



UNIVERSITAT POLITÈCNICA  
DE CATALUNYA  
BARCELONATECH



## Redes, sistemas y servicios de comunicación → Exámenes resueltos

Luis Javier de la Cruz Llopis  
Isabel Martín Faus  
José Luis Melús Moreno  
Esteve Pallarès Segarra  
Emilio Sanvicente Gargallo





→ **UPCGRAU**

Redes, sistemas y servicios de comunicación →  
Exámenes resueltos

Luis Javier de la Cruz Llopis  
Isabel Martín Faus  
José Luis Melús Moreno  
Esteve Pallarès Segarra  
Emilio Sanvicente Gargallo

Primera edición: diciembre de 2010

Diseño y dibujo de la cubierta: Jordi Soldevila

Diseño maqueta interior: Jordi Soldevila

Maquetación: Mercè Aicart

© Los autores, 2010

© Iniciativa Digital Politècnica, 2010  
Oficina de Publicacions Acadèmiques Digitals de la UPC  
Jordi Girona Salgado 31,  
Edifici Torre Girona, D-203, 08034 Barcelona  
Tel.: 934 015 885 Fax: 934 054 101  
[www.upc.edu/idp](http://www.upc.edu/idp)  
E-mail: [info.idp@upc.edu](mailto:info.idp@upc.edu)

Producción: SERVICE POINT  
Pau Casals, 161-163  
08820 El Prat de Llobregat (Barcelona)

Depósito legal: B-3639-2011  
ISBN:978-84-7653-530-1

Cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública o transformación de esta obra sólo puede realizarse con la autorización de sus titulares, salvo excepción prevista en la ley. Si necesita fotocopiar o escanear algún fragmento de la misma, dirijase al Centro Español de Derechos Reprográficos (CEDRO, <<http://www.cedro.org>>).



## Índice

Examen y resolución junio 2010 .....	11
Examen y resolución enero 2010 .....	27
Examen y resolución junio 2009 .....	43
Examen y resolución enero 2009 .....	59
Examen y resolución junio 2008 .....	77
Examen y resolución enero 2008 .....	93
Examen y resolución junio 2007 .....	109
Examen y resolución enero 2007 .....	125
Examen y resolución junio 2006 .....	143
Examen y resolución enero 2006 .....	161
Examen y resolución junio 2005 .....	179
Examen y resolución enero 2005 .....	197
Nomenclatura .....	213





## Presentación

Este libro es una recopilación de exámenes resueltos correspondientes a los finales de la asignatura de *Xarxes, sistemes i serveis de comunicació*, actualmente troncal de segundo ciclo de Ingeniería de Telecomunicación en la ETSETB de la UPC. Esta asignatura es la base de la futura asignatura de grado llamada *Análisis y evaluación de prestaciones en redes*.

La colección está formada por doce exámenes que comprenden un período de seis años. Se ha pretendido en todo momento ser fiel a los exámenes propuestos en su día, manteniendo íntegramente el contenido de todos los enunciados. Durante este período de seis años, la asignatura ha ido experimentando cambios, de manera que algunos de los ejercicios correspondientes a los exámenes más antiguos no están incluidos en el programa docente actual de la asignatura, aunque se imparten en otras asignaturas. En particular los problemas referentes a planificación de red y asignación de capacidades.

Esperamos que la presente obra sea de gran ayuda al estudiante para resolver posibles dudas en el desarrollo de los ejercicios y que a la vez permita aumentar su capacidad de autoaprendizaje.

→ 1





Junio 2010

### Ejercicio 1

El tráfico  $\lambda_{AB}$  de la figura 1 se encamina según el criterio de bifurcación óptima. Los paquetes son de 1000 bits. Cuando el número medio de saltos que realiza un paquete para ir de A a B es 1,25 y  $C_1=2C_2$ . El valor de  $C_2$  vale:

- a) 1/2 Kbps      b) 2/3 Kbps      c) 1 Kbps      d) 3/2 Kbps

### Ejercicio 2

Un nodo de acceso utiliza un mecanismo de control de congestión con permisos (*token bucket*). El *buffer* de permisos es de 3. La relación entre la tasa de llegadas de paquetes con respecto a la de permisos es 0,7. El percentil 65 del número de permisos en el *buffer* es:

- a) 0      b) 1      c) 2      d) 3

### Ejercicio 3

La tasa de llegada de paquetes a un canal es de 2 paq/min. La longitud de los paquetes expresada en Kbits está distribuida uniformemente entre los siguientes valores

[2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20].

La capacidad del canal es de 1 Kbps. Los paquetes de 2, 4 y 6 Kbits de longitud tienen prioridad sin expulsión sobre el resto. El tiempo de espera de dichos paquetes es:

- a) 2,67 s      b) 4,14 s      c) 6,52 s      d) 7,83 s



#### Ejercicio 4

A un multiplexor que dispone de un único canal de 128 Kbps llegan 3 tipos de paquetes cuyas tasas de llegada, longitudes medias y distribuciones son respectivamente:

- Tipo 1:  $\lambda_1 = 3$  paq/s,  $L_1 = 1000$  octetos (Exponencial)
- Tipo 2:  $\lambda_2 = 1$  paq/s,  $L_2 = 1500$  octetos (Exponencial)
- Tipo 3:  $\lambda_3 = 2$  paq/s,  $L_3 = 500$  octetos (Constante)

El concentrador asigna dos prioridades sin expulsión. Los paquetes de tipo 3 tienen la prioridad alta y el resto la prioridad baja. El tiempo de transferencia de los paquetes tipo 1 es:

- a) 50,27 ms                      b) 97,42 ms                      c) 155,35 ms                      d) 214,38 ms

#### Ejercicio 5

Para prevenir la congestión en un canal se frena la tasa de emisión de paquetes, en función del número de paquetes en el nodo, según la expresión  $\lambda_k = \lambda / (k + 1)$ . La zona de almacenamiento es infinita y  $\lambda = m \cdot \mu$  siendo  $\mu$  la tasa de servicio. El valor de  $m$  para el cual el porcentaje de paquetes cursados frente al caso sin freno es del 80 % vale:

- a) 0,205                      b) 0,313                      c) 0,464                      d) 0,652

#### Ejercicio 6

A un multiplexor llegan 50 paq/s (Poisson). El 75 % son paquetes de datos de longitud media 100 octetos (exponencial) y el resto de control de longitud media 20 octetos (constante). La capacidad del canal para que el tiempo de espera sea el triple del de transmisión es:

- a) 44,58 Kbps                      b) 56,32 Kbps                      c) 65,42 Kbps                      d) 70,50 Kbps

#### Ejercicio 7

En la red de la figura 2 el tráfico de A a B es bifurcado de forma óptima. El flujo por encima del cual se utilizan los dos caminos posibles es:

- a) 11,28 Mbps                      b) 14,76 Mbps                      c) 13,81 Mbps                      d) 16,38 Mbps

#### Ejercicio 8

Los paquetes que llegan a un sistema lo hacen con una tasa de 1,26 paq/s (Poisson). El tiempo de transmisión es 0,1 segundos para el 30 %, 0,3 segundos para el 50 % y 2 segundos para el resto, todos ellos exponenciales. El número medio de los paquetes que esperan es:

- a) 2                      b) 3                      c) 4                      d) 5



### Ejercicio 9

Un conjunto de  $M$  estaciones transmite en un canal ruidoso de  $C = 100$  Kbps mediante un concentrador con *buffer* infinito. La probabilidad de que un paquete se reciba erróneamente y deba ser retransmitido es de 0,15. El tráfico total (paquetes nuevos y retransmisiones) es de Poisson. Cada estación genera 1,5 paquetes nuevos cada segundo de 1000 bits en media y distribución exponencial. El número máximo de estaciones para que el tiempo de transferencia de un paquete sea menor que 20 ms vale:

- a) 20                      b) 28                      c) 38                      d) 46

### Ejercicio 10

Por un canal de capacidad 500 kbps circulan paquetes con una longitud cuya media es de 160 octetos y coeficiente de variación de 1,2. Cuando el tiempo de espera de los paquetes es el doble a su tiempo de transmisión, el número de paquetes por segundo que circulan por el canal es:

- a) 221 paq/s                      b) 232 paq/s                      c) 242 paq/s                      d) 254 paq/s

### Ejercicio 11

En cada canal de una red el tráfico de control supone el 25 % del tráfico de datos. La longitud media de los paquetes de datos es 288 octetos (exponencial). Los paquetes de control tienen una longitud de 96 octetos (fija). El coeficiente de variación de la longitud de los paquetes es:

- a) 1,07                      b) 1,15                      c) 1,28                      d) 1,31

### Ejercicio 12

En la red de la figura 3 los tráficos entrantes son de Poisson y la longitud media de los paquetes es de 1000 bits (exponencial). El tráfico entre los nodos D y E es de 80 paq/s. Una fracción  $\alpha$  de este tráfico se transmite por el camino que pasa por el nodo intermedio C y el resto  $(1 - \alpha)$  por el camino directo. Para minimizar el tiempo de tránsito de los paquetes entre A y B se aplica el criterio de bifurcación óptima a dicho tráfico. El valor mínimo de  $\alpha$  para que se tome el camino directo como primera opción para los paquetes entre A y B es:

- a) 1/15                      b) 2/15                      c) 3/15                      d) 4/15

### Ejercicio 13

Una red utiliza el mecanismo de acceso CSMA/CD no persistente, no ranurado. El retardo de propagación puede considerarse nulo. El número medio de escuchas por paquete es 1,6. El caudal vale:

- a) 0,375                      b) 0,425                      c) 0,525                      d) 0,655



### Ejercicio 14

A un multiplexor llegan paquetes según un proceso de Poisson de tasa 5 paq/s. El percentil 80 del número de llegadas en 200 ms vale:

- a) 0              b) 1              c) 2              d) 3

### Ejercicio 15

50 estaciones utilizan un mecanismo de acceso por sondeo. Cada vez que una estación es sondeada transmite en media 1,5 paquetes. El tiempo de transmisión de un paquete es de 60 ms y el tiempo de paseo es 10 ms. La tasa de paquetes generados por cada estación vale:

- a) 0,3 paq/s              b) 0,5 paq/s              c) 0,7 paq/s              d) 0,9 paq/s

### Ejercicio 16

Un conjunto de estaciones utiliza el mecanismo de acceso TDMA. La utilización del canal es del 80 %. El número medio de paquetes en espera en una estación vale:

- a) 1,6              b) 1,8              c) 2,0              d) 2,2

### Ejercicio 17

50 estaciones utilizan un mecanismo de acceso CSMA no persistente, no ranurado. Cada estación realiza 2,8 escuchas del canal cada segundo. El retardo de propagación es  $130 \mu\text{s}$  y el tiempo de transmisión de un paquete 5 ms. El número medio de paquetes por segundo transmitidos con éxito en cada estación vale:

- a) 0,7 paq/s              b) 1,0 paq/s              c) 1,3 paq/s              d) 1,6 paq/s

### Ejercicio 18

A un concentrador con *buffer* finito llegan 150 paq/s (Poisson). El tiempo de transmisión de un paquete es 5 ms (exponencial). El tamaño mínimo del *buffer* para que se pierdan menos del 2 % de los paquetes vale:

- a) 7 paq              b) 8 paq              c) 9 paq              d) 10 paq

### Ejercicio 19

5 estaciones acceden a un multiplexor con dos canales iguales y un *buffer* para un paquete. Cuando una estación genera un paquete queda inactiva hasta finalizar la transmisión de dicho paquete. Cada estación activa genera 80 paq/s (Poisson). El tiempo de transmisión de un paquete es 6,25 ms (exponencial). La probabilidad de pérdida de paquetes vale:

- a) 1/5              b) 1/6              c) 1/7              d) 1/8



## Ejercicio 20

Un multiplexor sin *buffer* tiene dos canales iguales (canal A y canal B). El tiempo de transmisión de un paquete es 5 ms (exponencial). La tasa de llegadas es 160 paq/s (Poisson). Cuando llega un paquete y el multiplexor está vacío, éste siempre se transmite por el canal A y el canal B sólo se utiliza si el A está ocupado. La probabilidad de pérdida vale:

- a) 0,05      b) 0,10      c) 0,15      d) 0,20

## FIGURAS

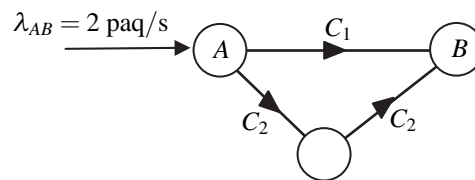


Figura 1

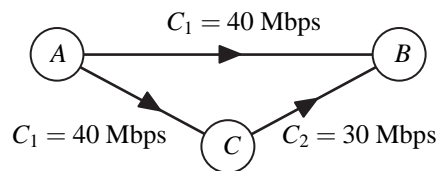


Figura 2

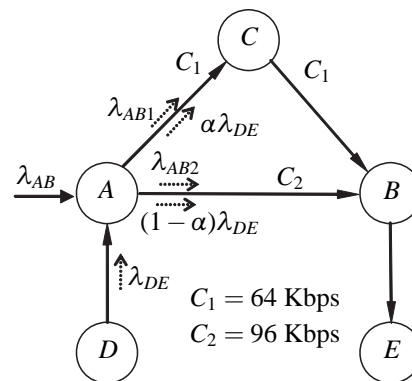
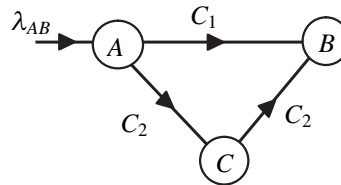


Figura 3

**SOLUCIONES****Ejercicio 1**

$$\left. \begin{aligned} f &= \lambda_{AB} \cdot L = 2 \text{ Kbps} \\ f_1 + f_2 &= 2 \\ H &= \frac{\lambda_1 + 2\lambda_2}{\lambda_{AB}} = \frac{f_1 + 2f_2}{f} = 1,25 \Rightarrow f_1 + 2f_2 = 2,5 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} f_1 &= 1,5 \text{ Kbps} \\ f_2 &= 0,5 \text{ Kbps} \end{aligned}$$

$$T_{AB} = \frac{1}{\lambda_{AB}} \left[ \frac{f_1}{(C_1 - f_1)^2} + \frac{f_2}{(C_2 - f_2)^2} \right]$$

$$\frac{\partial F}{\partial f_1} = \frac{\partial F}{\partial f_2} \Rightarrow \frac{C_1}{(C_1 - f_1)^2} = \frac{2C_2}{(C_2 - f_2)^2}$$

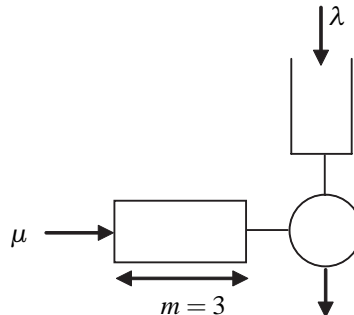
$$\frac{2C_2}{(2C_2 - 1,5)^2} = \frac{2C_2}{(C_2 - 0,5)^2}$$

$$2C_2 - 1,5 = \pm(C_2 - 0,5) \left\{ \begin{aligned} 3C_2 &= 2 \Rightarrow C_2 = 2/3 \text{ Kbps} \\ C_2 &= 1 \text{ Kbps} \end{aligned} \right.$$

Si  $C_2 = 2/3 \Rightarrow C_2 > f_2$  y  $C_1 = 4/3 < f_1 \Rightarrow$  enlace 1 es inestable

Si  $C_2 = 1 \Rightarrow C_2 > f_2$  y  $C_1 = 2 > f_1 \Rightarrow$  enlaces 1 y 2 son estables

$C_2 = 1 \text{ Kbps}$

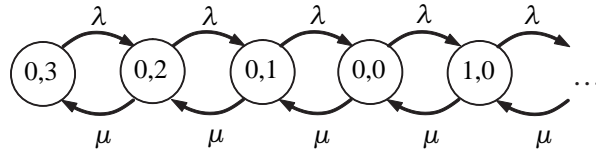
**Ejercicio 2**



$$\rho \equiv \frac{\lambda}{\mu} = 0,7$$

$$\Pi_y(65)$$

Estado del sistema:  $(x, y)$ ,  $x$  paquetes en espera,  $y$  permisos



$$p(0,3) = p(0,3)$$

$$p(0,2) = \rho p(0,3)$$

$$p(0,1) = \rho^2 p(0,3)$$

$$p(0,0) = \rho^3 p(0,3)$$

$$p(1,0) = \rho^4 p(0,3)$$

$$\vdots$$

$$1 = p(0,3) \sum_{i=0}^{\infty} \rho^i = p(0,3) \frac{1}{1-\rho} \Rightarrow p(0,3) = 1 - \rho$$

$$P(y=3) = p(0,3) = 0,3$$

$$P(y=2) = p(0,2) = 0,21$$

$$P(y=1) = p(0,1) = 0,147$$

$$P(y=0) = \sum_{x=0}^{\infty} p(x,0) = 0,343$$

$$P(y=0) = 0,343 < 0,65$$

$$P(y=0) + P(y=1) = 0,49 < 0,65$$

$$P(y=0) + P(y=1) + P(y=2) = 0,7 > 0,65$$

$$\boxed{\Pi_y(65) = 2}$$

### Ejercicio 3

$$T_{w1} = \frac{\lambda E(t_S^2)}{2(1-\rho_1)}$$

$$E(l^2) = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} (2i)^2 = 154 \text{ Kbits}^2$$

$$E(t_S^2) = \frac{E(l^2)}{C^2} = 154 \text{ s}^2$$



$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{3}{10} \lambda = \frac{1}{100} \text{ paq/s} \\ E(t_{S1}) &= \frac{E(l_1)}{C} = 4 \text{ s} \end{aligned} \right\} \rho_1 = 0,04$$

$$T_{W1} = 2,67 \text{ s}$$

## Ejercicio 4

$$T_{wb} = \frac{T_{w0}}{(1 - \rho_a)(1 - \rho)}$$

$$T_1 = T_{wb} + T_{S1}$$

$$E(t_{Si}^2) = 2 \frac{L_i^2}{C^2}, i = 1, 2$$

$$E(t_{S3}^2) = \frac{L_3^2}{C^2}$$

$$T_{w0} = \frac{1}{2} \sum \lambda_i E(t_{Si}^2) = \frac{11}{512} \text{ s}$$

$$\rho_a = \rho_3 = \lambda_3 T_{S3} = \frac{1}{16}$$

$$\rho = \lambda_3 T_{S3} + \lambda_2 T_{S2} + \lambda_1 T_{S1} = \frac{11}{32}$$

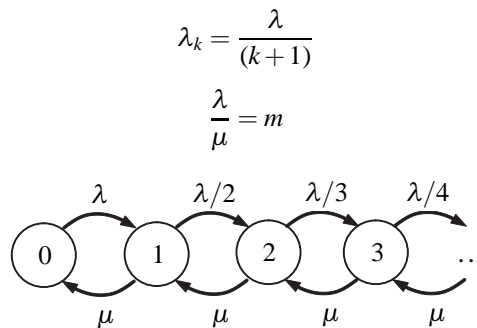
$$T_{wb} = \frac{11/512}{\frac{15}{16} \cdot \frac{21}{32}} = \frac{11}{315} \text{ s}$$

$$T_{S1} = \frac{1}{16} \text{ s}$$

$$T_1 = \frac{11}{315} + \frac{1}{16} = 0,09742 \text{ s}$$

*Nota:* El subíndice  $a$  identifica paquetes de alta prioridad y el índice  $b$  los de baja prioridad.

## Ejercicio 5







$$p_k = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k \cdot \frac{1}{k!} \cdot p_0 \rightarrow \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda/\mu)^k}{k!} p_0 = p_0 \cdot e^{\lambda/\mu} = 1 \Rightarrow p_0 = e^{-\lambda/\mu}$$

$$p_k = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k \cdot \frac{1}{k!} \cdot e^{-\lambda/\mu}$$

$$\begin{aligned} \lambda_C &= \sum_{k=0}^{\infty} \lambda_k p_k = \mu \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\lambda^{k+1}}{\mu^{k+1}} \frac{1}{(k+1)!} e^{-\lambda/\mu} = \mu e^{-\lambda/\mu} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} (\lambda/\mu)^k \frac{1}{k!} = \\ &= \mu e^{-\lambda/\mu} (e^{\lambda/\mu} - 1) = \mu(1 - e^{-\lambda/\mu}) \end{aligned}$$

$$\frac{\lambda_C}{\lambda} = 0,8 = \frac{\mu}{\lambda} (1 - e^{-\lambda/\mu}) = \frac{1}{m} (1 - e^{-m}) = 0,8$$

Ecuación intrascendente → probamos las alternativas de solución.

Se cumple para  $m = 0,464$  permisos

Note que en caso sin freno debe cumplirse que  $m = \lambda/\mu < 1$  para que el sistema sea estable.

### Ejercicio 6

$$T_s = \frac{(0,75 \cdot 100 + 0,25 \cdot 20) \cdot 8}{C} = \frac{640}{C}$$

$$T_{w0} = \frac{1}{2} 50 \cdot \frac{0,75 \cdot 2(100 \cdot 8)^2 + 0,25(20 \cdot 8)^2}{C^2} = \frac{24160000}{C^2}$$

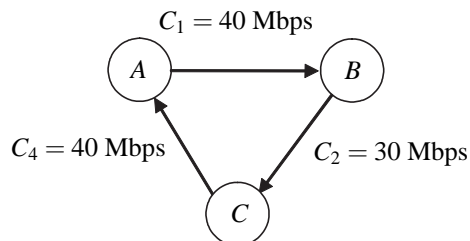
$$\rho = \lambda \cdot T_s = \frac{32000}{C}$$

$$T_w = 3T_s$$

$$\frac{24160000}{C^2 \left(1 - \frac{32000}{C}\right)} = 3 \cdot \frac{640}{C}$$

$$C = 44,58 \text{ Kbps}$$

### Ejercicio 7



$$T_{AB} = \frac{1}{\lambda_{AB}} \left[ \frac{f_1}{C_1 - f_1} + \frac{f_2}{C_1 - f_2} + \frac{f_2}{C_2 - f_2} \right]$$



$$\frac{\partial F}{\partial f_1} = \frac{\partial F}{\partial f_2} \Rightarrow \frac{C_1}{(C_1 - f_1)^2} = \frac{C_1}{(C_1 - f_2)^2} + \frac{C_2}{(C_2 - f_2)^2}$$

$$\left. \begin{array}{l} f_1 = fu \\ f_2 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{C_1}{(C_1 - fu)^2} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

$$fu = C_1 \left( 1 - \sqrt{\frac{C_2}{C_1 + C_2}} \right)$$

$$\boxed{fu = 13,81 \text{ Mbps}}$$

## Ejercicio 8

$$\lambda = 1,26 \text{ pag/s}$$

$$p_1 = 0,3 ; T_{S1} = 0,1 \text{ s}$$

$$p_2 = 0,5 ; T_{S2} = 0,3 \text{ s}$$

$$p_3 = 0,2 ; T_{S3} = 2 \text{ s}$$

$$T_{W0} = \frac{\lambda \cdot E(t_S^2)}{2} = \frac{\lambda}{2} \sum_{i=1}^3 p_i^2 \cdot T_{Si}^2$$

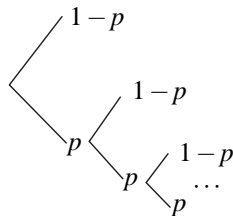
$$T_{W0} = 1,06848 \text{ s}$$

$$\rho = \lambda \sum p_i \cdot T_{Si} = 0,7308$$

$$\boxed{N_W = \lambda T_W = \frac{\lambda \cdot T_{W0}}{1 - \rho} = 5 \text{ paquetes}}$$

## Ejercicio 9

Probabilidad de que una transmisión no tenga éxito =  $p$



$$\text{n}^\circ \text{ medio de transmisiones/paquete} = 1(1-p) + 2p(1-p) + 3p^2(1-p) + \dots =$$

$$= (1-p) \cdot \sum_{i=1}^{\infty} i \cdot p^{i-1} = (1-p) \frac{\partial}{\partial p} \left[ \sum_{i=1}^{\infty} p^i \right] = (1-p) \frac{\partial}{\partial p} \left[ \frac{p}{1-p} \right] = \frac{1}{1-p}$$



$$\left. \begin{aligned} \lambda &= \frac{\lambda_i}{1-p} \cdot M = \frac{1,5}{1-0,15} M = 1,764 M \text{ paq/s} \\ T_S &= \frac{L}{C} = 10 \text{ ms} \end{aligned} \right\} \rho = 1,7645 \cdot 10^{-2} M$$

$$T = \frac{T_S}{1-\rho} = \frac{10 \text{ ms}}{1-1,7645 \cdot 10^{-2} M} \leq 20 \text{ ms} \Rightarrow M \leq 28,333$$

$M_{\text{máximo}} = 28 \text{ estaciones}$

### Ejercicio 10

$$T_W = 2T_T$$

$$\frac{\lambda T_T^2 (1 + C_l^2)}{2(1-\rho)} = 2T_T$$

$$\rho \frac{(1 + C_l^2)}{2(1-\rho)} = 2$$

$$\rho = 0,62$$

$$\lambda = \frac{\rho}{T_T} = 242,62 \text{ paq/s}$$

### Ejercicio 11

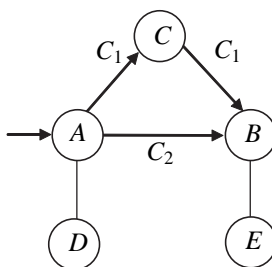
$$\lambda_{\text{control}} = 0,25 \lambda_{\text{datos}}$$

$$p_{\text{datos}} = \frac{\lambda_{\text{datos}}}{\lambda_{\text{control}} + \lambda_{\text{datos}}} = \frac{\lambda_{\text{datos}}}{(0,25 + 1) \lambda_{\text{datos}}} = 0,8$$

$$p_{\text{control}} = 1 - p_{\text{datos}} = 0,2$$

$$C_l = \sqrt{\frac{E(l^2)}{E^2(l)}} - 1 = \sqrt{\frac{0,2(96 \cdot 8)^2 + 0,8 \cdot 2 \cdot (288 \cdot 8)^2}{(0,2 \cdot 96 \cdot 8 + 0,8 \cdot 288 \cdot 8)^2}} - 1 = 1,0768$$

### Ejercicio 12





$$\begin{cases} f_1 = \lambda_{AB1} \cdot L \\ f_2 = \lambda_{AB2} \cdot L \\ C'_1 = C_1 - \alpha \lambda_{DE} \cdot L \\ C'_2 = C_2 - (1 - \alpha) \lambda_{DE} \cdot L \end{cases}$$

$$T_{AB} = \frac{1}{\lambda_{AB}} \left[ \frac{2f_1}{C'_1 - f_1} + \frac{f_2}{C'_2 - f_2} \right]$$

$$\frac{\partial F}{\partial f_1} = \frac{\partial F}{\partial f_2} \Rightarrow \frac{2C'_1}{(C'_1 - f_1)^2} = \frac{C'_2}{(C'_2 - f_2)^2}$$

$$\left. \begin{matrix} f_1 = 0 \\ f_2 = fu \end{matrix} \right\} \Rightarrow \frac{2}{C'_1} = \frac{C'_2}{(C'_2 - fu)^2}$$

$$fu = C'_2 - \sqrt{\frac{C'_1 C'_2}{2}} > 0$$

$$C'_2 > \frac{C'_1}{2}$$

$$C_2 - (1 - \alpha) \lambda_{DE} \cdot L > \frac{C_1 - \alpha \lambda_{DE} \cdot L}{2}$$

$$120\alpha > 16$$

$$\boxed{\alpha > \frac{2}{15}}$$

## Ejercicio 13

CSMA/CD con  $a = 0 \rightarrow$  CSMA con  $a = 0$ 

$$S = \frac{G}{G+1}$$

$$\frac{G}{S} = G+1$$

$$\boxed{S = \frac{(G/S) - 1}{G/S} = \frac{0,6}{1,6} = 0,375}$$

## Ejercicio 14

Variable aleatoria n° de llegadas entre 0 y  $t$  segundos:  $k \sim \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t}$ Probabilidad de que ocurran  $k$  llegadas entre 0 y  $t$  s =  $P_k(t) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t}$



$$P_0(0,2) = e^{-1} = 0,3678 < 0,8$$

$$P_1(0,2) = (1)e^{-1} = 0,3678 \rightarrow P_0 + P_1 = 0,7357 < 0,8$$

$$P_2(0,2) = \frac{(1)^2}{2}e^{-1} = 0,1839 \rightarrow P_0 + P_1 + P_2 = 0,9196 < 0,8$$

$$\boxed{\Pi_k(80) = 2}$$

### Ejercicio 15

$$N_i = \lambda_i T_C = \frac{\lambda_i M \cdot w}{1 - M \lambda_i T_T}$$

$$\lambda_i = \frac{N_i}{M(w + N_i T_T)}$$

$$\boxed{\lambda_i = 0,3 \text{ paq/s}}$$

### Ejercicio 16

$$T_W = \frac{M \cdot T_T}{2(1 - S)}$$

$$N_{Wi} = \lambda_i T_W = \frac{\lambda_i M \cdot T_T}{2(1 - S)} = \frac{S}{2(1 - S)}$$

$$\boxed{N_{Wi} = 2 \text{ paquetes}}$$

### Ejercicio 17

$$\Lambda = M \Lambda_i = 50 \cdot 2,8 = 140 \text{ escuchas/s}$$

$$G = \Lambda T_T = 140 \cdot 5 \cdot 10^{-3} = 0,7$$

$$a = \frac{\tau}{T_T} = \frac{130 \cdot 10^{-6}}{5 \cdot 10^{-3}} = 0,026$$

$$S = \frac{G \cdot e^{-aG}}{G(1 + 2a) + e^{-aG}} = 0,4$$

$$\lambda = \frac{S}{T_T} = 80 \text{ paq/s}$$

$$\boxed{\lambda_i = \frac{\lambda}{M} = 1,6 \text{ paq/s}}$$



## Ejercicio 18

$$\rho = \lambda \cdot T_T = 0,75$$

$$p_k = \frac{1 - \rho}{1 - \rho^{N+1}}$$

$$p_p = p_N = \frac{1 - \rho}{1 - \rho^{N+1}} \rho^N < \alpha$$

$$\rho^N < \frac{\alpha}{(1 - \rho(1 - \alpha))}$$

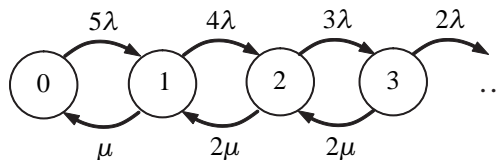
$$N > \frac{\ln\left(\frac{\alpha}{(1 - \rho(1 - \alpha))}\right)}{\ln \rho}$$

$$N > 8,9$$

$$N = W + 1 > 8,9 \Rightarrow W > 7,9$$

$W \text{ mínimo} = 8 \text{ paquetes}$
---

## Ejercicio 19



$$\rho = \lambda \cdot T_T = 0,5$$

$$\left. \begin{array}{l} p_0 = p_0 \\ p_1 = \frac{5}{2}p_0 \\ p_2 = \frac{5}{2}p_0 \\ p_3 = \frac{15}{8}p_0 \end{array} \right\} \sum_{i=0}^3 p_i = 1 \Rightarrow p_0 = \frac{8}{63}$$

$p_1 = \frac{20}{63} = p_2$ $p_3 = \frac{15}{63}$
---



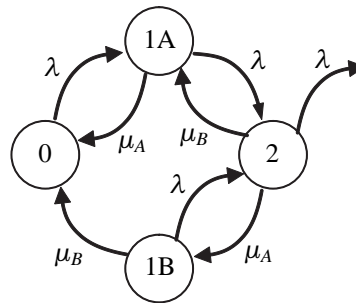
## Ejercicio 20

Estados del sistema: 0 = vacío

1A = 1 paquete en canal A, 0 paquetes en canal B

1B = 0 paquetes en canal A, 1 paquete en canal B

2 = 1 paquete en canal A, 1 paquete en canal B



Dado que  $\mu_A = \mu_B = \mu$  obtenemos:

$$\mu(p_{1A} + p_{1B}) = \lambda p_0$$

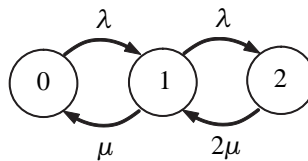
$$\lambda p_0 + \mu p_2 = (\lambda + \mu)p_{1A}$$

$$\mu p_2 = (\lambda + \mu)p_{1B}$$

$$p_0 + p_{1A} + p_{1B} + p_2 = 1$$

$$p_p = p_2 = 0,15$$

Note que para calcular  $p_2$  no es necesario separar los estados 1A y 1B, lo cual permite obtener un sistema de ecuaciones más simple. Esto es:



$$p_0 = p_0$$

$$p_1 = \frac{\lambda}{\mu} p_0$$

$$p_2 = \frac{\lambda^2}{2\mu^2} p_0$$

$$p_0 + p_1 + p_2 = 1$$

→ 2





Enero 2010

### Ejercicio 1

A un concentrador con un único canal y cola infinita llegan paquetes de dos tipos, ambos con longitudes distribuidas exponencialmente. El tiempo medio de servicio de los paquetes tipo 1 es 10 ms. Las tasas de llegadas son  $\lambda_1 = 4$  y  $\lambda_2 = 6$  paq/s. El tiempo de espera medio de todos los paquetes es 600 ms. El tiempo de servicio de los paquetes tipo 2 es:

- a) 20 ms      b) 55 ms      c) 82 ms      d) 131 ms

### Ejercicio 2

En un sistema de transmisión que puede modelarse como M/M/1 se ha medido el percentil 90 del tiempo de servicio obteniéndose un valor de 230,26 ms. La tasa de llegadas de paquetes es 8 paq/s. El percentil 90 del tiempo de transferencia es:

- a) 1151 ms      b) 827 ms      c) 2098 ms      d) 500 ms

### Ejercicio 3

En un sistema de transmisión modelado como M/M/1, la función de densidad de probabilidad del tiempo de espera es

$$f_{t_w} = (1 - \rho)\delta(t) + \rho \frac{1}{T} e^{-\frac{t}{T}},$$

donde  $T$  es el tiempo medio de transferencia. Si el tiempo medio de servicio es 50 ms y el tiempo medio de transferencia es 125 ms, el percentil 80 del tiempo de espera es:

- a) 137,33 ms      b) 109,26 ms      c) 162,98 ms      d) 80,25 ms



#### Ejercicio 4

Dos estaciones comparten un canal de 1 Mbps mediante la técnica TDMA. La longitud de los paquetes es 100 octetos. La tasa de llegadas a la estación 1 es de 1000 paq/s y a la estación 2 de 500 paq/s. El tiempo de espera en el buffer de la estación 2 es:

- a) 3 ms                      b) 4 ms                      c) 5 ms                      d) Las otras afirmaciones son falsas.

#### Ejercicio 5

A un concentrador llegan paquetes de dos tipos. Los tipo 1 tienen tiempo medio de servicio igual a 50 ms con coeficiente de variación al cuadrado igual a 2. Los tipo 2 tienen tiempo medio de servicio igual a 25 ms y coeficiente de variación al cuadrado igual a 0. Las tasas de llegada son de 10 paq/s para cada uno de los tipos. El concentrador aplica prioridad sin expulsión, siendo los paquetes tipo 2 los de mayor prioridad. El tiempo medio de espera de los paquetes tipo 1 es:

- a) 108,34 ms                      b) 54,17 ms                      c) 216,67 ms                      d) 92,34 ms

#### Ejercicio 6

Un concentrador con *buffer* infinito y un único canal transmite paquetes cuya longitud está distribuida como se muestra en la figura 1. La capacidad del canal es 200 Kbps, y la probabilidad de que esté ocupado es 0,6. El tiempo medio residual de servicio vale:

- a) 29,2 ms                      b) 20,1 ms                      c) 13,3 ms                      d) 2,7 ms

#### Ejercicio 7

En una red con acceso múltiple CSMA, el tiempo de propagación normalizado vale 0,01, y la probabilidad de transmisión con éxito 0,992. El número medio de observaciones que hace una estación por paquete servido es:

- a) 2,581 escuchas                      b) 1,112 escuchas                      c) 1,826 escuchas                      d) 3,697 escuchas

#### Ejercicio 8

Los paquetes que quieren acceder a una red deben esperar a obtener un permiso (*token bucket*). Los permisos se generan según un régimen de Poisson de tasa 9 permisos/s y se almacenan en un *buffer* finito. Los paquetes se generan con una tasa de 8 paq/s y se almacenan en un *buffer* infinito. El tamaño del *buffer* de permisos para que el número medio de paquetes a la espera sea 5 es:

- a) 3 permisos                      b) 4 permisos                      c) 5 permisos                      d) 6 permisos



### Ejercicio 9

En un sistema de transmisión modelado como M/M/2, con tasa de llegadas  $\lambda$ , tasa de servicio de cada canal  $\mu$ , y  $\lambda < 2\mu$ , la probabilidad de que al menos un canal esté ocupado es:

- a)  $\lambda/4\mu$       b)  $\lambda/2\mu$       c)  $2\lambda/(2\mu + \lambda)$       d)  $2\lambda/(2\mu + 2\lambda)$

### Ejercicio 10

Dos equipos se comunican a través de una red de conmutación de paquetes, utilizando entre ellos un mecanismo de control de congestión por ventana, con tamaño de la ventana fijo. En un determinado instante, el tamaño de la ventana es el valor mínimo que permite que se transmita la máxima tasa posible (paquetes por segundo) entre los equipos. Si el tiempo de ida y vuelta en la red se incrementa en un 25 %, y el tamaño de la ventana no se varía:

- a) La tasa permitida será el 75 % de la máxima.  
 b) La tasa permitida será el 25 % de la máxima.  
 c) La tasa permitida será el 80 % de la máxima.  
 d) El resto de afirmaciones son falsas.

### Ejercicio 11

Considérense los dos sistemas siguientes:

- Sistema A: Concentrador con *buffer* para dos paquetes, 1 canal de capacidad C, llegadas dependientes del estado  $\lambda_k = \frac{\lambda}{k+1}$ .
- Sistema B: Concentrador sin *buffer*, 3 canales de capacidad C, llegadas independientes del estado  $\lambda_k = \lambda$ .

La longitud de los paquetes está distribuida exponencialmente y con media idéntica para ambos sistemas. Sean  $p_{kA}$  y  $p_{kB}$  las probabilidades de los estados de ambos sistemas, y  $p_{pA}$  y  $p_{pB}$  las probabilidades de pérdida. Se cumple:

- a)  $p_{kA} = p_{kB}$  y  $p_{pA} = p_{pB}$       b)  $p_{kA} = p_{kB}$  y  $p_{pA} \neq p_{pB}$   
 c)  $p_{kA} \neq p_{kB}$  y  $p_{pA} = p_{pB}$       d)  $p_{kA} \neq p_{kB}$  y  $p_{pA} \neq p_{pB}$

### Ejercicio 12

Un conjunto de estaciones comparte un canal mediante la técnica FDMA. La tasa de llegadas de cada estación es de 4 paq/s. La longitud de los paquetes está distribuida exponencialmente, y el tiempo medio de servicio es 200 ms. El tiempo de transferencia es:

- a) 250 ms      b) 500 ms      c) 750 ms      d) 1 s



### Ejercicio 13

A un multiplexor sin *buffer* y un canal llegan dos tipos de paquetes:

- tipo 1:  $\lambda_1 = 20$  paq/s y  $T_{t1} = 200$  ms (exponencial).
- tipo 2:  $\lambda_2 = 10$  paq/s y  $T_{t2} = 300$  ms (exponencial).

El número medio de paquetes en el multiplexor vale:

- a) 0,666                      b) 0,750                      c) 0,833                      d) 0,875

### Ejercicio 14

Para un sistema M/M/1/9 con  $\lambda = \mu = 20$  paq/s, el tiempo de espera en cola vale:

- a) 100 ms                      b) 150 ms                      c) 200 ms                      d) 250 ms

### Ejercicio 15

El tráfico  $\lambda_{AB}$  de la figura 2 se encamina según el criterio de bifurcación óptima. Los paquetes son de 1000 bits. El número medio de saltos que realiza un paquete vale:

- a) 1,25                      b) 1,32                      c) 1,42                      d) 1,50

### Ejercicio 16

A un multiplexor con *buffer* infinito y un canal de 80 Kbps llegan dos tipos de paquetes:

- tipo 1:  $\lambda_1 = 8$  paq/s y  $l_1 = 2000$  bits (constante).
- tipo 2:  $\lambda_2 = 24$  paq/s y  $l_2$  uniforme entre 0 y 4000 bits.

Los paquetes cuya longitud es menor o igual a la longitud de un paquete tipo 1 tienen prioridad con expulsión sobre el resto. El tiempo de transferencia de un paquete de tipo 1 vale:

- a) 27,31 ms                      b) 30,77 ms                      c) 32,15 ms                      d) 35,01 ms

### Ejercicio 17

Una red utiliza un mecanismo de acceso Aloha ranurado y cursa un caudal de 0,3. La probabilidad que un intento de acceso colisione sólo con otra estación vale:

- a) 0,1                      b) 0,2                      c) 0,3                      d) 0,4



### Ejercicio 18

100 estaciones utilizan el mecanismo de acceso CSMA no persistente no ranurado. Cada estación genera 3 paq/s. El retardo de propagación es  $0,1 \mu s$ . En la red se realizan 1200 escuchas/s (paquetes nuevos y retrasmisiones). El tiempo de transmisión de un paquete vale:

- a) 1 ms      b) 1,5 ms      c) 2 ms      d) 2,5 ms

### Ejercicio 19

Una red con 51 estaciones utiliza un mecanismo de acceso por sondeo. Cuando en una estación se genera un paquete, el número medio de sondeos realizados antes de la transmisión de dicho paquete vale:

- a) 25      b) 25,5      c) 26      d) 26,5

### Ejercicio 20

El tráfico  $\lambda_{AB}$  de la figura 2 se encamina según el criterio de bifurcación óptima. Los paquetes son de 1000 bits. El tiempo medio de tránsito vale:

- a) 1,25 s      b) 2 s      c) 2,5 s      d) 3 s

## FIGURAS

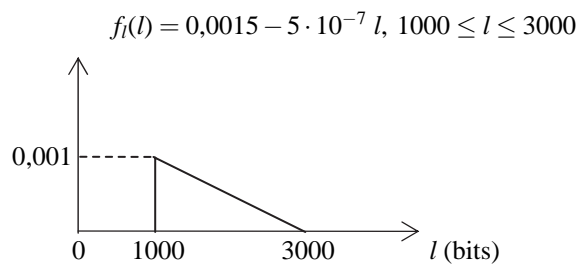


Figura 1

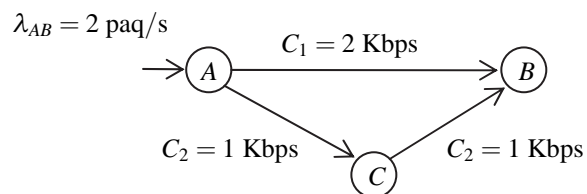


Figura 2

**SOLUCIONES****Ejercicio 1**

$$T_W = \frac{\lambda E(t_S^2)}{2(1-\rho)} = 0,6 \text{ s}$$

$$\lambda_1 + \lambda_2 = 10 \text{ paq/s}$$

$$E(t_S) = \frac{\lambda_1}{\lambda} \cdot E(t_{S1}) + \frac{\lambda_2}{\lambda} \cdot E(t_{S2}) = 4 \cdot 10^{-3} + 0,6 E(t_{S2})$$

$$\rho = \lambda \cdot E(t_S) = 4 \cdot 10^{-2} + 6 \cdot E(t_{S2})$$

Por ser exponencial:  $E(t_{Si}^2) = 2E^2(t_{Si})$ ,  $i = 1, 2$

$$E(t_S^2) = \frac{\lambda_1}{\lambda} \cdot E(t_{S1}^2) + \frac{\lambda_2}{\lambda} \cdot E(t_{S2}^2) = 8 \cdot 10^{-5} + 1,2 E^2(t_{S2})$$

Sustituyendo  $E(t_S^2)$  en la primera ecuación

$$12 \cdot E^2(t_{S2}) + 7,2 \cdot E(t_{S2}) - 1,1512 = 0$$

$$\boxed{E(t_{S2}) = 0,1312 \text{ s}}$$

**Ejercicio 2**

$$M/M/1 \Rightarrow f_{t_S}(t) = \frac{1}{T_S} e^{-t/T_S} \quad t \geq 0$$

$$\int_0^{\Pi_{t_S}(90)} \frac{1}{T_S} e^{-t/T_S} dt = 0,9 \Rightarrow \Pi_{t_S}(90) = -T_S \ln(0,1)$$

El tiempo de transferencia es una variable aleatoria exponencial

$$f_t(t) = \frac{1}{T} e^{-t/T} \quad \text{para } t \geq 0 \Rightarrow \Pi_t(90) = -T \ln(0,1)$$

$$\left. \begin{array}{l} \Pi_t(90) = \frac{T}{T_S} \Pi_{t_S}(90) \\ T = \frac{T_S}{1-\rho} \end{array} \right\} \Rightarrow \Pi_t(90) = \frac{\Pi_{t_S}(90)}{1-\rho}$$

Para calcular  $\rho$

$$\Pi_{t_S}(90) = -T_S \ln(0,1) = 230,26 \cdot 10^{-3}$$



$$T_S = 0,1 \text{ s}$$

$$\rho = \lambda \cdot T_S = 0,8$$

$$\boxed{\Pi_t(90) = 1151,3 \text{ ms}}$$

### Ejercicio 3

$$\int_0^{\Pi_{t_W}(r)} \left( (1 - \rho) \delta(t) + \rho \frac{1}{T} e^{-\frac{t}{T}} \right) dt = \frac{r}{100}$$

$$\Pi_{t_W}(r) = T \cdot \ln \left[ \frac{100\rho}{100 - r} \right]$$

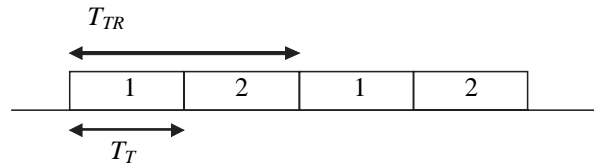
*Nota:* La expresión anterior sólo es válida para  $r > 100(1 - \rho)$ , si no el logaritmo es negativo. Esto se debe a que la probabilidad que  $t_W = 0$  (la probabilidad de no esperar) vale  $1 - \rho$  (probabilidad de encontrar el servidor desocupado).

$$T = \frac{T_S}{1 - \rho} \Rightarrow \rho = \frac{3}{5}$$

Sustituyendo,

$$\boxed{\Pi_{t_W}(80) = 137,33 \text{ ms}}$$

### Ejercicio 4



$$\left. \begin{aligned} T_{W2} &= T_{W0} + N_{W2} \cdot T_{TR} \\ N_{W2} &= \lambda_2 \cdot T_{W2} \end{aligned} \right\} T_{W2} = \frac{T_{W0}}{1 - \lambda_2 T_{TR}}$$

$$T_T = \frac{L}{C} = 0,8 \text{ ms}$$

$$T_{TR} = 2 \cdot T_T = 1,6 \text{ ms}$$

Por ser  $T_{TR}$  determinista  $T_{W0} = \frac{T_{TR}}{2} = 0,8 \text{ ms}$ .

Sustituyendo

$$\boxed{T_{W2} = 4 \text{ ms}}$$



## Ejercicio 5

$$T_{W1} = \frac{T_{W0}}{(1 - \rho_2)(1 - \rho)}$$

$$E(t_S^2) = E^2(t_S)[1 + C_{t_S}^2] \Rightarrow \left. \begin{array}{l} E(t_{S1}^2) = 7,5 \cdot 10^{-3} \text{ s}^2 \\ E(t_{S2}^2) = 6,25 \cdot 10^{-4} \text{ s}^2 \end{array} \right\}$$

$$T_{W0} = \frac{1}{2}[\lambda_1 E(t_{S1}^2) + \lambda_2 E(t_{S2}^2)] = 40,625 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

$$\left. \begin{array}{l} \rho_1 = \lambda_1 E(t_{S1}) = 0,25 \\ \rho_2 = \lambda_2 E(t_{S2}) = 0,5 \end{array} \right\} \Rightarrow \rho = \rho_1 + \rho_2 = 0,7$$

Sustituyendo

$$T_{W1} = 216,6 \text{ ms}$$

## Ejercicio 6

$$T_{W0} = \frac{\lambda E(t_S^2)}{2}$$

$$f_l(l) = m \cdot l + b$$

$$E(l) = \int_{l_1}^{l_2} l(m \cdot l + b)dl = \frac{m}{3}(l_2^3 - l_1^3) + \frac{b}{2}(l_2^2 - l_1^2) = 16,6 \cdot 10^2 \text{ bits}$$

$$E(l^2) = \int_{l_1}^{l_2} l^2(m \cdot l + b)dl = \frac{m}{4}(l_2^4 - l_1^4) + \frac{b}{3}(l_2^3 - l_1^3) = 3 \cdot 10^6 \text{ bits}$$

$$E(t_S) = \frac{E(l)}{C} = 8,3 \cdot 10^{-3} \text{ s} \Rightarrow \lambda = \frac{\rho}{E(t_S)} = 72 \text{ paq/s}$$

$$E(t_S^2) = \frac{E(l^2)}{C^2} = 7,5 \cdot 10^{-5} \text{ s}^2$$

Sustituyendo

$$T_{W0} = 2,7 \text{ ms}$$

## Ejercicio 7

$$\frac{\text{n}^\circ \text{ observaciones}}{\text{paquete}} = \frac{G}{S} \quad a = 0,01$$





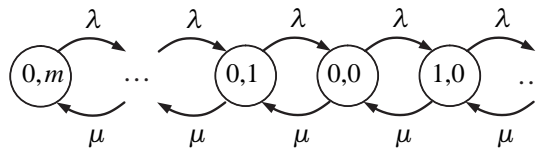
$$S = \frac{Ge^{-aG}}{G(1+2a) + e^{-aG}} \Rightarrow \frac{G}{S} = \frac{G(1+2a)}{e^{-aG}} + 1$$

$$\left. \begin{array}{l} p(0 \text{ intentos en } \tau) = e^{-aG} = 0,992 \\ a = 0,01 \end{array} \right\} \Rightarrow G = 0,8032$$

Sustituyendo

$$\boxed{\frac{G}{S} = 1,825}$$

### Ejercicio 8



$$\left. \begin{array}{l} \text{tasa llegada paquetes: } \lambda = 8 \text{ paq/s} \\ \text{tasa llegada permisos: } \mu = 9 \text{ perm/s} \end{array} \right\} \rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{8}{9}$$

$$\left. \begin{array}{l} p_{0m} = p_{0m} \\ p_{0m-1} = \rho p_{0m} \\ \vdots \\ p_{00} = \rho^m p_{0m} \\ p_{10} = \rho^{m+1} p_{0m} \\ \vdots \end{array} \right\} \Rightarrow 1 = p_{0m} \sum_{i=0}^{\infty} \rho^i = p_{0m} \frac{1}{1-\rho} \Rightarrow p_{0m} = 1-\rho$$

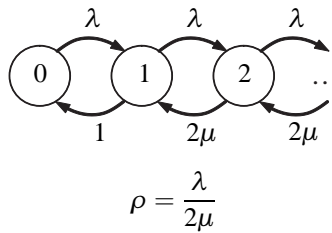
$$N_W = \sum_{i=0}^{\infty} i p_{i0} = (1-\rho) \sum_{i=0}^{\infty} i \rho^{m+i} = (1-\rho) \rho^{m+1} \sum_{i=0}^{\infty} i \rho^{i-1} = (1-\rho) \rho^{m+1} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \sum_{i=0}^{\infty} \rho^i \right)$$

$$N_W = \frac{\rho^{m+1}}{1-\rho}$$

$$\boxed{m = \frac{\log[N_W(1-\rho)]}{\log \rho} - 1 = 4}$$

### Ejercicio 9

$$M/M/2 \quad \lambda < 2\mu \rightarrow \text{estable}$$



$$\left. \begin{array}{l} p_0 = p_0 \\ p_1 = 2\rho p_0 \\ p_2 = 2\rho^2 p_0 \\ \vdots \end{array} \right\} \Rightarrow 1 = p_0 \left[ 1 + 2 \sum_{i=1}^{\infty} \rho^i \right] = p_0 \left[ 1 + \frac{2\rho}{1-\rho} \right] \Rightarrow p_0 = \frac{1-\rho}{1+\rho}$$

$$p \text{ (al menos 1 canal ocupado)} = 1 - p_0 = \frac{2\rho}{1+\rho} = \frac{2\lambda}{2\mu + \lambda}$$

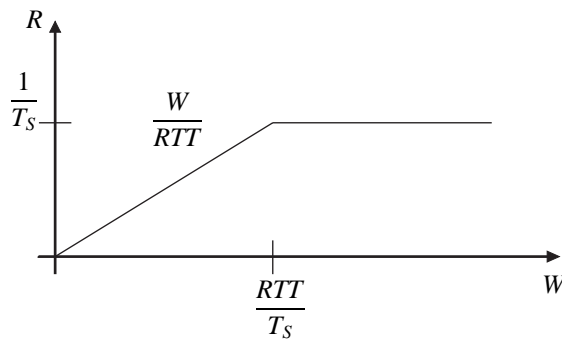
## Ejercicio 10

- Si el tiempo de transmisión de una ventana es inferior al tiempo de ida y vuelta ( $W \cdot T_S < RTT$ ) transmitimos una ventana cada tiempo de ida y vuelta.

$$\text{Tasa de transmisión: } R = \frac{W}{RTT} \text{ paq/s}$$

- Si el tiempo de ida y vuelta es inferior que el tiempo de transmisión de una ventana ( $W \cdot T_S > RTT$ ) transmitimos un paquete cada  $T_S$ .

$$\text{Tasa de transmisión: } R = \frac{1}{T_S} \text{ paq/s}$$

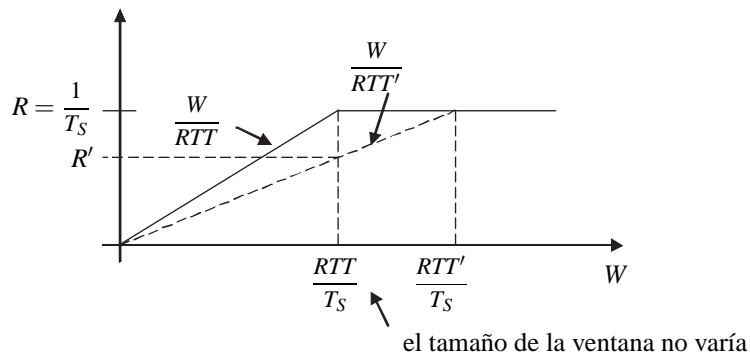


$$\text{Tasa máxima} = \frac{1}{T_S} \text{ paq/s}$$

$$\text{Ventana mínima a } \frac{1}{T_S} \Rightarrow W = \frac{RTT}{T_S} \text{ paq}$$



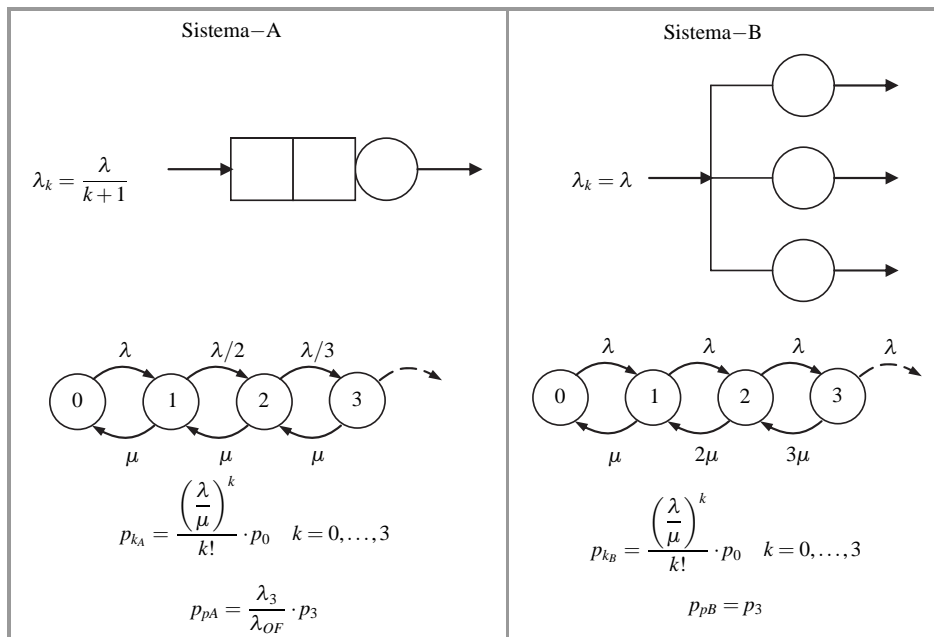
Si  $RTT' = 1,25 \cdot RTT \Rightarrow R$  disminuye (ver gráfica)



$$R' = \frac{W}{RTT'} = \frac{W}{1,25 RTT} = \frac{R}{1,25}$$

$$R' = 0,8R$$

### Ejercicio 11



$$p_{pA} \neq p_{pB}$$

$$p_{kA} = p_{kB} \quad \text{y} \quad p_{pA} \neq p_{pB}$$

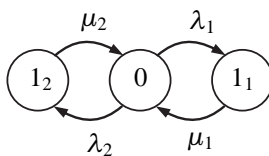


### Ejercicio 12

FDMA es como una cola  $M/G/1$  y en este caso el tiempo de servicio es exponencial:

$$T = \frac{T_s}{1 - \rho} = 1 \text{ s}$$

### Ejercicio 13

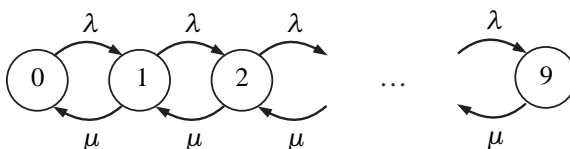


$$\left. \begin{aligned} p_{12} &= \frac{\lambda_2}{\mu_2} p_0 \\ p_{11} &= \frac{\lambda_1}{\mu_1} p_0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow p_0 \left( 1 + \frac{\lambda_1}{\mu_1} + \frac{\lambda_2}{\mu_2} \right) = 1 \Rightarrow p_0 = 0,125$$

$$N = 0 \cdot p_0 + 1 \cdot (p_{11} + p_{12}) = 1 - p_0$$

$$N = 0,875$$

### Ejercicio 14



$$p_0 = p_1 = p_2 = \dots = p_9$$

$$p_k = \frac{1}{10} \quad k = 0, \dots, 9$$

$$\lambda_C = \lambda(1 - p_9) = 18$$

$$N_W = \sum_{k=1}^9 (k-1)p_k = \frac{18}{5}$$

$$T_W = \frac{N_W}{\lambda_C} = 200 \text{ ms}$$



## Ejercicio 15

Según la figura 2

$$T_{AB} = \frac{1}{\lambda_{AB}} \left[ \frac{f_1}{C_1 - f_1} + \frac{2f_2}{C_2 - f_2} \right]$$

Aplicando el criterio de bifurcación óptima se obtiene:

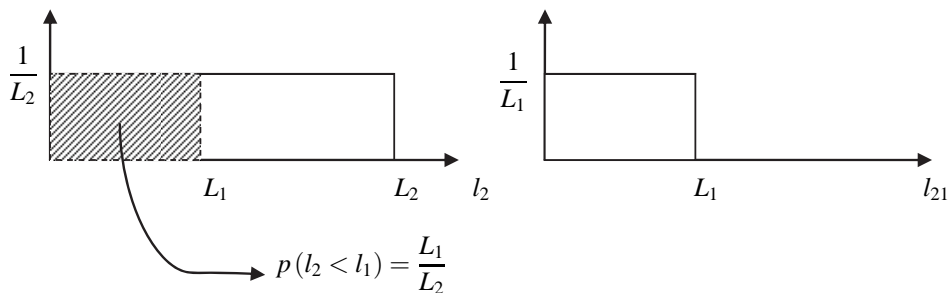
$$\frac{C_1}{(C_1 - f_1)^2} = \frac{2C_2}{(C_2 - f + f_1)^2}$$

$$f_1 = \frac{3}{2}; \quad f_2 = \frac{1}{2}$$

$$H = \frac{1}{\gamma} \sum \lambda_i = \frac{\lambda_1 + 2\lambda_2}{\lambda_{AB}}$$

$$\boxed{H = 1,25}$$

## Ejercicio 16



$$\lambda_{21} = \lambda_2 \cdot p(l_2 < l_1) = \lambda_2 \cdot \frac{L_1}{L_2} = 12 \text{ paq/s}$$

$$E(l_{21}) = \frac{L_1}{2}; \quad E(l_{21}^2) = \frac{L_1^2}{3}$$

$$E(t_S) = \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_{21}} \left[ \lambda_1 \cdot \frac{L_1}{C} + \lambda_{21} \cdot \frac{L_1}{2C} \right] = 17,5 \text{ ms}$$

$$E(t_S^2) = \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_{21}} \left[ \lambda_1 \cdot \left( \frac{L_1}{C} \right)^2 + \lambda_{21} \cdot \frac{L_1^2}{3C^2} \right] = 3,75 \cdot 10^{-6} \text{ s}^2$$

$$\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 = 20 \text{ paq/s}$$

$$\rho = \lambda \cdot E(t_S) = 0,35$$



$$T_W = \frac{\lambda \cdot E(t_S^2)}{2(1-\rho)} = 5,77 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

$$T = T_W + T_{S1} = 30,77 \text{ ms}$$

## Ejercicio 17

$$p \text{ (1 intento en } T_T) = (\Lambda T_T) e^{-\Lambda T_T} = G \cdot e^{-G} = S = 0,3$$

## Ejercicio 18

$$S = \frac{G \cdot e^{-aG}}{G(1+2a) + e^{-aG}}$$

Recordando  $S = \lambda T_T$  y  $G = \Lambda T_T$

$$\lambda = \frac{\Lambda e^{-\Lambda \tau}}{\Lambda T_T + 2\Lambda \tau + e^{-\Lambda \tau}}$$

$$T_T = \left( \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\Lambda} \right) e^{-\Lambda \tau} - 2\tau = 2,5 \text{ ms}$$

## Ejercicio 19

Considere la variable aleatoria:

$y \equiv$  número de sondeos antes de la transmisión de un paquete

Todos los casos de los posibles valores de  $y$  ( $= 0, 1, 2, \dots, M-1$ ) son igualmente probables, por lo tanto cada uno tiene probabilidad  $= 1/M$

$$E(y) = \sum_{i=0}^{M-1} i \cdot \frac{1}{M} = \frac{M-1}{2} = 25$$

## Ejercicio 20

Según la figura 2

$$T_{AB} = \frac{1}{\lambda_{AB}} \left[ \frac{f_1}{C_1 - f_1} + \frac{2f_2}{C_2 - f_2} \right]$$

Aplicando el criterio de bifurcación óptima se obtiene:

$$\frac{C_1}{(C_1 - f_1)^2} = \frac{2C_2}{(C_2 - f + f_1)^2}$$

$$f_1 = \frac{3}{2}; \quad f_2 = \frac{1}{2}$$

$$T_{AB} = \frac{5}{2} \text{ s}$$



→ 3





Junio 2009

### Ejercicio 1

A un concentrador con un único canal llegan paquetes de longitud constante. La utilización del canal es del 80% y el tiempo de transferencia vale 12 ms. El tiempo de transmisión de un paquete vale:

- a) 4 ms              b) 5 ms              c) 6 ms              d) 7 ms

### Ejercicio 2

A un concentrador con un único canal llegan paquetes cuya longitud está distribuida uniformemente. Los tiempos de transmisión máximo y mínimo valen 24 ms. y 6 ms. respectivamente. El tiempo de transferencia de un paquete es 36,6 ms. La tasa de llegada de paquetes vale:

- a) 40 paq/s              b) 44 paq/s              c) 48 paq/s              d) 52 paq/s

### Ejercicio 3

A un concentrador con un único canal y un *buffer* para almacenar un paquete llegan dos tipos de paquetes. Las tasas de llegada valen  $\lambda_1 = 4$  paq/s y  $\lambda_2 = 5$  paq/s; los tiempos de transmisión  $T_{T1} = 0,5$  s y  $T_{T2} = 1$  s (ambos exponenciales). Los paquetes de tipo 2 no esperan (nunca pueden ocupar el *buffer*). Los paquetes de tipo 1 sólo esperan si encuentran el servidor ocupado con un paquete de tipo 1. La probabilidad de pérdida de los paquetes de tipo 1 vale:

- a) 0,65              b) 0,70              c) 0,75              d) 0,80



#### Ejercicio 4

Una red utiliza el mecanismo de acceso CSMA no persistente, no ranurado. Se considera que el retardo de propagación es nulo. El canal está ocupado el 60% del tiempo. El número medio de intentos de transmisión por paquete (escuchas por paquete) vale:

- a) 1,3                      b) 1,7                      c) 2,1                      d) 2,5

#### Ejercicio 5

Una red utiliza el mecanismo de acceso CSMA no persistente, no ranurado. El retardo de propagación es  $1 \mu\text{s}$ . El número medio de intentos de acceso al canal vale 500 escuchas/s. El tiempo de transmisión de un paquete es  $250 \mu\text{s}$ . (constante). La tasa de paquetes cursados vale:

- a) 345 paq/s                      b) 444 paq/s                      c) 555 paq/s                      d) 654 paq/s

#### Ejercicio 6

Una red de 49 estaciones utiliza un mecanismo de acceso Aloha puro. Cada estación genera 8 paq/s. El tiempo de transmisión de un paquete es  $435 \mu\text{s}$ . El número medio de intentos de acceso al canal por segundo vale:

- a) 758,08 intentos/s                      b) 112,63 intentos/s  
c) 1321,16 intentos/s                      d) 1656,67 intentos/s

#### Ejercicio 7

En la red de la figura 1 están indicados los costes de cada canal.  $\gamma_{ij}$  indica el tráfico entrante al nodo  $i$  con destino el nodo  $j$ . El encaminamiento se hace minimizando el coste. El número medio de saltos que realiza un paquete vale:

- a) 2,6                      b) 2,8                      c) 3,0                      d) 3,2

#### Ejercicio 8

En la red de la figura 1 están indicados los costes de cada canal.  $\gamma_{ij}$  indica el tráfico entrante al nodo  $i$  con destino el nodo  $j$ . El encaminamiento se hace minimizando el coste. Todos los canales tienen una capacidad de 6 Kbps y la longitud de los paquetes es de 1000 bits. El tiempo de tránsito de un paquete vale:

- a) 300 ms                      b) 500 ms                      c) 700 ms                      d) 900 ms



### Ejercicio 9

En la figura 2 se utiliza el criterio de bifurcación minimizando el tiempo de tránsito de  $A$  hasta  $B$ . El valor de  $C_1$  para que se utilicen siempre ambos caminos independientemente de  $\lambda_{AB}$  vale:

- a) 2 Kbps      b) 3 Kbps      c) 4 Kbps      d) 5 Kbps

### Ejercicio 10

En un nodo de acceso a la red se ha implementado un algoritmo tal que cuando una estación solicita transmisión:

- Si en el nodo hay menos de 3 paquetes, la solicitud del paquete siempre es aceptada.
- Si en el nodo hay 3 o más paquetes, la solicitud es aceptada con una probabilidad  $R$ .

El nodo tiene un *buffer* para 3 paquetes y un canal de 2 Mbps. Los paquetes llegan a tasa 250 paq/s y con longitud 500 octetos. Para  $R = 0,4$  ¿cuál es la probabilidad de que el nodo esté vacío?

- a) 0,533      b) 0,526      c) 0,516      d) 0,456

### Ejercicio 11

En un nodo de acceso a la red se ha implementado un algoritmo tal que cuando un paquete solicita transmisión:

- Si en el nodo hay menos de 3 paquetes, la solicitud del paquete siempre es aceptada.
- Si en el nodo hay 3 o más paquetes, la solicitud es aceptada con una probabilidad  $R$ .

El nodo tiene un *buffer* para 3 paquetes y un canal de 2 Mbps. Los paquetes llegan a tasa 250 paq/s y con longitud 500 octetos. ¿Cuál debe ser el mínimo valor de  $R$  tal que la probabilidad de pérdida de un paquete sea inferior al 5%?

- a) 0,19      b) 0,48      c) 0,82      d) 0,98

### Ejercicio 12

A un concentrador cuyo enlace de salida tiene capacidad  $C$  llegan paquetes de dos tipos:

- Tipo 1: Longitud constante igual a  $L_1$ . Tasa de llegada  $\lambda_1$  paq/s.
- Tipo 2: Longitud distribuida exponencialmente con valor medio  $L_2$ . Tasa de llegada  $\lambda_2$  paq/s.

Los paquetes tipo 1 tienen prioridad con expulsión sobre los de tipo 2. El tiempo de transferencia de los paquetes tipo 1 debe ser inferior a  $2L_1/C$ . Para que se cumpla dicha condición la máxima tasa de llegada de los paquetes tipo 2 vale:

- a)  $2\lambda_1$       b)  $10C\lambda_1$       c)  $L_2\lambda_1/C$       d) No depende de  $\lambda_2$



### Ejercicio 13

A un concentrador cuyo enlace de salida tiene capacidad de 80 Mbps. llegan paquetes de dos tipos:

- Tipo 1: Longitud constante igual a 10 octetos. Tasa de llegada  $5 \cdot 10^5$  paq/s.
- Tipo 2: Longitud igual a 25 octetos (exponencial). Tasa de llegada  $10^5$  paq/s.

La calidad de servicio de los paquetes de tipo 1 impone que el tiempo de transferencia de dichos paquetes sea inferior a  $2 \cdot 10^{-6}$  s, para ello se da prioridad a los paquetes tipo 1 sobre los de tipo 2. Respecto a los casos en que se podría cumplir esta calidad de servicio ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- a) SÍ la cumple si tiene prioridad con expulsión y NO la cumple si tiene prioridad sin expulsión.
- b) NO la cumple si tiene prioridad con expulsión y SÍ la cumple si tiene prioridad sin expulsión.
- c) NO la cumple aunque tenga prioridad con o sin expulsión.
- d) SÍ se cumple en ambos casos con prioridad, con y sin expulsión.

### Ejercicio 14

A un concentrador con un canal de 1 Mbps y sin *buffer*, llegan paquetes de 5000 octetos a tasa 10 paq/s. La tasa cursada vale:

- a) 2,86 paq/s      b) 6,67 paq/s      c) 7,14 paq/s      d) 16,67 paq/s

### Ejercicio 15

A un multiplexor con 3 canales de salida acceden sólo 3 estaciones. Cuando una estación genera un paquete queda inactiva hasta finalizar la transmisión del paquete. Cada estación activa genera el siguiente paquete en un tiempo distribuido exponencialmente con valor medio 0,25 s. Los paquetes son de longitud 125 Kbits. La capacidad de cada canal es 1 Mbps. La tasa de paquetes cursados por este multiplexor es:

- a) 4 paq/s      b) 8 paq/s      c)  $32/3$  paq/s      d) 32 paq/s

### Ejercicio 16

Un conjunto de 10 estaciones acceden a un concentrador sin *buffer* y 10 canales de salida. Cuando una estación genera un paquete pasa a un estado de inactividad hasta que éste es transmitido, y cuando está activa genera 5 paquetes/s. El tiempo de transmisión de un paquete es 0,2 ms. La tasa de paquetes perdidos es:

- a) 0,5 paq/s      b) 5 paq/s      c) 10 paq/s      d) Ninguna de las anteriores.



### Ejercicio 17

En los nodos de una red se ha implementado un control de congestión basado en paquetes reguladores y descarte de paquetes. En la tabla 1 se ha registrado el estado de uso ( $f$ ) de una de las líneas supervisadas en la red. En el instante  $t = 0$  la estimación del factor de utilización ( $\rho$ ) era igual a 0. El algoritmo de estimación proporciona la misma ponderación de importancia al estado actual de la línea como al  $\rho$  estimado con anterioridad. Los umbrales de acción están fijados en  $\rho = 0,6$  para activar la acción paquete regulador y  $\rho = 0,7$  para activar descarte de paquetes. ¿En qué instante de tiempo se accionará la primera alerta de cada una de las dos acciones?

- a)  $t = 3$  regulador;  $t = 4$  descarte.                      b)  $t = 5$  regulador;  $t = 7$  descarte.  
c)  $t = 6$  regulador;  $t = 6$  descarte.                      d) Nunca en el intervalo de este registro.

### Ejercicio 18

En un nodo de acceso se ha implementado un mecanismo Leaky Bucket, dando acceso a un paquete cada 80 ms. Los usuarios generan 5 paq/s de longitud constante igual a 50 Kbits. La capacidad del canal es de 1 Mbps. Cuando hay paquetes que transmitir, el porcentaje de tiempo útil del canal vale:

- a) 4%                      b) 15,6%                      c) 25%                      d) 62,5%

### Ejercicio 19

En un nodo de acceso a la red está implementado un mecanismo Token Bucket de manera que cada *token* permite la transmisión de 8 bits. La tasa de llegada de *tokens* es 100 tokens/s, y un *buffer* de 100 tokens. El tamaño máximo de paquete que puede enviar el usuario es:

- a) 8 bits                      b) 100 bits                      c) 800 bits                      d) 80000 bits

### Ejercicio 20

La tasa de llegadas a un concentrador modelado como un sistema M/M/1/10 es 120 paq/s. La tasa de servicio es de 150 paq/s. El percentil 90 del número de paquetes en el concentrador es:

- a) 3 paq                      b) 5 paq                      c) 7 paq                      d) 9 paq



## FIGURAS

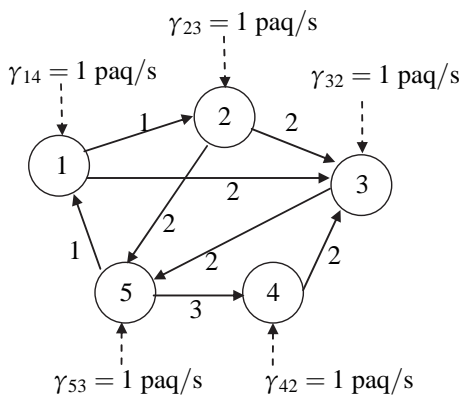


Figura 1

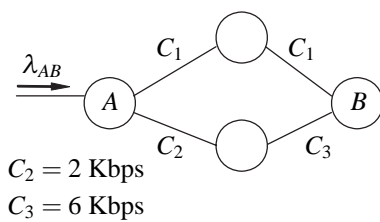


Figura 2

Tiempo $t$	Estado $f$
1	1
2	0
3	1
4	1
5	0
6	1
7	1
8	1
9	0
10	1

Tabla 1



## SOLUCIONES

### Ejercicio 1

$$E(t_S^2) = T_S^2$$

$$T = \frac{\lambda \cdot E(t_S^2)}{2(1-\rho)} + E(t_S) = \frac{T_S(2-\rho)}{2(1-\rho)}$$

$$T_S = \frac{2(1-\rho)}{(2-\rho)} T = 4 \text{ ms}$$

### Ejercicio 2

$$T = \frac{\lambda \cdot E(t_S^2)}{2(1-\rho)} + E(t_S)$$

$$E(t_S) = \frac{t_{S\text{máx}} + t_{S\text{mín}}}{2} = 15 \text{ ms}$$

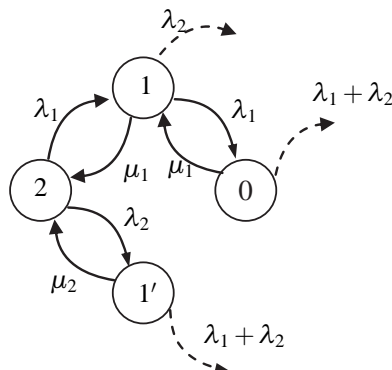
$$E(t_S^2) = \frac{t_{S\text{máx}}^3 + t_{S\text{mín}}^3}{3(t_{S\text{máx}} - t_{S\text{mín}})} = 252 \cdot 10^{-6} \text{ ms}$$

$$36,6 \cdot 10^{-3} = \frac{\lambda \cdot 252 \cdot 10^{-6}}{2(1 - \lambda \cdot 15 \cdot 10^{-3})} + 15 \cdot 10^{-3}$$

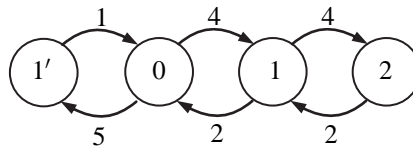
$$\lambda = 48 \text{ paq/s}$$

### Ejercicio 3

Diagrama de estados



- 1: servidor ocupado tipo1
- 1': servidor ocupado tipo2
- 2: ambos paquetes de tipo1



$$p_0 = \frac{1}{5}p'_1$$

$$p_1 = \frac{2}{5}p'_1$$

$$p_2 = \frac{4}{5}p'_1$$

$$p_0 + p'_1 + p_1 + p_2 = 1 \Rightarrow p'_1 = \frac{5}{12}$$

$$p_p = p'_1 + p_2 = \frac{5}{12} + \frac{4}{12} = 0,75$$

#### Ejercicio 4

$$S = 0,6$$

$$\text{Nº medio escuchas por paquete} = \frac{G}{S}$$

Para  $a = 0$

$$S = \frac{G}{1 + G}$$

En este caso:

$$\frac{G}{S} = \frac{1}{1 - S} = 2,5$$

#### Ejercicio 5

$$S = \frac{G \cdot e^{-aG}}{G(1 + 2a) + e^{-a \cdot G}}$$

$$G = \Lambda \cdot T_T = 0,125$$

$$aG = \tau \cdot \Lambda = 5 \cdot 10^{-4}$$

Sustituyendo:  $S = 0,111$

$$\lambda = \frac{S}{T_T} = 444 \text{ paq/s}$$





## Ejercicio 6

$$S = M \cdot \lambda_i T_T = 0,17$$

$$S = G \cdot e^{-2G}$$

Ecuación intrascendente. Probamos las soluciones:

$$\Lambda = 758,08 \text{ paq/s}$$

$$G = \Lambda T_T = 0,329$$

$$S = 0,1705$$

Es correcto:

$$\Lambda = 758,08 \text{ paq/s}$$

## Ejercicio 7

RUTAS MÁS CORTAS:

$$\gamma_{14} : 1 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow 4$$

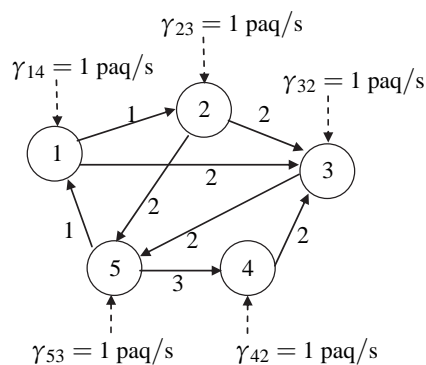
$$\gamma_{23} : 2 \rightarrow 3$$

$$\gamma_{32} : 3 \rightarrow 5 \rightarrow 1 \rightarrow 2$$

$$\gamma_{42} : 4 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 1 \rightarrow 2$$

$$\gamma_{53} : 5 \rightarrow 1 \rightarrow 3$$

Tomando el criterio de la figura para los tráficos entre nodos:



$$\lambda_1 = \gamma_{14} + \gamma_{32} + \gamma_{42} = 3$$

$$\lambda_2 = \gamma_{23} = 1$$

$$\lambda_3 = \gamma_{53} = 1$$

$$\lambda_4 = \gamma_{14} = 1$$

$$\lambda_5 = \gamma_{32} + \gamma_{42} + \gamma_{53} = 3$$



$$\lambda_6 = \gamma_{32} + \gamma_{42} = 2$$

$$\lambda_7 = \gamma_{42} = 1$$

$$\lambda_8 = \gamma_{14} = 1$$

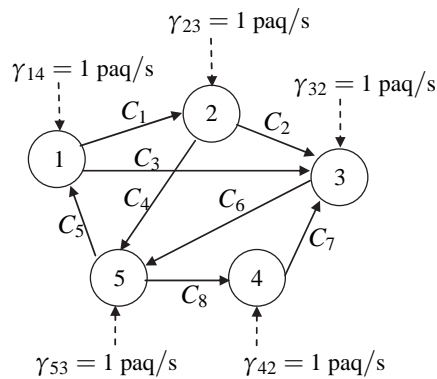
$$\gamma = \sum \gamma_{ij} = 5 ; \sum \lambda_i = 13$$

$$\boxed{H = 2,6}$$

### Ejercicio 8

$$T = \frac{1}{\gamma} \sum \lambda_i \cdot T_i$$

Tomando el siguiente criterio para las capacidades de los enlaces:



De los resultados obtenidos en el problema anterior y  $T_i = \frac{L}{C_i - \lambda_i \cdot L}$  se tiene:

$$T_1 = \frac{1}{3} \text{ s}$$

$$T_2 = T_3 = T_4 = T_7 = T_8 = \frac{1}{5} \text{ s}$$

$$T_6 = \frac{1}{4} \text{ s}$$

$$\boxed{T = 0,7 \text{ s}}$$

### Ejercicio 9

$$T_{AB} = \frac{1}{\lambda} \left[ \frac{2f_1}{C_1 - f_1} + \frac{f_2}{C_2 - f_2} + \frac{f_2}{C_3 - f_3} \right]$$



Para que el flujo se reparta por igual en ambos caminos se debe cumplir que  $f_u = 0$ .

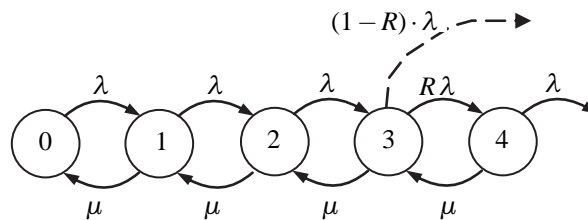
$$\frac{\partial F}{\partial f_1} = \frac{\partial F}{\partial f_2}$$

$$f_1 = f_2 = 0$$

$$\frac{2}{C_1} = \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

$$C_1 = \frac{2C_2C_3}{C_2 + C_3} = 3 \text{ Kbps}$$

### Ejercicio 10



$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = 0,5$$

$$p_0 = p_0$$

$$p_1 = \rho \cdot p_0$$

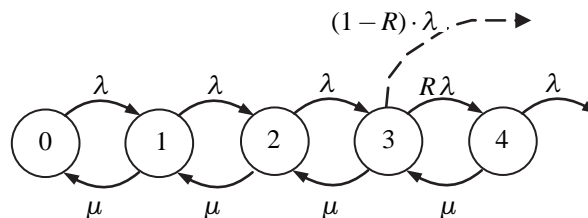
$$p_2 = \rho^2 \cdot p_0$$

$$p_3 = \rho^3 \cdot p_0$$

$$p_4 = R\rho^4 \cdot p_0$$

$$\sum_{i=0}^4 p_i = 1 \Rightarrow \boxed{p_0 = 0,5263}$$

### Ejercicio 11



$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = 0,5$$



$$p_p = \frac{\lambda_p}{\lambda_{OF}} = (1-R)p_3 + p_4$$

$$\lambda_{OF} = \lambda$$

$$p_0 = p_0$$

$$p_1 = \frac{1}{2}p_0$$

$$p_2 = \frac{1}{4}p_0$$

$$p_3 = \frac{1}{8}p_0$$

$$p_4 = \frac{R}{16}p_0$$

$$\sum_{i=0}^4 p_i = 1 \Rightarrow p_0 = \frac{16}{30+R}$$

$$p_p = (1-R) \cdot \frac{1}{8} \frac{16}{30+R} + \frac{R}{16} \cdot \frac{16}{30+R} < 0,05$$

$$\boxed{R > 0,47619}$$

### Ejercicio 12

Condición a cumplir:  $T_1 < \frac{2L_1}{C} = 2T_{S1}$

$$T_1 = \frac{\lambda_1 E(t_{S1}^2)}{2(1-\rho_1)} + T_{S1} < 2T_{S1}$$

$$\frac{\lambda_1 \cdot E(t_{S1}^2)}{2(1-\rho_1)} < T_{S1}$$

Estas expresiones reflejan el hecho de que para los paquetes tipo 1 es como si no existieran los tipo 2 debido a tener prioridad *con* expulsión.

$$\boxed{\text{No depende de } \lambda_2}$$

### Ejercicio 13

Con expulsión:  $T_1 = \frac{\lambda_1 E(t_{S1}^2)}{2(1-\rho_1)} + E(t_{S1})$

$$E(t_{S1}) = 10^{-6} \text{ s}$$

$$E(t_{S1}^2) = E^2(t_{S1}) = 10^{-12} \text{ s}^2$$

$$T_1 = 1,5 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$



Sin expulsión:

$$T_1 = \frac{T_{w0}}{(1 - \rho_1)} + E(t_{s1})$$

$$E(t_{s2}) = 2,5 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

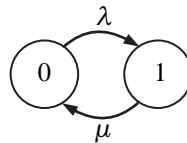
$$E(t_{s2}^2) = 2E^2(t_{s2}) = 1,25 \cdot 10^{-11} \text{ s}^2$$

$$T_{w0} = \frac{1}{2}(\lambda_1 E(t_{s1}^2) + \lambda_2 E(t_{s2}^2)) = 8,75 \cdot 10^{-7}$$

$$T_1 = 2,75 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

Cumple: sí con expulsión, no sin expulsión

#### Ejercicio 14



$$\mu = \frac{C}{L} = 25$$

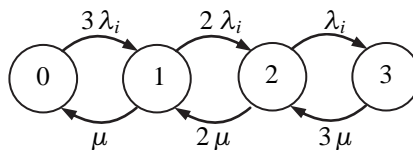
$$p_0 = p_0$$

$$p_1 = \frac{2}{5}p_0$$

$$p_0 = \frac{5}{7}$$

$$\lambda_C = \lambda \cdot p_0 = 7,14 \text{ paq/s}$$

#### Ejercicio 15



$$\rho \equiv \frac{\lambda L}{C} = 0,5$$

$$p_0 = p_0$$

$$p_1 = 3\rho p_0$$

$$p_2 = 3\rho^2 p_0$$

$$p_3 = \rho^3 p_0$$

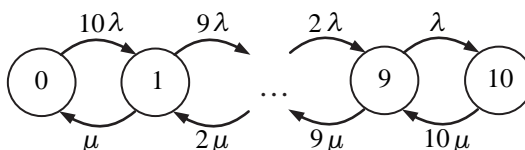


$$\sum_{i=0}^3 p_i = 1 \Rightarrow p_0 = \frac{1}{(1+\rho)^3}$$

$$\lambda_C = 3\lambda_i p_0 + 2\lambda_i p_1 + \lambda_i p_2$$

$$\lambda_C = 8 \text{ paq/s}$$

## Ejercicio 16



No hay pérdidas, hay tantos canales como estaciones.

## Ejercicio 17

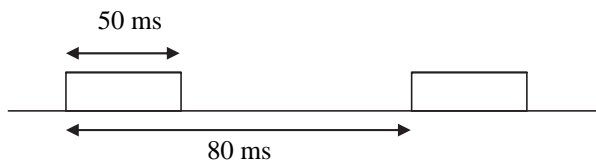
Según el algoritmo de estimación y la tabla 1:

$$\rho_i = \frac{1}{2}\rho_{i-1} + \frac{1}{2}f$$

$t$	$\rho_{i-1}$	$f$	$\rho_i$	
1	0	1	$\frac{1}{2} = 0,5$	
2	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{4} = 0,25$	
3	$\frac{1}{4}$	1	$\frac{1}{8} + \frac{1}{2} = \frac{5}{8} = 0,625$	← REGULADOR
4	$\frac{5}{8}$	1	$\frac{5}{16} + \frac{1}{2} = \frac{13}{16} = 0,8125$	← DESCARTE
⋮	⋮	⋮	⋮	

$t = 3$  regulador,  $t = 4$  descarte.

## Ejercicio 18





$$T_T = \frac{L}{C} = 50 \text{ ms}$$

$$\text{utilización} = \frac{50}{80} = 0,625$$

Es equivalente a pensar que se genera un paquete cada 80 ms

$$\lambda = \frac{1}{80} \Rightarrow \rho = \lambda T_T = 0,625$$

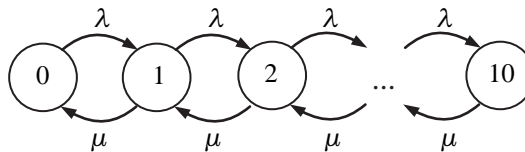
### Ejercicio 19

$$\lambda_{\text{TOKEN}} = 100 \text{ tokens/s}$$

Buffer:  $m = 100 \text{ tokens}$ , cada *token* permite transmitir  $B = 8 \text{ bits}$

$$\text{TAMAÑO MÁXIMO PAQUETE USUARIO} = m \cdot B = 800 \text{ bits}$$

### Ejercicio 20



$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = 0,8$$

$$p_k = \frac{1 - \rho}{1 - \rho^{N+1}} \cdot \rho^k$$

$$\sum_{k=0}^{\Pi_k(90)} p_k = \frac{1 - \rho}{1 - \rho^{N+1}} \cdot \sum_{k=0}^{\Pi_k(90)} \rho^k \geq 0,9$$

$$\frac{1 - \rho}{1 - \rho^{11}} \cdot \frac{1 - \rho^{\Pi_k(90)+1}}{(1 - \rho)} \geq 0,9$$

$$\Pi_k(90) \geq \frac{\ln(0,1 + 0,9(0,8)^{11})}{\ln(0,8)} - 1$$

$$\Pi_k(90) \geq 6,75$$

$$\Pi_k(90) = 7$$







Enero 2009

### Ejercicio 1

A un concentrador con espacio de almacenamiento para un paquete y un único canal llegan paquetes de dos tipos, con tasas  $\lambda_1 = 5$  y  $\lambda_2 = 3$  paq/s. Los paquetes tipo 1 pueden ocupar si la necesitan la posición de almacenamiento, pero los paquetes tipo 2 no pueden hacerlo y se pierden en caso de que el canal esté ocupado. La longitud de ambos tipos de paquetes está distribuida exponencialmente con media 259 bits. Se desea que la probabilidad de pérdida de paquetes tipo 1 sea igual a 0,2. La capacidad del canal ha de ser:

- a) 2400 bps      b) 4800 bps      c) 9600 bps      d) 19200 bps

### Ejercicio 2

La figura 1 representa la función de densidad de probabilidad del tiempo de transferencia de los paquetes en un concentrador. El percentil 85 de dicho tiempo es:

- a) 2 s      b) 2,45 s      c) 2,75 s      d) 3 s

### Ejercicio 3

En la red de la figura 2 se emplea un mecanismo de bifurcación óptima para el tráfico que va de A a B. El flujo umbral a partir del cual el nodo A utiliza sus dos caminos disponibles es:

- a) 143,5 Kbps      b) 292,9 Kbps      c) 451,1 Kbps      d) 612,4 Kbps



#### Ejercicio 4

Un concentrador sin buffer de almacenamiento dispone de tres canales de transmisión de igual capacidad. Los paquetes llegan de una población finita de 4 estaciones, de forma que cuando una ha generado un paquete para su transmisión no genera otro hasta que se ha transmitido el anterior. La tasa de generación de cada estación es de 10 paq/s. La longitud media de los paquetes es de 125 octetos. La tasa de paquetes perdidos es de 40/15 paq/s y la probabilidad de que no se esté transmitiendo por ninguno de los canales es 1/15. La capacidad de cada canal es:

- a) 4 Kbps                      b) 6 Kbps                      c) 8 Kbps                      d) 10 Kbps

#### Ejercicio 5

Un conjunto de estaciones utiliza el protocolo Aloha puro para comunicarse con la estación base. El tiempo de servicio de cada paquete es  $T_S = 42$  ms, siendo  $T_T = 10$  ms,  $T_{OUT} = 10$  ms,  $T_{ACK} = 5$  ms. El tiempo aleatorio antes de intentar un nuevo acceso está distribuido uniformemente entre 2 y 30 ms. La tasa de paquetes nuevos generados por todas las estaciones es:

- a) 16 paq/s                      b) 20 paq/s                      c) 24 paq/s                      d) 28 paq/s

#### Ejercicio 6

En un acceso CSMA no persistente no ranurado el caudal es 0,375. El tiempo de propagación puede considerarse nulo. El número medio de veces que una estación escucha y detecta el canal ocupado por paquete transmitido correctamente es:

- a) 0,25                      b) 0,60                      c) 1,14                      d) 1,57

#### Ejercicio 7

En la red de la figura 3 los paquetes se encaminan con un criterio de menor número de saltos. La capacidad de todos los canales es la misma e igual a 100 Kbps. La longitud media de los paquetes es 10000 bits. El número medio de saltos que realizan los paquetes es:

- a) 17/15                      b) 19/15                      c) 22/15                      d) 23/15

#### Ejercicio 8

En la red de la figura 3 los paquetes se encaminan con un criterio de menor número de saltos. La capacidad de todos los canales es la misma e igual a 100 Kbps. La longitud media de los paquetes es 10000 bits. El tiempo medio de tránsito de los paquetes es:

- a) 249 ms                      b) 328 ms                      c) 424 ms                      d) 481 ms



### Ejercicio 9

A un multiplexor con dos canales de salida de  $C_1 = C$  y  $C_2 = 2C$  bps llegan  $\lambda$  paq/s. Cada canal tiene un buffer infinito. La longitud de los paquetes es  $L$  bits (exponencial). Por el canal  $C_2$  se envía una fracción  $\alpha$  del tráfico entrante, y el resto por el canal  $C_1$ . Cuando  $C_2 = \lambda L$ , el valor de  $\alpha$  que minimiza el tiempo de transferencia de un paquete es:

- a)  $1/3$       b)  $1/2$       c)  $\sqrt{2}/2$       d)  $\sqrt{3}/2$

### Ejercicio 10

Un conjunto de estaciones comparten un canal de transmisión mediante el mecanismo Aloha ranurado. La longitud de los paquetes es de 1000 octetos (constante) y la capacidad del canal compartido es 320 Kbps. La probabilidad de transmisión con éxito es 0,8. La tasa de paquetes nuevos generados por el conjunto de todas las estaciones es:

- a) 7,14 paq/s      b) 9,25 paq/s      c) 11,39 paq/s      d) 14,32 paq/s

### Ejercicio 11

A un multiplexor llegan 2 tipos de paquetes cuyas tasas de llegada y tiempos de transmisión valen respectivamente:

- Tipo A: 5 paq/s y 60 ms
- Tipo B: 4 paq/s y 125 ms

Los paquetes son de longitud fija en ambos casos. Teniendo en cuenta que los paquetes de tipo A tienen prioridad con expulsión sobre los de tipo B, el tiempo medio de espera de los paquetes de tipo B es:

- a) 303 ms      b) 325 ms      c) 341 ms      d) 366 ms

### Ejercicio 12

A un multiplexor que dispone de un único canal de 64 Kbps llegan 3 tipos de paquetes cuyas tasas de llegada, longitudes medias y distribución son respectivamente:

- Tipo 1:  $\lambda_1 = 3$  paq/s,  $L_1 = 1000$  octetos (exponencial)
- Tipo 2:  $\lambda_2 = 1$  paq/s,  $L_2 = 1500$  octetos (exponencial)
- Tipo 3:  $\lambda_3 = 2$  paq/s,  $L_3 = 500$  octetos (constante)

El concentrador asigna dos prioridades sin expulsión, perteneciendo los paquetes tipo 3 a la prioridad alta y el resto a la prioridad baja. El tiempo de transferencia de los paquetes tipo 1 es:

- a) 323 ms      b) 439 ms      c) 527 ms      d) 592 ms



### Ejercicio 13

Un nodo de acceso a una red de transporte emplea un mecanismo de control de congestión por permisos (*token bucket*). La tasa de llegada de paquetes (exponencial) es de 100 paquetes por segundo, y la tasa de generación de permisos (exponencial) es de 400 permisos por segundo. Si se desea que la probabilidad de que un paquete nuevo tenga que esperar en el acceso antes de tener un permiso disponible no exceda de 0,0001, el tamaño mínimo del buffer de permisos ha de ser de:

- a) 7 permisos                      b) 10 permisos                      c) 14 permisos                      d) 18 permisos

### Ejercicio 14

Un concentrador tiene 2 canales iguales y un buffer para un paquete. Cada canal transmite con una tasa de 1 paq/s. La tasa de llegada depende del número de paquetes en el concentrador ( $k$ ) según la expresión  $\lambda_k = 8/2^k$ . El tiempo de transferencia de los paquetes es:

- a) 1 s                      b) 46/41 s                      c) 11/9 s                      d) 4/3 s

### Ejercicio 15

Un concentrador sin buffer tiene 3 canales. Dos canales son iguales siendo el tiempo de transmisión de un paquete de 1 s. El otro es más rápido, siendo el tiempo de transmisión de un paquete de 0,5 s. La longitud de los paquetes es exponencial y su tasa de llegada 1 paq/s. Los paquetes, si pueden, siempre utilizan el canal rápido. Se sabe que la probabilidad de pérdida de paquetes es 1/35. La probabilidad de que se estén utilizando los dos canales lentos es:

- a) 1/21                      b) 2/21                      c) 1/7                      d) 4/21

### Ejercicio 16

En la figura 4 el concentrador 1 tiene un buffer infinito y el concentrador 2 tiene un buffer para 6 paquetes. Los paquetes tienen una longitud media de 1000 bits (exponencial). El tiempo de espera en el concentrador 2 es:

- a) 2 s                      b) 3 s                      c) 4 s                      d) 5 s

### Ejercicio 17

A un concentrador con buffer infinito llegan dos tipos de paquetes. Los de tipo 1 llegan con una tasa de 120 paq/s y son de 125 octetos (exponencial). Los de tipo 2 llegan con una tasa de 80 paq/s y son de 375 octetos (longitud fija). Ambos se transmiten por un canal de 1 Mbps. El número medio de paquetes de tipo 2 en el concentrador es:

- a) 0,2 paq                      b) 0,3 paq                      c) 0,4 paq                      d) 0,5 paq



### Ejercicio 18

100 estaciones utilizan el mecanismo de acceso CSMA/CD no persistente no ranurado. Cada estación genera 5 paq/s de 200 octetos (constante). La capacidad del canal es de 1 Mbps y el tiempo de propagación se considera nulo. El número medio de escuchas del canal por paquete transmitido es:

- a) 2 escuchas      b) 3 escuchas      c) 4 escuchas      d) 5 escuchas

### Ejercicio 19

Una red de acceso utiliza el mecanismo FDMA. Cada estación genera 8 paq/s de 800 bits (longitud fija). La capacidad del canal es de 100 Kbps. El tiempo de espera de un paquete tiene que ser menor que 17 ms. El número máximo de estaciones es:

- a) 3 estaciones      b) 6 estaciones      c) 9 estaciones      d) 12 estaciones

### Ejercicio 20

Una red formada por 700 estaciones utiliza el mecanismo de acceso por sondeo sobre un canal de 10 Mbps. Cada estación genera 4 paq/s de 2500 bits en media. El tiempo de paseo (*walk time*) es de 1,5 ms. El número medio de paquetes que transmite una estación cada vez que es sondeada es:

- a) 14 paq      b) 16 paq      c) 18 paq      d) 20 paq

## FIGURAS

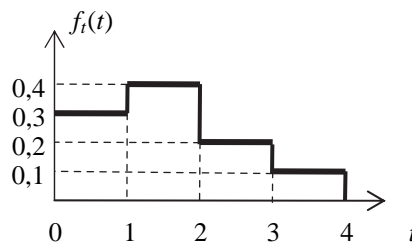


Figura 1

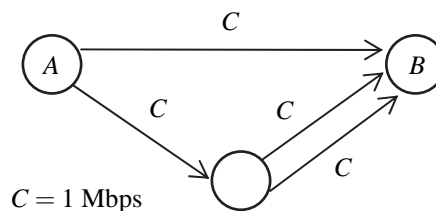


Figura 2

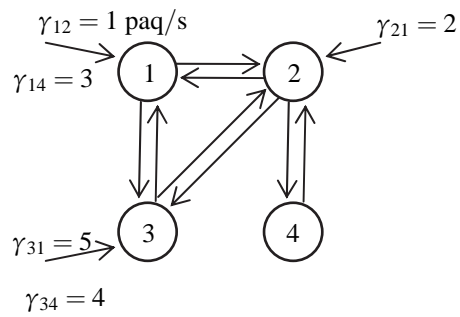


Figura 3

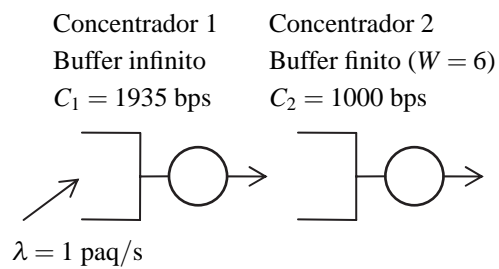
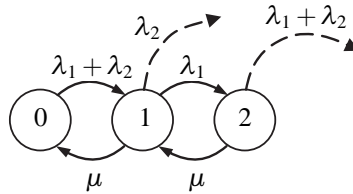


Figura 4



## SOLUCIONES

### Ejercicio 1



$$p_{p1} = \frac{\lambda_{p1}}{\lambda_{OF1}} = \frac{\lambda_1 p_2}{\lambda_1} = p_2 = 0,2 \Rightarrow p_0 + p_1 = 0,8$$

$$\left. \begin{aligned} p_0 &= p_0 \\ p_1 &= \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\mu} p_0 = \frac{8}{\mu} p_0 \\ p_2 &= \frac{(\lambda_1 + \lambda_2) \lambda_1}{\mu^2} p_0 = \frac{40}{\mu^2} p_0 = 0,2 \end{aligned} \right\} \left. \begin{aligned} p_0 + p_1 &= \left(1 + \frac{8}{\mu}\right) p_0 = 0,8 \\ \Rightarrow \mu^2 + 8\mu - 160 &= 0 \end{aligned} \right\}$$

$$\mu = 9,26$$

$$C = \mu \cdot L = 2400 \text{ bps}$$

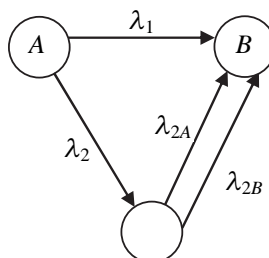
### Ejercicio 2

$$\int_0^{\Pi_t(85)} f_i(t) dt = \int_0^1 f_i(t) dt + \int_1^2 f_i(t) dt + \int_2^{\Pi_t(85)} f_i(t) dt = 0,85$$

$$0,3 + 0,4 + 0,2(3 - \Pi_t(85)) = 0,85$$

$$\Pi_t(85) = 2,75$$

### Ejercicio 3





$$T_{AB} = \frac{\lambda_1}{\lambda_{AB}} \cdot \frac{L}{C - \lambda_1 L} + \frac{\lambda_2}{\lambda_{AB}} \left[ \frac{L}{C - \lambda_2 L} + \frac{\lambda_{2A}}{\lambda_2} \cdot \frac{L}{C - \lambda_{2A}} + \frac{\lambda_{2B}}{\lambda_2} \cdot \frac{L}{C - \lambda_{AB}} \right]$$

Como en el nodo intermedio las dos capacidades son iguales:

$$\lambda_{2A} = \lambda_{2B} = \frac{\lambda_2}{2}$$

$$T_{AB} = \frac{1}{\lambda_{AB}} \left[ \frac{f_1}{C - f_1} + \frac{f_2}{C - f_2} + \frac{2f_2}{2C - f_2} \right] \quad \text{con} \quad \begin{cases} f_1 = \lambda_1 L \\ f_2 = \lambda_2 L \end{cases}$$

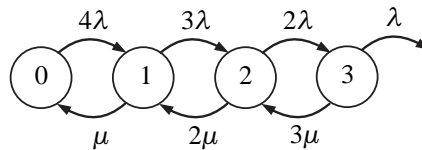
$$\frac{dF}{df_1} = \frac{dF}{df_2} \Rightarrow \frac{C}{(C - f_1)^2} = \frac{C}{(C - f_2)^2} + \frac{4C}{(2C - f_2)^2}$$

El camino superior parece mejor, en este caso:

$$\left. \begin{array}{l} f_1 = fu \\ f_2 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow fu = C - \frac{C}{\sqrt{2}}$$

$$\boxed{fu = 292,89 \text{ Kbps}}$$

#### Ejercicio 4



$$\left. \begin{array}{l} \lambda_p = \lambda_3 p_3 = \lambda p_3 \Rightarrow p_3 = \frac{4}{15} \\ p_0 = \frac{1}{15} \\ p_3 = \frac{4\lambda \cdot 3\lambda \cdot 2\lambda}{\mu \cdot 2\mu \cdot 3\mu} p_0 = \frac{4\lambda^3}{\mu^3} p_0 \end{array} \right\} \Rightarrow \mu = 10 \text{ paq/s}$$

$$\boxed{C = \mu \cdot L = 10 \text{ Kbps}}$$

*Nota:* Sobra un dato. Es posible resolver el problema planteando las ecuaciones de las probabilidades de estado y obtener  $\mu$  a partir una de los datos ( $p_0$  o  $p_3$ )

#### Ejercicio 5

$$T_S = T_S|_{\text{SIN COLISIÓN}} + \left[ \frac{G}{S} - 1 \right] \cdot T_{RT}$$





Para Aloha puro en escenario terrestre

$$T_S = T_T + T_{ACK} + (e^{2G} - 1)(T_T + T_{OUT} + R)$$

$$R = \frac{2 + 30}{2} = 16 \text{ ms}$$

Sustituyendo los datos

$$e^{2G} = 1,75 \Rightarrow G = 0,28$$

$$S = Ge^{-2G} = 0,16$$

$$\lambda = \frac{S}{T_T} = 16 \text{ paq/s}$$

### Ejercicio 6

$$\frac{\text{n}^\circ \text{ bloqueos}}{\text{paquete}} = \frac{\text{n}^\circ \text{ escuchas}}{\text{paquete}} - 1$$

En una de las escuchas, el paquete no se bloquea y se transmite.

$$\frac{\text{n}^\circ \text{ escuchas}}{\text{paquete}} - 1 = \frac{\text{n}^\circ \text{ escuchas/s}}{\text{n}^\circ \text{ paquetes con éxito/s}} - 1 = \frac{G}{S} - 1$$

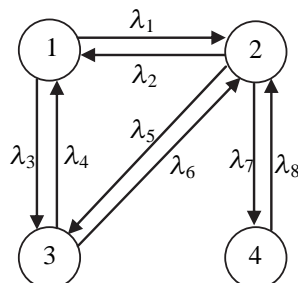
Para CSMA con retardo nulo

$$S = \frac{G}{G+1}$$

Para este caso

$$\frac{G}{S} - 1 = \frac{S}{1-S} = 0,6$$

### Ejercicio 7





$$\lambda_1 = \gamma_{14} + \gamma_{12} = 4$$

$$\lambda_2 = \gamma_{21} = 2$$

$$\lambda_3 = 0$$

$$\lambda_4 = \gamma_{31} = 5$$

$$\lambda_5 = 0$$

$$\lambda_6 = \gamma_{34} = 4$$

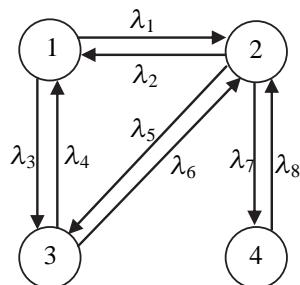
$$\lambda_7 = \gamma_{14} + \gamma_{34} = 7$$

$$\lambda_8 = 0$$

$$\gamma = \gamma_{12} + \gamma_{14} + \gamma_{21} + \gamma_{31} + \gamma_{34} = 15$$

$$H = \frac{1}{\gamma} \sum_{i=1}^8 \lambda_i = \frac{22}{15}$$

### Ejercicio 8



$$\lambda_1 = \gamma_{14} + \gamma_{12} = 4$$

$$\lambda_2 = \gamma_{21} = 2$$

$$\lambda_3 = 0$$

$$\lambda_4 = \gamma_{31} = 5$$

$$\lambda_5 = 0$$

$$\lambda_6 = \gamma_{34} = 4$$

$$\lambda_7 = \gamma_{14} + \gamma_{34} = 7$$

$$\lambda_8 = 0$$

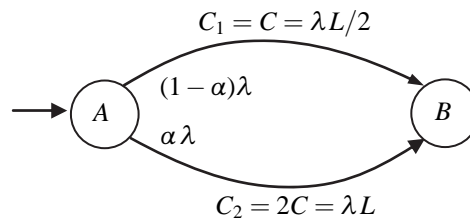
$$T_i = \frac{L}{C_i - \lambda_i L}$$



$$\left. \begin{aligned} T_1 &= T_6 = \frac{1}{6} \\ T_2 &= \frac{1}{8} \\ T_4 &= \frac{1}{5} \\ T_7 &= \frac{1}{3} \end{aligned} \right\}$$

$$T = \frac{1}{\gamma} \sum_{i=1}^8 T_i \lambda_i = 327,77 \text{ ms}$$

## Ejercicio 9



$$\left. \begin{aligned} T_{AB} &= \frac{1}{\lambda} \left[ \frac{f_1}{C_1 - f_1} + \frac{f_2}{C_2 - f_2} \right] \\ \frac{dF}{df_1} = \frac{dF}{df_2} &\Rightarrow \frac{C_1}{(C_1 - f_1)^2} = \frac{C_2}{(C_2 - f_2)^2} \\ C_1 &= \frac{\lambda L}{2} \\ C_2 &= \lambda L \\ f_1 &= (1 - \alpha) \lambda L \\ f_2 &= \alpha \lambda L \end{aligned} \right\}$$

$$\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

## Ejercicio 10

$$p(\text{transmisión con éxito}) = p(\text{"0" intentos de } t_x \text{ en } T_T) = e^{-\Lambda T_T} = e^{-G} = 0,8$$

$$G = 0,2231$$

$$S = G e^{-G} = 0,178$$

$$\lambda = \frac{S}{T_T} = 7,14 \text{ paq/s}$$



## Ejercicio 11

$$T_k = \frac{T_{W0K}}{\left(1 - \sum_{i=1}^k \rho_i\right) \left(1 - \sum_{i=1}^{k-1} \rho_i\right)} + \frac{T_{SK}}{\left(1 - \sum_{i=1}^{k-1} \rho_i\right)}$$

Para este caso

$$T_B = \frac{T_{W0B}}{(1 - \rho)(1 - \rho_A)} + \frac{T_{SB}}{(1 - \rho_A)}$$

Para tiempo de servicio determinista  $E(t_S^2) = T_S^2$ . En este caso

$$T_{W0B} = \frac{\lambda_A T_{SA}^2 + \lambda_B T_{SB}^2}{2} = 0,04 \text{ s}$$

$$\left. \begin{array}{l} \rho_A = \lambda_A T_{SA} = 0,3 \\ \rho_B = \lambda_B T_{SB} = 0,5 \end{array} \right\} \rho = 0,8$$

$$T_B = 0,466 \text{ s}$$

$$T_{WB} = T_B - T_{SB} = 341 \text{ ms}$$

## Ejercicio 12

Dos clases:

- CLASE A: tipo 3
- CLASE B: tipo 1 + tipo 2

A tiene prioridad sin expulsión sobre B

$$T_{WA} = \frac{T_{W0}}{(1 - \rho_A)(1 - (\rho_A + \rho_B))} = \frac{T_{W0}}{(1 - \rho_3)(1 - \rho)}$$

$$\left. \begin{array}{l} T_{S1} = \frac{L_1}{C} = \frac{1}{8} \text{ s} \Rightarrow \rho_1 = \lambda_1 T_{S1} = \frac{3}{8} \\ T_{S2} = \frac{L_2}{C} = \frac{3}{16} \text{ s} \Rightarrow \rho_2 = \lambda_2 T_{S2} = \frac{3}{16} \\ T_{S3} = \frac{L_3}{C} = \frac{1}{16} \text{ s} \Rightarrow \rho_3 = \lambda_3 T_{S3} = \frac{1}{8} \end{array} \right\} \rho = \frac{11}{16}$$

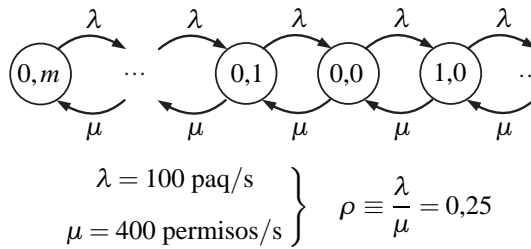
$$T_{W0} = \frac{1}{2} (\lambda_1 \cdot 2T_{S1}^2 + \lambda_2 \cdot 2T_{S2}^2 + \lambda_3 \cdot T_{S3}^2) = \frac{11}{128} \text{ s}$$



$$T_{W1} = \frac{11}{35} \text{ s}$$

$$T_1 = T_{W1} + T_{S1} = 439,28 \text{ ms}$$

### Ejercicio 13



$$\left. \begin{array}{l} p_{0m} = p_{0m} \\ p_{0m-1} = \rho p_{0m} \\ p_{00} = \rho^m p_{0m} \end{array} \right\} \Rightarrow 1 = p_{0m} \sum_{i=0}^{\infty} \rho^i = \frac{p_{0m}}{1-\rho} \Rightarrow p_{0m} = 1-\rho$$

$$p(\text{espera}) = p(\text{llegar y no encontrar permiso}) = \sum_{i=0}^{\infty} p_{i0} = 1 - \sum_{i=1}^m p_{0i}$$

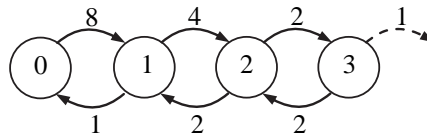
$$p_{0i} = (1-\rho)\rho^{m-i} \text{ definimos } k = m-i$$

$$p(\text{espera}) = 1 - (1-\rho) \sum_{k=0}^{m-1} \rho^k = \rho^m < 10^{-4}$$

$$m > 6,64$$

$$\boxed{m = 7}$$

### Ejercicio 14



$$\left. \begin{array}{l} p_0 = p_0 \\ p_1 = 8p_0 \\ p_2 = 16p_0 \\ p_3 = 16p_0 \end{array} \right\} \Rightarrow 1 = 41p_0 \Rightarrow p_0 = \frac{1}{41} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} p_0 = \frac{1}{41} \\ p_1 = \frac{8}{41} \\ p_2 = \frac{16}{41} \\ p_3 = \frac{16}{41} \end{array} \right.$$



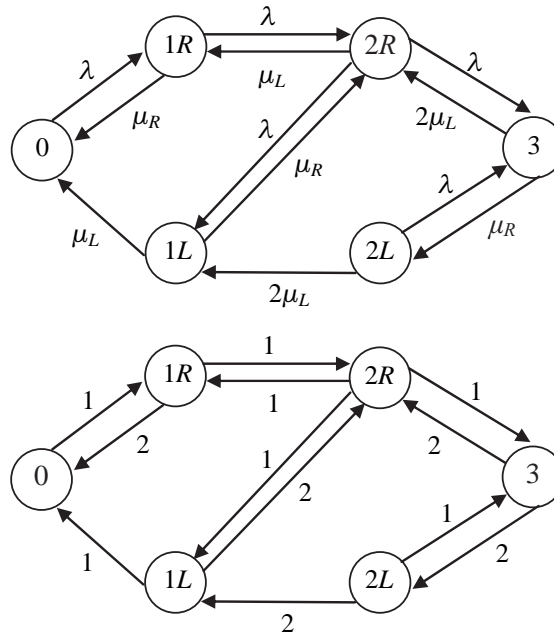
$$\left. \begin{aligned} \lambda_C &= 8p_0 + 4p_1 + 2p_2 = \frac{72}{41} \\ N &= 0p_0 + 1p_1 + 2p_2 = \frac{88}{41} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$T = \frac{N}{\lambda_C} = \frac{11}{9} \text{ s}$$

### Ejercicio 15

Separamos los estados 1 y 2 en dos subestados:

- 1R: utiliza canal rápido
- 1L: no utiliza canal rápido
- 2R: utiliza canal rápido
- 2L: no utiliza canal rápido



$$p(2 \text{ lentos}) = p_{2L} + p_3$$

Sabemos que

$$p_p = p_3 = \frac{1}{35}$$

En el estado 2L se cumple:

$$2p_3 = (1 + 2)p_{2L} \Rightarrow p_{2L} = \frac{2}{3}p_3$$

$$p(2 \text{ lentos}) = \frac{5}{3}p_3 = \frac{1}{21}$$



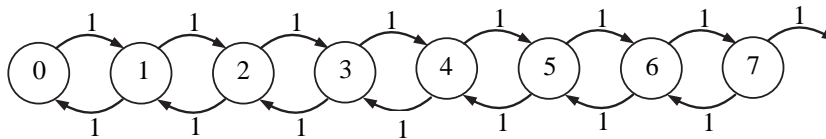
*Nota:* El dato de la probabilidad de pérdida es adicional. Se pueden calcular las probabilidades de estado sin dicho dato. Resolviendo el sistema de ecuaciones se obtiene:

$$\begin{aligned} p_0 &= \frac{56}{105} & p_{2R} &= \frac{10}{105} \\ p_{1R} &= \frac{22}{105} & p_{2L} &= \frac{2}{105} \\ p_{1L} &= \frac{12}{105} & p_3 &= \frac{3}{105} \end{aligned}$$

### Ejercicio 16

$$T_W = \frac{N_W}{\lambda}$$

Por el teorema de Burke: las llegadas al segundo concentrador son de Poisson.



$$p_k = p_0 \Rightarrow p_k = \frac{1}{8} \text{ todos equiprobables}$$

En el estado 0 y 1 no hay elementos en cola.

En el estado 2 hay un elemento...

$$N_W = \frac{1}{8}[0 + 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6] = \frac{21}{8}$$

$$\lambda_C = \lambda[1 - p_7] = \frac{7}{8}$$

$$\boxed{T_W = 3 \text{ s}}$$

### Ejercicio 17

$$N_2 = N_{W2} + \rho_2$$

$$T_{S1} = \frac{L_1}{C} = 1 \text{ ms} \Rightarrow E(t_{S1}^2) = 2T_{S1}^2 = 2 \cdot 10^{-6} \text{ s}^2$$

$$T_{S2} = \frac{L_2}{C} = 3 \text{ ms} \Rightarrow E(t_{S2}^2) = T_{S2}^2 = 9 \cdot 10^{-6} \text{ s}^2$$



$$E(t_S^2) = \frac{\lambda_1}{\lambda} E(t_{S1}^2) + \frac{\lambda_2}{\lambda} E(t_{S2}^2) = 4,8 \cdot 10^{-6} \text{ s}^2$$

$$\left. \begin{array}{l} \rho_1 = \lambda_1 T_{S1} = 0,12 \\ \rho_2 = \lambda_2 T_{S2} = 0,24 \end{array} \right\} \rho = 0,36$$

$$T_W = \frac{\lambda E(t_S^2)}{2(1-\rho)} = 0,75 \text{ ms}$$

$$N_{W2} = \lambda_2 T_W = 0,06$$

$$\boxed{N_2 = 0,3 \text{ paq}}$$

### Ejercicio 18

Propagación nula → no hay colisiones. Se comporta como CSMA (no es útil detectar la colisión). En este caso

$$\left. \begin{array}{l} S = \frac{G}{1+G} \\ \frac{\text{n}^\circ \text{ escuchas}}{\text{paquete}} = \frac{\text{n}^\circ \text{ escuchas/s}}{\text{n}^\circ \text{ paquetes con éxito/s}} = \frac{G}{S} \end{array} \right\} \frac{G}{S} = \frac{1}{1-S}$$

$$S = \frac{M \cdot \lambda_i L}{C} = 0,8$$

$$\boxed{\frac{G}{S} = 5 \text{ escuchas}}$$

### Ejercicio 19

$$\left. \begin{array}{l} T_T = \frac{M \cdot L}{C} = 8 \cdot 10^{-3} \cdot M \text{ s} \\ T_W = \frac{\lambda_i T_T^2}{2(1-\lambda_i T_T)} \leq 17 \text{ ms} \end{array} \right\} \Rightarrow 0,512 M^2 + 2,176 M - 34 \leq 0$$

$$M \leq 6,2965 \Rightarrow$$

$$\boxed{M = 6 \text{ estaciones}}$$

### Ejercicio 20

$$S = \frac{M \lambda_i L}{C} = 0,7$$

$$T_c = \frac{M_w}{1-S} = 3,5 \text{ s}$$

$$\boxed{N = \lambda_i T_c = 14 \text{ paq}}$$





→ 5



Junio 2008

### Ejercicio 1

Un concentrador dispone de dos canales de transmisión sin *buffer* de almacenamiento. El canal 1 tiene una tasa de servicio de 100 paq/s y el canal 2 de 200 paq/s. Al concentrador llegan dos tipos de paquetes. Los paquetes tipo 1 utilizan en primera instancia el canal 1 y en segunda el canal 2. Los paquetes tipo 2 sólo pueden utilizar el canal 2. La tasa de llegadas de cada uno de los dos tipos de paquetes es de 200 paq/s, y sus longitudes están distribuidas exponencialmente con idéntico valor medio. La probabilidad de que el canal 2 esté ocupado es:

- a)  $5/37$       b)  $11/30$       c)  $13/30$       d)  $37/60$

### Ejercicio 2

En un sistema  $M/M/2/3$  se ha observado que la probabilidad de pérdida es el doble de la probabilidad de encontrarlo vacío. La probabilidad de espera vale:

- a)  $2/7$       b)  $1/3$       c)  $4/7$       d)  $7/9$

### Ejercicio 3

En un sistema  $M/M/1/3$  se han medido las probabilidades de que el sistema esté vacío y la de que esté ocupado por un único paquete, observándose que son iguales. La probabilidad de pérdida vale:

- a) 0,15      b) 0,25      c) 0,5      d) 0,75



#### Ejercicio 4

A un concentrador llegan paquetes cuya longitud está distribuida exponencialmente. Todos los paquetes que llegan encuentran al menos un canal vacío, y todos los canales tienen la misma tasa de servicio. La tasa de llegada es la mitad de la tasa de servicio. La probabilidad de que el número de canales ocupados sea mayor o igual que dos es:

- a) 0,09                      b) 0,57                      c) 0,24                      d) 0,33

#### Ejercicio 5

Dos equipos de una red utilizan un mecanismo de control de congestión por ventana. El tamaño de la ventana es constante. El tiempo medio de transmisión de los paquetes es de 25 ms, el tiempo de ida y vuelta es 800 ms, y la tasa efectiva de transmisión es 20 paq/s. El tamaño de la ventana es:

- a) 2 paq                      b) 4 paq                      c) 8 paq                      d) 16 paq

#### Ejercicio 6

Un conjunto de estaciones comparte un medio de transmisión mediante CSMA no persistente no ranurado. El número medio de intentos de transmisión, teniendo en cuenta a todas las estaciones, e incluyendo las transmisiones nuevas más las retransmisiones, es de 2000 intentos por segundo. La longitud de los paquetes es constante e igual a 1500 octetos. La capacidad del medio compartido es de 10 Mbps y el tiempo de propagación es de 12  $\mu$ s. El número medio de escuchas de canal que realiza cada estación por paquete transmitido es:

- a) 0,45 escuchas                      b) 0,9 escuchas                      c) 1,8 escuchas                      d) 3,5 escuchas

#### Ejercicio 7

En la red de la figura 1, los paquetes entrantes a los nodos A, B, C y D se encaminan hacia E. La tasa de paquetes entrantes a cada nodo es  $\lambda_A$ ,  $\lambda_B$ ,  $\lambda_C$  y  $\lambda_D$  respectivamente y todos los paquetes entrantes son de 4000 bits (longitud constante). Los paquetes registran su ruta en su cabecera de manera que la longitud de cada paquete aumenta en 32 bits antes de ser transmitido al siguiente nodo. El tiempo de transferencia entre los nodos D y E vale:

- a) 30 ms                      b) 40 ms                      c) 50 ms                      d) 60 ms

#### Ejercicio 8

Una red de acceso utiliza Aloha ranurado. La probabilidad de que no haya ningún intento (ni reintento) de acceso durante el tiempo de transmisión de un paquete es 0,6. El caudal cursado por la red es:

- a) 0,30                      b) 0,50                      c) 0,65                      d) 0,75



### Ejercicio 9

Una red de acceso utiliza el mecanismo CSMA no persistente no ranurado. El tiempo de propagación puede considerarse nulo. El número medio de bloqueos que sufre un paquete (intentos de transmisión en los cuales encuentra el canal ocupado) es 3. El caudal cursado por la red es:

- a) 0,30                      b) 0,50                      c) 0,65                      d) 0,75

### Ejercicio 10

Una red de acceso con 5 estaciones utiliza un mecanismo por sondeo. Tres de las estaciones generan 8 paq/s de longitud media 3000 bits, y las otras dos generan 16 paq/s de longitud media 4000 bits. El *walk time* es de 24 ms. Si la capacidad del canal es de 1 Mbps, el tiempo de ciclo vale:

- a) 100 ms                      b) 150 ms                      c) 200 ms                      d) 250 ms

### Ejercicio 11

A un nodo de conmutación llegan 40 paq/s y su tiempo medio de transmisión es de 20 ms (exponencial). Al 25 % de los paquetes se les da prioridad sin expulsión respecto al resto. El tiempo de transferencia de los paquetes menos prioritarios vale:

- a) 40 ms                      b) 70 ms                      c) 100 ms                      d) 120 ms

### Ejercicio 12

Un nodo de acceso utiliza un mecanismo de control de congestión con permisos (*token bucket*). La tasa de llegada de paquetes es 24 paq/s, y la de permisos 30 perm/s. El *buffer* de permisos es de 3 permisos. El percentil 60 del número de permisos en el *buffer* es:

- a) 0 permisos                      b) 1 permisos                      c) 2 permisos                      d) 3 permisos

### Ejercicio 13

Una red de acceso utiliza el mecanismo TDMA. Cada estación genera 12 paq/s y el tiempo de transmisión de cada paquete es 9 ms. El tiempo de espera de un paquete debe ser inferior a 90 ms. El máximo número de estaciones es:

- a) 5 estaciones                      b) 6 estaciones                      c) 7 estaciones                      d) 8 estaciones

### Ejercicio 14

Los paquetes procedentes de  $N$  estaciones se envían a un concentrador con un canal de salida de capacidad 1200 bps. Cada una de las estaciones genera en media 1 paquete



cada 15 segundos según un proceso de Poisson. La longitud de los paquetes está distribuida uniformemente entre 2400 y 4800 bits. Si se desea que el tiempo de espera no sea superior a 3 segundos, el número máximo de estaciones que se pueden conectar a dicho concentrador es:

- a) 2 estaciones                      b) 3 estaciones                      c) 4 estaciones                      d) 5 estaciones

### Ejercicio 15

La tasa de llegada de paquetes a un canal es de 2 paq/min. La longitud de los paquetes expresada en Kbits está distribuida uniformemente entre los siguientes valores [3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30]. La capacidad del canal es de 1 Kbps. Los paquetes de 15 y 18 Kbits de longitud tienen prioridad sin expulsión sobre el resto. El tiempo de espera de dichos paquetes es:

- a) 4,1 s                      b) 5,2 s                      c) 6,5 s                      d) 7,8 s

### Ejercicio 16

En un mecanismo de control de acceso, un usuario contrata una tasa de generación de permisos para el acceso a la red 3 veces superior a su tasa de generación de paquetes. Asimismo, contrata un tamaño de *buffer* de permisos de 4 permisos. El porcentaje de paquetes del usuario que tendrán que esperar para acceder a la red es:

- a) 0,84 %                      b) 0,95 %                      c) 1,12 %                      d) 1,23 %

### Ejercicio 17

Los paquetes que llegan a un sistema de  $N$  servidores sin *buffer* de espera lo hacen con una tasa de 1 paq/s siguiendo un proceso de Poisson. La tercera parte de los paquetes que llegan encuentran todos los servidores ocupados. El tiempo medio de servicio de los paquetes es 1,5 segundos. El número medio de servidores ocupados es:

- a) 1                      b) 1/2                      c) 1/3                      d) 2/3

### Ejercicio 18

Sean  $t_1$  y  $t_2$  las variables aleatorias que representan los tiempos de transferencia entre los routers AB y BC de la figura 2. Dichas variables son independientes y están uniformemente distribuidas entre 0 y 1 segundo. Sea  $t_{ABC}$  el tiempo de tránsito de los paquetes que entrando por A salen por C pasando por B. El percentil 90 de dicho tiempo es:

- a) 1,30 s                      b) 1,55 s                      c) 1,71 s                      d) 1,85 s



### Ejercicio 19

Por un canal se envían 5 paq/s y el tiempo de transmisión es de 100 ms (exponencial). Si se duplica la capacidad del canal, la tasa de paquetes que se pueden enviar sin que varíe su tiempo de transferencia es:

- a) 5 paq/s      b) 10 paq/s      c) 15 paq/s      d) 20 paq/s

### Ejercicio 20

En la red de la figura 3 se utiliza un mecanismo de bifurcación óptima por los dos caminos disponibles que existen entre los nodos A y B. El flujo umbral,  $f_u$ , a partir del cual se utilizan los dos caminos, cumple:

- a)  $f_u > 5$  Mbps      b)  $1 \text{ Mbps} \leq f_u \leq 2 \text{ Mbps}$   
 c)  $2 \text{ Mbps} < f_u \leq 5 \text{ Mbps}$       d)  $f_u < 1 \text{ Mbps}$

### FIGURAS

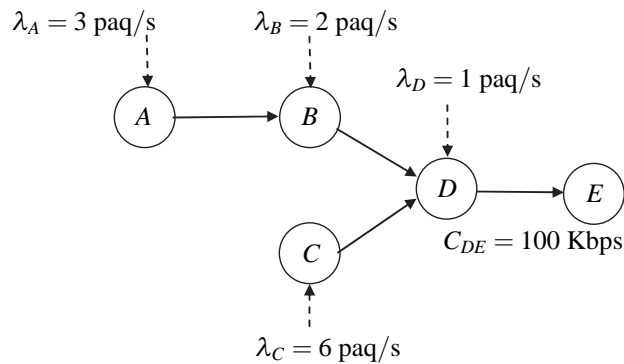


Figura 1

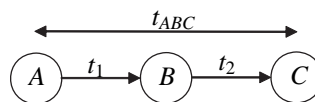


Figura 2

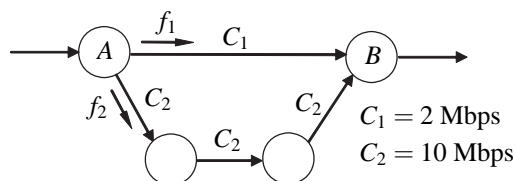
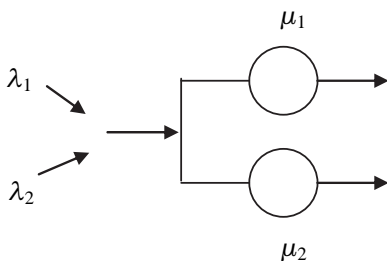


Figura 3

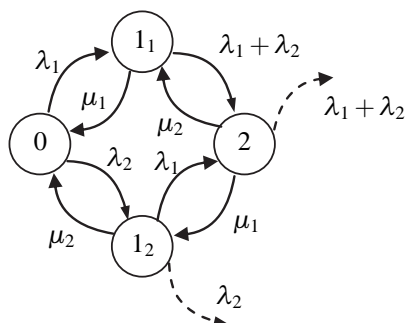


## SOLUCIONES

### Ejercicio 1



Estados:  $1_1$ : ocupado solo canal 1  
 $1_2$ : ocupado solo canal 2



Para los estados: 0,  $1_1$ , y 2 se obtiene

$$\begin{cases} p_{11} + 2p_{12} = 4p_0 \\ 2p_0 + p_2 = 4p_{12} \\ 4p_{11} + 2p_{12} = 3p_2 \end{cases}$$

La ecuación correspondiente al estado  $1_2$  es linealmente dependiente de las otras.

Además utilizamos la ecuación:

$$p_0 + p_{11} + p_{12} + p_2 = 1$$

Resolviendo el sistema se obtiene:

$$\begin{aligned} p_0 &= \frac{9}{60} & p_{12} &= \frac{11}{60} \\ p_{11} &= \frac{14}{60} & p_2 &= \frac{26}{60} \end{aligned}$$

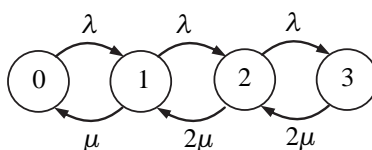
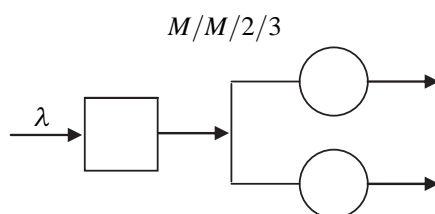




probabilidad canal 2 ocupado:

$$p_{12} + p_2 = \frac{37}{60}$$

## Ejercicio 2



$$\rho = \frac{\lambda}{2\mu}$$

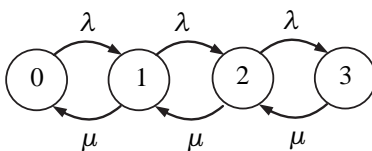
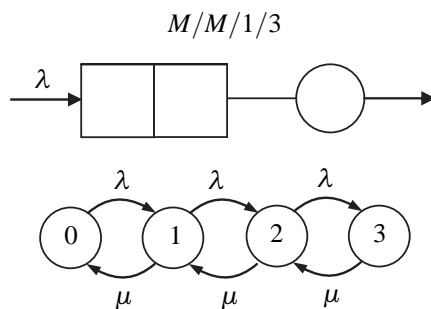
$$\left. \begin{array}{l} p_1 = p_3 = 2p_0 \\ p_3 = 2\rho^3 p_0 \end{array} \right\} \Rightarrow \rho = 1$$

$$\left. \begin{array}{l} p_1 = 2p_0 \\ p_2 = 2p_0 \\ p_3 = 2p_0 \end{array} \right\} \Rightarrow p_0 = \frac{1}{7}$$

$$p_0 + p_1 + p_2 + p_3 = 1$$

$$p_d = p_{\text{espera}} = p_2 = \frac{2}{7}$$

## Ejercicio 3





$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$$

$$\left. \begin{array}{l} p_0 = p_1 \\ p_1 = \rho \cdot p_0 \end{array} \right\} \Rightarrow \rho = 1$$

Para este caso todas las probabilidades son iguales.

$$p_0 + p_1 + p_2 + p_3 = 1$$

$$p_p = p_3 = \frac{1}{4}$$

#### Ejercicio 4

Las probabilidades de estado para una  $M/M/\infty$  son:

$$p_k = \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k}{k!} e^{-\lambda/\mu}$$

Como  $\frac{\lambda}{\mu} = \frac{1}{2}$

$$p_k = \frac{1}{2^k k!} e^{-1/2}$$

$$p(k \geq 2) = 1 - p_0 - p_1$$

$$p(k \geq 2) = 1 - e^{-\frac{1}{2}} \left[ 1 + \frac{1}{2} \right]$$

$$p(k \geq 2) = 0,09$$

#### Ejercicio 5

Si se transmiten los paquetes de forma continua:

$$\text{Tasa de transferencia} = \frac{1}{25 \cdot 10^{-3}} = 40 \text{ paq/s}$$

La tasa efectiva es inferior, es decir, cuando se vacía la ventana, dejamos de transmitir hasta que se recibe el ACK; se tiene:

$$R = \frac{W}{RTT}$$

$$W = R \cdot RTT = 16 \text{ paquetes}$$



## Ejercicio 6

CSMA no persistente, no ranurado

$$S = \frac{G \cdot e^{-aG}}{G(1+2a) + e^{-aG}}$$

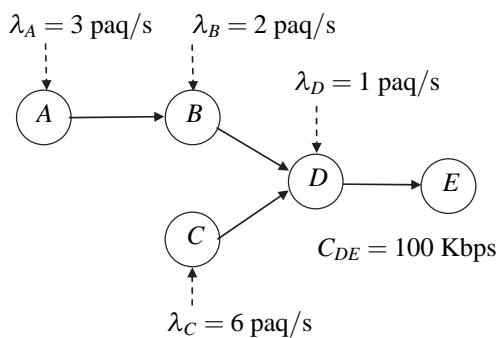
$$\text{Nº de escuchas por paquete: } \frac{G}{S} = \frac{G(1+2a) + e^{-aG}}{e^{-aG}}$$

$$a = \frac{\tau}{T_T} = 0,01$$

$$G = \Lambda \cdot T_T = 2,4$$

$$\boxed{\frac{G}{S} = 3,507 \text{ escuchas}}$$

## Ejercicio 7



$$T = T_W + T_S$$

$$T_W = \frac{T_{W0}}{1 - \rho}$$

$$T_{W0} = \frac{1}{2} \frac{[\lambda_A(L+3h)^2 + (\lambda_B + \lambda_C)(L+2h)^2 + \lambda_D(L+h)^2]}{C^2}$$

$$T_{W0} = 0,00935 \text{ s}$$

$$\rho = \frac{[\lambda_A(L+3h) + (\lambda_B + \lambda_C)(L+2h) + \lambda_D(L+h)]}{C}$$

$$\rho = 0,48832$$

$$T_S = \frac{\rho}{\lambda} = 0,0406933 \text{ s}$$

$$\boxed{T = \frac{T_{W0}}{1 - \rho} + T_S = 60 \text{ ms}}$$



## Ejercicio 8

S-Aloha (Aloha-ranurado)

$$S = G \cdot e^{-G}$$

$$p(\text{ningún intento en } T_T) = \frac{(\Lambda T_T)^0}{0!} e^{-\Lambda T_T} = e^{-G} = 0,6$$

$$G = -\ln[0,6] = 0,51$$

$$S = 0,3$$

## Ejercicio 9

$$S = \frac{G \cdot e^{-aG}}{G(1 + 2a) + e^{-aG}}$$

$$\left. \begin{aligned} S|_{a=0} &= \frac{G}{G+1} \\ \text{nº medio de bloqueos/paquete} &= \frac{G}{S} - 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\text{nº medio bloqueos}}{\text{paquete}} = G = 3$$

Sustituyendo

$$S = 0,75$$

## Ejercicio 10

$$T_C = \frac{M \cdot w}{1 - \rho}$$

$$\rho = \frac{3 \cdot 8 \cdot 3000 + 2 \cdot 16 \cdot 4000}{10^6} = 0,2$$

$$T_C = 150 \text{ ms}$$

## Ejercicio 11

$$T_{w0} = \frac{\lambda \cdot E(t_S^2)}{2} = \frac{\lambda \cdot 2T_S^2}{2} = 16 \text{ ms}$$

$$T_{w2} = \frac{T_{w0}}{(1 - \rho_1)(1 - \rho)}$$



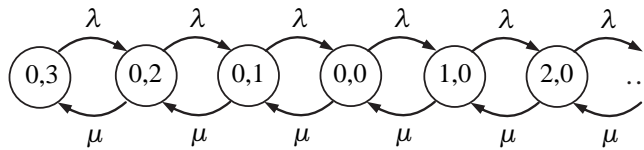
$$T_{w2} = \frac{T_{w0}}{(1 - 0,25 \lambda T_S)(1 - \lambda \cdot T_S)} = 100 \text{ ms}$$

$$T_2 = T_{w2} + T_S$$

$$\boxed{T_2 = 120 \text{ ms}}$$

## Ejercicio 12

### TOKEN-BUCKET



Cada estado esta definido: (paquetes, permisos)

$$\rho \equiv \frac{\lambda}{\mu} = 0,8$$

La probabilidad de cada estado se obtiene resolviendo la cadena de Markov.

$$p(0,3) = (1 - \rho) = 0,2$$

$$p(0,2) = (1 - \rho)\rho = 0,16$$

$$p(0,1) = (1 - \rho)\rho^2 = 0,128$$

$$p(x,0) = 1 - p(0,1) - p(0,2) - p(0,3) = 0,512$$

Como  $p(0) + p(1) = 0,64 > 0,6$

$$\boxed{\Pi_{60}(\text{n}^\circ \text{ permisos}) = 1}$$

## Ejercicio 13

### TDMA

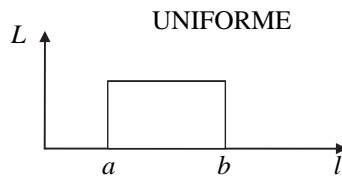
$$T_w = \frac{MT_T}{2(1 - M \cdot \lambda_i \cdot T_T)} < 90$$

$$M < 6,329$$

$$\boxed{M = 6 \text{ estaciones}}$$

## Ejercicio 14

$$T_w = \frac{N \cdot \lambda_i \cdot E(t_S^2)}{2(1 - N \cdot \lambda_i \cdot E(t_S))}$$



$$E(t_S) = \frac{a+b}{2C} = 3 \text{ s}$$

$$E(t_S^2) = \frac{b^3 - a^3}{3(b-a)C^2} = \frac{28}{3} \text{ s}^2$$

$$T_W = \frac{N \cdot \frac{1}{15} \cdot \frac{28}{3}}{2(1 - N \cdot \frac{1}{15} \cdot 3)} < 3$$

$$N < 3,29$$

$$\boxed{N = 3 \text{ estaciones}}$$

### Ejercicio 15

$$T_{W1} = \frac{T_{W0}}{1 - \rho_1}$$

$$T_{W0} = \frac{\lambda \cdot E(t_S^2)}{2}$$

$$E(t_S^2) = \frac{\frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} (3i)^2}{C^2} = \frac{693}{2}$$

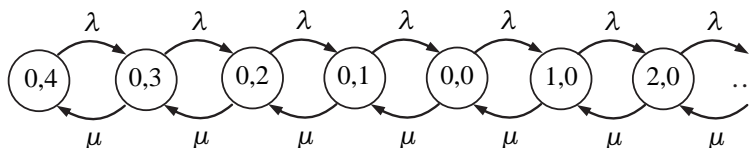
$$T_{W0} = 5,775 \text{ s}$$

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 = 0,2 \lambda = 0,2 \cdot \frac{2}{60} &= \frac{1}{150} \\ T_{S1} = \frac{15+18}{2} \cdot \frac{1}{C} &= 16,5 \text{ s} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \rho_1 = \lambda_1 \cdot T_{S1} = 0,11$$

$$\boxed{T_W = 6,48 \text{ s}}$$

### Ejercicio 16

Estado: (paquetes, permisos)





$$\rho \equiv \frac{\lambda}{\mu} = \frac{1}{3}$$

La probabilidad de cada estado se obtiene resolviendo la cadena de Markov.

$$p(0, k) = (1 - \rho)\rho^{4-k}; \quad 1 \leq k \leq 4$$

Fracción de paquetes que tienen que esperar = fracción de paquetes que al llegar no encuentran permiso.

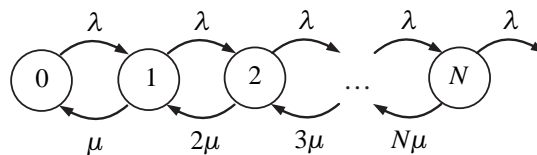
$$\sum_{i=0}^{\infty} p(i, 0) = 1 - p(0, 4) - p(0, 3) - p(0, 2) - p(0, 1)$$

$$\text{Fracción de paquetes que esperan} = 1 - (1 - \rho)(1 + \rho + \rho^2 + \rho^3) = 0,0123$$

$$\boxed{\text{porcentaje de paquetes que esperan} = 1,23\%}$$

### Ejercicio 17

$M/M/N/N$

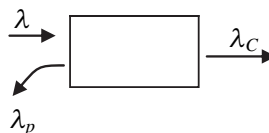


$$p_k = \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k}{k!} p_0$$

$$N_{\text{SERVIDORES}} = \sum_{k=0}^N k \cdot p_k = \frac{\lambda}{\mu} \sum_{k=0}^{N-1} \frac{\lambda/\mu}{k!} p_0 = \frac{\lambda}{\mu} (1 - P_N)$$

$$\boxed{N_{\text{SERVIDORES}} = 1}$$

También se puede hacer por Little:



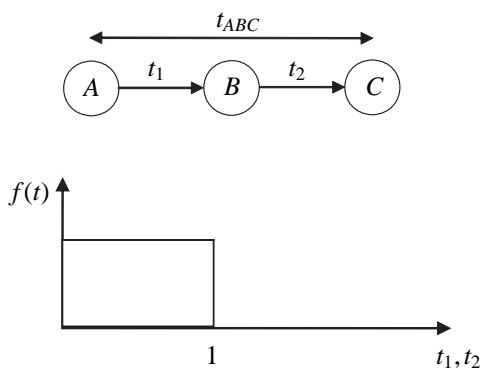
$$\lambda_c = \lambda - \lambda_p = \lambda(1 - p_p)$$

$$N_S = \lambda_c T_S = \lambda(1 - p_p) \cdot T_S$$

$$\boxed{N_S = 1}$$

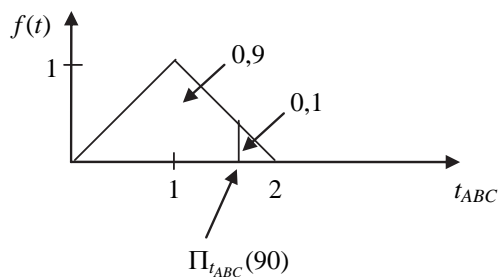


### Ejercicio 18



$$t_{ABC} = t_1 + t_2$$

$$f_{t_{ABC}} = f_{t_1} * f_{t_2}$$



$$\frac{[2 - \Pi_{t_{ABC}}(90)]^2}{2} = 0,1$$

$$\boxed{\Pi_{t_{ABC}}(90) = 1,55}$$

### Ejercicio 19

$$T|_{\text{CANAL NORMAL}} = \frac{T_S}{1 - \lambda \cdot T_S}$$

$$T|_{\text{CANAL CAPACIDAD DOBLE}} = \frac{T_S/2}{1 - \lambda' \cdot T_S/2}$$

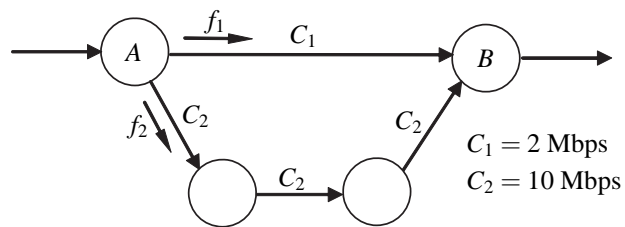
$$T|_{\text{CANAL NORMAL}} = T|_{\text{CANAL CAPACIDAD DOBLE}}$$

$$\boxed{\lambda' = \lambda + \frac{1}{T_S} = 5 + \frac{1}{10^{-1}} = 15 \text{ paq/s}}$$





## Ejercicio 20



$$T_{AB} = \frac{1}{\lambda} \left[ \frac{\lambda_1 \cdot L}{C_1 - \lambda_1 \cdot L} + \frac{3\lambda_2 L}{C_2 - \lambda_2 L} \right]$$

Aplicando método de bifurcación óptima:

$$\frac{C_1}{(C_1 - f_1)^2} = \frac{3C_2}{(C_2 - f_2)^2}$$

$$f_1 = \lambda_1 \cdot L$$

$$f_2 = \lambda_2 \cdot L$$

Se prueban ambos caminos

Camino 1:

$$\frac{C_1}{(C_1 - fu)^2} = \frac{3}{C_2}$$

$$fu = C_1 - \sqrt{\frac{C_1 C_2}{3}} < 0$$

Camino 2:

$$\frac{1}{C_1} = \frac{3C_2}{(C_2 - fu)^2}$$

$$fu = C_2 - \sqrt{3C_1 C_2} = 2,254 \text{ Mbps}$$





Enero 2008

### Ejercicio 1

Una red formada por 50 estaciones utiliza el mecanismo de acceso por sondeo. Cada estación genera 11 paq/s y el tiempo medio de transmisión de un paquete es 1,8 ms. La fracción de tiempo durante la cual se está sondeando a las estaciones vale.

- a) 1 %      b) 5 %      c) 9 %      d) 13 %

### Ejercicio 2

Una red formada por 50 estaciones utiliza el mecanismo de acceso por sondeo. Cada estación genera 10 paq/s. La longitud de los paquetes tiene una distribución uniforme, siendo el paquete más pequeño de 128 bits. El canal tiene una capacidad de 320 Kbps. El *walk time* vale  $w = 0,5$  ms y el tiempo de ciclo es de 250 ms. El tamaño máximo de un paquete expresado en bits vale.

- a) 256 bits      b) 512 bits      c) 1024 bits      d) 2048 bits

### Ejercicio 3

Los paquetes que atraviesan un canal tienen longitudes de 50, 100, 150 y 200 octetos, siendo todas las longitudes equiprobables. Cuando el transmisor está ocupado, la probabilidad de que una llegada aleatoria vea que se está transmitiendo un paquete de longitud 200 es:

- a) 0,2      b) 0,5      c) 0,4      d) 0,3

### Ejercicio 4

Un multiplexor sin buffer tiene 2 canales de salida de 1 y 2 Kbps. A dicho multiplexor llegan paquetes de voz y de datos, la longitud de ambos está distribuida exponencialmen-



te con media 1000 bits. Los paquetes de voz llegan con una tasa de 1 paq/s y sólo se transmiten si encuentran el canal rápido libre, en caso contrario se pierden. Los de datos llegan con una tasa de 1 paq/s y se transmiten por ambos canales utilizando preferiblemente el rápido si ambos están disponibles. La probabilidad que el multiplexor esté vacío vale.

- a)  $3/8$               b)  $7/16$               c)  $1/8$               d)  $1/2$

#### Ejercicio 5

A un multiplexor con un canal de salida y un buffer infinito llegan paquetes de longitud constante. El número medio de paquetes en espera es 1,6. La probabilidad que un paquete al llegar encuentre el multiplexor vacío vale.

- a) 0,2              b) 0,4              c) 0,6              d) 0,8

#### Ejercicio 6

En una cola  $M/M/1/8$ , con  $\lambda = 80$  paq/s, longitud media de los paquetes 12000 bits y capacidad del canal 1,2 Mbps, la probabilidad de espera es:

- a) 0,65              b) 0,73              c) 0,77              d) 0,80

#### Ejercicio 7

En una cola  $M/M/3/3$ , con  $\mu = 2\lambda$ , el percentil 85 del número de paquetes en el sistema es:

- a) 3 paq              b) 2 paq              c) 1 paq              d) 0 paq

#### Ejercicio 8

A un concentrador llegan paquetes de 4 tipos:

- Tipo 1: 30 % del total y longitud constante de 12000 bits
- Tipo 2: 10 % del total y longitud constante de 24000 bits
- Tipo 3: 5 % del total y longitud constante de 36000 bits
- Tipo 4: 55 % del total y longitud constante de 48000 bits

La capacidad del canal es 120 Kbps. El percentil 50 del tiempo de servicio de los paquetes es:

- a) 100 ms              b) 200 ms              c) 300 ms              d) 400 ms



### Ejercicio 9

En la red de la figura 1 se emplea un algoritmo de bifurcación óptima para el tráfico que va de A a B. El valor de  $f_{AB}$  para el que se transmite la mitad del flujo por ambos caminos es:

- a) 79,4 Kbps      b) 117,7 Kbps      c) 249,1 Kbps      d) 311,7 Kbps

### Ejercicio 10

Para una cola  $M/M/1/Q + 1$ , se han medido las probabilidades de pérdida y de que el canal esté desocupado, y también el tiempo medio de servicio de los paquetes ( $p_p = 0,00051$ ,  $p_0 = 0,70015$ ,  $T_s = 10$  ms). La tasa ofrecida en paquetes por segundo es:

- a) 15 paq/s      b) 20 paq/s      c) 25 paq/s      d) 30 paq/s

### Ejercicio 11

A un multiplexor llegan 2 tipos de paquetes cuyas tasas de llegada y tiempos de transmisión valen respectivamente:

- Tipo A: 5 paq/s y 60 ms
- Tipo B: 4 paq/s y 125 ms

Los paquetes son de longitud fija en ambos casos. Teniendo en cuenta que los paquetes de tipo A tienen prioridad con expulsión sobre los de tipo B, el tiempo medio de espera de los paquetes de tipo B es:

- a) 303,61 ms      b) 325,92 ms      c) 341,07 ms      d) 366,26 ms

### Ejercicio 12

Una red de comunicaciones por satélite funciona usando el protocolo Aloha puro. La longitud del paquete es de 48 octetos (cte) y la velocidad de transmisión es 32 Kbps. Sabiendo que cada 4 estaciones generan un paquete cada segundo, el número máximo de estaciones funcionando a caudal máximo del protocolo es:

- a) 57 estaciones      b) 59 estaciones      c) 61 estaciones      d) 63 estaciones

### Ejercicio 13

La tasa de llegadas a un servidor de correo es de 1,2 paq/s. El 30 % de estos requiere un tiempo de servicio de 0,1 s, el 50 % de 0,3 s y el resto de 2 s, todos constantes. El tiempo de transferencia de cada paquete es:

- a) 1,75 s      b) 1,90 s      c) 2,25 s      d) 2,50 s



### Ejercicio 14

La tasa de llegada a un concentrador modelado como  $M/M/1$  es 1,5 paq/s y el tiempo de servicio es 0,35 s. Si dicho tiempo fuese constante, para que el tiempo de espera fuese el mismo que para el caso  $M/M/1$ , la tasa de llegadas debería ser:

- a) 1,74 paq/s      b) 1,96 paq/s      c) 2,23 paq/s      d) 2,35 paq/s

### Ejercicio 15

Para prevenir la congestión en un canal se frena la tasa de emisión de paquetes, en función del número de paquetes en el nodo, según la expresión  $\lambda_k = \lambda/(k+1)$ . La zona de almacenamiento es infinita y  $\lambda = 0,6\mu$ . El porcentaje de paquetes cursados en este caso frente al caso sin freno es:

- a) 60 %      b) 65 %      c) 70 %      d) 75 %

### Ejercicio 16

El tráfico que circula por cada uno de los canales de una red es de 50 paq/s, siendo el 75 % de datos de longitud media 100 octetos y el resto de control de longitud media 20 octetos. La longitud de ambos tipos de paquetes está distribuida exponencialmente. La capacidad de los canales para que el tiempo de espera en cada nodo sea igual al de transmisión es:

- a) 48,52 Kbps      b) 56,32 Kbps      c) 70,00 Kbps      d) 74,23 Kbps

### Ejercicio 17

La tasa de paquetes que llega a un multiplexor es  $\lambda = 30$  paq/s y la tasa de servicio  $\mu = 50$  paq/s. El tamaño mínimo de la zona de almacenamiento del multiplexor para que la probabilidad de pérdida sea menor que 0,01 es:

- a) 5      b) 6      c) 7      d) 8

### Ejercicio 18

Una estación utiliza un protocolo de manera que cuando genera un paquete pasa a un estado de inactividad, no generando nuevos paquetes hasta que el anterior ha sido transmitido. La tasa de generación en estado de actividad es de 4 paq/s. El tiempo de transmisión de un paquete es de 62,5 ms. La utilización del canal es:

- a) 1/2      b) 1/3      c) 1/4      d) 1/5



### Ejercicio 19

120 terminales transmiten paquetes a su estación base usando el protocolo CSMA no persistente. Cada terminal genera 2 paquetes de 40 octetos cada minuto (longitud fija). La capacidad del canal es de 8 Kbps. Despreciando el tiempo de propagación, el número de escuchas necesarias para la transmisión de un paquete es:

- a) 1,19 escuchas      b) 1,36 escuchas      c) 1,45 escuchas      d) 1,68 escuchas

### Ejercicio 20

Los paquetes que atraviesan un canal son de dos clases distintas gestionadas con prioridad sin expulsión. El tiempo de espera de los paquetes de clase inferior es dos veces el de los de clase superior. La utilización del canal por ambas clases de paquetes vale:

- a) 60 %      b) 50 %      c) 40 %      d) 30 %

### FIGURAS

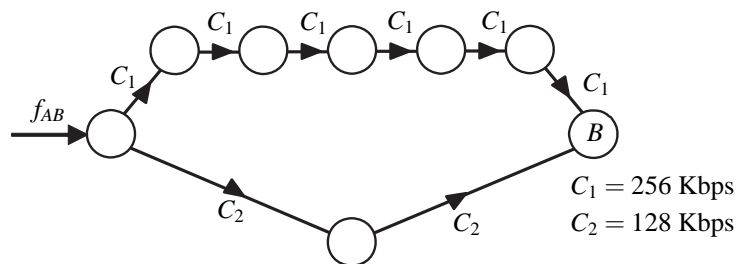


Figura 1



## SOLUCIONES

### Ejercicio 1

$$\text{Fracción de tiempo de sondeo} = \frac{M_w}{T_C} = 1 - S$$

$$S = M \lambda_i T_T = 50 \cdot 11 \cdot 1,8 \cdot 10^{-3} = 0,99$$

$$1 - S = 0,01 \Rightarrow 1 \%$$

El 99 % del tiempo se transmiten paquetes y el 1 % se sondea.

### Ejercicio 2

$$T_C = \frac{M_w}{1 - S} = \frac{M_w}{1 - M \lambda_i T_T}$$

Sustituyendo

$$T_T = 1,8 \text{ ms}$$

$$L = T_T \cdot C = 576 \text{ bits}$$

$$\text{distribución uniforme} \Rightarrow L = \frac{L_{\min} + L_{\max}}{2}$$

$$L_{\max} = 1024 \text{ bits}$$

### Ejercicio 3

$$\text{tipo 1 : } L_1 = 50 \text{ octetos}$$

$$\text{tipo 1 : } L_2 = 100 \text{ octetos}$$

$$\text{tipo 1 : } L_3 = 150 \text{ octetos}$$

$$\text{tipo 1 : } L_4 = 200 \text{ octetos}$$

$$p(\text{tx tipo 4} / \text{canal ocupado}) = \frac{p(\text{tx tipo 4} \cap \text{canal ocupado})}{p(\text{canal ocupado})} = \frac{\rho_4}{\rho}$$

$$\frac{\rho_4}{\rho} = \frac{\lambda_4 T_{T4}}{\lambda_1 T_{T1} + \lambda_2 T_{T2} + \lambda_3 T_{T3} + \lambda_4 T_{T4}}$$

como todos los tipos son equiprobables  $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4$

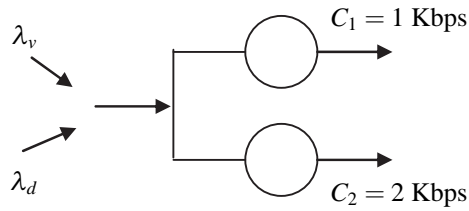




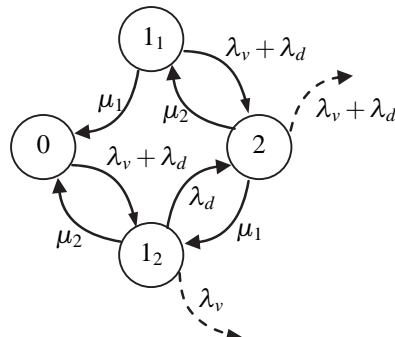
$$\frac{\rho_4}{\rho} = \frac{T_{T4}}{T_{T1} + T_{T2} + T_{T3} + T_{T4}} = \frac{L_4}{L_1 + L_2 + L_3 + L_4} =$$

$$p(\text{tx tipo 4 / canal ocupado}) = 0,4$$

#### Ejercicio 4

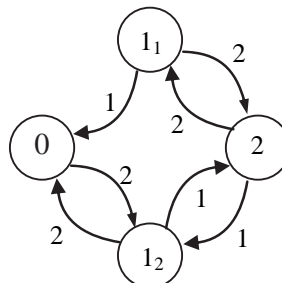


Estado 1  $\begin{cases} 1_1 : \text{ocupado canal 1 (lento)} \\ 1_2 : \text{ocupado canal 2 (rápido)} \end{cases}$



$$\mu_1 = \frac{C_1}{L} = 1 \text{ paq/s}$$

$$\mu_2 = \frac{C_2}{L} = 2 \text{ paq/s}$$





$$\begin{cases} p_{11} + 2p_{12} = 2p_0 \\ 2p_2 = 3p_{11} \\ 2p_{11} + p_{12} = 3p_2 \end{cases}$$

Expresamos  $p_0$ ,  $p_{12}$  y  $p_2$  en función de  $p_{11}$

$$\begin{cases} p_2 = \frac{3}{2}p_{11} \\ p_{12} = \frac{5}{2}p_{11} \\ p_0 = 3p_{11} \end{cases}$$

$$p_0 + p_{11} + p_{12} + p_2 = 1 \quad \Rightarrow \quad p_{11} = \frac{1}{8}$$

$$\boxed{p_0 = \frac{3}{8}}$$

### Ejercicio 5

$$N_Q = \lambda \cdot T_W = \lambda \cdot \frac{\lambda \cdot T_s^2}{2(1-\rho)} = \frac{\rho^2}{2(1-\rho)} = 1,6$$

$$\rho^2 + 3,2\rho - 3,2 = 0$$

$$\rho = 0,8$$

$$\boxed{p_0 = 1 - \rho = 0,2}$$

### Ejercicio 6

$$p(\text{espera}) = p(\text{llegar y tener que esperar})$$

Si llega en:

- estado 0: no se espera porque hay un servidor libre
- estado 8: se pierde, no espera

Aplicando la propiedad PASTA

$$p(\text{espera}) = \sum_{k=1}^7 p_k = 1 - p_0 - p_8$$

$$M/M/1/N \quad \Rightarrow \quad p_k = \frac{1-\rho}{1-\rho^{N+1}} \rho^k$$



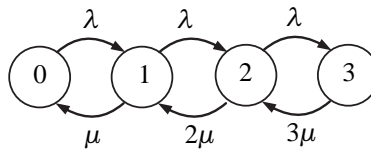
$$\rho = \frac{\lambda L}{C} = 0,8$$

$$p(espera) = 1 - \left[ \frac{1-\rho}{1-\rho^9} (1+\rho^8) \right]$$

$$\boxed{p(espera) = 0,73}$$

### Ejercicio 7

$$\sum_{k=0}^{\Pi_N(85)} p_k \geq 0,85$$



$$\frac{\lambda}{\mu} = \frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} p_1 = \frac{\lambda}{\mu} p_0 \\ p_2 = \frac{1}{2} \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^2 p_0 \\ p_3 = \frac{1}{6} \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^3 p_0 \end{cases}$$

$$p_0 + p_1 + p_2 + p_3 = 1 \Rightarrow p_0 = \frac{48}{79}$$

$$p_0 = 0,6 < 0,85 \quad \Leftarrow \quad \text{NO}$$

$$p_0 + p_1 = 0,911 > 0,85 \quad \Leftarrow \quad \text{SI}$$

$$\boxed{\Pi_N(85) = 1}$$

### Ejercicio 8

Ordenamos los tiempos de servicio en orden creciente

$$L_1 = 12000 \text{ bits} \quad p(t_{S1}) = 0,3$$

$$L_2 = 24000 \text{ bits} \quad p(t_{S2}) = 0,1$$

$$L_3 = 36000 \text{ bits} \quad p(t_{S3}) = 0,05$$

$$L_4 = 48000 \text{ bits} \quad p(t_{S4}) = 0,55$$



$$p(t_{S1}) = 0,3 < 0,5$$

$$p(t_{S1}) + p(t_{S2}) = 0,4 < 0,5$$

$$p(t_{S1}) + p(t_{S2}) + p(t_{S3}) = 0,45 < 0,5$$

$$p(t_{S1}) + p(t_{S2}) + p(t_{S3}) + p(t_{S4}) = 1 > 0,5 \quad \Leftarrow \quad \text{si}$$

$$\Pi_{t_s}(0,5) = t_{S4} = \frac{L_4}{C} = 400 \text{ ms}$$

### Ejercicio 9

$$T_{AB} = \frac{L}{f_{AB}} \left[ \frac{6f_1}{C_1 - f_1} + \frac{2f_2}{C_2 - f_2} \right] \Rightarrow F = \frac{6f_1}{C_1 - f_1} + \frac{2f_2}{C_2 - f_2}$$

$$\frac{dF}{df_1} = \frac{dF}{df_2} \Rightarrow \frac{6C_1}{(C_1 - f_1)^2} = \frac{2C_2}{(C_2 - f_2)^2}$$

$$\left. \begin{array}{l} f_{AB} = f_1 + f_2 \\ f_1 = f_2 \end{array} \right\} \Rightarrow f_1 = f_2 = \frac{f_{AB}}{2}$$

$$\frac{6C_1}{(2C_1 - f_{AB})^2} = \frac{2C_2}{(2C_2 - f_{AB})^2}$$

Como  $C_1 = 2C_2$

$$\frac{6}{(2C_1 - f_{AB})^2} = \frac{1}{(C_1 - f_{AB})^2}$$

$$f_{AB} = \frac{2 - \sqrt{6}}{1 - \sqrt{6}} C_1 = 79,38 \text{ Kbps}$$

### Ejercicio 10

Como solo hay un servidor  $\Rightarrow 1 - p_0 = \rho_C = \lambda_C T_S$

La tasa cursada vale:

$$\lambda_C = \lambda(1 - p_p)$$

$$\lambda = \frac{1}{T_S} \frac{1 - p_0}{1 - p_p}$$

$$\lambda = 30 \text{ paq/s}$$



## Ejercicio 11

$$T_B = \frac{T_{W0B} - T_{SB}(1 - \rho)}{(1 - \rho_A)(1 - \rho)}$$

$$T_{W0B} = \frac{\lambda_A T_{SA}^2 + \lambda_B T_{SB}^2}{2} = 0,04025 \text{ s}$$

$$\left. \begin{array}{l} \rho_A = \lambda_A T_{SA} = 0,3 \\ \rho_B = \lambda_B T_{SB} = 0,5 \end{array} \right\} \Rightarrow \rho = 0,8$$

Sustituyendo

$$T_B = 466,07 \text{ ms}$$

$$T_{WB} = T_B - T_{SB} = 341,07 \text{ ms}$$

## Ejercicio 12

$$\left. \begin{array}{l} T_T = \frac{L}{C} = 12 \text{ ms} \\ S_{\text{MAX}} = \frac{1}{2e} \end{array} \right\} \Rightarrow \lambda = \frac{S}{T_i} = 15,32 \text{ paq/s}$$

$$\lambda_i = \frac{1}{4} \text{ paq/s}$$

$$M \leq \frac{\lambda}{\lambda_i} = 61,31$$

$$M = 61 \text{ estaciones}$$

## Ejercicio 13

$$T = \frac{\lambda E(t_S^2)}{2(1 - \rho)} + E(t_S)$$

$$E(t_S) = 0,3 \cdot T_{S1} + 0,5 \cdot T_{S2} + 0,2 \cdot T_{S3} = 0,58 \text{ s}$$

$$E(t_S^2) = 0,3 \cdot T_{S1}^2 + 0,5 \cdot T_{S2}^2 + 0,2 \cdot T_{S3}^2 = 0,848 \text{ s}^2$$

$$\rho = \lambda \cdot E(t_S) = 0,696$$

$$T = 2,25 \text{ s}$$



## Ejercicio 14

$$T_W = \frac{\lambda E(t_S^2)}{2(1-\rho)}$$

Tipo 1: exponencial

Tipo 2: determinista

$$T_{W1} = T_{W2} \quad y \quad T_{S1} = T_{S2} = T_S$$

$$\frac{\lambda_1 \cdot 2 \cdot T_S^2}{2(1-\lambda_1 \cdot T_S)} = \frac{\lambda_2 \cdot T_S^2}{2(1-\lambda_2 \cdot T_S)}$$

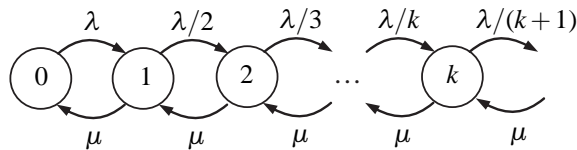
$$\lambda_2 = \frac{2\lambda_1}{1+\lambda_1 T_S}$$

$$\boxed{\lambda_2 = 1,96 \text{ paq/s}}$$

## Ejercicio 15

$$\lambda_k = \frac{\lambda}{k+1}$$

$$\lambda = 0,6\mu$$



$$p_k = \frac{(\lambda/\mu)^k}{k!} p_0$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} p_k = e^{\lambda/\mu} \cdot p_0 = 1 \quad \Rightarrow \quad p_0 = e^{-\lambda/\mu}$$

$$\lambda_C = \sum_{k=0}^{\infty} \lambda_k p_k = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\lambda}{k+1} \cdot \frac{(\lambda/\mu)^k}{k!} e^{-\lambda/\mu} = \mu e^{-\lambda/\mu} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda/\mu)^{k+1}}{(k+1)!} =$$

$$= \mu e^{-\lambda/\mu} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(\lambda/\mu)^k}{k!} = \mu e^{-\lambda/\mu} (e^{\lambda/\mu} - 1)$$

$$\lambda_C = \mu(1 - e^{-\lambda/\mu})$$

*Nota:* Se obtiene el mismo resultado con la expresión:



$$\rho_C = \frac{\lambda_C}{\mu} = 1 - p_0$$

Finalmente:

$$\frac{\lambda_C}{\lambda} = \frac{\mu}{\lambda}(1 - e^{-\lambda/\mu}) = 0,75 \Rightarrow 75 \%$$

### Ejercicio 16

$$T_W = T_S$$

$$\frac{\lambda E(t_S^2)}{2(1 - \rho)} = T_S$$

$$\frac{\lambda(0,75 \cdot 2T_{S1}^2 + 0,25 \cdot 2T_{S2}^2)}{2[1 - \lambda(0,75T_{S1} + 0,25T_{S2})]} = 0,75T_{S1} + 0,25T_{S2}$$

Además:

$$T_{S1} = \frac{L_1}{C} \quad \text{y} \quad T_{S2} = \frac{L_2}{C}$$

Se obtiene:

$$C = 70 \text{ Kbps}$$

### Ejercicio 17

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{3}{5}$$

$$p_p = \frac{1 - \rho}{1 - \rho^{N+1}} \rho^N < 0,01$$

$$\rho^N < \frac{0,01}{1 - \rho[1 - 0,01]}$$

Como  $\rho < 1$

$$N > \frac{\log \left[ \frac{0,01}{1 - 0,99\rho} \right]}{\log \rho} = 7,25$$

$$N = 8$$

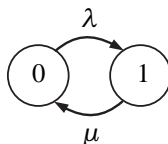
El tamaño del buffer mínimo es

$$Q = N - 1 = 7$$



## Ejercicio 18

$$\mu = \frac{1}{T_s} = 16 \text{ paq/s}$$



$$p_0 = \frac{\mu}{\lambda} p_1 = 4p_1$$

$$p_0 + p_1 = 5p_1 = 1$$

$$p_1 = \frac{1}{5}$$

$$\rho_C = 1 - p_0 = p_1 = \frac{1}{5}$$

## Ejercicio 19

$$\frac{\text{nº escuchas}}{\text{paquete}} = \frac{\text{escuchas en } T_T}{\text{paquetes en } T_T} = \frac{G}{S}$$

Para CSMA

$$S = \frac{G \cdot e^{-aG}}{G[1 + 2a] + e^{-aG}}$$

Retardo de propagación nulo  $a = 0$ . En este caso

$$S = \frac{G}{G + 1}$$

$$\frac{G}{S} = \frac{1}{1 - S}$$

$$S = \frac{M\lambda_i L}{C} = 0,16$$

$$\frac{G}{S} = 1,19 \text{ escuchas}$$





## Ejercicio 20

$$T_{W1} = \frac{T_{W0}}{1 - \rho_1}$$

$$T_{W2} = \frac{T_{W0}}{(1 - \rho)(1 - \rho_1)} = \frac{T_{W1}}{1 - \rho}$$

$$2T_{W1} = \frac{T_{W1}}{1 - \rho}$$

$$\boxed{\rho = \frac{1}{2}}$$

→ 7



Junio 2007

### Ejercicio 1

A un multiplexor llegan paquetes de dos clases. Los paquetes son de longitud constante. La tasa total es 30 paquetes por segundo. El 58 % de los paquetes tiene prioridad con expulsión sobre el resto. El tiempo de transmisión de un paquete es 30 ms. El número medio de paquetes que adelantará a uno de baja prioridad es:

- a) 3 paquetes      b) 4 paquetes      c) 5 paquetes      d) 6 paquetes

### Ejercicio 2

A un multiplexor llegan paquetes de longitud distribuida uniformemente entre 0 y  $L_M$  bits. La ocupación del canal es del 60 %. El número medio de paquetes en el multiplexor es:

- a) 0,8 paquetes      b) 1 paquetes      c) 1,2 paquetes      d) 1,4 paquetes

### Ejercicio 3

100 estaciones utilizan el mecanismo de acceso por sondeo. Cada estación genera 5 paquetes por segundo y el tiempo de transmisión de cada paquete vale 1,9 ms. El *walk time* es  $w = 1$  ms. El número medio de paquetes que transmite una estación cada vez que es sondeada vale:

- a) 8 paquetes      b) 10 paquetes      c) 12 paquetes      d) 14 paquetes

### Ejercicio 4

Una estación utiliza un protocolo de manera que cuando genera un paquete pasa a un estado de inactividad, no generando nuevos paquetes hasta que el anterior ha sido trans-



mitido. La tasa de generación en estado de actividad es de 4 paquetes por segundo. El tiempo de transmisión de un paquete es de 62,5 ms. La utilización del canal es:

- a)  $1/2$               b)  $1/3$               c)  $1/4$               d)  $1/5$

### Ejercicio 5

Las capacidades de la red de la figura 1 han sido asignadas mediante el criterio minimax. El tráfico total entrante en la red es  $\gamma = 400$  paquetes por segundo. El número medio de saltos que da un paquete es 1,25 y el tiempo medio de tránsito es 2,5 ms. La longitud media de los paquetes vale:

- a) 1000 bits              b) 1100 bits              c) 1200 bits              d) 1300 bits

### Ejercicio 6

Para un acceso CSMA no persistente, con tiempo de propagación nulo y caudal igual a  $1/3$ , el número medio de escuchas por paquete transmitido es:

- a) 1              b) 1,5              c) 2,5              d) 3

### Ejercicio 7

En una cola  $M/M/2/3$ , con  $\mu = 2\lambda$ , el percentil 95 del número de paquetes en espera es:

- a) 0              b) 1              c) 2              d) 3

### Ejercicio 8

La figura 2 muestra la función de densidad de probabilidad del tiempo de servicio en un concentrador. El percentil 90 de dicho tiempo es:

- a) 36 ms              b) 37 ms              c) 38 ms              d) 39 ms

### Ejercicio 9

Para un acceso CSMA no persistente, la probabilidad de que una estación detecte señal cuando desea transmitir:

- a) Coincide siempre con el valor del caudal.  
b) No coincide nunca con el valor del caudal.  
c) Coincide con el valor del caudal si se está funcionando en el punto de caudal máximo.  
d) Coincide con el valor del caudal si el tiempo de propagación es nulo.



### Ejercicio 10

En el acceso a una red se emplea el mecanismo de control de congestión por permisos. El tamaño de los buffers de permisos y paquetes es finito, y en ambos casos mayor que 2. La tasa de generación de permisos coincide con la tasa de llegadas de paquetes (ambas exponenciales). El valor de la probabilidad de pérdida de paquetes en el acceso es:

- a) 0    b) 1
- c) Igual al valor de la probabilidad de que haya dos permisos disponibles a la llegada del paquete.
- d) Igual al valor de la probabilidad de que no haya ningún permiso disponible a la llegada del paquete.

### Ejercicio 11

En una red de acceso funcionando con el protocolo CSMA no persistente, el número de escuchas por segundo es  $\Lambda = 25$ . La longitud de los paquetes es 128 octetos. La capacidad del canal es 256 Kbps. La distancia entre estaciones es 60 Kms. La velocidad de propagación de las señales es 300000 Km/s. El tráfico cursado es:

- a) 20,37 paq/s                      b) 22,51 paq/s
- c) 24,09 paq/s                      d) 26,18 paq/s

### Ejercicio 12

En una red de acceso múltiple por sondeo, el número de paquetes generados por todos los terminales es 30 paquetes por segundo. La longitud media de los paquetes es 80 octetos. La capacidad del canal es 32 Kbps. El tiempo de ciclo es 90 ms y el *walk time* es  $w = 2$  ms. El número de estaciones es:

- a) 18                      b) 22                      c) 26                      d) 30

### Ejercicio 13

En una red de acceso múltiple por sondeo, el número de paquetes generados por cada terminal es 70 paquetes por minuto. La longitud de todos los paquetes es constante y su valor 128 octetos. La capacidad del canal es 32 Kbps. El número de terminales es 24, y el *walk time* es  $w = 1,5$  ms. El tiempo de espera de un paquete es:

- a) 304,46 ms                      b) 315,27 ms                      c) 326,18 ms                      d) 337,82 ms

### Ejercicio 14

En la red de la figura 3 el tráfico de A a B es bifurcado de forma óptima. El flujo por encima del cual se utilizan los dos caminos posibles es:

- a) 4,27 Mbps                      b) 8,14 Mbps                      c) 14,75 Mbps                      d) 16,91 Mbps



### Ejercicio 15

Los usuarios de un sistema inalámbrico terrestre utilizan el protocolo Aloha puro para comunicarse con la estación base. La capacidad del canal es 200 Kbps y los paquetes son de 100 octetos (constante). La espera aleatoria es una variable distribuida uniformemente entre 4 y 20 ms. Los valores del tiempo de reconocimiento y del time out son  $T_{ACK} = 3,24$  ms y  $T_{OUT} = 8,4$  ms. Si el sistema trabaja a caudal máximo, el tiempo de servicio es:

- a) 37,24 ms      b) 49,17 ms      c) 56,32 ms      d) 68,14 ms

### Ejercicio 16

Usando el mecanismo de ventana para controlar la congestión en la red, si la probabilidad de pérdida extremo-a-extremo de los paquetes es 0,0265, el tamaño máximo de la ventana vale:

- a) 10      b) 13      c) 16      d) 19

### Ejercicio 17

A un concentrador llegan dos tipos de paquetes. Los de control suponen el 20% y tienen una longitud fija de 48 bits. El 80% restante son paquetes de datos, que tienen una longitud de 960 bits y un coeficiente de variación de su longitud de 0,5. Si la tasa total de llegada de paquetes es  $\lambda = 6$  paquetes por segundo y la capacidad del canal es 9600 bps, el tiempo de espera de los paquetes en el concentrador es:

- a) 34 ms      b) 45 ms      c) 58 ms      d) 72 ms

### Ejercicio 18

En un canal que se utiliza el 60% del tiempo, se observa que el tiempo de transferencia de los paquetes es el triple de su tiempo de servicio. El coeficiente de variación de la longitud de los paquetes es:

- a)  $4/3$       b)  $2/\sqrt{3}$       c)  $\sqrt{5/3}$       d)  $1/9$

### Ejercicio 19

Por un canal de 1200 bps se transmiten dos tipos de paquetes. Ambos tienen su longitud distribuida exponencialmente con valor medio  $L_1 = 300$  bits y  $L_2 = 120$  bits respectivamente. El canal no dispone de buffer de almacenamiento. Las llegadas de los paquetes siguen un régimen de Poisson con tasa  $\lambda_1 = 1$  paquete por segundo y  $\lambda_2 = 5$  paquetes por segundo. La probabilidad de pérdida de los paquetes de tipo 1 es:

- a)  $3/7$       b)  $2/7$       c)  $1/2$       d)  $2/5$



## Ejercicio 20

La tasa de llegada en paquetes por segundo a un nodo varía en función de su estado de acuerdo con la siguiente expresión,  $\lambda_n = 2,4/(n + 1)$ . El nodo dispone de un buffer infinito, la capacidad del canal es 1200 bps y la longitud de los paquetes está distribuida exponencialmente con valor medio de  $L = 300$  bits. La tasa de paquetes cursados es:

- a) 2,5 paquetes por segundo
- b) 1,2 paquetes por segundo
- c) 3,2 paquetes por segundo
- d) 1,8 paquetes por segundo

## FIGURAS

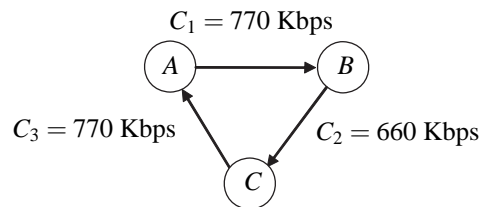


Figura 1

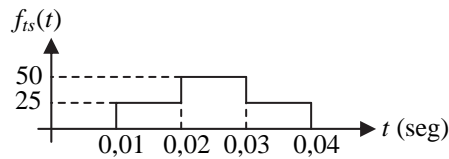


Figura 2

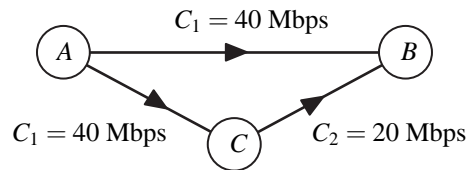


Figura 3

**SOLUCIONES****Ejercicio 1**

Es el número medio de paquetes de alta prioridad que llegan mientras uno de baja prioridad está en el sistema.

$$N = \lambda_1 \cdot T_2$$

$$T_2 = \frac{T_{w0_2} + T_S(1 - \rho)}{(1 - \rho_1)(1 - \rho)}$$

$$T_{w0_2} = \frac{\lambda \cdot T_{S_2}}{2} = 0,0135 \text{ s}$$

$$\rho = \lambda \cdot T_S = 0,9$$

$$\rho_1 = \lambda_1 \cdot T_S = 0,522$$

$$T_2 = 0,3451$$

$$N = 6 \text{ paquetes}$$

**Ejercicio 2**

$$\left. \begin{array}{l} N = \lambda T = \frac{\lambda^2 E(t_S^2)}{2(1 - \rho)} + \lambda T_S \\ L = \frac{L_M}{2} \\ E(l^2) = \frac{L_M^2}{3} \end{array} \right\} E(l^2) = \frac{4L^2}{3} \Rightarrow N = \frac{2\rho^2}{3(1 - \rho)} + \rho$$

$$N = 1,2 \text{ paquetes}$$

**Ejercicio 3**

$$N = \lambda_i \cdot T_c$$

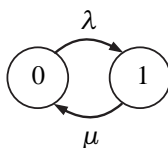
$$N = \frac{\lambda_i \cdot M \cdot w}{1 - \lambda_i \cdot M \cdot T_T}$$

$$N = 10 \text{ paquetes}$$





## Ejercicio 4

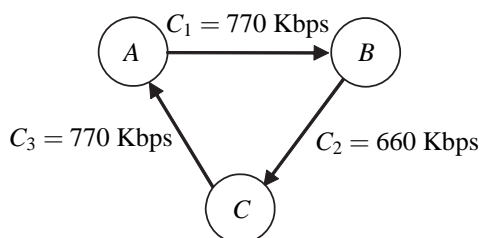


$$\mu = \frac{1}{T_t} = 16 \text{ paq/s}$$

$$p_1 = \frac{\lambda}{\mu + \lambda}$$

$$\rho = p_1 = \frac{1}{5}$$

## Ejercicio 5



$$\begin{cases} \frac{L}{C_i - \lambda_i \cdot L} = \frac{T}{H} \\ H = \frac{1}{\gamma} \sum \lambda_i \end{cases}$$

$$\lambda_i = \frac{C_i}{L} - \frac{H}{T}$$

$$\sum_{i=1}^3 \lambda_i = \frac{\sum_{i=1}^3 C_i}{L} - 3 \frac{H}{T}$$

$$H = \frac{1}{\gamma} \left[ \frac{\sum_{i=1}^3 C_i}{L} - 3 \frac{H}{T} \right]$$

$$L = \frac{\sum_{i=1}^3 C_i}{H \left[ \gamma + \frac{3}{T} \right]} = 1100 \text{ bits}$$



### Ejercicio 6

CSMA no persistente:

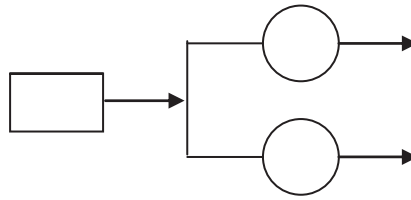
$$\text{escuchas/paquete transmitido} = G/S$$

Cuando  $a = 0$ :

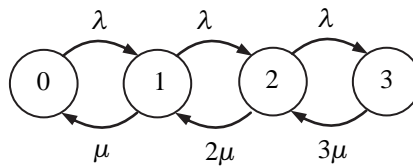
$$S = \frac{G}{G+1}$$

$$\boxed{\frac{G}{S} = \frac{1}{1-S} = 1,5}$$

### Ejercicio 7



$$\Pi_{nw}(95) = \Pi_n(95) - 2$$



$$p_0 = \frac{32}{53}$$

$$p_1 = \frac{16}{53}$$

$$p_2 = \frac{4}{53}$$

$$p_3 = \frac{1}{53}$$

$$N = 0; \quad p_0 = \frac{32}{53} = 0,6$$

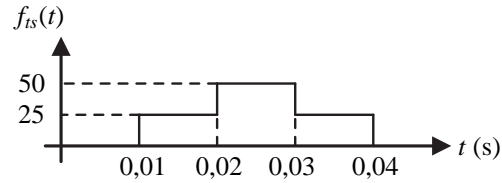
$$N = 1; \quad p_0 + p_1 = \frac{32}{53} + \frac{16}{53} = \frac{48}{53} = 0,9$$



$$N = 2; \quad p_0 + p_1 + p_2 = \frac{32}{53} + \frac{16}{53} + \frac{4}{53} = 0,98$$

$$\boxed{\Pi_{nw}(95) = \Pi_n(95) - 2 = 2 - 2 = 0}$$

### Ejercicio 8



$$\int_{0,01}^{0,03} f_{ts}(t) dt = 0,75$$

$$0,9 - 0,75 = 0,15$$

$$0,15 = \int_{0,03}^{\Pi_{ts}(90)} f_{ts}(t) dt = 25 (\Pi_{ts}(90) - 0,03)$$

$$\boxed{\Pi_{ts}(90) = 0,036}$$

### Ejercicio 9

CSMA no persistente

$$S = \frac{U}{B + I}$$

$$p_B = \frac{Y + T_T}{B + I}$$

La probabilidad de bloqueo coincide con el caudal si  $U = Y + T_T$

$$\begin{cases} Y + T_T = \tau - \frac{1}{\Lambda} [1 - e^{-aG}] + T_T \\ U = T_T \cdot e^{-aG} \end{cases}$$

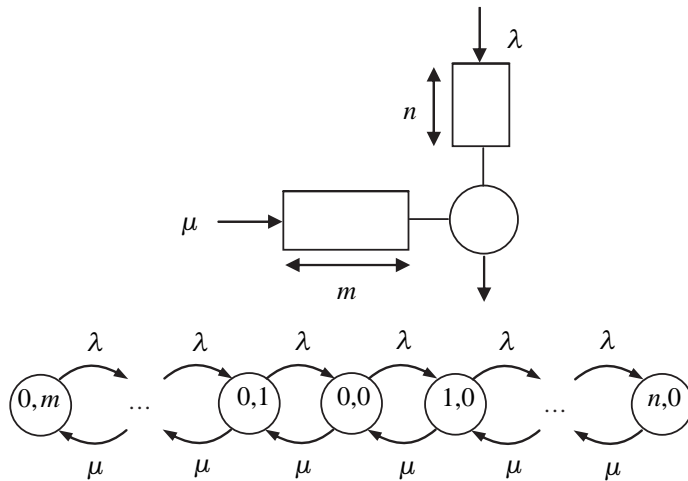
Ambas ecuaciones coinciden si  $\tau = 0 \Rightarrow e^{-aG} = 1$

### Ejercicio 10

Estado: (paquetes, permisos)



Probabilidad de pérdida de paquetes =  $p(N,0)$



Como  $\lambda = \mu$ , todas las probabilidades son iguales.

$$p(n,0) = \frac{1}{n+m+1}$$

De todas las soluciones, la correcta es:

$$p(n,0) = p(0,2)$$

Ejercicio 11

$$\left. \begin{aligned} T_T &= \frac{L}{C} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ s} \\ \tau &= \frac{d}{c} = 0,2 \cdot 10^{-3} \text{ s} \\ a &= \frac{\tau}{T_T} = 0,05 \\ G &= \Lambda T_T = 0,1 \end{aligned} \right\} S = \frac{G \cdot e^{-aG}}{G(1+2a) + e^{-aG}} = 0,09$$

$$\lambda = \frac{S}{T_T} = 22,51 \text{ paq/s}$$

Ejercicio 12

$$T_c = \frac{M \cdot w}{1 - S}$$



$$S = \frac{\lambda \cdot L}{C} = 0,6$$

$$M = \frac{T_c(1-S)}{w} = 18 \text{ estaciones}$$

### Ejercicio 13

Polling

$$T_W = \frac{\left(1 - \frac{S}{M}\right) \cdot M \cdot w}{2(1-S)} + \frac{\lambda \cdot E(t_S^2)}{2(1-S)}$$

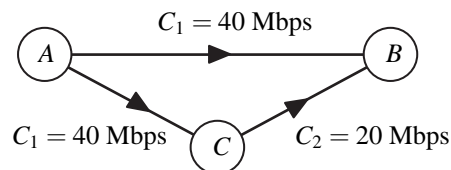
$$T_t = \frac{L}{C} = 32 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

$$E(t_S^2) = T_t^2$$

$$S = M \lambda_i T_t = 0,896$$

$$T_W = 304,46 \text{ ms}$$

### Ejercicio 14



$$T_{AB} = \frac{1}{\lambda_{AB}} \left[ \frac{f_1}{C_1 - f_1} + \frac{f_2}{C_1 - f_2} + \frac{f_2}{C_2 - f_2} \right]$$

Si se cumplen las condiciones del óptimo

$$\frac{\partial F}{\partial f_1} = \frac{\partial F}{\partial f_2}$$

$$\frac{C_1}{(C_1 - f_1)^2} = \frac{C_1}{(C_1 - f_2)^2} + \frac{C_2}{(C_2 - f_2)^2}$$

Suponiendo que el peor camino es el 2 (tiene 2 saltos y menor capacidad)

$$f_1 = fu$$

$$f_2 = 0$$



$$\frac{C_1}{(C_1 - fu)^2} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

$$fu = C_1 - \sqrt{\frac{C_1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}} = 16,905 \text{ Kbps}$$

## Ejercicio 15

Aloha puro – Escenario terrestre

$$T_S = T_S|_{\text{SIN COLISIÓN}} + \left(\frac{G}{S} - 1\right) \cdot T_{RT}$$

$$T_S|_{\text{SIN COLISIÓN}} = T_t + T_{ACK} = 7,24 \text{ ms}$$

$$T_{RT} = T_t + T_{OUT} + R = 24,4 \text{ ms}$$

$$T_S = 7,24 + (e - 1)24,4 = 49,166 \text{ ms}$$

## Ejercicio 16

Congestión (mecanismo de ventana)

$$W_{MAX} = \sqrt{\frac{8}{3p_p}} = 10,03$$

## Ejercicio 17

$$T_W = \frac{\lambda \cdot E(t_S^2)}{2(1 - \rho)}$$

$$E(l_2^2) = L_2^2(1 + C_{l_2}^2)$$

$$E(l^2) = 0,2 \cdot (48)^2 + 0,8 \cdot (960)^2 \cdot (1 + 0,5^2) = 922060,8 \text{ bits}^2$$

$$E(t_S^2) = \frac{E(l^2)}{C^2} = 0,01 \text{ s}^2$$

$$L = 0,2 \cdot 48 + 0,8 \cdot (960) = 777,6 \Rightarrow T_S = 0,081 \text{ s}$$

$$\rho = \lambda \cdot T_S = 0,486$$

$$T_W = 58,35 \text{ ms}$$



## Ejercicio 18

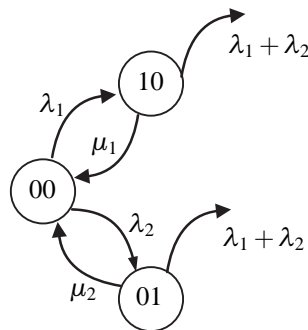
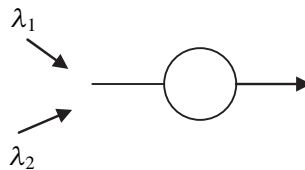
$$T = 3T_S \Rightarrow T_W = 2T_S$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\lambda E(t_S^2)}{2(1-\rho)} = 2T_S \\ E(t_S^2) = T_S^2 \cdot (1 + C_{t_S}^2) \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\lambda \cdot T_S^2 (1 + C_{t_S}^2)}{2(1+\rho)} = 2T_S$$

$$\frac{\rho(1 + C_{t_S}^2)}{2(1+\rho)} = 2$$

$$C_{t_S} = C_l = \sqrt{\frac{5}{3}}$$

## Ejercicio 19



$$\begin{cases} \lambda_1 p_{00} = \mu_1 p_{10} \\ \lambda_2 p_{00} = \mu_2 p_{01} \end{cases}$$

$$p_{00} + p_{10} + p_{01} = 1$$

$$p_{00} \left( 1 + \frac{\lambda_1}{\mu_1} + \frac{\lambda_2}{\mu_2} \right) = 1$$

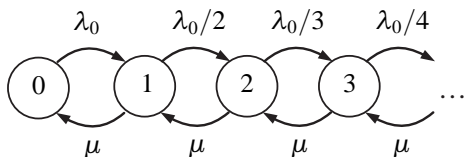
$$p_{00} = \frac{4}{7}$$



$$p_{p1} = \frac{\lambda p_1}{\lambda_1} = \frac{\lambda(p_{10} + p_{01})}{\lambda_1}$$

$$p_{p1} = 1 - p_{00} = \frac{3}{7}$$

## Ejercicio 20



$$p_k = p_0 \cdot \left( \frac{\lambda_0}{\mu} \right)^k \cdot \frac{1}{k!}$$

$$p_0 = \left[ \sum_{k=0}^{\infty} \frac{p_k}{p_0} \right]^{-1} = e^{-\lambda_0/\mu}$$

$$\lambda_C = \sum_{k=0}^{\infty} \lambda_k \cdot p_k = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\lambda_0}{k+1} \cdot \frac{\left( \frac{\lambda_0}{\mu} \right)^k}{k!} e^{-\lambda_0/\mu} =$$

$$= e^{-\lambda_0/\mu} \cdot \mu \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\left( \frac{\lambda_0}{\mu} \right)^{k+1}}{(k+1)!}$$

$$\lambda_C = \mu(1 - e^{-\lambda_0/\mu})$$

$$\lambda_C = 1,804 \text{ paq/s}$$









## Enero 2007

### Ejercicio 1

A una red de transporte se accede mediante un sistema de acceso por permisos. El tamaño del buffer de permisos es de 2 permisos y el del buffer de paquetes es de 3 paquetes. La tasa de llegadas de paquetes es de 10 por segundo y la tasa de generación de permisos es de 12,5 permisos por segundo. La probabilidad de pérdida de paquetes en el buffer de acceso es de:

- a)  $24,42 \cdot 10^{-2}$       b)  $15,29 \cdot 10^{-3}$       c)  $59,63 \cdot 10^{-2}$       d)  $88,82 \cdot 10^{-3}$

### Ejercicio 2

Un grupo de 46 estaciones comparte un canal de acceso vía satélite mediante la técnica Aloha puro. El tiempo de transmisión de los paquetes es constante e igual a 10 ms y el tiempo de espera aleatorio tras una colisión es una variable aleatoria distribuida uniformemente entre 0 y 100 ms. El satélite está situado a 36000 Km y la velocidad de propagación es de 300000 Km/s. Las estaciones tienen un buffer con capacidad limitada a 2 paquetes. Suponiendo que la red trabaja al caudal máximo del protocolo, y que el coeficiente de variación del tiempo de servicio es igual a la unidad, la probabilidad de pérdida de paquetes en cada una de las estaciones es de:

- a)  $7 \cdot 10^{-5}$       b)  $4 \cdot 10^{-4}$       c)  $2 \cdot 10^{-2}$       d) 1

### Ejercicio 3

En la red de la figura 1 se emplea un algoritmo de bifurcación óptima para encaminar los paquetes de A a B. Para que los dos caminos sean utilizados en cualquier régimen de carga se debe cumplir que:

- a)  $C_1 = 3 \cdot C_2$       b)  $C_2 = 3 \cdot C_1$       c)  $C_1 = 1,5 \cdot C_2$       d)  $C_2 = 1,5 \cdot C_1$



#### Ejercicio 4

3 estaciones comparten un medio mediante la técnica Aloha ranurado. En cada ranura, cada estación transmite con probabilidad  $p$ . El valor de  $p$  que maximiza el caudal total de la red es:

- a)  $p = 1/2$       b)  $p = 1/3$       c)  $p = 1$       d)  $p = 2/3$

#### Ejercicio 5

Un conjunto de  $N$  estaciones transmite en un canal ruidoso de  $C = 100$  Kbps mediante un concentrador con buffer infinito. La probabilidad de que un paquete se reciba erróneamente y deba ser retransmitido es de 0,1. El tráfico total (paquetes nuevos y retransmisiones) es de Poisson. Cada estación genera 1,5 paquetes nuevos cada segundo de 1000 bits en media y distribución exponencial. El número máximo de estaciones para que el tiempo de transferencia de un paquete sea menor que 28 ms vale:

- a) 34      b) 36      c) 38      d) 40

#### Ejercicio 6

48 estaciones transmiten en un canal ruidoso de  $C = 100$  Kbps mediante un concentrador con buffer infinito. El 10% de los paquetes nuevos deben ser retransmitidos. Se da prioridad con expulsión a los paquetes retransmitidos. Cada estación genera 1,6 paquetes nuevos cada segundo de 1000 bits en media y distribución exponencial. El tiempo de transferencia de un paquete en su primera transmisión vale:

- a) 70 ms      b) 75 ms      c) 80 ms      d) 85 ms

#### Ejercicio 7

El flujo umbral a partir del cual se utilizan los tres canales de la figura 2, cuando se emplea un algoritmo de bifurcación óptima, vale:

- a) 128 Kbps      b) 224 Kbps      c) 248 Kbps      d) 320 Kbps

#### Ejercicio 8

Las capacidades de la red de la figura 3 se han asignado mediante el criterio minimax. La longitud de los paquetes es de 1000 bits. Si el tiempo de tránsito de los paquetes que van desde el nodo 2 al nodo 1 es de 12 ms, las capacidades valen:

- a)  $C_1 = 800$  Kbps,  $C_2 = 700$  Kbps,  $C_3 = 600$  Kbps,  $C_4 = 600$  Kbps.  
b)  $C_1 = 750$  Kbps,  $C_2 = 650$  Kbps,  $C_3 = 550$  Kbps,  $C_4 = 550$  Kbps.  
c)  $C_1 = 700$  Kbps,  $C_2 = 600$  Kbps,  $C_3 = 500$  Kbps,  $C_4 = 500$  Kbps.  
d)  $C_1 = 650$  Kbps,  $C_2 = 550$  Kbps,  $C_3 = 450$  Kbps,  $C_4 = 450$  Kbps.



### Ejercicio 9

Los paquetes que llegan a un sistema lo hacen con una tasa de 30 cada segundo y su tiempo medio de servicio es 0,02 segundos. El número mínimo de paquetes que debe acoger el sistema para que se garantice que menos del 1 % de los que llegan sean rechazados es:

- a) 4              b) 6              c) 8              d) 10

### Ejercicio 10

Los paquetes que llegan a un sistema lo hacen con una tasa de 1,2 cada segundo. El tiempo de servicio es 0,1 segundos para el 30 %, 0,3 segundos para el 50 % y 2 segundos para el resto, todos ellos constantes. El número medio de los paquetes que esperan es:

- a) 2              b) 3              c) 4              d) 5

### Ejercicio 11

Un *router* recibe paquetes con una tasa de 1,2 cada segundo que se transmiten sobre el mismo canal de salida, utilizando un mecanismo de prioridades sin expulsión. El 50 % de los paquetes son de prioridad 1 (la más baja), el 30 % de 2ª prioridad y el resto de 3ª prioridad. En la tabla 1 se muestra el valor del tiempo medio de servicio y de su momento de segundo orden. El tiempo de transferencia de los paquetes de prioridad 1 es

- a) 0,5 segundos              b) 1 segundos              c) 1,5 segundos              d) 2 segundos

### Ejercicio 12

El tiempo de ida-y-vuelta (RTT, *round-trip-time*) en una red de transporte es 140 ms. El número de canales que deben utilizar los paquetes para atravesar la red es 4. La probabilidad de pérdida en cada canal es 0,25. La longitud de los paquetes es 1000 octetos. Usando el mecanismo de ventana para controlar la congestión, la tasa efectiva de extremo-a-extremo vale:

- a) 57,8 Kbps              b) 69,7 Kbps              c) 78,9 Kbps              d) 84,3 Kbps

### Ejercicio 13

Una red de acceso, con control centralizado por sondeo, tiene 125 terminales. El tiempo de sondeo por terminal (*walking-time*,  $w$ ) es 5  $\mu$ s. Cada terminal genera 6 paquetes por segundo. La longitud de los paquetes es 1200 octetos. La capacidad del canal es 10 Mbps. El tiempo de ciclo vale:

- a) 1,74 ms              b) 2,23 ms              c) 2,89 ms              d) 3,12 ms



### Ejercicio 14

Usando el mecanismo de ventana para controlar la congestión en la red, si la probabilidad de pérdida extremo-a-extremo de los paquetes es 0,0265, el tamaño máximo de la ventana vale:

- a) 10                      b) 13                      c) 16                      d) 19

### Ejercicio 15

En una red inalámbrica terrestre hay 270 terminales que usan el protocolo CSMA NP, con un tiempo aleatorio de espera que está uniformemente distribuido entre 70 y 250 ms. Cada terminal genera 4 paquetes por minuto. Los paquetes son de 30 octetos (longitud fija). La capacidad del canal es 15 Kbps. Despreciando los tiempos de reconocimiento ( $T_{ACK}$ ) y de propagación, el tiempo de servicio vale:

- a) 81,6 ms                      b) 92,7 ms                      c) 103,1 ms                      d) 112,5 ms

### Ejercicio 16

Sean  $t_1$  y  $t_2$  las variables aleatorias que representan los tiempos de transferencia entre los routers  $A, B$  y  $B, C$  respectivamente. Dichas variables son independientes y están uniformemente distribuidas entre 0 y 1 segundo. Sea  $t_{ABC}$  el tiempo de tránsito de los paquetes que entrando por  $A$  salen por  $C$  pasando por  $B$  (ver figura 4). Encuentre el valor de  $t_{ABC}$  que sólo es excedido por el 5% de los paquetes.

- a) 0,32 segundos                      b) 0,91 segundos  
c) 1,32 segundos                      d) 1,68 segundos

### Ejercicio 17

A un multiplexor con buffer infinito llegan  $\lambda = 2$  paq/s según Poisson. El multiplexor dispone de dos canales iguales a la salida de  $C = 4$  Kbps. Si la longitud de los paquetes tiene una distribución exponencial de media  $L = 2000$  bits, la probabilidad de que se estén utilizando ambos canales simultáneamente vale:

- a) 1/2                      b) 1/3                      c) 1/4                      d) 1/5

### Ejercicio 18

Una población con 4 estaciones accede a un multiplexor con 4 canales de salida. Cada vez que una estación genera un paquete pasa a un estado de inactividad, de manera que no genera uno nuevo hasta que el anterior ha sido transmitido. El tiempo de transmisión de un paquete tiene una distribución exponencial de media 125 ms y cada estación cuando está activa genera de forma poissoniana 4 paquetes/seg. La tasa de paquetes cursados por el multiplexor es:



- a) 16 paquetes/seg                      b) 32 paquetes/seg  
c)  $32/3$  paquetes/seg                  d)  $64/3$  paquetes/seg

### Ejercicio 19

Aplicando el algoritmo de Dijkstra a la red de la figura 5 y tomando el nodo 1 como destino, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- a) El nodo 4 encaminará los paquetes a través de 5.  
b) El nodo 3 encaminará los paquetes a través de 4  
c) El coste mínimo más alto para llegar hasta el nodo 1 vale 7.  
d) Las otras tres afirmaciones son falsas.

### Ejercicio 20

En la asignación de capacidades de la red de la figura 6 se ha seguido un criterio minimax. El tráfico en el canal 2 es de 10 paq/s. La longitud media de los paquetes es de 100 bits. La tasa de paquetes que circula por el canal 6 es:

- a) 25 paq/s                      b) 30 paq/s  
c) 35 paq/s                      d) 40 paq/s

### FIGURAS

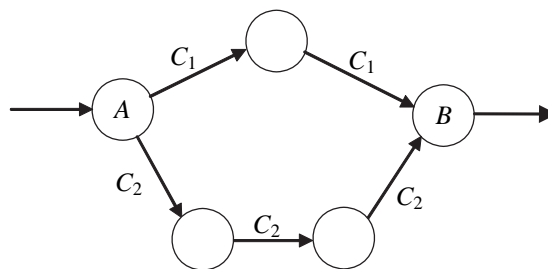


Figura 1

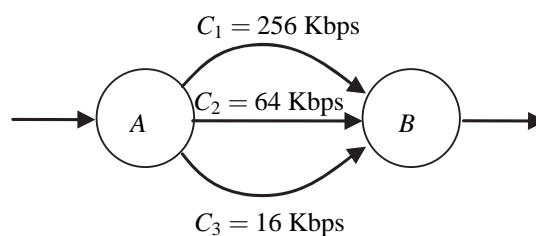


Figura 2

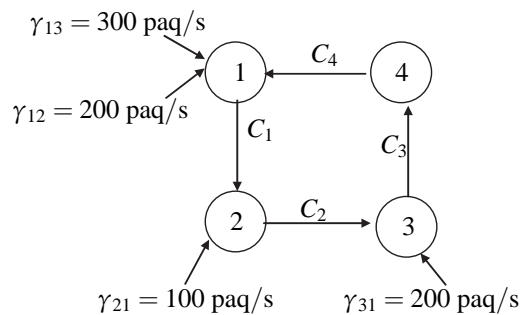


Figura 3

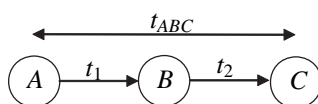


Figura 4

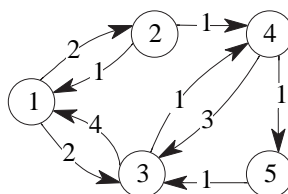


Figura 5

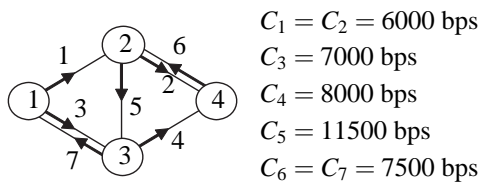


Figura 6

Prioridad	$T_i$ en s	$E(T_i^2)$ en $s^2$
1	0,5	0,375
2	0,4	0,400
3	0,3	0,180

Tabla 1

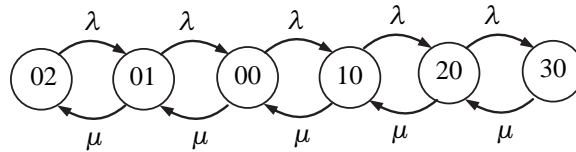




## SOLUCIONES

### Ejercicio 1

Estado: (paquetes, permisos)



$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = 0,8$$

$$p_p = p_{30}$$

$$\sum_{k=0}^5 \rho^k p_{02} = 1 \Rightarrow p_{02} = \frac{1-\rho}{1-\rho^6} = 0,271$$

$$p_p = p_{30} = \rho^5 p_{02}$$

$$p_p = 88,8194 \cdot 10^{-3}$$

### Ejercicio 2

$C_{ts} = 1 \Rightarrow t_S$  es una variable aleatoria exponencial

En este caso tenemos un sistema  $M/M/1/3$

$$p_p = \frac{1-\rho}{1-\rho^4} \rho^3$$

$$\rho = \lambda_i \cdot T_S$$

$$\text{Caudal máximo} \Rightarrow S = \frac{1}{2e} = \lambda T_T \Rightarrow \lambda = \frac{1}{2e T_T} = 18,39 \text{ paq/s}$$

$$\lambda_i = \frac{\lambda}{N} = \frac{18,39}{49} = 0,4$$

$$T_S = T_T + \tau + (e^{2G} - 1)(T_T + \tau + R)$$

$$R = \frac{0+100}{2} = 50 \text{ ms}$$

$$\tau = \frac{2d}{c} = \frac{2 \cdot 36000}{3 \cdot 10^5} = 240 \text{ ms}$$



Caudal máximo  $\Rightarrow G = 0,5$

Sustituyendo:

$$T_S = 765,48 \text{ ms}$$

$$\rho = 0,306$$

$$p_p = 0,02006$$

### Ejercicio 3

$$T_{AB} = \frac{1}{\lambda_{AB}} \left[ \frac{2f_1}{C_1 - f_1} + \frac{3f_2}{C_2 - f_2} \right]$$

$$\frac{\partial F}{\partial f_1} = \frac{\partial F}{\partial f_2} \Rightarrow \frac{2C_1}{(C_1 - f_1)^2} = \frac{3C_2}{(C_2 - f_2)^2}$$

En el umbral  $f_1 = fu$  y  $f_2 = 0$

$$fu = C_1 - \sqrt{\frac{2C_1 C_2}{3}}$$

Para tener  $fu = 0$

$$3C_1 = 2C_2$$

### Ejercicio 4

$$G_i = p$$

La probabilidad de que una estación transmita con éxito en  $T_T$  es la probabilidad de que lo intente y el resto no.

$$S_i = G_i(1 - G_i)^2$$

$$S = 3S_i = 3G_i(1 - G_i)^2 = 3p(1 - p)^2$$

$$\frac{\partial S}{\partial p} = 3(1 - p)(1 - 3p) = 0$$

2 soluciones

$$p = 1 \Rightarrow S = 0 \text{ No es el máximo}$$

$$p = \frac{1}{3}$$



## Ejercicio 5

$$p = 0,1$$

Un paquete lo transmitimos una vez con probabilidad  $1 - p$ .

Un paquete lo transmitimos dos veces con probabilidad  $p(1 - p)$ .

Un paquete lo transmitimos  $k$  veces con probabilidad  $p^{k-1}(1 - p)$ .

El número medio de transmisiones de cada paquete ( $n$ ) vale

$$n = (1 - p) \sum_{k=1}^{\infty} k \cdot p^{k-1}$$

$$n = (1 - p) \frac{\partial}{\partial p} \left[ \sum_{k=1}^{\infty} p^k \right] = (1 - p) \frac{\partial}{\partial p} \left[ \frac{p}{1 - p} \right]$$

$$n = \frac{1}{1 - p}$$

Por otro lado

$$n = \frac{\lambda_{\text{TOTAL}}}{N \lambda_i} = \frac{1}{1 - p}$$

$$\lambda_{\text{TOTAL}} = \frac{N \lambda_i}{1 - p}$$

El tiempo de transferencia para una  $M/M/1$  vale:

$$T = \frac{L}{C - \lambda_{\text{TOTAL}} \cdot L} < 28 \cdot 10^{-3} \Rightarrow \lambda_{\text{TOTAL}} < \frac{1}{L} \left( C - \frac{L}{28 \cdot 10^{-3}} \right)$$

Tomando ambas expresiones de  $\lambda_{\text{TOTAL}}$ :

$$N < \frac{1 - p}{\lambda_i \cdot L} \left( C - \frac{L}{28 \cdot 10^{-3}} \right) = 38,57$$

$$\boxed{N = 38 \text{ estaciones}}$$

## Ejercicio 6

$$T_2 = \frac{T_{W0_2}}{(1 - \rho)(1 - \rho_1)} + \frac{T_S}{(1 - \rho_1)}$$

$$T_S = \frac{L}{C} = 10 \text{ ms}$$

$$E(t_S^2) = 2T_S^2 = 0,0002 \text{ s}^2$$



$$\lambda_{\text{TOTAL}} = (1 + 0,1)N\lambda_i = 84,5 \text{ paq/s}$$

$$T_{w0_2} = \frac{\lambda_{\text{TOTAL}} \cdot E(t_S^2)}{2} = 8,45 \text{ ms}$$

$$\rho = \lambda_{\text{TOTAL}} \cdot T_S = 0,845$$

$$\rho_1 = 0,1 \lambda_i N T_S = 0,077$$

$$\boxed{T_2 = 70 \text{ ms}}$$

## Ejercicio 7

$$fu_{21} = C_1 - \sqrt{C_1 C_3} = 192 \text{ Kbps}$$

$$fu_{22} = C_2 - \sqrt{C_2 C_3} = 32 \text{ Kbps}$$

$$fu_2 = fu_{21} + fu_{22}$$

$$\boxed{fu_2 = 224 \text{ Kbps}}$$

## Ejercicio 8

$$\lambda_1 = \gamma_{13} + \gamma_{12} = 500 \text{ paq/s}$$

$$\lambda_2 = \gamma_{13} + \gamma_{21} = 400 \text{ paq/s}$$

$$\lambda_3 = \gamma_{21} + \gamma_{31} = 300 \text{ paq/s}$$

$$\lambda_4 = \gamma_{21} + \gamma_{31} = 300 \text{ paq/s}$$

Criterio minimax  $\Rightarrow$  Todos los tiempos de transferencia son iguales

Para ir de nodo 2 al 1 un paquete hace 3 saltos

$$T_i = \frac{T_{21}}{3} = 4 \text{ ms}$$

Además  $T_i = \frac{L}{\Delta C_i} \Rightarrow \Delta C_i = 250 \text{ Kbps}$  todas iguales

$$\boxed{C_1 = \lambda_1 L + \Delta C_i = 750 \text{ Kbps}}$$

$$\boxed{C_2 = \lambda_2 L + \Delta C_i = 650 \text{ Kbps}}$$

$$\boxed{C_3 = \lambda_3 L + \Delta C_i = 550 \text{ Kbps}}$$



## Ejercicio 9

$$p_p = \frac{1-\rho}{1-\rho^{N+1}} \cdot \rho^N < \alpha$$

$$(1-\rho) \cdot \rho^N < \alpha - \alpha \cdot \rho \cdot \rho^N$$

$$\rho^N [1 + \rho(\alpha - 1)] < \alpha$$

$$N \ln \rho < \ln \left[ \frac{\alpha}{1 + \rho(\alpha - 1)} \right]$$

Como  $\rho < 1$  tenemos que  $\ln(\rho) < 0$ . En este caso

$$(1-\rho) \cdot \rho^N < \alpha - \alpha \cdot \rho \cdot \rho^N$$

$$\rho^N [1 + \rho(\alpha - 1)] < \alpha$$

$$N > \frac{\ln \left[ \frac{\alpha}{1 + \rho(\alpha - 1)} \right]}{\ln \rho}$$

$$\left. \begin{array}{l} \rho = \lambda T_S = 0,6 \\ \alpha = 0,01 \end{array} \right\} \Rightarrow N > 7,25$$

$$\boxed{N = 8 \text{ paquetes}}$$

Otra opción es sustituir los posibles valores de  $N$  para comprobar si se cumple la condición.

## Ejercicio 10

$$N_W = \lambda T_W = \frac{\lambda^2 E(t_S^2)}{2(1-\rho)}$$

$$T_S = 0,3 \cdot 0,1 + 0,5 \cdot 0,3 + 0,2 \cdot 2 = 0,58 \text{ s}$$

Como todos los tiempos de transmisión son deterministas

$$E(t_S^2) = 0,3 \cdot (0,1)^2 + 0,5 \cdot (0,3)^2 + 0,2 \cdot 2^2 = 0,848 \text{ s}^2$$

$$\rho = \lambda T_S = 0,696$$

Sustituyendo

$$\boxed{N_W = 2}$$



## Ejercicio 11

$$T_1 = \frac{T_{w0}}{(1-\rho)(1-\rho_2-\rho_3)} + T_{S1}$$

$$E(t_S^2) = 0,5 \cdot E(t_{S1}^2) + 0,3 \cdot E(t_{S2}^2) + 0,2 \cdot E(t_{S3}^2) = 0,3435 \text{ s}^2$$

$$T_{w0} = \frac{\lambda E(t_S^2)}{2} = 0,2061 \text{ s}$$

$$T_S = 0,5 T_{S1} + 0,3 T_{S2} + 0,2 T_{S3} = 0,43 \text{ s}$$

$$\rho = \lambda \cdot T_S = 0,516$$

$$\rho_2 + \rho_3 = \lambda_2 T_{S2} + \lambda_3 T_{S3} = 0,3 \lambda T_{S2} + 0,2 \lambda T_{S3} = 0,216$$

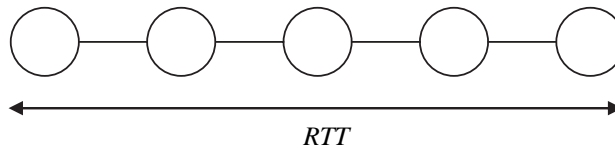
$$\boxed{T_1 = 1,043 \text{ s}}$$

## Ejercicio 12

La tasa extremo-extremo en paq/s vale:

$$R = \frac{\sqrt{\frac{3}{2}}}{RTT \sqrt{p_p}}$$

Tenemos que calcular la probabilidad de pérdida extremo-extremo ( $p_p$ )



$p = 0,25$ : probabilidad de pérdida en un canal

Probabilidad de no tener pérdidas en 1 canal =  $1 - p$

Probabilidad de no tener pérdida extremo-extremo =  $(1 - p)^4$

Probabilidad de pérdida extremo-extremo =  $1 - (1 - p)^4$

$$p_p = 1 - (1 - p)^4 = 0,6836$$

$$R = 10,58 \text{ paq/s}$$



La expresamos en bps:

$$10,58 \text{ paq/s} \cdot \frac{8000 \text{ bits}}{1 \text{ paquete}} = 84,646 \text{ bps}$$

$$\boxed{R = 84,65 \text{ Kbps}}$$

### Ejercicio 13

$$T_C = \frac{Mw}{1-S}$$

$$S = \lambda \cdot T_T = \frac{M \lambda_i L}{C} = 0,72$$

$$\boxed{T_C = 2,23 \text{ ms}}$$

### Ejercicio 14

$$W_{\text{MAX}} = \sqrt{\frac{8}{3p_p}}$$

$$\boxed{W_{\text{MAX}} = 10,03}$$

### Ejercicio 15

CSMA con  $a = 0$ :

$$S = \frac{G}{G+1}$$

Tiempo entre reintentos:  $R$

$$\frac{\text{nº de intentos}}{\text{paquete}} = \frac{G}{S} - 1 = G$$

$$T_S = T_T + G \cdot R$$

$$T_T = \frac{L}{C} = 16 \text{ ms}$$

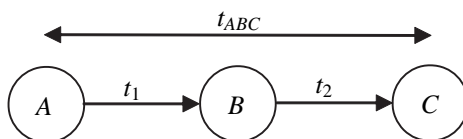
$$\left. \begin{array}{l} S = \frac{G}{G+1} \Rightarrow G = \frac{S}{1-S} \\ S = M \lambda_i T_T = 0,288 \end{array} \right\} \Rightarrow G = 0,4044$$



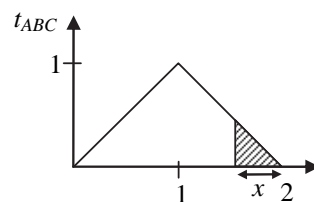
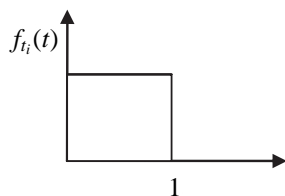
$$R = \frac{70 + 250}{2} = 160 \text{ ms}$$

$$T_s = 80,72 \text{ ms}$$

### Ejercicio 16



$$t_{ABC} = t_1 + t_2 \Rightarrow f_{t_{ABC}}(t) = f_{t_1}(t) * f_{t_2}(t)$$

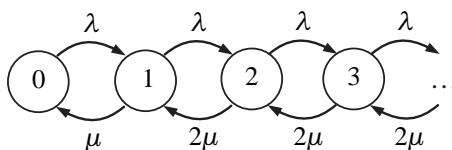


El área del triángulo sombreado es 0,05 (el 5 %)

$$\frac{x^2}{2} = 0,05 \Rightarrow x = \sqrt{0,1}$$

$$\Pi_{t_{ABC}}(95) = 2 - \sqrt{0,1} = 1,6837$$

### Ejercicio 17



$$\rho = \frac{\lambda}{2\mu} = \frac{1}{2}$$

$$p_k = 2\rho^k p_0; \quad k \geq 1$$

$$p_0 \left( 1 + \sum_{k=1}^{\infty} 2\rho^k \right) = 1$$

$$p_0 \left[ 1 + 2 \frac{\rho}{1 - \rho} \right] = 1$$





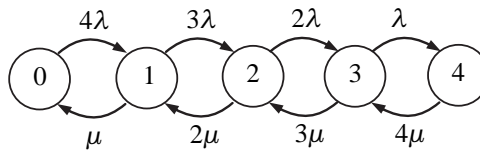
$$p_0 = \frac{1}{3}$$

$$p_1 = \frac{1}{3}$$

$$p(\text{utilizar ambos canales}) = 1 - p_0 - p_1 = \frac{1}{3}$$

### Ejercicio 18

$$\mu = \frac{1}{125 \cdot 10^{-3}} = 8 \text{ paq/s} \quad \lambda = 4 \text{ paq/s}$$



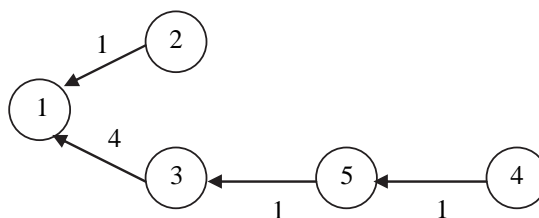
$$\left. \begin{aligned} p_1 &= 2p_0 \\ p_2 &= \frac{3}{2}p_0 \\ p_3 &= \frac{1}{2}p_0 \\ p_4 &= \frac{1}{16}p_0 \\ p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 &= 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow p_0 = \frac{16}{81} \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} p_1 &= \frac{32}{81} \\ p_2 &= \frac{24}{81} \\ p_3 &= \frac{8}{81} \\ p_4 &= \frac{1}{81} \end{aligned} \right.$$

$$\lambda_C = 4\lambda p_0 + 3\lambda p_1 + 2\lambda p_2 + \lambda p_3$$

$$\lambda_C = \frac{32}{3} \text{ paq/s}$$

### Ejercicio 19

Aplicando el algoritmo de Dijkstra se obtiene el grafo:





- ### Ejercicio 20

$$\lambda_6 = 25 \text{ paq/s}$$







Junio 2006

### Ejercicio 1

Para atravesar una red de transporte, un paquete da 4 saltos. Para los 4 canales:  $C = 130$  Kbps,  $\lambda = 100$  paq/s. La longitud media de los paquetes es 150 octetos (distribución exponencial). Los tiempos de transferencia están incorrelados. El coeficiente de variación del tiempo de tránsito es:

- a) 0,3            b) 0,4            c) 0,5            d) 0,6

### Ejercicio 2

120 terminales transmiten paquetes a su estación base usando el protocolo CSMA no persistente. Cada terminal genera 2 paquetes de 40 octetos cada minuto (longitud fija). La capacidad del canal es de 8 Kbps. Despreciando el tiempo de propagación, el número de escuchas necesarias para la transmisión de un paquete es:

- a) 1,19            b) 1,36            c) 1,45            d) 1,68

### Ejercicio 3

120 terminales transmiten paquetes a su estación base usando el protocolo CSMA no persistente. Cada terminal genera 2 paquetes de 40 octetos cada minuto (longitud fija). La capacidad del canal es de 8 Kbps. Despreciando el tiempo de propagación, la probabilidad de que el canal este desocupado es:

- a) 0,76            b) 0,84            c) 0,91            d) 0,63



#### Ejercicio 4

120 terminales transmiten paquetes a su estación base usando el protocolo CSMA no persistente. Cada terminal genera 2 paquetes de 40 octetos cada minuto (longitud fija). La capacidad del canal es de 8 Kbps. La espera es una variable aleatoria uniforme entre 100 y 400 ms. Despreciando el tiempo de propagación, el tiempo de servicio vale:

- a) 75,6 mseg      b) 87,5 mseg      c) 93,2 mseg      d) 102,4 mseg

#### Ejercicio 5

La longitud de los paquetes que llegan a un concentrador es  $l = 64 \cdot k$  octetos (con  $k = 1, 2$  y  $3$ ). La probabilidad de que un paquete tome una determinada longitud decrece linealmente con ésta y el 50% de los paquetes son de 64 octetos. Al multiplexor llegan 30 paq/s y el canal es de 128 Kbps. El tiempo de transferencia es:

- a) 7,66 ms      b) 8,57 ms      c) 9,42 ms      d) 10,34 ms

#### Ejercicio 6

Un sistema, en el que se han implementado prioridades con desalojo, tiene dos clases de paquetes: Tipo-1:  $\lambda_1 = 10$  paq/s,  $L_1 = 200$  octetos (fija); Tipo-2:  $\lambda_2 = 10$  paq/s,  $L_2 = 800$  octetos (fija). El tipo-1 es el prioritario. La capacidad del canal es 32 Kbps. La probabilidad de que un paquete de tipo-2 sea desalojado es  $1/2$ , y el desalojo se produce siempre cuando ya se han transmitido 400 octetos del paquete. El valor del tiempo residual de servicio ( $T_{W0}$ ) es:

- a) 129,4 ms      b) 140,6 ms      c) 151,3 ms      d) 162,5 ms

#### Ejercicio 7

Un concentrador puede modelarse como un sistema  $M/M/1/K$ . La tasa de paquetes ofrecida es de 40000 paq/s, la longitud media de los paquetes es de 1500 octetos y la capacidad del canal es de 120 Mbps. Si el valor de  $K$  se hace tender a infinito, la probabilidad de pérdida es:

- a)  $1/4$       b)  $2/4$       c)  $3/4$       d) 1

#### Ejercicio 8

El número de paq/s que circulan por cada canal de una red es 200. La longitud media de los paquetes es de 160 octetos y su coeficiente de variación 1,16. Cuando el tiempo de espera de los paquetes en cada canal es igual a su tiempo de transmisión, la capacidad del canal es:

- a) 556,52 Kbps      b) 485,72 Kbps      c) 325,48 Kbps      d) 628,75 Kbps



### Ejercicio 9

En cada canal de una red el tráfico de control supone el 20% del tráfico de datos. La longitud media de los paquetes de datos es 288 octetos (exponencial). Los paquetes de control tienen una longitud de 96 octetos (fija). El coeficiente de variación de la longitud de los paquetes es:

- a) 0,73                      b) 0,95                      c) 1,06                      d) 1,16

### Ejercicio 10

Los paquetes que quieren acceder a una red deben esperar a obtener un permiso (*token bucket*). Los permisos se generan según un régimen de Poisson de tasa 9 paq/s y se almacenan en un buffer finito hasta que son utilizados por los paquetes. Los paquetes se generan con una tasa de 8 paq/s y se almacenan en un buffer infinito a la espera de un permiso. El tamaño del buffer de permisos para que el número medio de paquetes a la espera sea  $N_W = 5$  es:

- a) 3                      b) 4                      c) 5                      d) 6

### Ejercicio 11

En la red de la figura 1 se utiliza el criterio de bifurcación óptima para encaminar el tráfico  $\lambda_{AB}$ . El tráfico  $\lambda_{CB}$  se encamina siempre por el canal 3. El valor mínimo de  $\lambda_{CB}$  para que todo el tráfico  $\lambda_{AB}$  se encamine por el canal 1 es:

- a) 2 paq/s                      b) 4 paq/s                      c) 6 paq/s                      d) 8 paq/s

### Ejercicio 12

Un multiplexor tiene 2 canales de  $C = 5$  Kbps sin buffer. A dicho multiplexor llegan 2 tipos de paquetes, con tasa  $\lambda_1 = 3$  paq/s y  $\lambda_2 = 4$  paq/s. Todos los paquetes tienen una longitud media  $L = 10.000$  bits (distribución exponencial). El número medio de paquetes de cada tipo en el sistema es:

- a)  $N_1 = 0,60$ ,  $N_2 = 0,80$                       b)  $N_1 = 0,80$ ,  $N_2 = 1,06$   
c)  $N_1 = 0,86$ ,  $N_2 = 1,14$                       d)  $N_1 = 1,07$ ,  $N_2 = 1,43$

### Ejercicio 13

Un multiplexor tiene tres canales de salida de  $C = 10$  Kbps cada uno y un buffer para dos paquetes. A dicho multiplexor llegan dos tipos de paquetes: voz y datos. Los paquetes de voz si no encuentran el canal libre se pierden, y los de datos esperan. La tasa cursada de paquetes de datos es 3 paq/s y de voz es 5 paq/s. Las longitudes medias de ambos tipos son  $L_{\text{DATOS}} = 1500$  bits y  $L_{\text{VOZ}} = 1200$  bits. El número medio de paquetes de voz en el sistema es:

- a) 0,4                      b) 0,6                      c) 0,8                      d) 1



### Ejercicio 14

Un conjunto de estaciones utiliza el protocolo Aloha puro para comunicarse con la estación base. El tiempo de servicio de cada paquete es  $T_S = 42$  ms, siendo  $T_T = 10$  ms,  $T_{OUT} = 10$  ms,  $T_{ACK} = 5$  ms. El tiempo aleatorio antes de intentar un nuevo acceso está distribuido uniformemente entre 2 y 30 ms. La tasa de paquetes nuevos generados por todas las estaciones es:

- a)  $\lambda = 16$  paq/s      b)  $\lambda = 20$  paq/s      c)  $\lambda = 24$  paq/s      d)  $\lambda = 28$  paq/s

### Ejercicio 15

En una red de acceso se utiliza el mecanismo de acceso CSMA no persistente y no ranurado. El tiempo de propagación es  $\tau = 10^{-5}$  s y en media hay  $\Lambda = 20$  intentos de acceso al canal por segundo. El número medio de intentos de acceso para transmitir un paquete es 3. El tiempo de transmisión de un paquete es:

- a) 50 ms      b) 100 ms      c) 150 ms      d) 200 ms

### Ejercicio 16

Los paquetes que generan  $N$  estaciones llegan a un multiplexor con buffer infinito y un canal de salida de  $C = 1200$  bps. Cada fuente puede generar paquetes aunque no se hayan transmitido sus paquetes anteriores, y en media genera 1 paquete cada 15 s. La longitud de los paquetes está distribuida uniformemente entre 2400 y 4800 bits. Si se desea que el tiempo de espera máximo sea de 3 s. El número de estaciones que se pueden conectar al multiplexor es:

- a) 2      b) 3      c) 4      d) 5

### Ejercicio 17

A un multiplexor con dos canales de salida de  $C_1 = C$  y  $C_2 = 2C$  bps llegan  $\lambda$  paq/s. Cada canal tiene un buffer infinito. La longitud de los paquetes es  $L$  bits (exponencial). Por el canal  $C_2$  se envía una fracción  $\alpha$  del tráfico entrante, y el resto por el canal  $C_1$ . Cuando  $C_2 = \lambda L$ , el valor de  $\alpha$  que minimiza tiempo de transferencia de un paquete es:

- a)  $1/3$       b)  $1/2$       c)  $\sqrt{2}/2$       d)  $\sqrt{3}/2$

### Ejercicio 18

Un nodo de conmutación dispone únicamente de dos canales de tasa  $\mu$  y  $4\mu$  (sin buffer). Siempre que esté desocupado se utilizará el canal de mayor velocidad. Si  $\lambda = \mu = 1$ , el tiempo de transferencia es:

- a)  $8/15$  s      b)  $7/19$  s      c)  $3/10$  s      d)  $5/13$  s





### Ejercicio 19

La tasa de llegadas a un concentrador modelado como un sistema  $M/M/1/10$  es 120 paq/s. La tasa de servicio es de 150 paq/s. El percentil 90 del número de paquetes en el concentrador es:

- a) 3 paquetes      b) 5 paquetes      c) 7 paquetes      d) 9 paquetes

### Ejercicio 20

En la asignación de capacidades de la red de la figura 2 se ha seguido un criterio minimax. El tráfico en el canal 2 es de 10 paq/s. La longitud media de los paquetes es de 100 bits. La tasa de paquetes que circula por el canal 6 es:

- a) 25 paq/s      b) 30 paq/s      c) 35 paq/s      d) 40 paq/s

### FIGURAS

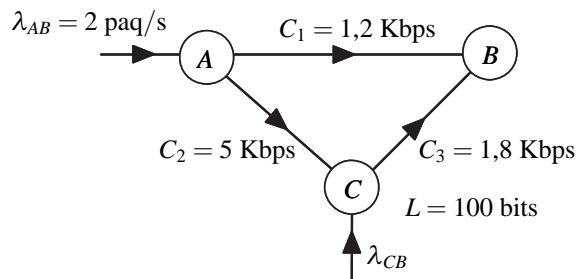


Figura 1

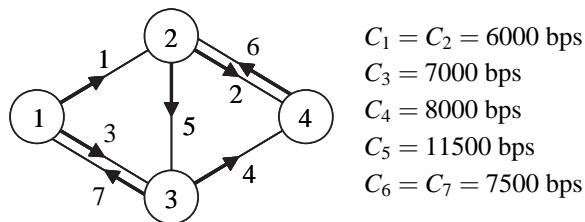


Figura 2



## SOLUCIONES

### Ejercicio 1

$$t = t_1 + t_2 + t_3 + t_4$$

$$E(t) = 4E(t_1)$$

Como los tiempos están incorrelados:

$$\sigma_t^2 = 4\sigma_{t_1}^2$$

Además, al ser exponenciales ( $\sigma_{t_1}^2 = E^2(t_1)$ )

$$\sigma_t^2 = 4E^2(t_1)$$

$$C_t^2 = \frac{\sigma_t^2}{E^2(t)} = \frac{1}{4}$$

$$C_t = \frac{1}{2}$$

### Ejercicio 2

Por ser el retardo despreciable ( $a = 0$ ):

$$S = \frac{G}{1 + G}$$

$$S = \frac{\lambda_i \cdot M \cdot L}{C} = 0,16$$

$$\boxed{\text{n}^\circ \text{ escuchas} = \frac{G}{S} = 1 + G = 1,19}$$

### Ejercicio 3

Probabilidad canal desocupado =  $1 - S$

$$S = \frac{\lambda_i \cdot M \cdot L}{C} = 0,16$$

$$\boxed{\text{Probabilidad canal desocupado} = 0,84}$$



## Ejercicio 4

Como  $a = 0$ 

$$T_S = T_T + \left( \frac{G}{S} - 1 \right) \cdot R$$

$$R = \frac{100 + 400}{2} = 250 \text{ ms}$$

$$T_T = \frac{L}{C} = 40 \text{ ms}$$

$$S = \frac{\lambda_i \cdot M \cdot L}{C} = 0,16$$

$$S = \frac{G}{1+G} \Rightarrow \frac{G}{S} - 1 = \frac{S}{1-S} = 0,19$$

$$\boxed{T_S = 87,5 \text{ ms}}$$

## Ejercicio 5

$$l = 64 \cdot k \text{ octetos}; \quad 1 \leq k \leq 3$$

$$p(k=x) = ax + b \quad \Leftarrow \quad \text{dependencia lineal}$$

$$\left. \begin{array}{l} p(l=64) = p(k=1) = a + b = 0,5 \\ p(k=1) + p(k=2) + p(k=3) = 6a + 3b = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{6} \\ b = \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$p(k=x) = -\frac{x}{6} + \frac{2}{3}$$

$$p(l=64) = p(k=1) = \frac{1}{2} \Rightarrow p(t_S = 4 \text{ ms}) = \frac{1}{2}$$

$$p(l=128) = p(k=2) = \frac{1}{3} \Rightarrow p(t_S = 8 \text{ ms}) = \frac{1}{3}$$

$$p(l=192) = p(k=3) = \frac{1}{6} \Rightarrow p(t_S = 12 \text{ ms}) = \frac{1}{6}$$

$$E(t_S) = 4 \left( 1 \frac{1}{2} + 2 \frac{1}{3} + 3 \frac{1}{6} \right) = \frac{20}{3} \text{ ms}$$

$$E(t_S^2) = (4 \cdot 10^{-3})^2 \left( 1 \frac{1}{2} + 4 \frac{1}{3} + 9 \frac{1}{6} \right) = \frac{16}{3} \cdot 10^{-5} \text{ s}^2$$



$$\rho = \lambda \cdot E(t_S) = 0,2$$

$$T = \frac{\lambda E(t_S^2)}{2(1-\rho)} + E(t_S) = \frac{23}{3} 10^{-3} \text{ s}$$

$$T = 7,66 \text{ ms}$$

## Ejercicio 6

Paquetes tipo 1:  $\lambda_1 = 10$ ;  $L_1 = 1600 \text{ bits}$

Paquetes tipo 2:  $\lambda_2 = \frac{\lambda_2}{2} = 5$ ;  $L_1 = 6400 \text{ bits}$

Paquetes tipo 3:  $\lambda_3 = \frac{\lambda_2}{2} \cdot 2 = 10$ ;  $L_1 = 3200 \text{ bits}$

$$T_{w0} = \frac{\sum_{i=1}^3 \lambda_i \cdot E(t_{S_i}^2)}{2}$$

$$T_{w0} = \frac{1}{2} \left[ 10 \cdot \left( \frac{1600}{32 \cdot 10^3} \right)^2 + 5 \cdot \left( \frac{6400}{32 \cdot 10^3} \right)^2 + 10 \cdot \left( \frac{3200}{32 \cdot 10^3} \right)^2 \right]$$

$$T_{w0} = 162,5 \text{ ms}$$

## Ejercicio 7

$$M/M/1/K$$

$$\text{probabilidad de pérdida} = p_K = \frac{1-\rho}{1-\rho^{K+1}} \rho^K$$

$$\rho = \frac{\lambda L}{C} = 4$$

$$\lim_{K \rightarrow \infty} \frac{1-4}{1-4^{K+1}} 4^K = \frac{3}{4}$$

## Ejercicio 8

$$T_w = \rho \cdot T_S \cdot \frac{1 + C_{t_S}^2}{2(1-\rho)} = T_S$$



$$C_{ts} = C_l = 1,16$$

Despejando  $\rho$  se obtiene:

$$\rho = 0,46$$

$$C = \frac{\lambda \cdot L}{\rho} = 556521,73 \text{ bps}$$

### Ejercicio 9

$$\lambda_{\text{CONTROL}} = 0,2 \cdot \lambda_{\text{DATOS}}$$

$$p_{\text{CONTROL}} = \frac{\lambda_{\text{CONTROL}}}{\lambda_{\text{TOTAL}}} = \frac{0,2}{1 + 0,2} = \frac{1}{6}$$

$$p_{\text{DATOS}} = \frac{5}{6}$$

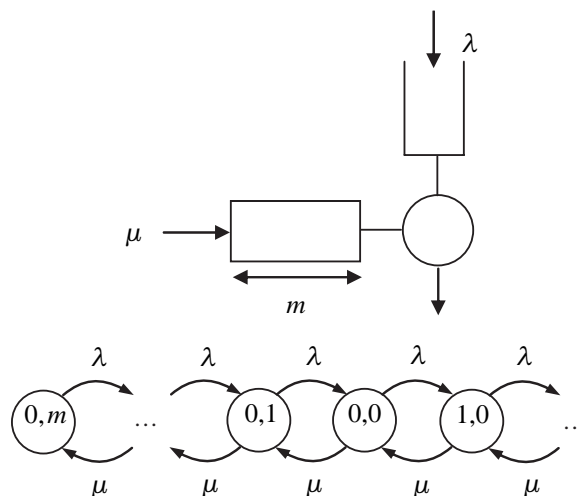
$$E(l) = \frac{5}{6}288 + \frac{1}{6}96 = 256 \text{ octetos}$$

$$E(l^2) = \frac{5}{6}2(288)^2 + \frac{1}{6}(96)^2 = 139,776 \text{ octetos}^2$$

$$C_l^2 = \frac{E(l^2)}{E^2(l)} - 1 = 1,132$$

$$C_l = 1,06$$

### Ejercicio 10





$$\left\{ \begin{array}{l} p(0, m) = p(0, m) \\ p(0, m-1) = \rho \cdot p(0, m) \\ \vdots \\ p(0, 0) = \rho^m \cdot p(0, m) \\ \vdots \\ p(k, 0) = \rho^m \cdot \rho^k \cdot p(0, m) \\ \vdots \end{array} \right.$$

$$1 = \sum_{k=0}^{\infty} \rho^k p(0, m) = \frac{1}{1-\rho} p(0, m)$$

$$p(0, m) = 1 - \rho = \frac{1}{9}$$

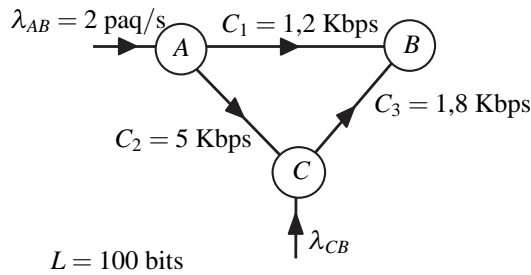
$$N_W = (1 - \rho) \rho^m \sum_{k=0}^{\infty} k \cdot \rho^k = (1 - \rho) \rho^{m+1} \frac{\partial}{\partial \rho} \left[ \sum_{k=0}^{\infty} \rho^k \right] = (1 - \rho) \rho^{m+1} \frac{1}{(1 - \rho)^2}$$

$$N_W = \frac{\rho^{m+1}}{(1 - \rho)}$$

$$m = \frac{\ln [N_W \cdot (1 - \rho)]}{\ln \rho} - 1$$

$$\boxed{m = 4}$$

### Ejercicio 11



$$T_{AB} = \frac{1}{\lambda_{AB}} \left[ \frac{f_1}{C_1 - f_1} + \frac{f_2}{C_2 - f_2} + \frac{f_2}{C'_3 - f_2} \right]$$

Aplicando el criterio de bifurcación óptima

$$\frac{C_1}{(C_1 - f_1)^2} = \frac{C_2}{(C_2 - f_2)^2} + \frac{C'_3}{(C'_3 - f_2)^2}$$



Si  $\lambda_{AB}L \leq fu$  todo el tráfico  $\lambda_{AB}$  se encamina por el camino directo

$$\frac{C_1}{(C_1 - fu)^2} = \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C'_3} = \frac{C_2 + C'_3}{C_2 \cdot C'_3}$$

$$fu = C_1 - \sqrt{\frac{C_1 C_2 C'_3}{C_2 + C'_3}} > \lambda_{AB} \cdot L = 0,2$$

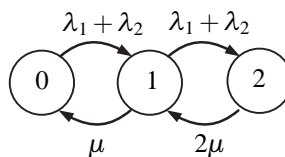
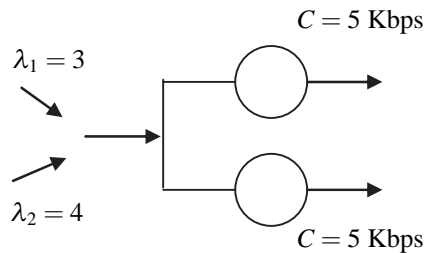
$$1 > \sqrt{\frac{6C'_3}{5 + C'_3}} \Rightarrow C'_3 < 1 \text{ Kbps}$$

$$C'_3 = C_3 - f_{CB} < 1 \text{ Kbps}$$

$$f_{CB} > 0,8 \text{ Kbps}$$

$$\lambda_{CB} = \frac{f_{CB}}{L} = 8 \text{ paq/s}$$

## Ejercicio 12



$$\mu = \frac{C}{L} = 0,5$$

$$p_1 = \frac{7}{0,5} p_0 = 14p_0$$

$$p_2 = \frac{49}{0,5} p_0 = 98p_0$$

$$p_0 + p_1 + p_2 = 113p_0 = 1$$



$$p_0 = \frac{1}{113}$$

$$p_1 = \frac{14}{113}$$

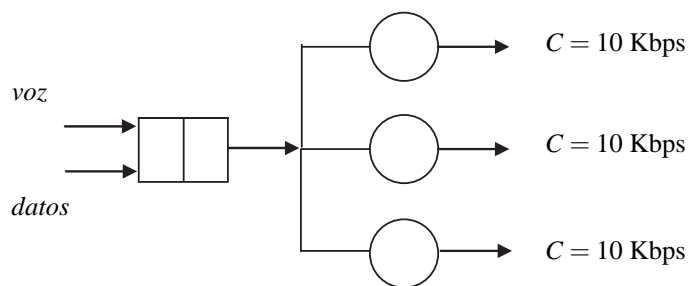
$$p_2 = \frac{98}{113}$$

$$N = p_1 + 2p_2 = 1,85$$

$$N_1 = \frac{3}{7} 1,85 = 0,79$$

$$N_2 = \frac{4}{7} 1,85 = 1,06$$

## Ejercicio 13



$$T_{\text{VOZ}} = \frac{L_{\text{VOZ}}}{C} = 0,12 \text{ s}$$

$$N_{\text{VOZ}} = \lambda_{C_{\text{VOZ}}} \cdot T_{\text{VOZ}} = 5 \cdot 0,12 = 0,6 \text{ paquetes}$$

## Ejercicio 14

$$T_S = T_T + T_{\text{ACK}} + (e^{2G} - 1) (T_T + T_{\text{OUT}} + R)$$

$$42 = 15 + (e^{2G} - 1) \cdot 36 \Rightarrow e^{2G} - 1 = 0,75$$

$$G = 0,279$$

$$\lambda = \frac{S}{T_T} = \frac{G \cdot e^{-2G}}{T_T}$$

$$\lambda = 16 \text{ paq/s}$$





## Ejercicio 15

CSMA no persistente, no ranurado

$$S = \frac{G \cdot e^{-aG}}{G(1+2a) + e^{-aG}}$$

$$aG = \Lambda \cdot \tau = 20 \cdot 10^{-5}$$

$$\frac{G}{S} = 3$$

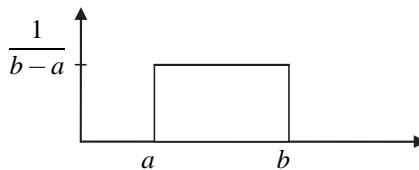
$$\frac{G}{S} = (G + 2aG) e^{aG} + 1$$

$$\frac{G}{S} = (\Lambda T_t + 2\Lambda \cdot \tau) e^{\Lambda \cdot \tau} + 1$$

$$T_T = \frac{\left(\frac{G}{S} - 1\right) e^{-\Lambda \cdot \tau} - 2\Lambda \cdot \tau}{\Lambda}$$

$$\boxed{T_T = 0,1 \text{ s}}$$

## Ejercicio 16



$$\int_a^b x^2 \frac{1}{b-a} dx = \frac{b^3 - a^3}{3(b-a)}$$

$$T_W = \frac{\lambda \cdot E(t_S^2)}{2(1-\rho)}$$

$$E(l) = \frac{2400 + 4800}{2} = 3600 \text{ bits} \Rightarrow E(t_S) = \frac{E(l)}{C} = 3 \text{ s}$$

$$E(l^2) = \frac{(4800)^3 - (2400)^3}{3(4800 - 2400)} = 13,44 \text{ bits}^2 \Rightarrow E(t_S^2) = \frac{E(l^2)}{C^2} = 9,33 \text{ s}^2$$

$$T_W = \frac{\lambda \cdot 9,33}{2(1-3\lambda)} < 3$$

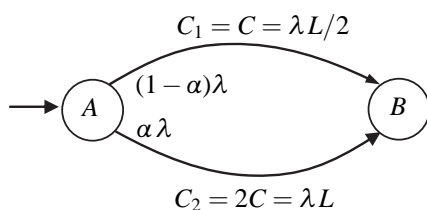
$$\lambda < 0,22 \text{ paq/s}$$



$$M < \frac{\lambda}{\lambda_i} = \frac{0,22}{1/15} = 3,29$$

$$M = 3 \text{ estaciones}$$

### Ejercicio 17



$$T_{AB} = (1 - \alpha) \frac{L}{C_1 - (1 - \alpha)\lambda L} + \alpha \frac{L}{C_2 - \alpha\lambda L}$$

$$T_{AB} = \frac{1}{\lambda} \left[ \frac{2(1 - \alpha)}{2\alpha - 1} + \frac{\alpha}{1 - \alpha} \right]$$

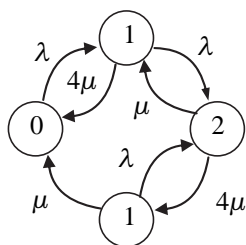
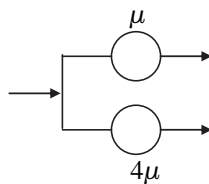
Minimizamos  $T_{AB}$  respecto  $\alpha$

$$\frac{\partial T_{AB}}{\partial \alpha} = \frac{1}{\lambda} \left[ \frac{-2}{(2\alpha - 1)^2} + \frac{1}{(1 - \alpha)^2} \right] = 0$$

Despejando  $\alpha$  se obtiene:

$$\alpha_{\text{MIN}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

### Ejercicio 18





$$\begin{cases} 4p_1 + p'_1 = p_0 \\ p_0 + p_2 = 5p_1 \\ 4p_2 = 2p'_1 \\ p'_1 + p_1 = 5p_2 \\ p_0 + p_1 + p'_1 + p_2 = 1 \end{cases}$$

Las cuatro primeras ecuaciones son linealmente dependientes, sobra una.

$$p_0 = \frac{14}{20}$$

$$p_1 = \frac{3}{20}$$

$$p'_1 = \frac{2}{20}$$

$$p_2 = \frac{1}{20}$$

$$N = 0 \cdot p_0 + 1(p_1 + p'_1) + 2p_2 = \frac{7}{20}$$

$$\lambda_C = \lambda(p_0 + p_1 + p'_1) = \lambda(1 - p_2) = \frac{19}{20}$$

$$T = \frac{N}{\lambda_C} = \frac{7}{19} \text{ s}$$

### Ejercicio 19

$$p_k = \frac{1 - \rho}{1 - \rho^{11}} \rho^k$$

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = 0,8$$

$$\sum_{k=0}^{\Pi(90)} \frac{1 - \rho}{1 - \rho^{11}} \rho^k = \frac{1 - \rho^{\Pi(90)+1}}{1 - \rho^{11}} = 0,9$$

$$\rho^{\Pi(90)+1} = 0,17731$$

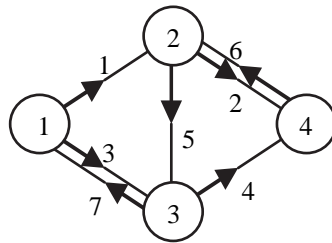
$$\Pi(90) = \frac{\log[0,1773]}{\log \rho} - 1 = 6,7522$$

Como el número de paquetes en el concentrador es un número entero:

$$\Pi(90) = 7$$



### Ejercicio 20



$$C_1 = C_2 = 6000 \text{ bps}$$

$$C_3 = 7000 \text{ bps}$$

$$C_4 = 8000 \text{ bps}$$

$$C_5 = 11500 \text{ bps}$$

$$C_6 = C_7 = 7500 \text{ bps}$$

$$C_i = \lambda_i L + \Delta C_i$$

$$C_i - \lambda_i L = \Delta C_i$$

Mínimax  $\Rightarrow$  todas las  $\Delta C_i$  son iguales

$$C_2 - \lambda_2 L = C_6 - \lambda_6 L$$

$$6 \cdot 10^3 - 10 \cdot 100 = 7,5 \cdot 10^3 - 100\lambda_6$$

$$\boxed{\lambda_6 = 25 \text{ paq/s}}$$



→ 10



## Enero 2006

### Ejercicio 1

La tasa de llegadas a un concentrador modelado como un sistema  $M/M/1/10$  es 120 paq/s. La tasa de servicio es de 150 paq/s. El percentil 90 del número de paquetes en el concentrador es:

- a) 3 paquetes                      b) 5 paquetes                      c) 7 paquetes                      d) 9 paquetes

### Ejercicio 2

En un concentrador que puede modelarse como una cola  $M/M/1$  el número medio de paquetes es 4. El percentil 90 del tiempo de servicio vale 125 ms. Sabiendo que el tiempo de transferencia también está distribuido exponencialmente, su percentil 90 es:

- a) 350 ms                      b) 470 ms                      c) 575 ms                      d) 625 ms

### Ejercicio 3

Los paquetes generados por una población finita (no generan paquetes nuevos hasta que no se han servido los anteriores) de 4 elementos llegan a un concentrador que dispone de 2 canales de salida y de cola de espera con capacidad para un paquete. La tasa de generación de cada elemento de la población es de 200 paq/s, y la tasa de servicio de cada servidor es de 400 paq/s. La probabilidad de pérdida de paquetes es:

- a) 0,055                      b) 0,198                      c) 0,284                      d) 0,422

### Ejercicio 4

En la red de la figura 1 el tráfico de A a B es bifurcado de forma óptima. El flujo por encima del cual se utilizan los dos caminos posibles es:

- a) 4,27 Mbps                      b) 8,14 Mbps                      c) 14,75 Mbps                      d) 16,91 Mbps



### Ejercicio 5

Un nodo de acceso a una red de transporte emplea un mecanismo de control de congestión por permisos (*token bucket*). La tasa de llegada de paquetes (exponencial) es de 150 paquetes por segundo, y la tasa de generación de permisos (exponencial) es de 250 permisos por segundo. Si se desea que la probabilidad de que un paquete nuevo tenga que esperar en el acceso antes de tener un permiso disponible no exceda de 0,001, el tamaño mínimo del buffer de permisos ha de ser de:

- a) 6 permisos                      b) 10 permisos                      c) 14 permisos                      d) 18 permisos

### Ejercicio 6

En la asignación de capacidades de la red de la figura 2 se ha seguido un criterio mini-max. El tráfico en el canal 2 es de 10 paq/s. La longitud media de los paquetes es de 100 bits. La tasa de paquetes que circula por el canal 6 es:

- a) 25 paq/s                      b) 30 paq/s                      c) 35 paq/s                      d) 40 paq/s

### Ejercicio 7

En la asignación de capacidades de la red de la figura 2 se ha seguido un criterio mini-max. El tráfico en el canal 2 es de 10 paq/s. La longitud media de los paquetes es de 100 bits. El número medio de saltos es 1,48. El tiempo de tránsito en la red es:

- a) 20 ms                      b) 25,3 ms                      c) 29,6 ms                      d) 31,5 ms

### Ejercicio 8

A un concentrador con buffer finito llegan paquetes con una tasa de 80 paquetes/seg. El tiempo medio de transmisión de un paquete es de 10 ms. ¿Cuál debe ser la mínima capacidad del buffer para que la tasa cursada sea mayor que 74 paq/s?

- a) 2 paquetes                      b) 3 paquetes                      c) 4 paquetes                      d) 5 paquetes

### Ejercicio 9

A un concentrador llegan paquetes según un régimen de Poisson con tasa 5 paq/s. ¿Cuál es la probabilidad de que en 488 ms lleguen al menos dos paquetes?

- a) 0,4                      b) 0,5                      c) 0,6                      d) 0,7

### Ejercicio 10

En la red de la figura 3 las capacidades han sido asignadas utilizando el criterio de  $k = 0$ . El coste mensual de cada canal vale  $d_0 + d_i C_i$ , siendo  $d_0$  y  $d_i$  iguales para ambos canales.





La longitud media de los paquetes es de 100 octetos. ¿Cuánto vale  $\gamma_{21}$ ?

- a) 6 paq/s      b) 7 paq/s      c) 8 paq/s      d) 9 paq/s

### Ejercicio 11

Un conjunto de estaciones utilizan el mecanismo de acceso CSMA no persistente, no ranurado. El tiempo de transmisión de un paquete es de 1 ms y el retardo de propagación de 10  $\mu$ s. Durante el tiempo de propagación hay 0,0363 intentos de acceso al canal. Calcule el caudal.

- a) 0,73      b) 0,75      c) 0,77      d) 0,79

### Ejercicio 12

A un concentrador modelable como un sistema  $M/M/1/5$  llegan paquetes a una tasa de 10 paq/s. La longitud media de los paquetes es de 100 bits y la capacidad del canal es de 1000 bps. La probabilidad de pérdida de paquetes es:

- a) 0      b) 0,167      c) 0,833      d) 1

### Ejercicio 13

Aplicando el algoritmo de Floyd a la red de la figura 4, tras la segunda iteración (es decir, permitiendo hasta el nodo 2 como nodo intermedio), la tercera fila de la matriz de distancias es:

- a) 3 1 0 2 1      b)  $\infty$  1 0  $\infty$  1      c) 1 1 0 2 1      d)  $\infty$  1 0  $\infty$  2

### Ejercicio 14

Un nodo de conmutación únicamente dispone de dos canales de tasa  $\mu$  y  $4\mu$  respectivamente, sin buffer de almacenamiento. Siempre que sea posible se utiliza el canal de mayor tasa. La tasa de llegada es  $\lambda = \mu = 1$  paq/s. La probabilidad de que el canal de mayor tasa esté ocupado es:

- a) 3/20      b) 2/15      c) 1/5      d) 1/10

### Ejercicio 15

Un nodo de conmutación únicamente dispone de dos canales de tasa  $\mu$  y  $4\mu$  respectivamente, sin buffer de almacenamiento. Siempre que sea posible se utiliza el canal de mayor tasa. La tasa de llegada es  $\lambda = \mu = 1$  paq/s. El tiempo medio de permanencia de los paquetes en el sistema es:

- a) 2/5 s      b) 7/19 s      c) 3/5 s      d) 4/19 s



### Ejercicio 16

En una red de acceso CSMA no persistente no ranurado, la distancia máxima entre estaciones es 6 Km, la longitud de los paquetes es 200 octetos (constante), y la capacidad del canal es 800 Kbps. La velocidad de propagación es 300000 Km/s. El número de paquetes transmitidos globalmente por todos los terminales de la red (nuevos más retransmisiones) es 4000 paq/s, y cada terminal genera un paquete (nuevo) cada 2 segundos. El número de terminales de la red es:

- a) 630                      b) 721                      c) 810                      d) 903

### Ejercicio 17

En una red de acceso CSMA no persistente no ranurado en la que puede considerarse despreciable el tiempo de propagación, el operador decide conceder licencias adicionales doblando el número de usuarios. El tiempo de transmisión de los paquetes es 0,25 ms. Todos los terminales generan el mismo tráfico. Siendo 2000 el número de paquetes por segundo transmitidos (nuevos más retransmisiones) antes de la ampliación, al doblar el número de usuarios este valor pasa a ser de:

- a) 2000 paq/s                      b) 4000 paq/s  
c) 6000 paq/s                      d) 8000 paq/s

### Ejercicio 18

A un concentrador llegan dos tipos de paquetes. Los paquetes tipo 1 llegan con una tasa de 25 paq/s y su longitud es constante e igual a 12000 bits. Los paquetes tipo 2 son de longitud constante e igual a 24000 bits. La capacidad del canal es 1,2 Mbps. Se da prioridad sin expulsión a los paquetes tipo 1 y se desea que el número de paquetes tipo 1 en espera sea de 0,25. La tasa máxima de paquetes tipo 2 es:

- a) 31,25 paq/s                      b) 42,15 paq/s  
c) 50,00 paq/s                      d) 62,15 paq/s

### Ejercicio 19

Los usuarios de un sistema inalámbrico terrestre utilizan el protocolo Aloha puro para comunicarse con la estación base. La capacidad del canal ascendente es 200 Kbps y los paquetes son de 100 octetos (constante). La espera aleatoria es una variable distribuida uniformemente entre 4 y 20 ms. Los valores del tiempo de reconocimiento y del *time out* son  $T_{ACK} = 3,24$  ms y  $T_{OUT} = 8,4$  ms. Si el sistema trabaja a caudal máximo, el tiempo de servicio es:

- a) 37,24 ms                      b) 49,17 ms                      c) 56,32 ms                      d) 68,14 ms



## Ejercicio 20

La longitud de los paquetes que llegan a un concentrador es  $l = 64 \cdot k$  octetos (con  $k = 1, 2$  y  $3$ ). La probabilidad de que un paquete tome una determinada longitud decrece linealmente con ésta y el 50% de los paquetes son de 64 octetos. Al multiplexor llegan 30 paq/s y el canal es de 128 Kbps. El tiempo de transferencia es:

- a) 7,66 ms      b) 8,57 ms      c) 9,42 ms      d) 10,34 ms

## FIGURAS

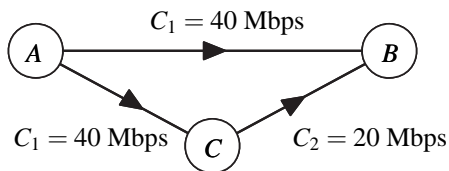
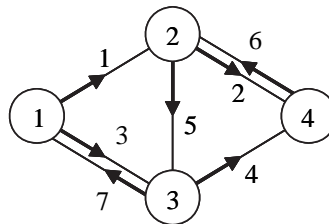


Figura 1



$$C_1 = C_2 = 6000 \text{ bps}$$

$$C_3 = 7000 \text{ bps}$$

$$C_4 = 8000 \text{ bps}$$

$$C_5 = 11500 \text{ bps}$$

$$C_6 = C_7 = 7500 \text{ bps}$$

Figura 2

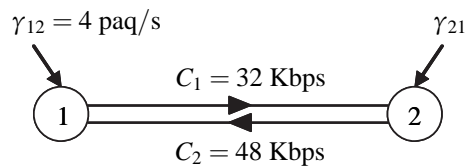


Figura 3

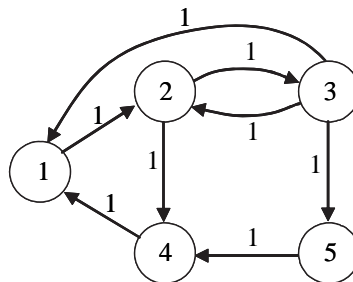


Figura 4

**SOLUCIONES****Ejercicio 1**

$$p_k = \frac{1-\rho}{1-\rho^{11}} \rho^k$$

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = 0,8$$

$$\sum_{k=0}^{\Pi(90)} \frac{1-\rho}{1-\rho^{11}} \rho^k = \frac{1-\rho^{\Pi(90)+1}}{1-\rho^{11}} = 0,9$$

$$\rho^{\Pi(90)+1} = 0,17731$$

$$\Pi(90) = \frac{\log[0,1773]}{\log \rho} - 1 = 6,7522$$

Como el número de paquetes en el concentrador es un número entero:

$$\boxed{\Pi(90) = 7}$$

**Ejercicio 2**

Calculamos el percentil 90 de una variable aleatoria exponencial de media  $T$

$$f(t) = \frac{1}{T} e^{-\frac{t}{T}}$$

$$\int_0^{\Pi(90)} \frac{1}{T} e^{-\frac{t}{T}} dt = 1 - e^{-\frac{\Pi(90)}{T}} = 0,9$$

$$\Pi(90) = \frac{T}{\ln(0,1)}$$

Como en el tiempo de transferencia y el de servicio son exponenciales

$$\frac{\Pi_t(90)}{\Pi_{ts}(90)} = \frac{T}{T_s} \Rightarrow \Pi_t(90) = \frac{T}{T_s} \Pi_{ts}(90)$$

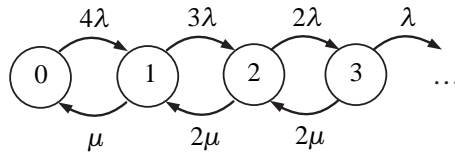
Para un sistema  $M/M/1$

$$\left. \begin{array}{l} T = \frac{T_s}{1-\rho} \Rightarrow \Pi_t(90) = \frac{\Pi_{ts}(90)}{1-\rho} \\ N = \frac{\rho}{1-\rho} = 4 \Rightarrow \rho = 0,8 \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{\Pi_t(90) = \frac{125}{0,2} = 625 \text{ ms}}$$



## Ejercicio 3

$$p_p = r_3 = \frac{\lambda_3}{\lambda_{OF}} p_3$$



$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{1}{2}$$

$$\left. \begin{array}{l} p_1 = 4\rho p_0 \\ p_2 = 6\rho^2 p_0 \\ p_3 = 6\rho^3 p_0 \\ p_0 + p_1 + p_2 + p_3 = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow p_0 = \frac{4}{21} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} p_1 = \frac{8}{21} \\ p_2 = \frac{6}{21} \\ p_3 = \frac{3}{21} \end{array} \right.$$

$$\lambda_{OF} = 4\lambda p_0 + 3\lambda p_1 + 2\lambda p_2 + \lambda p_3 = \frac{55}{21}\lambda$$

$$\lambda_3 = \lambda$$

$$p_p = \frac{3}{55} = 0,054$$

## Ejercicio 4

$$T_{AB} = \frac{1}{\lambda_{AB}} \left[ \frac{f_1}{C_1 - f_1} + \frac{f_2}{C_1 - f_2} + \frac{f_2}{C_2 - f_2} \right]$$

$$\frac{\partial F}{\partial f_1} = \frac{\partial F}{\partial f_2} \Rightarrow \frac{C_1}{(C_1 - f_1)^2} = \frac{C_1}{(C_1 - f_2)^2} + \frac{C_2}{(C_2 - f_2)^2}$$

Si  $f_1 = fu$  y  $f_2 = 0$  se obtiene

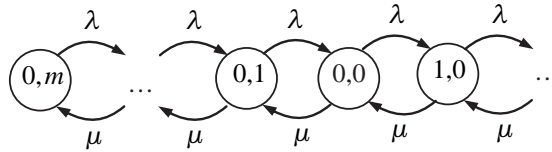
$$fu = C_1 \left[ 1 - \sqrt{\frac{C_2}{C_1 + C_2}} \right]$$

$$fu = 16,9059$$



## Ejercicio 5

Estado: (paquetes, permisos)



$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{3}{5}$$

$$p(0, m) = p(0, m)$$

$$p(0, m-1) = \rho \cdot p(0, m)$$

$$\vdots$$

$$p(0, 1) = \rho^{m-1} p(0, m)$$

$$p(0, 0) = \rho^m p(0, m)$$

$$p(1, 0) = \rho^{m+1} p(0, m)$$

$$\vdots$$

$$\sum_{i=0}^{\infty} \rho^i p(0, m) = 1 \Rightarrow \frac{1}{1-\rho} p(0, m) = 1 \Rightarrow p(0, m) = 1 - \rho$$

Se espera cuando no hay permisos

$$p(\text{espera}) = \sum_{i=0}^{\infty} p(i, 0) = \sum_{i=0}^{\infty} \rho^{m+i} p(0, m) = (1 - \rho) \rho^m \sum_{i=0}^{\infty} \rho^i$$

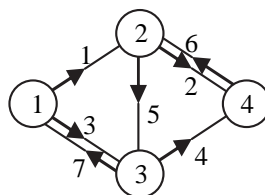
$$p(\text{espera}) = \rho^m$$

$$\rho^m < 10^{-3}$$

$$m > \frac{-3}{\log_{10} \rho} = 13,52 \quad \boxed{m = 14}$$

Nota:  $\rho < 1 \Rightarrow \log \rho < 0$ 

## Ejercicio 6



$$C_1 = C_2 = 6000 \text{ bps}$$

$$C_3 = 7000 \text{ bps}$$

$$C_4 = 8000 \text{ bps}$$

$$C_5 = 11500 \text{ bps}$$

$$C_6 = C_7 = 7500 \text{ bps}$$



$$C_i = \lambda_i L + \Delta C_i$$

$$C_i - \lambda_i L = \Delta C_i$$

Mínimax  $\Rightarrow$  todas las  $\Delta C_i$  son iguales

$$C_2 - \lambda_2 L = C_6 - \lambda_6 L$$

$$6 \cdot 10^3 - 10 \cdot 100 = 7,5 \cdot 10^3 - 100\lambda_6$$

$$\boxed{\lambda_6 = 25 \text{ paq/s}}$$

### Ejercicio 7

Mínimax  $\Rightarrow$  todos los tiempos de transferencia son iguales

$$T_i = \frac{L}{C_i - \lambda_i L}$$

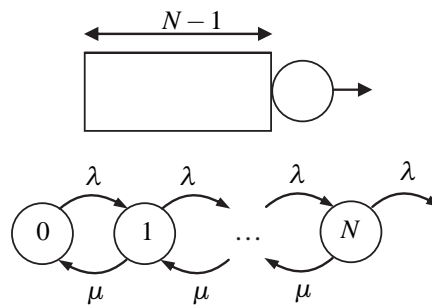
En particular para el canal 2

$$T_2 = \frac{100}{6 \cdot 10^3 - 10 \cdot 100} = \frac{1}{50} \text{ s}$$

$$T = H \cdot T_i$$

$$\boxed{T = \frac{1,48}{50} = 29,6 \text{ ms}}$$

### Ejercicio 8



$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \lambda \cdot T_s = 0,8$$

$$\left. \begin{aligned} p_p = p_N = \frac{1-\rho}{1-\rho^{N+1}} \rho^N \\ \lambda_C = \lambda(1-p_p) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \lambda_C = \lambda \frac{1-\rho^N}{1-\rho^{N+1}}$$



$$\lambda_C = 80 \frac{1 - (0,8)^N}{1 - (0,8)^{N+1}} > 74 \text{ paq/s}$$

Es una ecuación intrascendente. Sustituimos las soluciones:

a)  $N - 1 = 2 \Rightarrow N = 3 \Rightarrow \lambda_C = 66,124 \text{ paq/s}$

b)  $N - 1 = 3 \Rightarrow N = 4 \Rightarrow \lambda_C = 70,252 \text{ paq/s}$

c)  $N - 1 = 4 \Rightarrow N = 5 \Rightarrow \lambda_C = 72,894 \text{ paq/s}$

d)  $N - 1 = 5 \Rightarrow N = 6 \Rightarrow \lambda_C = 74,692 \text{ paq/s}$

$$\boxed{Q = N - 1 = 5}$$

### Ejercicio 9

Poisson:

$$P_k(t) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t}$$

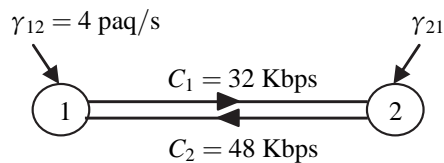
$$p(\text{al menos 2 paquetes en } t) = 1 - e^{-\lambda t} - \lambda t e^{-\lambda t} = 1 - e^{-\lambda t}(1 + \lambda t)$$

$$\lambda = 5 \text{ paq/s}$$

$$t = 0,488 \text{ s}$$

$$\boxed{p(\text{al menos 2 paquetes en 488 ms}) = 0,7}$$

### Ejercicio 10



$$\begin{cases} \lambda_1 = \gamma_{12} \\ \lambda_2 = \gamma_{21} \end{cases}$$

$$C_1 = \lambda_1 L + \frac{De}{d_i} \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2} = \lambda_1 \left( L + \frac{De}{d_i(\lambda_1 + \lambda_2)} \right)$$

$$C_2 = \lambda_2 L + \frac{De}{d_i} \frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} = \lambda_2 \left( L + \frac{De}{d_i(\lambda_1 + \lambda_2)} \right)$$





$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{C_2}{C_1} \lambda_1$$

$$\boxed{\gamma_{21} = \lambda_2 = 6 \text{ paq/s}}$$

### Ejercicio 11

CSMA no persistente, no ranurado

$$\boxed{S = \frac{G \cdot e^{-aG}}{G(1 + 2a) + e^{-aG}}}$$

$$\left. \begin{array}{l} \Lambda \cdot \tau = 0,0363 = aG \\ a = \frac{\tau}{T_t} = 10^{-2} \end{array} \right\} \Rightarrow G = 3,63$$

$$S = \frac{3,63 \cdot e^{-0,0363}}{3,63(1 + 2 \cdot 10^{-2}) + e^{-0,0363}}$$

$$\boxed{S = 0,75}$$

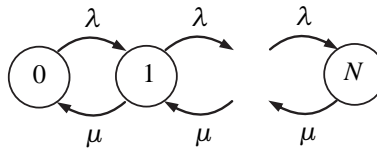
### Ejercicio 12

$$p_p = p_N = \frac{1 - \rho}{1 - \rho^{N+1}} \rho^N$$

$$\rho = \frac{\lambda L}{C} = 1 \Rightarrow p_N \text{ queda indeterminada}$$

Como es un sistema con pérdidas, el tráfico ofrecido ( $\rho$ ) puede ser mayor o igual a 1. El tráfico cursado será menor que 1.

Para este caso podemos calcular el límite para  $\rho \rightarrow 1$  o replantear el sistema de ecuaciones:



$$p_k = \rho^k p_0 = p_0 \Rightarrow \text{todas las probabilidades son iguales}$$

$$p_k = \frac{1}{N+1}$$

$$p_p = p_N = \frac{1}{N+1}$$

$$\boxed{p_p = \frac{1}{6} = 0,167}$$



### Ejercicio 13

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & 0 & 1 & 1 & \infty \\ 1 & 1 & 0 & \infty & 1 \\ 1 & \infty & \infty & 0 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

1ª iteración

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & 0 & 1 & 1 & \infty \\ 1 & 1 & 0 & \infty & 1 \\ 1 & 2 & \infty & 0 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

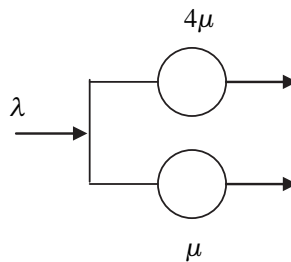
2ª iteración

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 2 & \infty \\ \infty & 0 & 1 & 1 & \infty \\ 1 & 1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 0 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

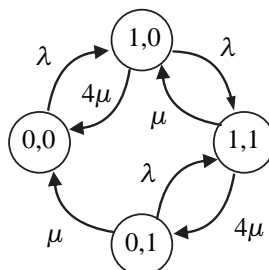
La tercera fila vale

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

### Ejercicio 14



Estado: (canal rápido, canal lento)





$$\left. \begin{aligned} 4\mu p_{10} + \mu p_{01} &= \lambda p_{00} \\ \lambda p_{00} + \mu p_{11} &= (4\mu + \lambda)p_{10} \\ 4\mu p_{11} &= (\lambda + \mu)p_{01} \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} 4p_{10} + p_{01} &= p_{00} \\ p_{00} + p_{11} &= 5p_{10} \\ 2p_{11} &= p_{01} \\ p_{00} + p_{10} + p_{01} + p_{11} &= 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} p_{00} &= \frac{14}{20} \\ p_{10} &= \frac{3}{20} \\ p_{01} &= \frac{2}{20} \\ p_{11} &= \frac{1}{20} \end{aligned} \right.$$

$$\boxed{p_{10} + p_{11} = \frac{3+1}{20} = \frac{1}{5}}$$

### Ejercicio 15

$$T = \frac{N}{\lambda_C}$$

Del problema anterior se obtiene:

$$p_{00} = \frac{14}{20}$$

$$p_{10} = \frac{3}{20}$$

$$p_{01} = \frac{2}{20}$$

$$p_{11} = \frac{1}{20}$$

$$N = 0p_{00} + 1(p_{10} + p_{01}) + 2p_{11} = \frac{7}{20} \text{ paquetes}$$

$$\lambda_C = \lambda(1 - p_p) = \lambda(1 - p_{11}) = \frac{19}{20} \text{ paq/s}$$

$$\boxed{T = \frac{7}{19} \text{ s}}$$



## Ejercicio 16

$$\tau = \frac{d}{c} = \frac{6 \text{ km}}{3 \cdot 10^8 \text{ km/s}} = 2 \cdot 10^{-8} \text{ s}$$

$$T_T = \frac{L}{C} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

$$a = \frac{\tau}{T_T} = 10^{-2}$$

$$G = \Lambda T_T = 4000 \cdot 2 \cdot 10^{-3} = 8$$

$$S = \frac{G \cdot e^{-aG}}{G(1 + 2a) + e^{-aG}} = 0,81$$

$$\lambda = \frac{S}{T_T} = 405 \text{ paq/s}$$

$$M = \frac{\lambda}{\lambda_i}$$

$$\lambda_i = \frac{1 \text{ paquete}}{2 \text{ segundos}} = 0,5 \text{ paq/s}$$

$$M = 810 \text{ terminales}$$

## Ejercicio 17

$$G_1 = \Lambda_1 \cdot T_T = 2000 \cdot 0,25 \cdot 10^{-3} = 0,5$$

Como el retardo es despreciable

$$S_1 = \frac{G_1}{1 + G_1} = \frac{1}{3}$$

Si el número de usuarios se dobla

$$\left. \begin{array}{l} \lambda_2 = 2\lambda_1 \\ S = \lambda \cdot T_T \end{array} \right\} \Rightarrow S_2 = 2S_1$$

$$S_2 = \frac{G_2}{1 + G_2} = \frac{2}{3} \Rightarrow G_2 = 2$$

$$\Lambda_2 = \frac{G_2}{T_T}$$

$$\Lambda_2 = 8000 \text{ paq/s}$$



## Ejercicio 18

$$T_{W_1} = \frac{N_{Q_1}}{\lambda_1} = 10^{-2} \text{ s}$$

$$T_{S_1} = \frac{L_1}{C} = 10^{-2} \text{ s}$$

$$T_{S_2} = \frac{L_2}{C} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ s}$$

Los de tipo 1 tienen prioridad sin expulsión

$$\left. \begin{aligned} T_{W_1} &= \frac{T_{W_0}}{1 - \rho_1} \Rightarrow T_{W_0} = T_{W_1}(1 - \lambda_1 T_{S_1}) = 7,5 \cdot 10^{-3} \text{ s} \\ T_{W_0} &= \frac{1}{2}(\lambda_1 T_{S_1}^2 + \lambda_2 T_{S_2}^2) = 1,25 \cdot 10^{-3} + \lambda_2 \cdot 0,2 \cdot 10^{-3} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 1,25 + 0,2\lambda_2 = 7,5$$

$$\boxed{\lambda_2 = 31,25 \text{ paq/s}}$$

## Ejercicio 19

Caudal máximo:

$$G = \frac{1}{2}$$

Tiempo medio aleatorio:

$$R = \frac{4 + 20}{2} = 12 \text{ ms}$$

Tiempo de transmisión:

$$T_T = \frac{L}{C} = 4 \text{ ms}$$

$$T_S = T_T + T_{ACK} + (e^{2G} - 1)(T_T + T_{OUT} + R)$$

$$\boxed{T_S = 49,166 \text{ ms}}$$

## Ejercicio 20

$$l = 64 \cdot k \text{ octetos}; \quad 1 \leq k \leq 3$$

$$p(k = x) = ax + b \quad \Leftarrow \quad \text{dependencia lineal}$$



$$\left. \begin{array}{l} p(l=64) = p(k=1) = a+b = 0,5 \\ p(k=1) + p(k=2) + p(k=3) = 6a+3b = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{6} \\ b = \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$p(k=x) = -\frac{x}{6} + \frac{2}{3}$$

$$p(l=64) = p(k=1) = \frac{1}{2} \Rightarrow p(t_S = 4 \text{ ms}) = \frac{1}{2}$$

$$p(l=128) = p(k=2) = \frac{1}{3} \Rightarrow p(t_S = 8 \text{ ms}) = \frac{1}{3}$$

$$p(l=192) = p(k=3) = \frac{1}{6} \Rightarrow p(t_S = 12 \text{ ms}) = \frac{1}{6}$$

$$T_S = 4 \left( 1\frac{1}{2} + 2\frac{1}{3} + 3\frac{1}{6} \right) = \frac{20}{3} \text{ ms}$$

$$E(t_S^2) = (4 \cdot 10^{-3})^2 \left( 1\frac{1}{2} + 4\frac{1}{3} + 9\frac{1}{6} \right) = \frac{16}{3} \cdot 10^{-5} \text{ s}^2$$

$$\rho = \lambda \cdot T_S = 0,2$$

$$T = \frac{\lambda E(t_S^2)}{2(1-\rho)} + T_S = \frac{23}{3} 10^{-3} \text{ s}$$

$$\boxed{T = 7,66 \text{ ms}}$$









Junio 2005

### Ejercicio 1

En la red de la figura 1, las capacidades de sus tres canales han sido asignadas con el criterio minimax. ¿Cuánto valen dichas capacidades?

- a)  $C_1 = 5$  Kbps;  $C_2 = 7$  Kbps;  $C_3 = 11$  Kbps.
- b)  $C_1 = 6$  Kbps;  $C_2 = 8$  Kbps;  $C_3 = 11$  Kbps.
- c)  $C_1 = 4$  Kbps;  $C_2 = 6$  Kbps;  $C_3 = 9$  Kbps.
- d)  $C_1 = 4$  Kbps;  $C_2 = 5$  Kbps;  $C_3 = 8$  Kbps.

### Ejercicio 2

A un multiplexor con buffer infinito llegan  $\lambda = 2$  paq/s según Poisson. El multiplexor dispone de dos canales iguales a la salida de  $C = 4$  Kbps. Si la longitud de los paquetes tiene una distribución exponencial de media  $L = 2000$  bits, la probabilidad de que se estén utilizando ambos canales simultáneamente vale:

- a)  $1/2$                       b)  $1/3$                       c)  $1/4$                       d)  $1/5$

### Ejercicio 3

Un multiplexor con buffer finito y un canal cursa  $\lambda_C = 3$  paq/s. La tasa de transmisión del canal es de 5 paq/s. Calcule la probabilidad de que el multiplexor esté vacío.

- a)  $2/5$                       b)  $3/5$                       c)  $2/3$                       d)  $1/5$



#### Ejercicio 4

Sea  $a$  el valor del retardo de propagación normalizado respecto al tiempo de transmisión de un paquete. ¿Cuál debe ser el valor de  $a$  para que el mecanismo de acceso CSMA no persistente y no ranurado curse el mismo tráfico que el Aloha puro cuando el número de intentos de acceso al canal es  $G = 0,22$  intentos/ $T_T$ ?

- a) 0,3                  b) 0,4                  c) 0,5                  d) 0,6

#### Ejercicio 5

Una red de comunicaciones por satélite funciona usando el protocolo Aloha puro. La longitud del paquete es de 48 octetos (cte) y la velocidad de transmisión es 32 Kbps. Sabiendo que cada 4 estaciones generan un paquete cada segundo, el número máximo de estaciones funcionando a caudal máximo del protocolo es:

- a) 57 estaciones                  b) 59 estaciones  
c) 61 estaciones                  d) 63 estaciones

#### Ejercicio 6

Una red de 100 terminales funciona con el protocolo CSMA no persistente no ranurado. Cada terminal genera 3 paquetes por minuto. La longitud de los paquetes es de 80 octetos (cte), la velocidad de transmisión es de 10 Kbps, y el tiempo de propagación es despreciable frente al de transmisión. El número medio de escuchas hasta que el paquete se transmite es:

- a) 1,47                  b) 1,55                  c) 1,68                  d) 1,89

#### Ejercicio 7

En la red de la figura 2 se utiliza un mecanismo de bifurcación óptima para el tráfico que va del nodo A al nodo B. El flujo umbral a partir del cual se utilizan los dos caminos es:

- a) 0 Mbps                  b) 0,5 Mbps                  c) 0,8 Mbps                  d) 1 Mbps

#### Ejercicio 8

En la red de la figura 2 se utiliza un mecanismo de bifurcación óptima para el tráfico que va del nodo A al nodo B. Si el flujo de A a B es de 500 Kbps, el reparto entre los dos caminos es:

- a)  $f_1 = 500$  Kbps y  $f_2 = 0$  Kbps                  b)  $f_1 = 0$  Kbps y  $f_2 = 500$  Kbps  
c)  $f_1 = 167$  Kbps y  $f_2 = 333$  Kbps                  d)  $f_1 = 250$  Kbps y  $f_2 = 250$  Kbps



### Ejercicio 9

En un concentrador modelado como  $M/D/1$  el tiempo de transferencia es 22,5 ms y el tiempo de servicio 20 ms. La tasa de llegadas es:

- a) 5 paq/s      b) 10 paq/s      c) 15 paq/s      d) 20 paq/s

### Ejercicio 10

Aplicando el algoritmo de Floyd a la red de la figura 3, tras la segunda iteración (es decir, permitiendo hasta el nodo 2 como nodo intermedio), la tercera fila de la matriz de distancias es:

- a) 3 1 0 2 1      b)  $\infty$  1 0  $\infty$  1      c) 1 1 0 2 1      d)  $\infty$  1 0  $\infty$  2

### Ejercicio 11

A un concentrador con capacidad de almacenamiento para 1 paquete llega tráfico de dos clases. Los paquetes tipo 1 se pierden si el canal está ocupado (no se almacenan), mientras que los paquetes tipo dos si pueden almacenarse y esperar, y se pierden si la posición de almacenamiento también está ocupada. La longitud de los dos tipos de paquetes está distribuida exponencialmente con la misma media. La tasa de llegadas es  $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$  paq/s. La tasa de servicio del canal es  $\mu = 4\lambda$ . Las probabilidades de pérdida para los paquetes tipo 1 y tipo 2 son:

- a)  $p_{p1} = \frac{4}{13}$  y  $p_{p2} = \frac{1}{13}$       b)  $p_{p1} = \frac{5}{13}$  y  $p_{p2} = \frac{1}{13}$   
 c)  $p_{p1} = \frac{8}{13}$  y  $p_{p2} = \frac{1}{13}$       d)  $p_{p1} = \frac{5}{13}$  y  $p_{p2} = \frac{4}{13}$

### Ejercicio 12

Una aplicación genera mensajes distribuidos uniformemente entre  $L_1 = 52$  octetos y  $L_2 = 308$  octetos según un proceso de Poisson de tasa  $\lambda = 20$  mensajes/s. Los mensajes se encapsulan en paquetes añadiéndoles una cabecera de longitud variable: el 40% tiene una cabecera de 52 octetos y el resto de 84 octetos. La utilización del canal es del 40% y su velocidad es 100 Kbps. El tiempo de espera en cola de los paquetes con la cabecera más corta es:

- a) 6,38 ms      b) 5,53 ms      c) 7,33 ms      d) 8,75 ms

### Ejercicio 13

Una aplicación genera mensajes distribuidos uniformemente entre  $L_1 = 52$  octetos y  $L_2 = 308$  octetos según un proceso de Poisson de tasa  $\lambda = 20$  mensajes/s. Los mensajes se encapsulan en paquetes añadiéndoles una cabecera de longitud variable: el 40%



tiene una cabecera de 52 octetos y el resto de 84 octetos. La utilización del canal es del 40% y su velocidad es 100 Kbps. Los paquetes de cabecera más larga tienen prioridad sin expulsión. El tiempo de transferencia de los paquetes con la cabecera más corta es:

- a) 28,36 ms      b) 19,15 ms      c) 25,72 ms      d) 32,14 ms

#### Ejercicio 14

Un nodo de conmutación únicamente dispone de dos canales de tasa  $\mu$  y  $4\mu$  respectivamente, sin buffer de almacenamiento. Siempre que sea posible se utiliza el canal de mayor tasa. La tasa de llegada es  $\lambda = \mu = 1$  paq/s. La probabilidad de que se utilice el canal de mayor tasa es:

- a) 3/20      b) 2/15      c) 1/5      d) 1/10

#### Ejercicio 15

Un nodo de conmutación únicamente dispone de dos canales de tasa  $\mu$  y  $4\mu$  respectivamente, sin buffer de almacenamiento. Siempre que sea posible se utiliza el canal de mayor tasa. La tasa de llegada es  $\lambda = \mu = 1$  paq/s. El tiempo medio de permanencia de los paquetes en el sistema es:

- a) 2/5 s      b) 7/19 s      c) 3/5 s      d) 4/19 s

#### Ejercicio 16

Para la red de la Fig. 4 la capacidad de los canales, asignada según el criterio minimax, es de  $C1 = C5 = 12$  Kbps,  $C2 = C3 = 16$  Kbps,  $C4 = C6 = 10$  Kbps y  $C7 = 20$  Kbps. La longitud media de los paquetes es de 1000 bits y para llegar al destino cada paquete atraviesa en media dos canales. Desde cada nodo se transmite a cada uno de los restantes 1 paq/s. El tráfico que circula por el canal 7 es:

- a) 7 paq/s      b) 9 paq/s      c) 14 paq/s      d) 12 paq/s

#### Ejercicio 17

En la red de la Fig. 5 los tráficos entrantes son de Poisson y la longitud media de los paquetes es de 1000 bits, distribuida exponencialmente. El tráfico entre los nodos D y E es de 80 paq/s. Una fracción  $\alpha$  de este tráfico se transmite por el camino que pasa por el nodo intermedio C y el resto  $(1 - \alpha)$  por el camino directo. Para minimizar el tiempo de tránsito de los paquetes entre A y B se aplica el criterio de bifurcación óptima a dicho tráfico. El valor máximo de  $\alpha$  para que se tome el camino a través del nodo intermedio C como primera opción para los paquetes entre A y B es:

- a) 1/5      b) 1/2      c) 3/7      d) 2/15



### Ejercicio 18

Tres estaciones se comunican entre sí mediante un protocolo Aloha ranurado. En cada ranura, la probabilidad de que las estaciones 1, 2 y 3 intenten transmitir un paquete es de 0,1, 0,2 y 0,3 respectivamente. El caudal  $S$  de la red es:

- a)  $S < 0,2$       b)  $0,2 \leq S < 0,5$       c)  $0,5 \leq S < 0,8$       d)  $S \geq 0,8$

### Ejercicio 19

A un multiplexor llegan 2 tipos de paquetes cuyas tasas de llegada y tiempos de transmisión valen respectivamente:

- Tipo A: 5 paq/s y 60 ms
- Tipo B: 4 paq/s y 125 ms

Los paquetes son de longitud fija en ambos casos. Teniendo en cuenta que los paquetes de tipo A tienen prioridad con expulsión sobre los de tipo B, el tiempo medio de espera de los paquetes de tipo B es:

- a) 303,61 ms      b) 325,92 ms      c) 341,07 ms      d) 366,26 ms

### Ejercicio 20

Los paquetes que llegan a un concentrador, modelado por medio de una cola  $M/G/1$ , lo hacen con una tasa de 3 paq/s. Si el tiempo medio de servicio de un paquete es de 0,25 segundos, el valor medio de los tiempos de ocupación del sistema es

- a) 1 s      b)  $\frac{2}{3}$  s      c)  $\frac{3}{4}$  s      d)  $\frac{1}{4}$  s

## FIGURAS

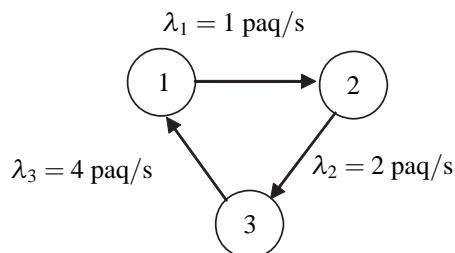


Figura 1

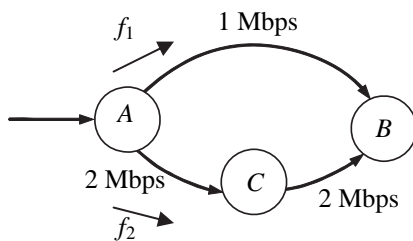


Figura 2

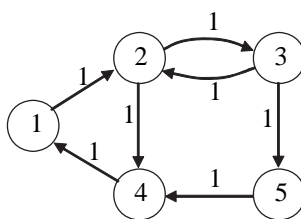


Figura 3

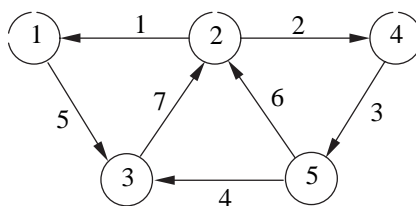


Figura 4

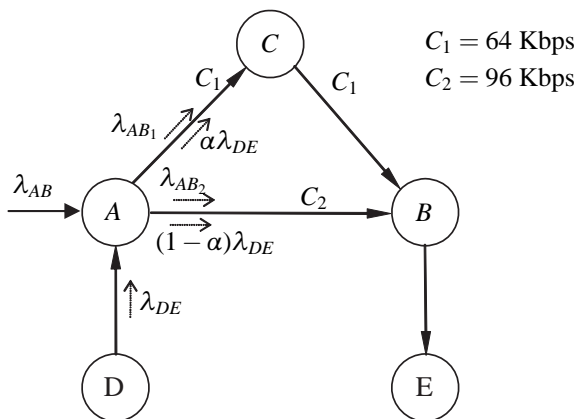
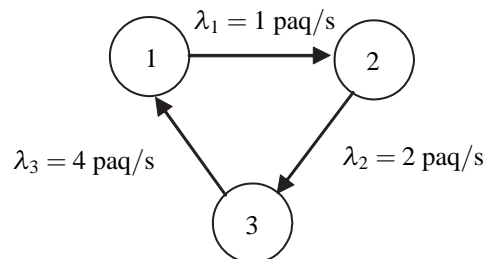


Figura 5



## SOLUCIONES

### Ejercicio 1



$$\lambda_1 = 1 \text{ paq/s} \quad \lambda_2 = 2 \text{ paq/s} \quad \lambda_3 = 4 \text{ paq/s}$$

$$\text{Criterio MINIMAX} \Rightarrow \Delta C_i = \text{cte} \forall i$$

$$\Delta C_i = C_i - \lambda_i \cdot L = \text{cte}$$

$$C_1 - \lambda_1 \cdot L = C_2 - \lambda_2 \cdot L = C_3 - \lambda_3 \cdot L$$

$$\frac{C_i - C_j}{\lambda_i - \lambda_j} = L = \text{cte}$$

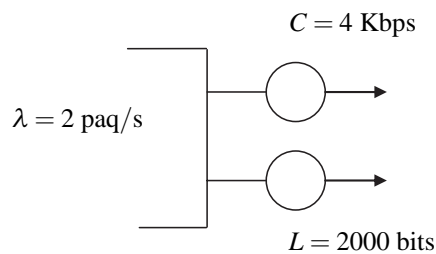
Probamos las soluciones.

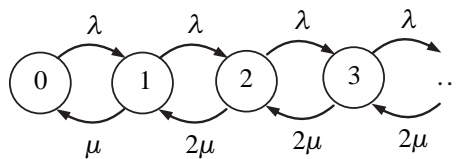
Solución a)

$$\left. \begin{aligned} \frac{C_2 - C_1}{\lambda_2 - \lambda_1} &= \frac{7 - 5}{2 - 1} = 2 \\ \frac{C_3 - C_2}{\lambda_3 - \lambda_2} &= \frac{11 - 7}{4 - 2} = 2 \\ \frac{C_3 - C_1}{\lambda_3 - \lambda_1} &= \frac{11 - 5}{4 - 1} = 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{se cumple}$$

Las soluciones b, c y d no se cumplen.

### Ejercicio 2





$$\rho = \frac{\lambda}{2\mu} = \frac{\lambda L}{2C} = 0,5$$

$$p_1 = \frac{\lambda}{\mu} \cdot p_0 = 2\rho \cdot p_0$$

$$p_2 = \rho \cdot p_1 = 2\rho^2 p_0$$

$$p_3 = \rho \cdot p_2 = 2\rho^3 p_0$$

$$p_0(1 + 2\rho + 2\rho^2 + 2\rho^3 + \dots) = 1$$

$$p_0 \left( 1 + 2 \frac{\rho}{1 - \rho} \right) = 1$$

$$p_0 = \frac{1 - \rho}{1 + \rho}$$

$$p(2 \text{ canales ocupados}) = p_2 + p_3 + \dots = 1 - p_0 - p_1 = 1/3$$

### Ejercicio 3

Para un sistema con un único servidor se cumple que el factor de utilización es la probabilidad de que el servidor esté ocupado.

Para un sistema con pérdidas el factor de utilización vale  $\frac{\lambda_C}{\mu}$

Entonces:

$$\frac{\lambda_C}{\mu} = 1 - p_0 \Rightarrow p_0 = 2/5$$

### Ejercicio 4

Aloha:

$$S = G \cdot e^{-2G} = 0,142$$

CSMA:

$$S = \frac{G \cdot e^{-aG}}{G(1 + 2a) + e^{-aG}} = \frac{0,22 \cdot e^{-0,22a}}{0,22(1 + 2a) + e^{-0,22a}}$$

Probando las soluciones se observa que ambos caudales coinciden para

$$a = 0,6$$





## Ejercicio 5

$$M_{\text{máx}} = \frac{\lambda_{\text{máx}}}{\lambda_i}$$

$$\lambda_{\text{máx}} = \frac{S_{\text{máx}}}{T_T} = \frac{1}{2e T_T} = 15,3 \text{ paq/s}$$

$$M_{\text{máx}} = \frac{15,3}{0,25} = 61,2$$

Como tiene que ser un número entero

$$M_{\text{máx}} = 61 \text{ estaciones}$$

## Ejercicio 6

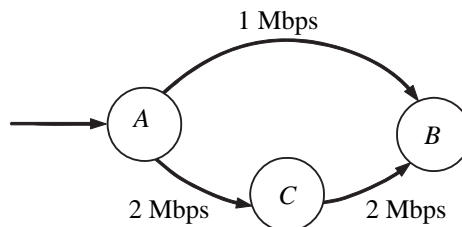
$$a = 0 \Rightarrow S = \frac{G}{1+G}$$

$$\left. \begin{array}{l} \lambda = 100 \cdot \frac{3}{60} = 5 \text{ paq/s} \\ T_T = 64 \text{ ms} \end{array} \right\} \Rightarrow S = \lambda \cdot T_T = 0,32$$

$$S = \frac{G}{1+G} \Rightarrow G = \frac{S}{1-S}$$

$$\text{n}^\circ \text{ escuchas/paq} = \frac{G}{S} = 1,47$$

## Ejercicio 7



$$T_{AB} = \frac{1}{\lambda_{AB}} \left[ \frac{f_1}{C_1 - f_1} + \frac{2f_2}{C_2 - f_2} \right]$$

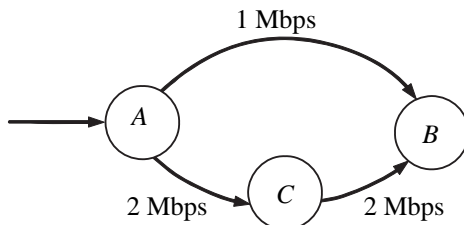
$$\frac{\partial F}{\partial f_1} = \frac{\partial F}{\partial f_2} \Rightarrow \frac{C_1}{(C_1 - f_1)^2} = \frac{2C_2}{(C_2 - f_2)^2}$$



$$\left. \begin{array}{l} f_1 = fu \\ f_2 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow fu = C_1 - \sqrt{\frac{C_1 C_2}{2}} = 0 \text{ bps}$$

$$\boxed{fu = 0 \text{ bps}}$$

### Ejercicio 8



$$\left. \begin{array}{l} \frac{C_1}{(C_1 - f_1)^2} = \frac{2C_2}{(C_2 - f_2)^2} \\ f_1 + f_2 = f \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$f_1 = C_1 - (C_1 + C_2 - f) \frac{\sqrt{C_1}}{\sqrt{C_1} + \sqrt{2C_2}} = 166,6 \text{ Kbps}$$

$$f_2 = C_2 - (C_1 + C_2 - f) \frac{\sqrt{2C_2}}{\sqrt{C_1} + \sqrt{2C_2}} = 333,3 \text{ Kbps}$$

### Ejercicio 9

$$T = T_w + T_s = \frac{T_s \cdot \rho}{2(1 - \rho)} + T_s$$

$$\frac{T_s \rho}{2(1 - \rho)} = 2,5 \cdot 10^{-3}$$

$$\rho = 0,2$$

$$\boxed{\lambda = \frac{\rho}{T_s} = 10 \text{ paq/s}}$$

### Ejercicio 10

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & 0 & 1 & 1 & \infty \\ \infty & 1 & 0 & \infty & 1 \\ 1 & \infty & \infty & 0 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & 1 & 0 \end{bmatrix}$$



1ª iteración

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & 0 & 1 & 1 & \infty \\ \infty & 1 & 0 & \infty & 1 \\ 1 & 2 & \infty & 0 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

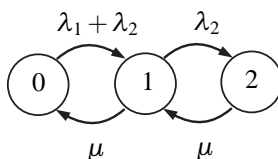
2ª iteración

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 2 & \infty \\ \infty & 0 & 1 & 1 & \infty \\ \infty & 1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 0 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

La tercera fila vale

$$\boxed{[\infty \quad 1 \quad 0 \quad 2 \quad 1]}$$

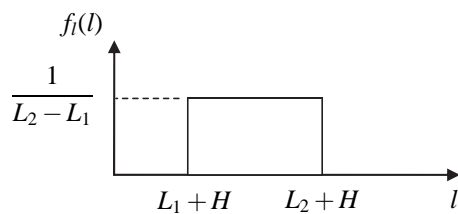
Ejercicio 11



$$\left. \begin{aligned} (\lambda_1 + \lambda_2)p_0 &= \mu p_1 \\ \lambda_2 p_1 &= \mu p_2 \\ p_0 + p_1 + p_2 &= 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} p_0 = \frac{8}{13} \\ p_1 = \frac{4}{13} \\ p_2 = \frac{1}{13} \end{cases}$$

$$\boxed{\begin{aligned} p_{p1} &= p_1 + p_2 = \frac{5}{13} \\ p_{p2} &= p_2 = \frac{1}{13} \end{aligned}}$$

Ejercicio 12





$$T_W = \frac{\lambda \cdot E(t_S^2)}{2(1 - \rho)}$$

$$T_W = \frac{\lambda_1 \cdot E(t_{S1}^2) + \lambda_2 \cdot E(t_{S2}^2)}{2(1 - \rho)}$$

$$E(t_{S1}^2) = \frac{1}{C^2} E(l_1^2) = 0,3794 \cdot 10^{-3} \text{ s}^2$$

$$E(t_{S2}^2) = \frac{1}{C^2} E(l_2^2) = 0,481 \cdot 10^{-3} \text{ s}^2$$

$$\rho = 0,4$$

$$T_W = 7,34 \text{ ms}$$

### Ejercicio 13

$$T_{W1} = \frac{T_{W0}}{(1 - \rho_2)(1 - \rho_1 - \rho_2)}$$

$$\rho_1 = \lambda_1 \cdot T_{S1} = 0,4 \cdot 20 \cdot \frac{(52 + 52)8 + (308 + 52) \cdot 8}{2 \cdot 100 \cdot 10^3} = 0,148$$

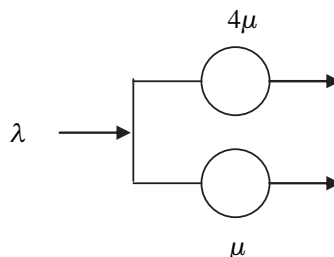
$$\rho_2 = \lambda_2 \cdot T_{S2} = 0,6 \cdot 20 \cdot \frac{(52 + 84)8 + (308 + 84) \cdot 8}{2 \cdot 100 \cdot 10^3} = 0,253$$

Del problema anterior:

$$T_{W0} = \frac{\lambda \cdot E(t_S^2)}{2} = \frac{\lambda_1 E(t_{S1}^2) + \lambda_2 E(t_{S2}^2)}{2} = 4,403 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

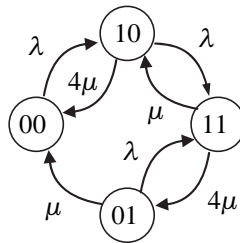
$$T_1 = T_{W1} + T_{S1} = \frac{4,403 \cdot 10^{-3}}{(1 - 0,253)(1 - 0,4)} + 18,56 \cdot 10^{-3} = 28,39 \text{ ms}$$

### Ejercicio 14





$$\lambda = \mu = 1 \text{ paq/s}$$



$$\begin{cases} \lambda p_{00} = 4\mu p_{10} + \mu p_{01} \\ \lambda p_{00} + \mu p_{11} = (\lambda + 4\mu) p_{10} \\ (\lambda + \mu) p_{01} = 4\mu p_{11} \end{cases}$$

$$\begin{cases} p_{00} = 4p_{10} + p_{01} \\ p_{00} + p_{11} = 5p_{10} \\ p_{01} = 2p_{11} \end{cases}$$

$$p_{00} + p_{01} + p_{10} + p_{11} = 1$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones

$$p_{00} = \frac{14}{20}$$

$$p_{01} = \frac{2}{20}$$

$$p_{10} = \frac{3}{20}$$

$$p_{11} = \frac{1}{20}$$

$$p(\text{canal rápido esté ocupado}) = p_{10} + p_{11} = \frac{4}{20}$$

### Ejercicio 15

$$T = \frac{N}{\lambda_c}$$

Con las probabilidades del problema anterior

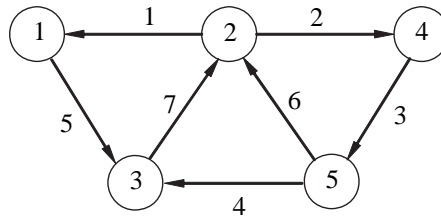
$$N = 0 \cdot p_{00} + 1(p_{01} + p_{10}) + 2p_{11} = \frac{7}{20}$$



$$\lambda_C = \lambda(1 - p_p) = \lambda(1 - p_{11}) = \frac{19}{20}$$

$$T = \frac{7}{19} \text{ s}$$

## Ejercicio 16



$$\Delta C_i = C_i - \lambda_i \cdot L = \text{cte (MINIMAX)}$$

$$\Delta C_i = C_i - \lambda_i \cdot L \Rightarrow \lambda_i = \frac{C_i - \Delta C_i}{L}$$

$$7\Delta C_i = \sum_{i=1}^7 C_i - \lambda_i \cdot L = \sum_{i=1}^7 C_i - L \cdot \lambda_T$$

$$H = \frac{\lambda_T}{\gamma_T} = 2 \Rightarrow \lambda_T = 2 \cdot (4 \cdot 5) = 40 \text{ paq/s}$$

Substituyendo  $\lambda_T$  se obtiene:

$$\Delta C = 8 \text{ Kbps}$$

$$\lambda_7 = \frac{(20 - 8) \cdot 10^3}{1000} = 12 \text{ paq/s}$$

## Ejercicio 17

$$T_{AB} = \frac{1}{\lambda_{AB}} \left( \frac{\lambda_{AB1} \cdot 2L}{C_1 - \lambda_{AB1} \cdot L - \alpha \lambda_{DE} \cdot L} + \frac{\lambda_{AB2} \cdot L}{C_2 - \lambda_{AB2} \cdot L - (1 - \alpha) \lambda_{DE} \cdot L} \right)$$

$$T_{AB} = \frac{1}{\lambda_{AB}} \left( \frac{2f_1}{C'_1 - f_1} + \frac{f_2}{C'_2 - f_2} \right)$$

$$C'_1 = C_1 - \alpha \lambda_{DE} \cdot L$$

$$C'_2 = C_2 - (1 - \alpha) \lambda_{DE} \cdot L$$



$$\frac{2C'_1}{(C'_1 - f_1)^2} = \frac{C'_2}{(C'_2 - f_2)^2}$$

$$\left. \begin{array}{l} f_1 = fu \\ f_2 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{2C'_1}{(C'_1 - fu)^2} = \frac{1}{C'_2}$$

$$fu = C'_1 - \sqrt{2C'_1 \cdot C'_2} \geq 0 \Rightarrow C'_1 \geq \sqrt{2C'_1 \cdot C'_2}$$

$$C'_1 \geq 2C'_2$$

$$C_1 - \alpha \lambda_{DE} \cdot L \geq 2C_2 - 2(1 - \alpha) \lambda_{DE} \cdot L$$

$$\boxed{\alpha \leq \frac{C_1 - 2C_2 + 2\lambda_{DE} \cdot L}{3\lambda_{DE} \cdot L} = \frac{2}{15}}$$

### Ejercicio 18

$$S_1 = G_1(1 - G_2)(1 - G_3) = 0,056$$

$$S_2 = G_2(1 - G_1)(1 - G_3) = 0,126$$

$$S_3 = G_3(1 - G_1)(1 - G_2) = 0,216$$

$$\boxed{S = S_1 + S_2 + S_3 = 0,398}$$

### Ejercicio 19

$$\rho_A = \lambda_A \cdot T_{SA} = 0,3$$

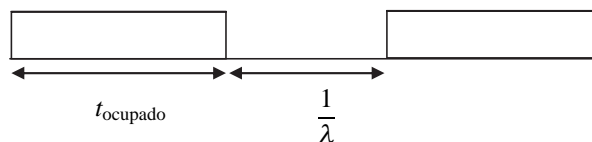
$$\rho_B = \lambda_B \cdot T_{SB} = 0,5$$

$$T_{W0B} = \frac{\lambda_A \cdot T_{SA}^2 + \lambda_B \cdot T_{SB}^2}{2} = 40,25 \cdot 10^{-3} \text{ segundos}$$

$$T_B = \frac{T_{W0B} + T_{SB}(1 - \rho)}{(1 - \rho)(1 - \rho_A)} = 466,07 \text{ ms}$$

$$\boxed{T_{WB} = T_B - T_{SB} = 341,07 \text{ ms}}$$

### Ejercicio 20





Como las llegadas son de Poisson, en media el tiempo entre llegadas es  $1/\lambda$ .

Además, al no tener memoria, dicho tiempo se corresponde con el tiempo que el sistema está desocupado (es decir, el tiempo desde que queda vacío hasta la próxima llegada).

El factor de utilización vale:

$$\rho = \frac{E(t_{\text{ocupado}})}{E(t_{\text{ocupado}}) + \frac{1}{\lambda}} = \lambda \cdot T_S$$

$$E(t_{\text{ocupado}}) = \frac{T_S}{1 - \lambda \cdot T_S}$$

$$\boxed{E(t_{\text{ocupado}}) = 1 \text{ s}}$$





→ 12



Enero 2005

### Ejercicio 1

La tasa de llegada de paquetes a un canal de transmisión es de un paquete por minuto. La longitud de los paquetes en Kbits está distribuida uniformemente entre los valores  $\{3,6,9,12,15,18,21,24,27,30\}$ . La velocidad de transmisión es 1 Kbps. El tiempo medio de espera es:

- a) 1,57 s      b) 3,98 s      c) 4,25 s      d) 6,3 s

### Ejercicio 2

Por la red de la figura 2 transitan paquetes cuya longitud media es de 1000 bits. Si  $\gamma_{ij}$  representa el tráfico (en paq/s) entrante en  $i$  con destino  $j$  y  $C_i$  las capacidades de los enlaces (en Kbps), ¿cuál de las siguientes afirmaciones es falsa?

- a) El número medio de saltos que da un paquete genérico es de  $9/5$ .  
b) Las capacidades han sido asignadas utilizando el criterio minimax.  
c) El tiempo de tránsito de un paquete genérico vale  $6/5$  segundos.  
d) El canal que une los nodos 1 y 2 está activo durante el 75 % del tiempo.

### Ejercicio 3

A un multiplexor llegan 2 tipos de paquetes cuyas tasas de llegada y tiempos de transmisión valen respectivamente:

- Tipo A: 5 paq/s y 60 ms.
- Tipo B: 4 paq/s y 125 ms.

Los paquetes son de longitud fija en ambos casos. Teniendo en cuenta que los paquetes de tipo A tienen prioridad sin expulsión sobre los de tipo B, el tiempo medio de espera



de los paquetes de tipo B es:

- a) 265,44 ms      b) 287,50 ms      c) 303,61 ms      d) 325,92 ms

#### Ejercicio 4

La longitud de los paquetes en una red de datos está distribuida uniformemente entre 120 y 720 octetos. La velocidad de transmisión del canal es 9600 bps. La probabilidad de que el tiempo de transmisión esté comprendido entre 300 y 500 ms sabiendo que es mayor de 200 ms vale:

- a) 0,3      b) 0,4      c) 0,5      d) 0,6

#### Ejercicio 5

A un multiplexor con buffer finito llegan paquetes de forma poissoniana a una tasa de 10 paquetes cada 3 segundos. El tiempo medio de transmisión de un paquete es 200 ms. Sabiendo que se transmiten paquetes durante el 50% del tiempo, la probabilidad de pérdida de un paquete es:

- a) 0,10      b) 0,25      c) 0,40      d) 0,55

#### Ejercicio 6

Tres estaciones se comunican entre sí mediante un protocolo Aloha ranurado. En cada ranura, la probabilidad de que las estaciones 1, 2 y 3 intenten transmitir un paquete es de 0,1, 0,2 y 0,3 respectivamente. El caudal  $S$  de la red es:

- a)  $S < 0,2$       b)  $0,2 \leq S < 0,5$       c)  $0,5 \leq S < 0,8$       d)  $S \geq 0,8$

#### Ejercicio 7

Una red de estaciones terrestres se comunica por satélite geoestacionario (36000 Km de la superficie terrestre; velocidad de propagación 300000 Km/s) utilizando el protocolo Aloha ranurado. Cada estación genera 3 paquetes por segundo de 16 octetos cada paquete. La velocidad de transmisión del canal de acceso es de 64 Kbps y el tiempo de retransmisión de un paquete (ver figura 5) es una variable aleatoria discreta uniforme comprendida entre 3 y 10 veces el tiempo de ranura. El número máximo de estaciones que el sistema puede soportar es:

- a) 48      b) 43      c) 37      d) 31

#### Ejercicio 8

Un conjunto de 20 estaciones iguales accede a un medio compartido de capacidad 1,5 Mbps mediante el mecanismo CSMA no persistente, no ranurado. La longitud de



los paquetes es constante e igual a 1125 octetos. El tiempo máximo de propagación en el canal es de  $60 \mu s$ . La tasa de llegadas de paquetes al canal, considerando todas las estaciones y los paquetes nuevos más las retransmisiones, es de 50 paq/s. La tasa de paquetes nuevos generados por cada estación,  $\lambda_{est}$ , es:

- a)  $\lambda_{est} < 2,5 \text{ paq/s}$                       b)  $2,5 \text{ paq/s} \leq \lambda_{est} < 5 \text{ paq/s}$   
 c)  $5 \text{ paq/s} \leq \lambda_{est} < 10 \text{ paq/s}$                       d)  $\lambda_{est} \geq 10 \text{ paq/s}$

### Ejercicio 9

Una población con 4 estaciones accede a un multiplexor con 4 canales de salida. Cada vez que una estación genera un paquete pasa a un estado de inactividad, de manera que no genera uno nuevo hasta que el anterior ha sido transmitido. El tiempo de transmisión de un paquete tiene una distribución exponencial de media 125 ms y cada estación cuando está activa genera de forma poissoniana 4 paq/s. La tasa de paquetes cursados por el multiplexor es:

- a) 16 paq/s                      b) 32 paq/s  
 c)  $32/3 \text{ paq/s}$                       d)  $64/3 \text{ paq/s}$

### Ejercicio 10

El tráfico entre los nodos A y B de la figura 3 se bifurca entre los tres caminos disponibles utilizando un criterio de bifurcación óptima. El orden de utilización de los caminos disponibles es:

- a) 1 – 2 – 3                      b) 2 – 3 – 1                      c) 1 – 3 – 2                      d) 1 – 2 y 3 a la vez

### Ejercicio 11

El número de canales que tiene que atravesar un paquete para ir de extremo a extremo en una red de datos es una variable aleatoria cuya función de probabilidad se aproxima por  $\text{prob}(n) = 0,8 \times 0,2^{n-1}$  ( $n \geq 1$ ). Si el tiempo de transferencia en todos los canales es 1 ms, el valor del tiempo de tránsito es:

- a) 1,25 ms                      b) 1,50 ms                      c) 1,75 ms                      d) 2 ms

### Ejercicio 12

Los paquetes que llegan a un concentrador, modelado por medio de una cola  $M/G/1$ , lo hacen con una tasa de 3 paq/s. Si el tiempo medio de servicio de un paquete es de 0,25 segundos, el valor medio de los tiempos de ocupación del sistema es

- a) 1 s                      b)  $\frac{2}{3} \text{ s}$                       c)  $\frac{3}{4} \text{ s}$                       d)  $\frac{1}{4} \text{ s}$



### Ejercicio 13

A un multiplexor llegan 2 tipos de paquetes cuyas tasas de llegada y tiempos de transmisión valen respectivamente:

- Tipo A: 5 paq/s y 60 ms
- Tipo B: 4 paq/s y 125 ms.

Los paquetes son de longitud fija en ambos casos. Teniendo en cuenta que los paquetes de tipo A tienen prioridad con expulsión sobre los de tipo B, el tiempo medio de espera de los paquetes de tipo B es:

- a) 303,61 ms      b) 325,92 ms      c) 341,07 ms      d) 366,26 ms

### Ejercicio 14

La tasa de transmisión de un canal es de 4 paq/s y dispone de un buffer con capacidad para un paquete. Los paquetes son de dos tipos. Los de tipo 1 no pueden esperar y se pierden si a su llegada el canal está ocupado. Los de tipo 2 sí pueden esperar, ocupando la posición disponible en el buffer en el caso de que esté libre, perdiéndose en caso contrario. La tasa de llegada es 2 paq/s para cada tipo de paquete. Sus longitudes están distribuidas exponencialmente con la misma media. La probabilidad de que haya al menos un paquete de tipo 2 en el sistema es:

- a) 0,13      b) 0,2      c) 0,27      d) 0,47

### Ejercicio 15

Sean  $t_1$  y  $t_2$  las variables aleatorias que representan los tiempos de transferencia entre los routers  $A, B$  y  $B, C$  respectivamente. Dichas variables son independientes y están uniformemente distribuidas entre 0 y 1 segundo. Sea  $t_{ABC}$  el tiempo de tránsito de los paquetes que entrando por  $A$  salen por  $C$  pasando por  $B$  (ver figura 4). Encuentre el valor de  $t_{ABC}$  que sólo es excedido por el 5% de los paquetes.

- a) 0,32 s      b) 0,91 s      c) 1,32 s      d) 1,68 s

### Ejercicio 16

Un concentrador dispone de buffer de capacidad ilimitada y de un único canal de salida de 120 Kbps. Los paquetes tienen una longitud fija de 150 octetos, y el régimen de llegadas sigue un proceso de Poisson de tasa 50 paq/s. El tiempo de espera es:

- a) 2 ms      b) 3 ms      c) 4 ms      d) 5 ms



### Ejercicio 17

A un multiplexor llegan 2 tipos de paquetes cuyas tasas de llegada y tiempos de transmisión valen respectivamente:

- Tipo A: 5 paq/s y 60 ms
- Tipo B: 4 paq/s y 125 ms

Los paquetes son de longitud fija en ambos casos. Teniendo en cuenta que la disciplina de servicio utilizada por el multiplexor es FCFS, el tiempo medio de espera de los paquetes de tipo B es:

- a) 201,25 ms      b) 219,07 ms      c) 246,72 ms      d) 265,44 ms

### Ejercicio 18

El tamaño del buffer de permisos de entrada que un usuario contrata a un operador de red es de 4. Su tasa de generación de paquetes de datos es 5 paq/s. Dicho usuario desea que la probabilidad de que sus paquetes tengan que esperar en el acceso a la red sea 0,02. El valor mínimo de la tasa de generación de permisos que debe contratar es:

- a) 9,5 permisos/s      b) 10,7 permisos/s  
c) 13,3 permisos/s      d) 14,1 permisos/s

### Ejercicio 19

La suma de los tiempos de espera de todos los paquetes que atraviesan un canal en una hora es igual al número de segundos por hora que el canal no está ocupado. Modelando el canal como un sistema  $M/G/1$ , y siendo los paquetes de longitud fija, el valor de  $\rho$  es:

- a) 0,31      b) 0,39      c) 0,47      d) 0,59

### Ejercicio 20

Con objeto de minimizar el tiempo de transferencia del flujo  $f_{AB}$  (ver figura 1), se utiliza un criterio de bifurcación óptima para este tráfico entre los canales 1 y 2, con capacidades  $C_1 = 64$  Kbps y  $C_2 = 96$  Kbps respectivamente. Por el canal 2 se transmite además el flujo que va desde el nodo D al nodo B,  $f_{DB}$ , que es de 12 Kbps. El flujo umbral  $f_u$  para el cual el flujo  $f_{AB}$  comienza a distribuirse entre los dos canales es:

- a)  $f_u < 5$  Kbps      b)  $5 \text{ Kbps} \leq f_u < 15$  Kbps  
c)  $15 \text{ Kbps} \leq f_u < 25$  Kbps      d)  $f_u \geq 25$  Kbps

## FIGURAS

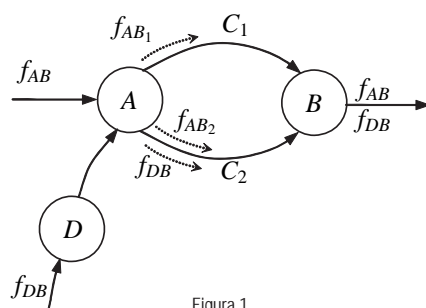


Figura 1

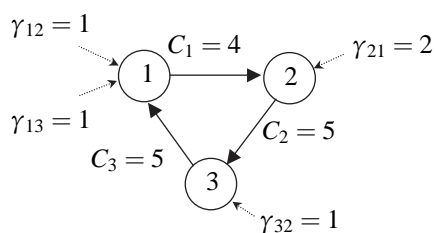


Figura 2

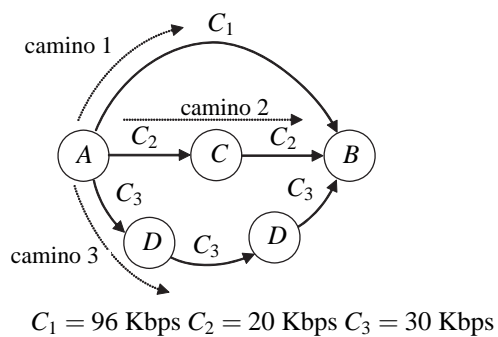


Figura 3

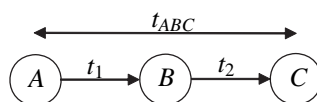


Figura 4

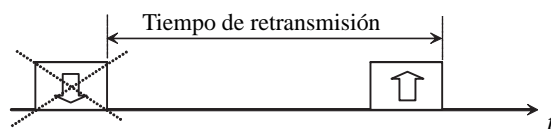


Figura 5





## SOLUCIONES

### Ejercicio 1

$$T_W = \frac{\lambda E(t_S^2)}{2(1-\rho)}$$

$$E(l) = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} 3 \cdot i = \frac{33}{2} \Rightarrow E(t_S) = \frac{E(l)}{C} = \frac{33}{2} \text{ s}$$

$$E(l^2) = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} (3 \cdot i)^2 = \frac{693}{2} \Rightarrow E(t_S^2) = \frac{E(l^2)}{C^2} = \frac{693}{2} \text{ s}^2$$

$$\lambda = \frac{1}{60} \Rightarrow \rho = \lambda \cdot E(t_S) = \frac{11}{40}$$

$$T_W = \frac{231}{58} = 3,98 \text{ s}$$

### Ejercicio 2

$$\lambda_1 = \gamma_{12} + \gamma_{13} + \gamma_{32} = 3 \text{ paq/s}$$

$$\lambda_2 = \gamma_{21} + \gamma_{13} = 3 \text{ paq/s}$$

$$\lambda_3 = \gamma_{21} + \gamma_{32} = 3 \text{ paq/s}$$

$$\gamma = \gamma_{12} + \gamma_{13} + \gamma_{21} + \gamma_{32} = 5 \text{ paq/s}$$

a) Número medio de saltos

$$H = \frac{1}{\gamma} \sum \lambda_i = \frac{9}{5}$$

b) Criterio minimax:  $\Delta C_i = C_i - \lambda_i L$  deberían de ser iguales y no es cierto.

c) Tiempo de tránsito:

$$T = \frac{1}{\gamma} \sum \lambda_i T_i$$

$$T_i = \frac{L}{C_i - \lambda_i L} \Rightarrow \begin{cases} T_1 = 1 \text{ s} \\ T_2 = T_3 = 0,5 \text{ s} \end{cases}$$

$$T = \frac{6}{5} \text{ s}$$

d)

$$\rho_1 = \frac{\lambda_1 L}{C_1} = 0,75$$



## Ejercicio 3

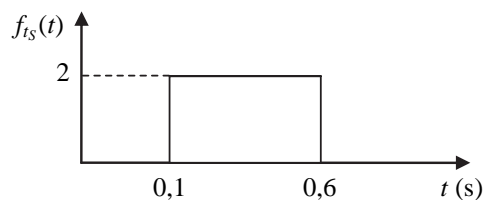
$$T_{WB} = \frac{T_{W0}}{(1 - \rho_A)(1 - \rho)}$$

$$\left. \begin{array}{l} \rho_A = \lambda_A \cdot T_{SA} = 0,3 \\ \rho_B = \lambda_B \cdot T_{SB} = 0,5 \end{array} \right\} \Rightarrow \rho = 0,8$$

$$T_{W0} = \frac{\lambda_A \cdot T_{SA}^2 + \lambda_B \cdot T_{SB}^2}{2} = 40,25 \text{ ms}$$

$$T_{WB} = 287,5 \text{ ms}$$

## Ejercicio 4



$$t_{S1} = \frac{l_1}{C} = \frac{120 \cdot 8}{9600} = 0,1 \text{ s}$$

$$t_{S2} = \frac{l_2}{C} = \frac{720 \cdot 8}{9600} = 0,6 \text{ s}$$

$$p(300 < t_S \leq 500 / t_S > 200) = \frac{2 \int_{0,3}^{0,5} dt}{2 \int_{0,2}^{0,6} dt} = 0,5$$

## Ejercicio 5

$$p_p = \frac{\lambda_p}{\lambda_{OF}} = \frac{\lambda_{OF} - \lambda_C}{\lambda_{OF}}$$

$$\lambda_{OF} = \frac{10}{3} \text{ paq/s}$$

$$\lambda_C = \frac{\rho}{T_S} = 2,5 \text{ paq/s}$$

$$p_p = 0,25$$



## Ejercicio 6

$$S_1 = G_1(1 - G_2)(1 - G_3) = 0,056$$

$$S_2 = G_2(1 - G_1)(1 - G_3) = 0,126$$

$$S_3 = G_3(1 - G_1)(1 - G_2) = 0,216$$

$$S = S_1 + S_2 + S_3 = 0,398$$

## Ejercicio 7

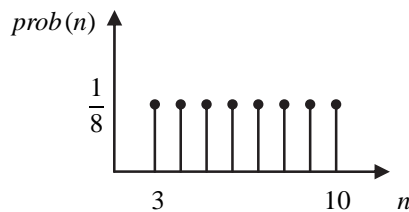
$$T_S = \frac{T_T}{2} + T_T + \tau + (e^G - 1)(T_T + R + \tau)$$

$$T_T = \frac{L}{C} = \frac{16 \cdot 8}{64 \cdot 10^3} = 2 \text{ ms}$$

$$\tau = \frac{2d}{c} = \frac{2 \cdot 36000}{3 \cdot 10^5} = 240 \text{ ms}$$

Según la figura el tiempo de retransmisión es  $T_T + R$ .

El número medio de tiempos de ranura por tiempo de retransmisión vale



$$E(n) = \frac{1}{8} \sum_{i=3}^{10} i = 6,5 \text{ ranuras}$$

$$T_T + R = 6,5 \cdot T_T = 13 \text{ ms}$$

$$T_S = [243 + (e^G - 1) \cdot 253] \text{ ms}$$

$$\rho = \lambda \cdot T_S < 1$$

$$3 \cdot [243 + (e^G - 1) \cdot 253] \cdot 10^{-3} < 1$$

$$\left. \begin{array}{l} e^G < 1,357 \\ G < 0,3 \end{array} \right\} \Rightarrow S = G \cdot e^{-G} < 0,225$$

$$S = M \lambda T_T \Rightarrow M = \frac{S}{\lambda T_T} < 37,49$$

$$M = 37 \text{ estaciones}$$



*Nota:* Como hemos obtenido  $G < 0,3$  significa que el mecanismo Aloha ranurado trabaja en la zona estable ( $G < 1$ ). Si hubiésemos obtenido una restricción en la zona inestable (por ejemplo  $G < 1,3$ ), entonces la condición más restrictiva vendría impuesta por el propio mecanismo ( $G < 1$  o  $S < 1/e$ ) y no por el *buffer* de las estaciones terrestres.

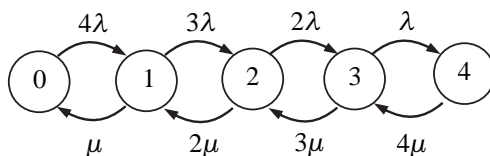
## Ejercicio 8

$$T_t = \frac{L}{C} = 6 \text{ ms}$$

$$\left. \begin{array}{l} G = \Lambda T_t = 0,3 \\ a = \frac{\tau}{T_t} = 0,01 \end{array} \right\} S = 0,2295$$

$$\lambda_i = \frac{S}{MT_t} = 1,91 \text{ paq/s}$$

## Ejercicio 9



$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = 0,5$$

$$\left. \begin{array}{l} p_1 = 4\rho \cdot p_0 \\ p_2 = 6\rho^2 \cdot p_0 \\ p_3 = 4\rho^3 \cdot p_0 \\ p_4 = \rho^4 \cdot p_0 \\ p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} p_0 = \frac{16}{81} \\ p_1 = \frac{32}{81} \\ p_2 = \frac{24}{81} \\ p_3 = \frac{8}{81} \\ p_4 = \frac{1}{81} \end{array} \right.$$

$$\lambda_C = 4\lambda p_0 + 3\lambda p_1 + 2\lambda p_2 + \lambda p_3$$

$$\lambda_C = \frac{32}{3} \text{ paq/s}$$



## Ejercicio 10

$$T_{AB} = \frac{1}{\lambda_{AB}} \left[ \frac{f_1}{C_1 - f_1} + \frac{2f_2}{C_2 - f_2} + \frac{3f_3}{C_3 - f_3} \right]$$

Condición del óptimo:

$$\boxed{\frac{\partial F}{\partial f_1} = \frac{\partial F}{\partial f_2} = \frac{\partial F}{\partial f_3}}$$

$$\frac{C_1}{(C_1 - f_1)^2} = \frac{2C_2}{(C_2 - f_2)^2} = \frac{3C_3}{(C_3 - f_3)^2}$$

Es trivial que el mejor camino es el 1, ya que es el de mayor capacidad y no tiene saltos.

No está claro si en segunda opción el camino 2 es mejor que el 3 o viceversa, ya que el más rápido también tiene más saltos.

Calculamos el flujo umbral para ambos casos.

$$\left. \begin{array}{l} f_1 = fu \\ f_2 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{C_1}{(C_1 - fu)^2} = \frac{2}{C_2}$$

$$fu = C_1 - \sqrt{\frac{C_1 C_2}{2}} = 96 - \sqrt{960} \text{ paq/s}$$

Para el otro camino:

$$\left. \begin{array}{l} f_1 = fu \\ f_3 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{C_1}{(C_1 - fu)^2} = \frac{3}{C_3}$$

$$fu = C_1 - \sqrt{\frac{C_1 C_3}{3}} = 96 - \sqrt{960} \text{ paq/s}$$

Ambos caminos tienen el mismo umbral, con lo cual cuando  $f_{AB}$  supere dicho umbral se utilizarán ambos caminos.

## Ejercicio 11

$$T_i = 1 \text{ ms}$$

$$T = \sum_{i=1}^{\infty} i \cdot T_i \cdot p_i = 0,8 \text{ ms} \cdot \sum_{i=1}^{\infty} i(0,2)^{i-1}$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} i \cdot \rho^{i-1} = \frac{\partial}{\partial \rho} \left[ \sum_{i=1}^{\infty} \rho^i \right]$$



Para  $\rho < 1$

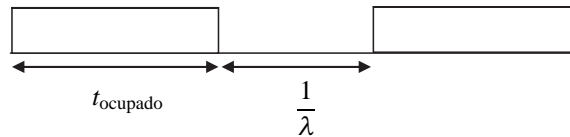
$$\sum_{i=1}^{\infty} \rho^i = \frac{\rho}{1-\rho}$$

En este caso:

$$\sum_{i=1}^{\infty} i \cdot \rho^{i-1} = \frac{\partial}{\partial \rho} \left[ \frac{\rho}{1-\rho} \right] = \frac{1}{(1-\rho)^2}$$

$$T = \frac{0,8 \text{ ms}}{(1-0,2)^2} = 1,25 \text{ ms}$$

### Ejercicio 12



Como las llegadas son de Poisson, en media el tiempo entre llegadas es  $1/\lambda$ .

Además, al no tener memoria, dicho tiempo se corresponde con el tiempo que el sistema está desocupado (es decir, el tiempo desde que queda vacío hasta la próxima llegada).

El factor de utilización vale:

$$\rho = \frac{E(t_{\text{ocupado}})}{E(t_{\text{ocupado}}) + \frac{1}{\lambda}} = \lambda \cdot T_S$$

$$E(t_{\text{ocupado}}) = \frac{T_S}{1 - \lambda \cdot T_S}$$

$$E(t_{\text{ocupado}}) = 1 \text{ s}$$

### Ejercicio 13

$$T_B = \frac{T_{W0B} + T_{SB}(1-\rho)}{(1-\rho)(1-\rho_A)}$$

$$T_{WB} = T_B - T_{SB}$$

$$\left. \begin{array}{l} \rho_A = \lambda_A \cdot T_{SA} = 0,3 \\ \rho_B = \lambda_B \cdot T_{SB} = 0,5 \end{array} \right\} \Rightarrow \rho = 0,8$$

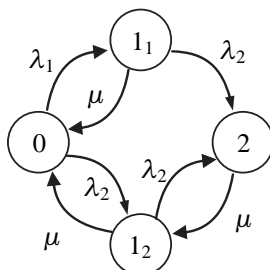


$$T_{W0B} = \frac{\lambda_A \cdot T_{SA}^2 + \lambda_B \cdot T_{SB}^2}{2} = 40,25 \text{ ms}$$

$$T_B = 466,071 \text{ ms}$$

$$T_{WB} = 341,071 \text{ ms}$$

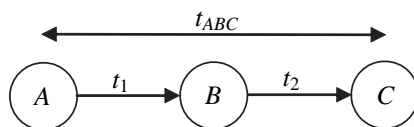
#### Ejercicio 14



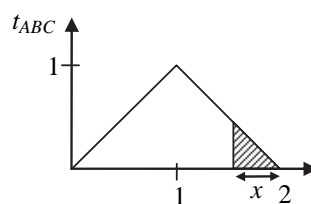
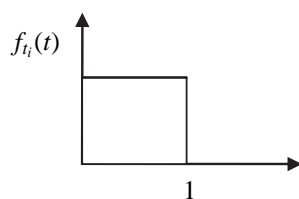
$$\left. \begin{aligned} 4(p_{11} + p_{12}) &= 4p_0 \\ 2p_0 &= 6p_{11} \\ 2p_0 + 4p_2 &= 6p_{12} \\ 2(p_{11} + p_{12}) &= 4p_2 \\ p_0 + p_{11} + p_{12} + p_2 &= 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} p_0 &= \frac{6}{15} \\ p_{11} &= \frac{2}{15} \\ p_{12} &= \frac{4}{15} \\ p_2 &= \frac{3}{15} \end{aligned} \right.$$

$$p_{12} + p_2 = \frac{7}{15} = 0,46$$

#### Ejercicio 15



$$t_{ABC} = t_1 + t_2 \Rightarrow f_{t_{ABC}}(t) = f_{t_1}(t) * f_{t_2}(t)$$





El área del triángulo sombreado es 0,05 (el 5 %)

$$\frac{x^2}{2} = 0,05 \Rightarrow x = \sqrt{0,1}$$

$$\Pi_{t_{ABC}}(95) = 2 - \sqrt{0,1} = 1,6837$$

Ejercicio 16

$$T_W = \frac{\lambda T_S^2}{2(1 - \rho)}$$

$$T_S = \frac{L}{C} = 10^{-2} \text{ s}$$

$$\rho = \lambda T_S = 0,5$$

$$T_W = 5 \text{ ms}$$

Ejercicio 17

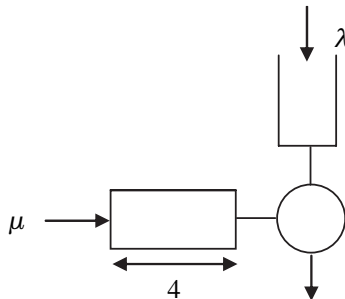
$$T_W = \frac{T_{W0}}{1 - \rho}$$

$$\left. \begin{array}{l} \rho_A = \lambda_A \cdot T_{SA} = 0,3 \\ \rho_B = \lambda_B \cdot T_{SB} = 0,5 \end{array} \right\} \Rightarrow \rho = 0,8$$

$$T_{W0} = \frac{\lambda_A \cdot T_{SA}^2 + \lambda_B \cdot T_{SB}^2}{2} = 40,25 \text{ ms}$$

$$T_W = 201,25 \text{ ms}$$

Ejercicio 18

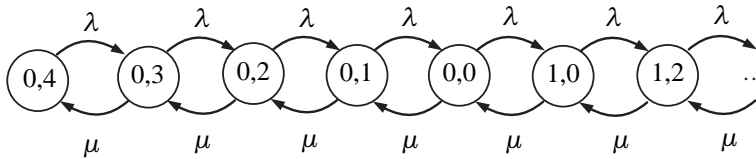






Estado: (nº paquetes, nº permisos)

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$$



$$p(0,3) = \rho \cdot p(0,4)$$

$$p(0,2) = \rho^2 \cdot p(0,4)$$

$$\vdots$$

$$p(0,0) = \rho^4 \cdot p(0,4)$$

$$p(1,0) = \rho^5 \cdot p(0,4)$$

$$\vdots$$

$$p(k,0) = \rho^{k+4} \cdot p(0,4)$$

$$\sum_{i=0}^{\infty} \rho^i \cdot p(0,4) = 1$$

Suponemos que se generan más permisos que paquetes, ya que si no el buffer de paquetes estaría ocupado hasta el infinito.

En este caso  $\rho < 1$

$$\frac{1}{1-\rho} p(0,4) = 1 \Rightarrow p(0,4) = 1 - \rho$$

$$p(\text{espera}) = 1 - [p(0,4) + p(0,3) + p(0,2) + p(0,1)] = 1 - (1 - \rho)(1 + \rho + \rho^2 + \rho^3) = \rho^4$$

$$\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^4 = 0,02$$

$$\boxed{\mu = 13,29 \text{ permisos/s}}$$

### Ejercicio 19

Si en lugar de hacer la observación del sistema durante una hora, la hacemos durante un segundo, se tiene que “la suma de los tiempos de espera de los paquetes que atraviesan el canal en un segundo es igual al número de segundos por segundo que el canal está desocupado”.

$$\lambda T_w = (1 - \rho)$$



Para un sistema  $M/D/1$

$$\lambda \frac{\lambda T_s^2}{2(1-\rho)} = (1-\rho)$$

$$\frac{\rho^2}{2(1-\rho)} = (1-\rho)$$

$$\boxed{\rho = \frac{\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} = 0,58}$$

*Nota:* De la ecuación de segundo grado se obtiene otra solución mayor que 1, la cual no es válida.

### Ejercicio 20

$$T_{AB} = \frac{1}{\lambda_{AB}} \left[ \frac{f_{AB1}}{C_1 - f_{AB1}} + \frac{f_{AB2}}{C_2 - f_{DB} - f_{AB2}} \right]$$

Definimos  $C'_2 = C_2 - f_{DB} = 96 - 12 = 84$  Kbps

$$\frac{\partial F}{\partial f_1} = \frac{\partial F}{\partial f_2} \Rightarrow \frac{C_1}{(C_1 - f_{AB1})^2} = \frac{C'_2}{(C'_2 - f_{AB2})^2}$$

En el umbral  $f_{AB1} = 0$  y  $f_{AB2} = fu$

$$\frac{1}{C_1} = \frac{C'_2}{(C'_2 - fu)^2}$$

$$fu = C'_2 - \sqrt{C_1 \cdot C'_2}$$

$$\boxed{fu = 10,67 \text{ Kbps}}$$



## Nomenclatura

### Teletráfico

$t_S$	Variable aleatoria tiempo de servicio.
$T_S$	Tiempo medio de servicio.
$t_T$	Variable aleatoria tiempo de transmisión.
$T_T$	Tiempo medio de transmisión.
$T$	Tiempo medio de transferencia.
$T_i$	Tiempo medio de transferencia por el canal $i$ .
$t_W$	Variable aleatoria tiempo de espera.
$T_W$	Tiempo medio de espera.
$T_{W0}$	Tiempo medio residual de servicio.
$T_{W0k}$	Tiempo medio residual de servicio para paquetes de prioridad $k$ .
$\rho$	Factor de utilización.
$C$	Capacidad del canal.
$l$	Variable aleatoria longitud del paquete.
$L$	Longitud media del paquete.
$\lambda$	Tasa de llegadas.
$\mu$	Tasa de servicio.
$\lambda_k$	Tasa de llegadas en el estado $k$ .
$\mu_k$	Tasa de servicio en el estado $k$ .
$p_k$	Probabilidad del estado $k$ .
$r_k$	Probabilidad de que una llegada encuentre el sistema en el estado $k$ .
$P_k(t)$	Probabilidad del estado $k$ en el instante $t$ .
$\lambda_{OF}$	Tasa ofrecida.
$\lambda_C$	Tasa cursada.
$\lambda_P$	Tasa perdida.
$n_W$	Variable aleatoria elementos en espera.
$N_W$	Número medio de elementos en espera.
$n_S$	Variable aleatoria elementos en el servidor.
$N_S$	Número medio de elementos en el servidor.
$n$	Variable aleatoria elementos en el sistema.
$N$	Número medio de elementos en el sistema.



$p_p$	Probabilidad de pérdida.
$p_d$	Probabilidad de demora.
$p_b$	Probabilidad de bloqueo.
$\Pi_x(r)$	Percentil $r$ de la variable aleatoria $x$ .

## Encaminamiento

$\lambda_{AB}$	Tasa de llegadas (paquetes/segundo) al nodo $A$ cuyo destino es el nodo $B$ .
$f_{AB}$	Flujo (bits por segundo) que llega al nodo $A$ cuyo destino es el nodo $B$ .
$T_{AB}$	Tiempo de tránsito de un paquete desde el nodo $A$ hasta el nodo $B$ .
$f_i$	Flujo (bits por segundo) por el canal $i$ .
$f_u$	Flujo umbral.
$f_{u_k}$	$k$ -ésimo flujo umbral.
$f_{u_{ki}}$	$k$ -ésimo flujo umbral por el canal $i$ .
$\gamma_{ij}$	Paquetes por segundo entrantes al nodo $i$ cuyo destino es el nodo $j$ .
$\gamma$	Paquetes por segundo entrantes a la red.
$H$	Número medio de saltos que realiza un paquete en la red.
$M$	Número de canales.
$N$	Número de nodos.

## Control de congestión

$W$	Tamaño medio de la ventana en mecanismos por ventana deslizante.
$RTT$	<i>Round Trip Time</i> : tiempo de ida y vuelta.
$R$	Tasa de transmisión en mecanismos de control de congestión por ventana.
$m$	Tamaño del <i>buffer</i> de permisos.

## Mecanismos de acceso

$\Lambda$	Escuchas del canal por segundo (en mecanismos de acceso aleatorios).
$\Lambda_i$	Escuchas del canal por la estación $i$ por segundo.
$\lambda$	Paquetes transmitidos con éxito por segundo.
$\lambda_i$	Paquetes generados por la estación $i$ por segundo.
$S$	Caudal.
$G$	Carga del canal.
$M$	Número de estaciones.
$d$	Distancia.
$c$	Velocidad de propagación.
$\tau$	Retardo de propagación.
$a$	Retardo de propagación normalizado al tiempo de transmisión.
$R$	Tiempo medio de <i>back-off</i> .
$T_{OUT}$	Tiempo de <i>timeout</i> .
$T_{ACK}$	Tiempo medio hasta que se recibe el reconocimiento ( <i>acknowledge</i> ).
$T_c$	Tiempo medio de ciclo (sondeo).
$w$	<i>walk time</i> : tiempo de paseo (sondeo).
$T_{TR}$	Tiempo de transmisión de una trama (TDMA).



