

Examen LFA

$$(1) L = \{ w u w^R \mid u, w \in \{a, b\}^*, \#(u) \bmod 2 = 1 \}$$

Observăm că orice şir care are simbole din  $\{a, b\}^*$  și are lungime impară satisface condițiile acestui limbaj.

$$\text{Altfel: } L = \{ w \in \{a, b\}^* \mid \#(w) \text{ impară} \}$$

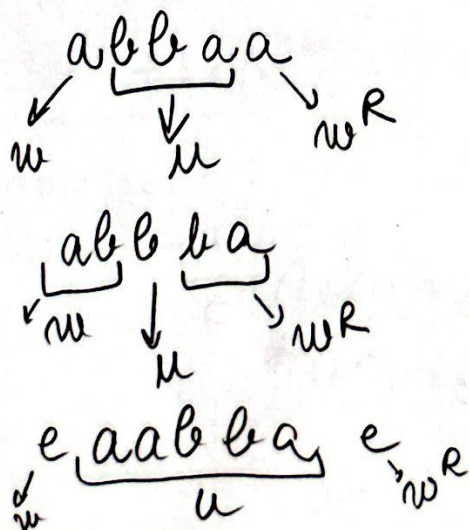
Limbajul este deci regulat, iar gramatica regulată ce poate fi formată este:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aS_1 / bS_1 \\ S_1 &\rightarrow aS / bS / e \end{aligned} \quad \text{GR}$$

Putem scrie și o gramatică independentă de context pentru  $L$ :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aSa / bSb / S_1 \\ S_1 &\rightarrow aS_2 / bS_1 \\ S_2 &\rightarrow aS_1 / bS_2 / e \end{aligned} \quad \text{Gic}$$

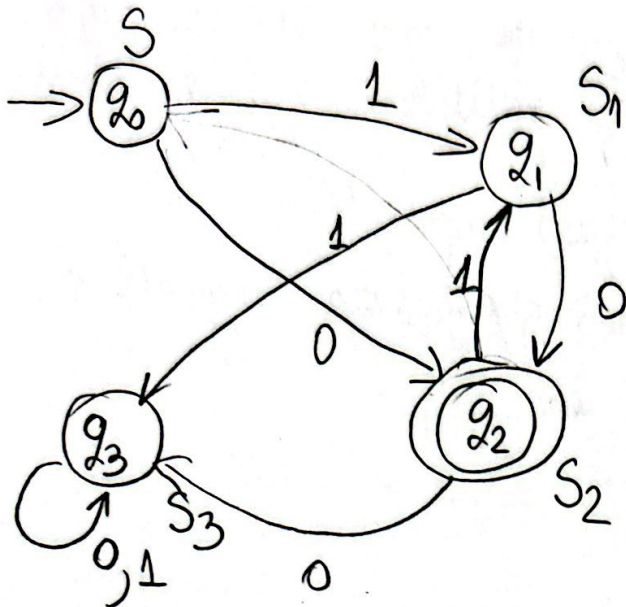
De ex:



② ER care descrie limbajul acceptat de

$$AF = (\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{0, 1\}, m, q_0, \{q_2\})$$

↑ stare inițială  
↪ stare finală



Obținem următoarele producții:

$$S \rightarrow 0S_2 / 1S_1$$

$$S_1 \rightarrow 0S_2 / 1S_3$$

$$S_2 \rightarrow 0S_3 / 1S_1 / e$$

$$S_3 \rightarrow 0S_3 / 1S_3$$

Trucem la ER:

~~$$A = 0A_2 + 1A_1$$~~

~~$$A_1 = 0A_2 + 1A_3$$~~

~~$$A_2 = 0A_3 + 1A_1 + e$$~~

~~$$A_3 = 0A_3 + 1A_3 \Rightarrow A_3 = (0+1)A_3$$~~

~~$$A_3 = (0+1)^*$$~~

~~$$A_2 = 0(0+1)^* + 1A_1 + e$$~~



$$A_1 = 0(0+1)^* + 1A_1 + e + 1(0+1)^*$$

$$A_1 = 0(0+1)^* + 0A_1 + 0 + 1(0+1)^*$$

$$A_1 = (01)^* (0(0+1)^* + 1(0+1)^* + 0)$$

$$A = 0A_2 + 1A_1$$

$$A = 00(0+1)^* + 01(01)^* (0(0+1)^* + 1(0+1)^* + 0) + 0 + (01)^* (0(0+1)^* + 1(0+1)^* + 0)$$

Pentru a simplifica ER a acestui automat, putem observa faptul că  $q$  reprezintă o stare de eroare. Astfel, în scrierea ER o putem elimina pe aceasta.

$$S \rightarrow 0S_2 \mid 1S_1$$

$$S_1 \rightarrow 0S_2$$

$$S_2 \rightarrow 1S_1 \mid e$$

$$A = 0A_2 + 1A_1$$

$$A_1 = 0A_2$$

$$A_2 = 1A_1 + e$$

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= 0A_2 \\ A_2 &= 1A_1 + e \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} A_2 &= 10A_2 + e \\ A_2 &= (10)^* e \\ A_2 &= (10)^* \end{aligned}$$

$$A_2 = 1(01)^* 0 + e$$

$$A_1 = 0(10)^*$$

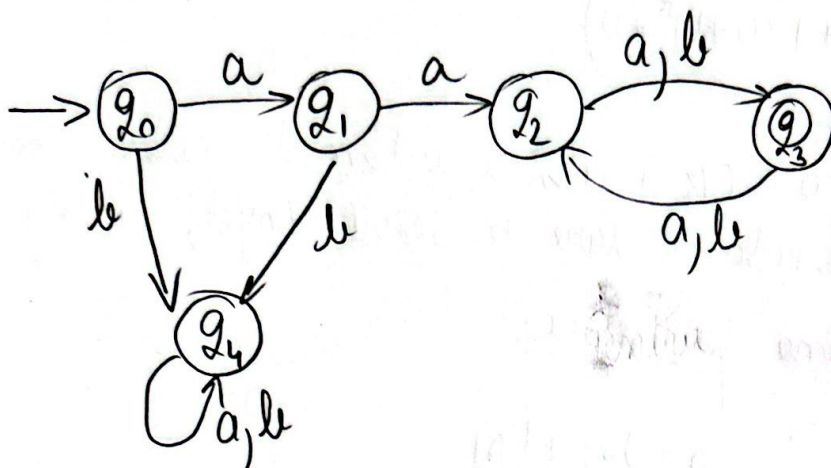
$$A = 0(10)^* + 10(10)^*$$

$$A = (0+10)(10)^*$$

③  $L = \{w \in \{a,b\}^* \mid \text{primele 2 simboluri sunt aa și are lungime impară}\}$

AFD minim pentru complementul lui  $L$

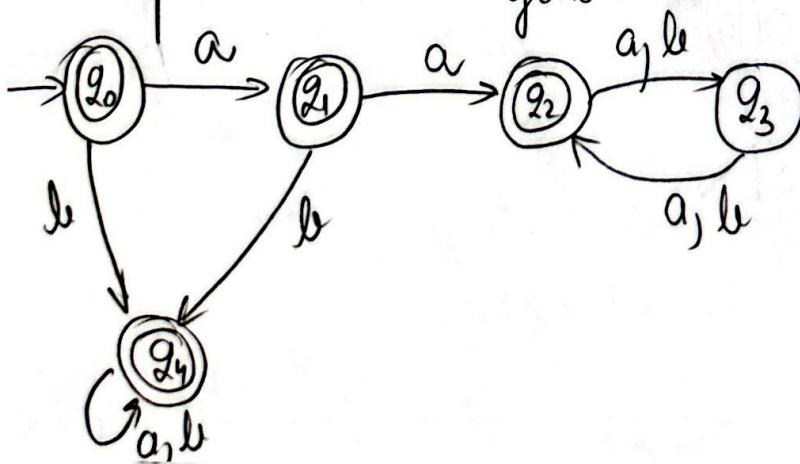
Pentru limbajul  $L$ , observăm că putem avea următorul AFD:



Starea  $q_4$  este o stare de eroare pe care am adăugat-o pentru șirurile care nu respectă proprietatea că începe cu aa.

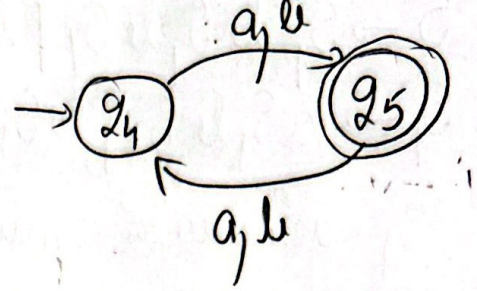
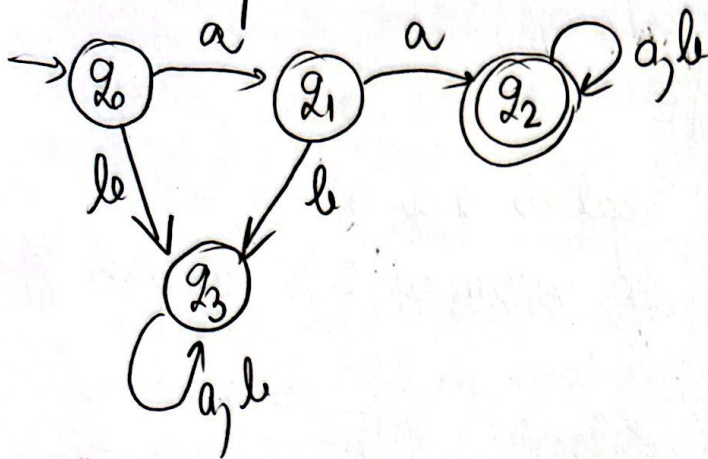
Deoarece șirul are lungime impară  $\Rightarrow$  toate simbolurile care se vor adăuga după aa trebuie să formeze un subșir de dimensiune impară.

Avem nevoie de starea de eroare pentru a realiza complementul (stările nefinale devin finale și cele finale devin nefinale).

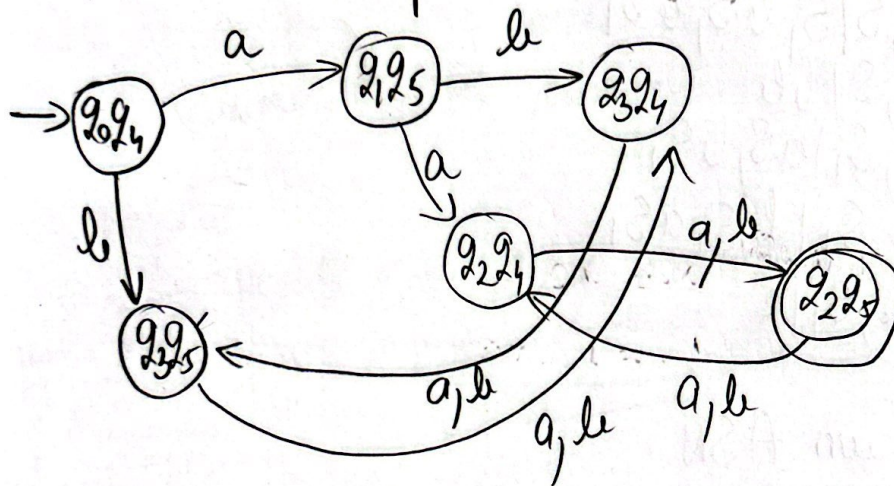




Puteam construi AFD pentru  $L$  și astfel:  
 sau începe cu  $aa$       sau are lungime imp



Formăm AFD pornind de la cele două:



Dar acesta trebuie minimizat și apoi realizat complementul său.

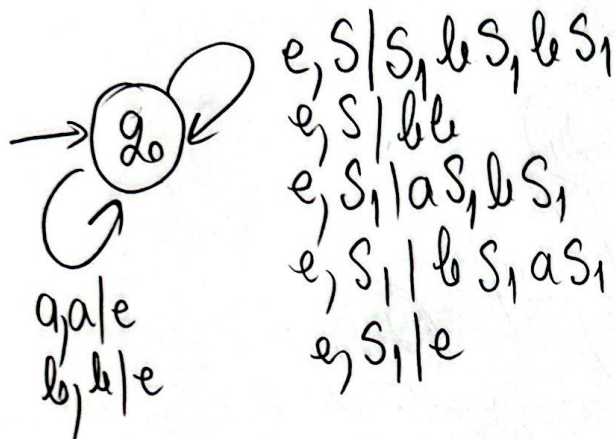
4.  $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid \#_b(w) = \#_a(w) + 2\}$

a)  $S \rightarrow S_1 b S_1 b S_1 \mid b b$   
 $S_1 \rightarrow a S_1 b S_1 \mid b S_1 a S_1 \mid \epsilon$

$S_1$  generează număr egal de a și b

$S$  garantează faptul că avem cu 2 b în plus față de a.

AS este:



Acesta este un ASN.

b) ASD care acceptă  $L$ ?

În acest caz, nu vom putea construi un ASD deoarece când vom face tranziție cu cei doi b suplimentari din aceeași stare vom avea două tranziții cu același simbol în vârful stivei.



⑤ MTC care acceptă  $a^n b^m c^n d^n c^m b^n a^n$ ,  $n \geq 0$

Idee:

Primesc cu o poziție la dreapta. Dacă găsesc  $a$ , merg în dreapta până la  $\#$ , scriez la stânga până la ceva diferit de  $x$ . Dacă acolo găsesc tot  $a$ , îl marchez cu  $x$ . Dacă atunci când mă întorc la începutul şirului găsesc ceva diferit de  $a$ , înseamnă că am găsit  $b$  şi procedez la fel ce mai devreme, însă de data aceasta îl marchez cu  $y$ . Analog pentru  $c$  unde voi proceda la fel, marcând cu  $z$ . Pentru  $d$  trebuie să conținerez câte de  $a, b, c$  am avut şi să nu marchez, verificând dacă numărul lor corespunde cu numărul celorlalte.

Exemplu:

# ~~aaa~~ ~~bbb~~ ~~ccc~~ ~~ddd~~ ~~ccc~~ ~~bbb~~ ~~aaa~~ # # # ...  
 $\uparrow$   $x$   $x$   $x$   $y$   $y$   $y$   $z$   $z$   $z$   $t$   $t$   $t$   $y$   $y$   $x$   $x$   $x$

cap citire scriere initial

