1) a) Dada la ecuación de una circunferencia: $(x+2)^2+(y-3)^2=9$, indicar si el punto (0,1) está en circunferencia.

b) Dar los elementos y graficar.

c) Hallar la ecuación explícita de una recta que pase por el punto (4,2) y que sea perpendicular a la recta $3y+4x+1=0$. Graficar ambas rectas.

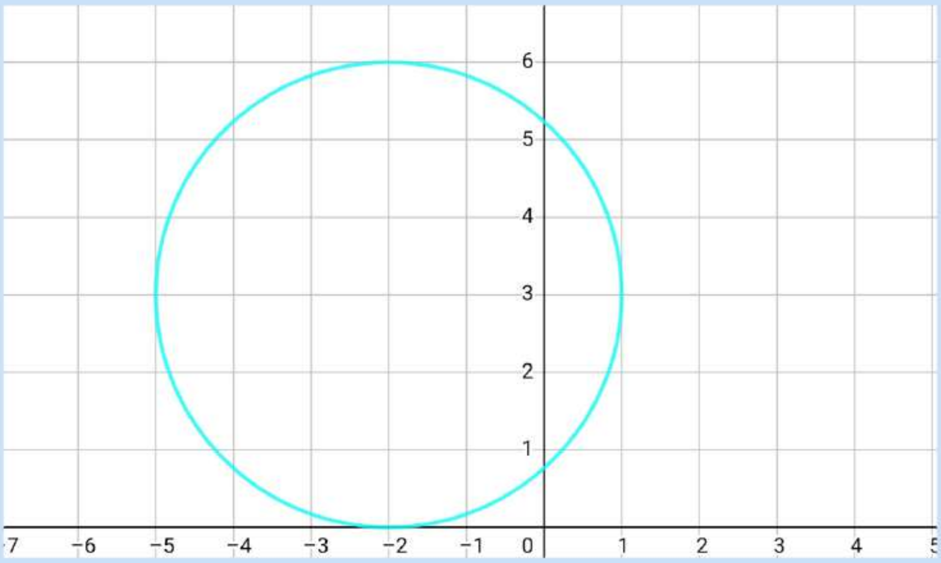
2) a) Sean $A=\{3,4,5\}$, $B=\{x: x\in\mathbb{Z}\wedge 2\le x+2<8\}$, $C=\{x: x\in\mathbb{Z}\wedge x=2h\wedge h\in\mathbb{Z}\}$ y $U=\mathbb{Z}$

a) ¿(0,1) pertenece a la circunferencia?

$(0+2)^2+(1-3)^2=4+4=8\neq 9$

$\therefore$ (0,1) no pertenece a la circunferencia.

b) $C(-2,3)$ $r=3$



c) Primero encuentro la ecuación explícita de la recta

$3y+4x+1=0$

$3y=-4x-1 \rightarrow y=-\frac{4}{3}x-\frac{1}{3}$

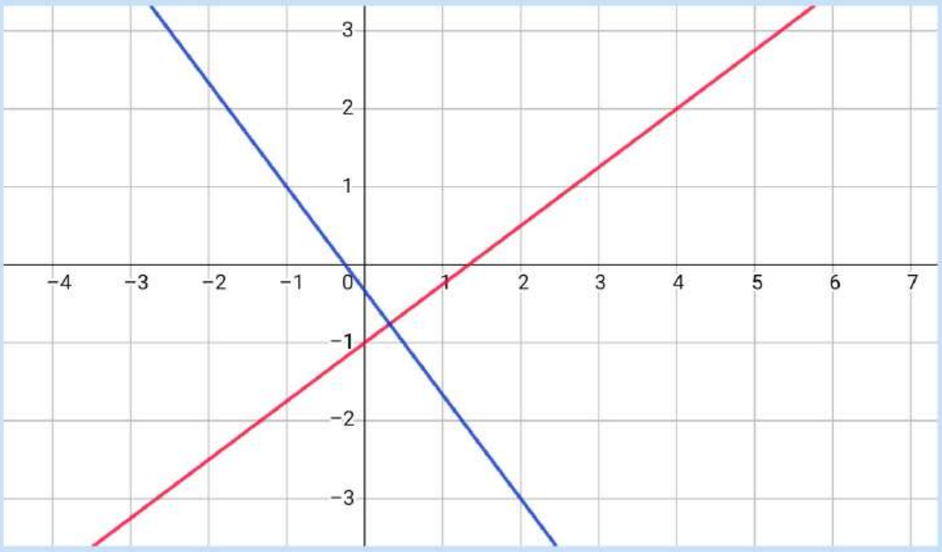
La perpendicular tiene pendiente $\frac{3}{4}$, y pasa por (4,2).

La ecuación es:

$y-2=\frac{3}{4}\cdot(x-4) \rightarrow y-2=\frac{3}{4}x-3 \rightarrow y=\frac{3}{4}x-3+2$

$\therefore$ $\boxed{y=\frac{3}{4}x-1}$ es la ecuación de la recta perpendicular buscada.

Ahora graficamos ambas rectas:



2) a) Sean $A=\{3,4,5\}$, $B=\{x: x\in\mathbb{Z}\wedge 2\le x+2<8\}$, $C=\{x: x\in\mathbb{Z}\wedge x=2h\wedge h\in\mathbb{Z}\}$ y $U=\mathbb{Z}$ conjuntos, expresar por extensión: $B-A$ y por comprensión: A^c y $C^c\cup B^c$

b) Si $A=\{x: x\in\mathbb{Z}\wedge(x^2-4)(x+3)=0\}$ y $B=\{x: x\in\mathbb{Z}\wedge x^2+5x=-6\}$, indicar cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas justificando en cada caso: i) $A\subseteq B$ ii) $B\subseteq A$ iii) $A=B$

a) $2\le x+2<8 \to 2-2\le x<8-2 \to 0\le x<6$

$B=\{0,1,2,3,4,5\}$

Vamos a expresar por extensión:

$B-A=\{0,1,2\}$

Expresamos por comprensión:

$A^c=\{x: x\in\mathbb{Z}\wedge x<3\vee x>5\}$

$C^c=\{x: x\in\mathbb{Z}\wedge x=2k+1\wedge k\in\mathbb{Z}\}$

$B^c=\{x: x\in\mathbb{Z}\wedge(x<0\vee x>5)\}$

$C^c\cup B^c=\{x: x\in\mathbb{Z}\wedge x=2k+1\vee(x<0\vee x>5)\}$

b) Para visualizar mejor, definimos por extensión:

$(x^2-4)(x+3)=0\to x^2-4=0\vee x+3=0\to x^2=4\vee x=-3$

$\Rightarrow x=2\vee x=-2\vee x=-3$

Entonces $A=\{-3,-2,2\}$

$x^2+5x=-6\to x^2+5x+6=0$ $\quad x=\dfrac{-5\pm\sqrt{5^2-4.1.6}}{2.1}$ $\to x_1=-2$, $x_2=-3$

Entonces $B = \{-3, -2\}$ i) $A \subseteq B$ Falso porque $2 \notin B$

ii) $B \subseteq A$ Verdadero iii) $A = B$ Falso

3) a) Escribir con sus palabras la definición de **Producto Cartesiano entre dos conjuntos A y B**.

b) Dados los conjuntos $K = \{a, b, c, d, e\}$ y $H = \{7,8,9,10,11\}$ definir una función de K en H, e tal que su imagen sea el conjunto $\{7,8,9,10\}$.

a) $A \times B = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \in A \wedge y \in B\}$

b) Podríamos definir $f: A \to B$ Tal que:

$f(a) = 7$ $f(b) = 8$ $f(c) = 8$ $f(d) = 9$ $f(e) = 10$

4) a) Se define en $\mathbb{Z}$, el conjunto de los números enteros, la operación Δ como: $a \Delta b = a.b + 2$, donde "." y "+" son la multiplicación y la suma usuales en $\mathbb{Z}$. Demostrar que no es asociativa.

b) Sean X, Y y Z elementos de un Algebra de Boole B, demostrar usando axiomas y teoremas, justificando cada paso, que: $XZ + XY' + (X+1)' + XY = X$

c) Sea $f: B^2 \to B$, una función booleana tal que: $f(1,0) = 1$, $f(0,0) = 1$ y vale 0 en los demás casos. Dar la expresión de $f(x,y)$

a) $(a \Delta b) \Delta c \stackrel{?}{=} a \Delta (b \Delta c)$

Para ver que no es asociativa, voy a buscar un ejemplo donde no se cumpla la asociatividad.

Si $a = 3$ $b = 2$ $c = 4$

$(3 \Delta 2) \Delta 4 = (3.2 + 2) \Delta 4 = 8 \Delta 4 = 8.4 + 2 = 34$

$3 \Delta (2 \Delta 4) = 3 \Delta (2.4 + 2) = 3 \Delta 10 = 3.10 + 2 = 32$

$\therefore$ no es asociativa.

b) $XZ + XY' + (X+1)' + XY = X$

$XZ + XY' + XY + (X+1)' \underset{B_?}{=} XZ + X(Y' + Y) + 1' =$

$\underset{\substack{B_7 \\ 1'=0}}{=} XZ + X \cdot 1 + 0 \underset{B_3}{=} X(Z+1) \underset{T_6}{=} X \cdot 1 \underset{B_6}{=} X$

B1

c) $f(1,0) = 1$ $f(0,0) = 1$

$\boxed{f(x,y) = x \cdot y' + x'y'}$