEMA (4)

(1) a) $\begin{cases} (x+2)^2 = y-3 \\ y = x+5 \end{cases}$

$(x+2)^2 = x+5-3$

$x^2+4x+4 = x+2$

$x^2+4x+4-x-2=0 \Rightarrow x^2+3x+2=0$

$x_{1,2} = \dfrac{-3 \pm \sqrt{3^2-4.2}}{2} = \dfrac{-3 \pm \sqrt{9-8}}{2}$

$= \dfrac{-3 \pm 1}{2}$ $\rightarrow x_1 = \dfrac{-3+1}{2} = -1$; $P_1 = (-1,4)$

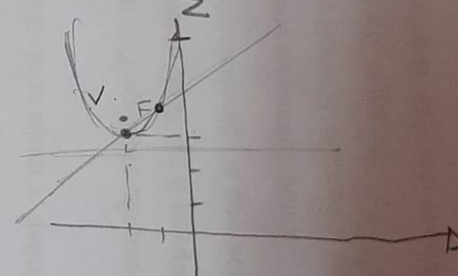
$\rightarrow x_2 = \dfrac{-3-1}{2} = -2$; $P_2 = (-2,3)$

b) $V = (-2,3)$

$4C = 1 \Rightarrow C = \dfrac{1}{4}$

$F = \left(-2, 3+\dfrac{1}{4}\right)$

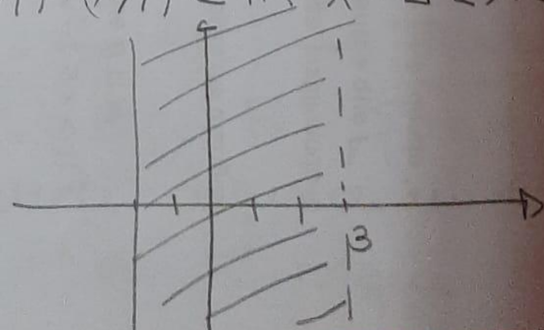
$= \left(-2, \dfrac{13}{4}\right)$



$d: y = 3 - \dfrac{1}{4}$

$y = \dfrac{11}{4}$

c) $A = \{(x,y) : (x,y) \in \mathbb{R}^2 \wedge -2 \leq x < 3\}$



a) $H = \{x : x = 6t+4 \wedge t \in \mathbb{N}\}$

$M = \{x : x = 2w \wedge w \in \mathbb{N}\}$

$H \subseteq M$.

Sea $x \in H \Rightarrow x = 6t+4 \wedge t \in \mathbb{N}$

$\overset{F.C.}{\Rightarrow} x = 2(\underbrace{3t+2}_{w \in \mathbb{N} \text{ por ser } + \text{ y } \cdot \text{ en } \mathbb{N}}) \wedge t \in \mathbb{N}$

$\Rightarrow x = 2w \wedge w \in \mathbb{N} \Rightarrow x \in M$

$\therefore H \subseteq M$.

b) $A = \{x : x \in \mathbb{Z} \wedge x^2 - 2 \leq 7\}$

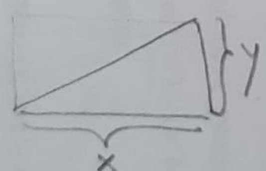
$= \{x : x \in \mathbb{Z} \wedge x^2 \leq 9\}$

$= \{x : x \in \mathbb{Z} \wedge |x| \leq 3\}$

$= \{x : x \in \mathbb{Z} \wedge -3 \leq x \leq 3\}$

$= \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

3 a)



$x = \frac{1}{4} y \rightarrow y = 4x$

área $= \frac{x \cdot y}{2}$

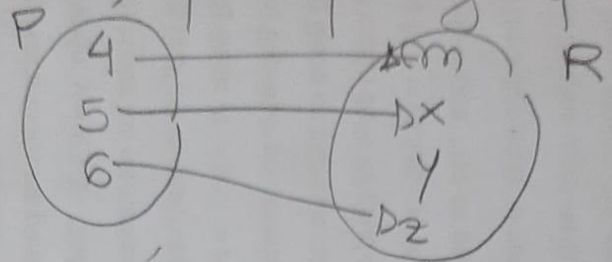
$\Rightarrow A(x) = \frac{1}{2}(x \cdot 4x)$

$= \frac{1}{2}(4x^2) \Rightarrow \boxed{A(x) = 2x^2}$

b) $P = \{4, 5, 6\}$; $R = \{m, x, y, z\}$

" No se puede definir una función de P en R porque R tiene más elementos que P" ③

Es falso, pues por ejemplo:



es función.

④ a) $a \Delta b = a + \frac{3}{2} + b$.

Queremos ver que $\exists m \in \mathbb{Q}$ tq

$a \Delta m = a$ y $m \Delta a = a$.

$a \Delta m = a + \frac{3}{2} + m = a \Rightarrow$

$\frac{3}{2} + m = 0 \Rightarrow \boxed{m = -\frac{3}{2}}$

• $a \Delta \left(-\frac{3}{2}\right) = a + \underbrace{\frac{3}{2} + \left(-\frac{3}{2}\right)}_{= 0 \text{ en } \mathbb{Q}}$

$= a + 0 = a$

0 es el neutro en la +.

• $\left(-\frac{3}{2}\right) \Delta a = \underbrace{\left(-\frac{3}{2}\right) + \frac{3}{2}}_{= 0} + a$

$= 0 + a = a$

$\therefore \exists$ el neutro para Δ.

b) $(0+B')'.A + BAC + CC' = BA$ 4

$(0+B')'A + BAC + C.C' =$

$\downarrow$

De Morgan

$(0' \cdot (B')').A + B.A.C + C.C' =$

$\downarrow$

$0' = 1$

$B'' = B$

$(1.B).A + BA.C + CC' =$

$\downarrow$

$1.B = B$

$BA. + BAC + C.C' =$

$\downarrow$

(B3)

$BA(1+C) + C.C' =$

$\downarrow$

$1+C = 1$

$BA + C.C' = BA + 0 = \boxed{BA}$

$\downarrow$

$CC' = 0$

c) El dual de $(x+0)(x+y) = x$

es $(x.1)+(x.y) = x$