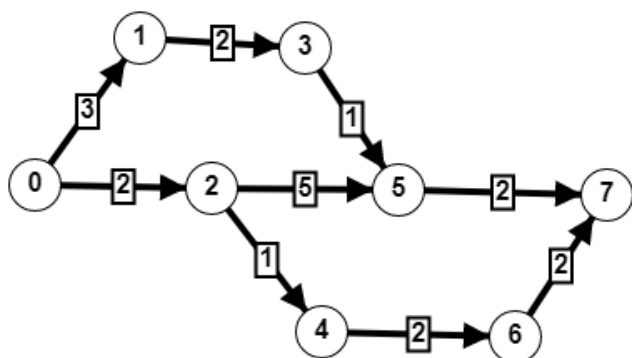


## PROIECTAREA ALGORITMILOR

Examen seria CB, 10 iunie 2019

Timp de lucru: 1h30

### SUBIECTUL I (11p = 4 x 2p + 1 x 3p)



Se dă graful din imaginea alăturată.

1. [2p] Ignorând costurile de pe arce, să se calculeze folosind o parcurgere **DFS** plecând din **nodul 0** timpii de **descoperire** și de **finalizare** pentru fiecare nod. Puteți alege orice ordine de explorare a nodurilor.

2. [2p] Ignorând costurile de pe arce realizați o **sortare topologică** folosind algoritmul lui **Kahn**.

3. [2p] Considerând că ponderile de pe arce reprezintă distanțe între noduri, calculați drumul minim de la **nodul sursă 0** la **nodul destinație 7** folosind algoritmul **Bellman-Ford**. La fiecare pas,

scoateți în evidență doar valorile care se schimbă față de pasul anterior.

4. [2p] Considerând ponderile de pe arce ca fiind **capacități**, determinați **fluxul maxim** în rețea folosind algoritmul **Edmonds-Karp**, știind sursa **0** și drena **7**. La fiecare pas, specificați **drumul de ameliorare** ales de algoritm și **cantitatea maximă de flux** ce poate fi transportată pe acest drum.

5. [3p] Determinați **numărul minim de înmulțiri de scalari** necesare pentru înmulțirea următoarelor matrici, precum și **parantezarea** necesară pentru a ajunge la acest număr optim:  $A_1(4 \text{ linii}, 10 \text{ coloane})$ ,  $A_2(10, 3)$ ,  $A_3(3, 12)$ ,  $A_4(12, 20)$ ,  $A_5(20, 7)$ .

### SUBIECTUL II (20p = 5 x 4p)

1. Care sunt proprietățile pe care trebuie să le satisfacă o problemă pentru a putea fi rezolvată prin tehnica programării lacome? Exemplificați cum se aplică acestea pentru problema construcției arborilor Huffman.
2. Care este semnificația valorilor  $d[v]$  pentru algoritmul lui Prim? Justificați pe scurt de ce muchiile alese de către algoritm sunt muchii sigure pentru arborele parțial minim construit până la acel moment.
3. Asemănări și deosebiri între algoritmi AC1 și AC3. Printre acestea, atingeți și aspecte legate de utilitate, funcționare, complexitate, de ce unul dintre cei doi algoritmi este mai puțin eficient și cum se poate rezolva această problemă.
4. Care este complexitatea algoritmului Edmonds-Karp? Justificați pe scurt cum se poate demonstra această limită de complexitate.
5. Definiți ce înseamnă admisibilitatea și dominanța pentru algoritmi de tip  $A^*$ . Pentru jocul 8-puzzle discutat la curs, dați exemplu 3 euristici nebanale (care să nu fie constante, ci să depindă de pozițiile pieselor din starea curentă și din starea finală) dintre care una să nu fie admisibilă. Justificați pe scurt de ce euristicele alese sunt admisibile (sau nu), precum și care dintre cele două euristici admisibile o domină pe cealaltă.

### SUBIECTUL III (9p)

După cum se știe foarte bine, Harap-Alb are multe calități, printre care cunoașterea perfectă a hărții împărăției, precum și stăpânirea elementelor de bază despre algoritmi. Împărăția poate fi modelată ca un graf orientat cu  $n$  noduri – orașele și  $m$  arce – drumurile, și se dau și toate costurile drumurilor. Harap-Alb merge întotdeauna de la reședința Împăratului Roșu, nodul  $s$ , către cea a Împăratului Verde, nodul  $t$ , folosind doar drumuri de cost minim (este un tip practic și folosește cunoștințele de algoritmi învățate la PA!). Stabiliți toate muchiile pe care poate sta Spânul, în așteptarea lui Harap-Alb, pentru a fi sigur că nu ratează întâlnirea cu acesta. Atenție: între cele două reședințe pot fi mai multe drumuri care să aibă același cost minim!

**Exemplu: pe tablă**

Se cere o **soluție optimă**.

- a. [4p] Explicați **ideea** de rezolvare. Spuneți ce **structuri de date / algoritmi** clasici veți folosi (dacă folosiți).
- b. [3p] Schițați **pseudocodul**, fără a intra în detalii inutile. Subpunctele a și b pot fi rezolvate împreună.
- c. [2p] Determinați **complexitatea temporală** și **spațială** pentru soluția găsită. Justificați pe scurt.