

ГУАП

КАФЕДРА № 44

ОТЧЕТ
ЗАЩИЩЕН С ОЦЕНКОЙ
ПРЕПОДАВАТЕЛЬ

Ст. преподаватель

должность, уч. степень, звание

подпись, дата

Е.К. Григорьев

инициалы, фамилия

ОТЧЕТ О ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №3

МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ В ПАКЕТЕ MATLAB

по курсу: МОДЕЛИРОВАНИЕ

РАБОТУ ВЫПОЛНИЛ

СТУДЕНТ ГР. №

4143

подпись, дата

Д.В. Пономарев

инициалы, фамилия

Санкт-Петербург 2024

Цель работы

Ознакомиться с методикой моделирования и обработки периодических дискретных сигналов с помощью пакета MATLAB.

Вариант задания 14

Содержание индивидуального варианта продемонстрировано на рисунке 1.

№	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A_1	200	300	400	500	600	500	400	300	200	300
ω_1	60	50	40	30	20	60	50	40	30	20
φ_1										
A_2	500	400	300	200	300	400	300	200	400	200
ω_2	40	60	50	60	50	40	30	50	20	30
φ_2										

Рисунок 1 – Индивидуальное задание

Ход работы

Перед началом работы необходимо импортировать файл variant14.xlsx в MATLAB. Далее по исходным данным необходимо построить график сигнала. При этом следует учесть, что частота дискретизации, с которой записан сигнал – $F_s = 2^{10}$. Это значит, что сигнал был дискретизирован с частотой 1024 отсчётов в секунду.

Код программы

```
% Создание отдельных векторов для времени (x) и значений сигнала (y)
x = variant14(:, 1); % Где 1 - номер столбца, содержащего время
y = variant14(:, 2); % А 2 - номер столбца, содержащего значения сигнала

% Построение графика отсчётов
plot(x, y);
xlabel('Время');
ylabel('Значение сигнала');
title('График отсчетов сигнала');
grid on;
```

Результат работы программы

График отсчётов продемонстрирован на рисунке 2.

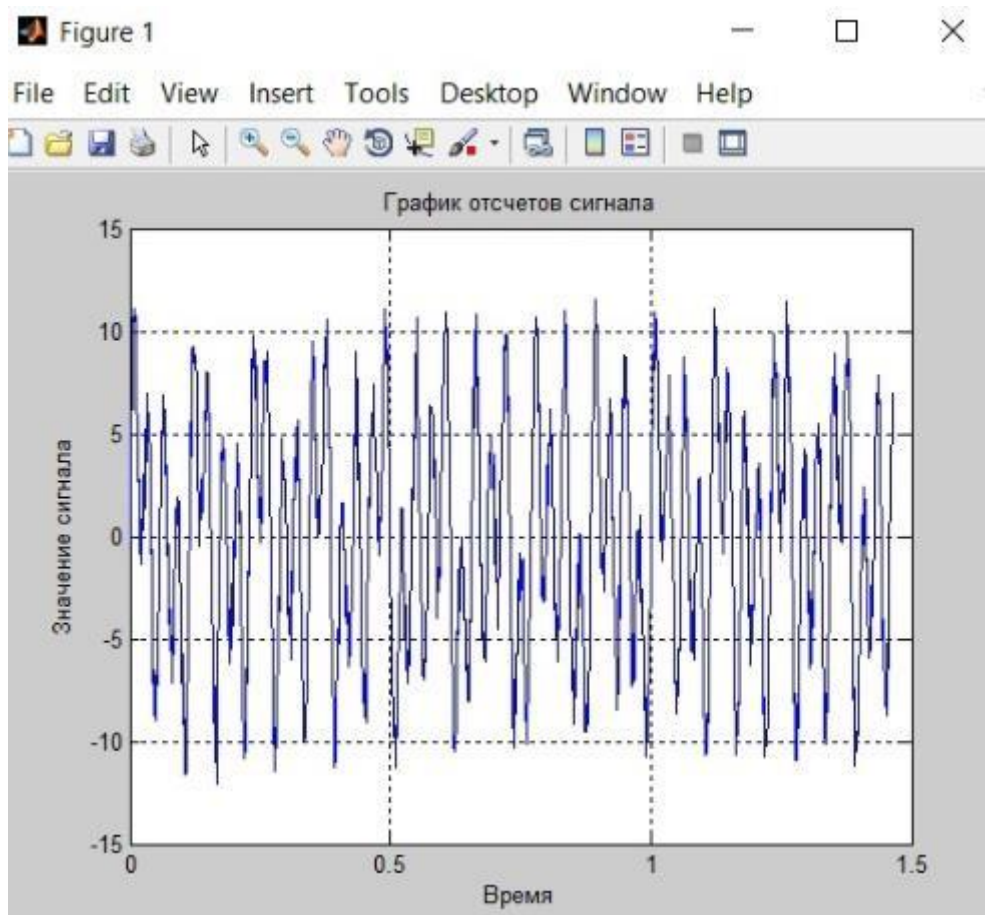


Рисунок 2 – График отсчётов

Ознакомимся более подробно с функцией `fft`. Данная функция является аббревиатурой, обозначающей быстрое преобразование Фурье. Она используется для выполнения дискретного преобразования Фурье (далее – ДПФ) или его обратной операции на заданном наборе данных.

Необходимо, используя БПФ, получить амплитудный и фазовый спектры сигнала, а затем построить графики. Код полученной программы и результаты её работы показаны далее. Амплитудный и фазовый спектры являются способами представления частотных характеристик сигнала после преобразования Фурье.

Амплитудный спектр показывает амплитуду каждой составляющей частоты в сигнале. Он позволяет определить, какие частоты присутствуют в сигнале и с какой амплитудой.

Фазовый спектр показывает фазу (угол) каждой составляющей частоты в сигнале. Он позволяет определить фазовые сдвиги между различными частотами в сигнале.

Листинг программы

```
% Создание отдельных векторов для времени (x) и значений сигнала (y)
x = variant14(:, 1); % Где 1 - номер столбца, содержащего время
y = variant14(:, 2); % А 2 - номер столбца, содержащего значения сигнала

% Построение графика отсчётов
plot(x, y);
xlabel('Время');
ylabel('Значение сигнала');
title('График отсчетов сигнала');
grid on;

X = (fft(x));
N = length(x);
% Вычислим амплитудный спектр заново, чтобы можно было извлечь информацию
SPECTRUM = 2/N * fftshift(fft(y,N));

% Разрешение по частоте
df = fs/N;
sample_index = -N/2:N/2-1;
% Преобразуем индексы в частоту
f = sample_index * df;

% Построим график амплитудного спектра с учетом нововведений:
figure()
plot(f,abs(SPECTRUM),'LineWidth',2)
xlabel('Частота')
ylabel('|X[k]|')
grid on
title('Амплитудный спектр сигнала')

% Создадим копию спектра
spectrum2 = SPECTRUM;

% Зададим порог, ниже которого все элементы будут обнуляться
treshold = max(abs(spectrum2))/10^1;
spectrum2(abs(SPECTRUM)<treshold) = 0;
```

```
phase_spectrum = atan2(imag(spectrum2),real(spectrum2))*180/pi;
```

```
figure()  
plot(f,phase_spectrum,'LineWidth',2)  
xlabel('Частота')  
ylabel('phi(f)')  
title('Фазовый спектр сигнала')  
grid on
```

Результат работы программы

Графики полученных амплитудного и фазового спектров продемонстрированы на рисунках 3 и 4 соответственно.

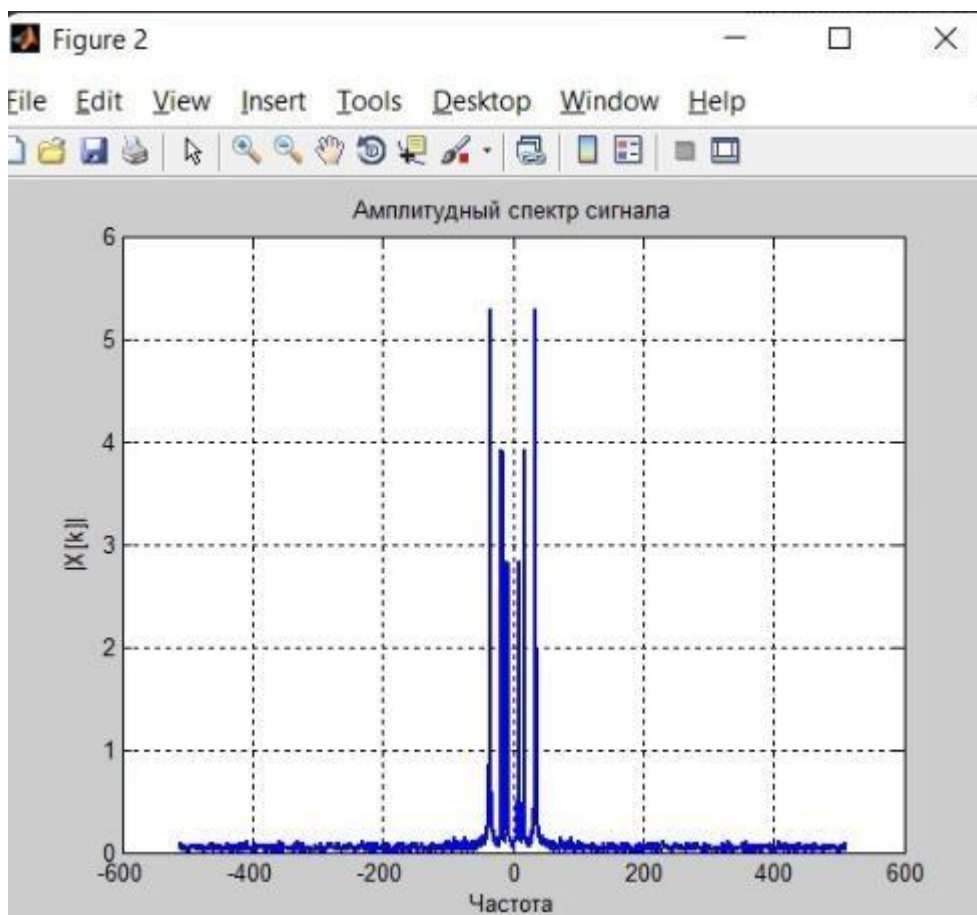


Рисунок 3 – Амплитудный спектр

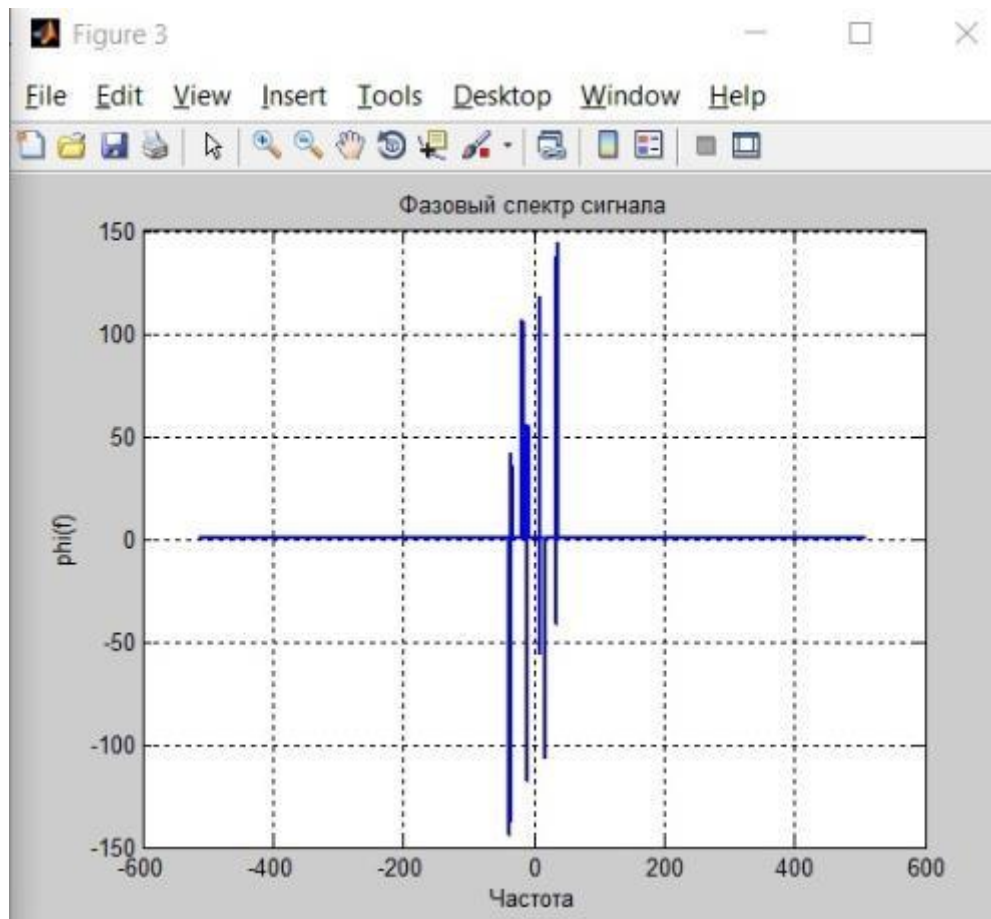


Рисунок 4 – Фазовый спектр

Листинг кода

```
% Создание отдельных векторов для времени (x) и значений сигнала (y)
x = variant14(:, 1); % Где 1 - номер столбца, содержащего время
y = variant14(:, 2); % А 2 - номер столбца, содержащего значения сигнала

% Построение графика отсчётов
plot(x, y);
xlabel('Время');
ylabel('Значение сигнала');
title('График отсчетов сигнала');
grid on;

X = (fft(x));
N = length(x);
% Вычислим амплитудный спектр заново, чтобы можно было извлечь информацию
SPECTRUM = 2/N * fftshift(fft(y,N));

% Разрешение по частоте
df = fs/N;
sample_index = -N/2:N/2-1;
% Преобразуем индексы в частоту
f = sample_index * df;

% Построим график амплитудного спектра с учетом нововведений:
figure()
plot(f,abs(SPECTRUM),'LineWidth',2)
xlabel('Частота')
```

```

ylabel('|X[k]|')
grid on
title('Амплитудный спектр сигнала')

% Создадим копию спектра
spectrum2 = SPECTRUM;

% Зададим порог, ниже которого все элементы будут обнуляться
threshold = max(abs(spectrum2))/10^1;
spectrum2(abs(SPECTRUM)<threshold) = 0;

phase_spectrum = atan2(imag(spectrum2),real(spectrum2))*180/pi;

figure()
plot(f,phase_spectrum,'LineWidth',2)
xlabel('Частота')
ylabel('phi(f)')
title('Фазовый спектр сигнала')
grid on

% Индекс нулевой частоты
zero_freq_index = find(f == 0);

% Исключаем нулевую частоту из рассмотрения
f = f([1:zero_freq_index-1 zero_freq_index+1:end]);
SPECTRUM = SPECTRUM([1:zero_freq_index-1 zero_freq_index+1:end]);

% Построение графика амплитудного спектра без нулевой частоты
figure()
plot(f, abs(SPECTRUM), 'LineWidth', 2)
xlabel('Частота')
ylabel('|X(f)|')
grid on
title('Амплитудный спектр сигнала (без нулевой частоты)')

```

Результат работы программы

Полученный график амплитудного спектра показан на рисунке 5.

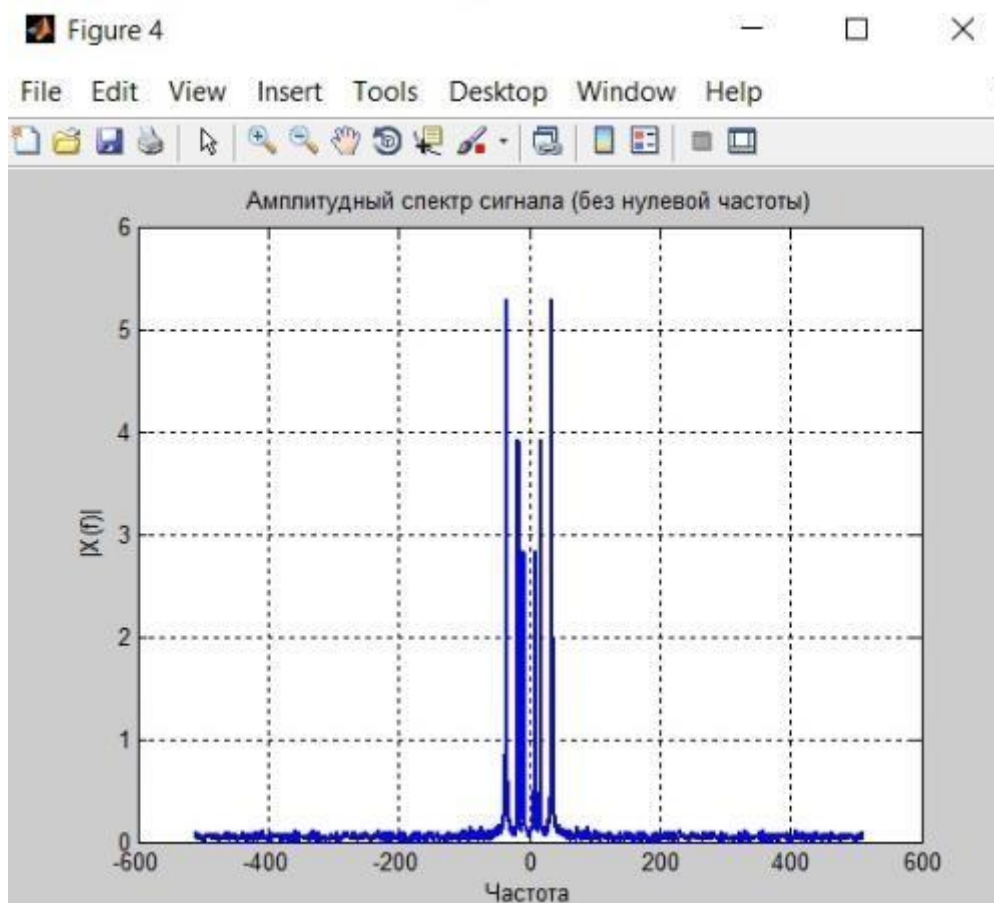


Рисунок 5 – Амплитудный спектр

Примерные значения амплитуд и частот гармонических сигналов представлены в таблице 1.

Таблица 1

Амплитуда	5,298	3,929	8,875
Частота	34,82	17,07	2,84

2 часть.

Необходимо сгенерировать сигнал, представляющий собой сумму двух синусоид и гауссовского шума с нулевым математическим ожиданием и СКО, равным единице. Код программы показан ниже.

Код программы

```
clear all
close all
clc
```



```

% Параметры синусоид
A1 = 500;
omega1 = 30;
phi1 = 0;

A2 = 200;
omega2 = 60;
phi2 = 0;

% Частота дискретизации и продолжительность сигнала
Fs = 2^10;
T = 1;

t = 0:1/Fs:T-1/Fs; % Вектор времени

% Генерация гауссовского шума
noise = randn(size(t));

% Сигнал - сумма синусоид и гауссовского шума
signal = A1*sin(2*pi*omega1*t + phi1) + A2*sin(2*pi*omega2*t + phi2) + noise;

% Построение графика сигнала
plot(t, signal);
xlabel('Время');
ylabel('Значение сигнала');
title('Сигнал: Сумма двух синусоид и гауссовского шума');
grid on;

```

Результат работы программы

Полученный график показан на рисунке 6.

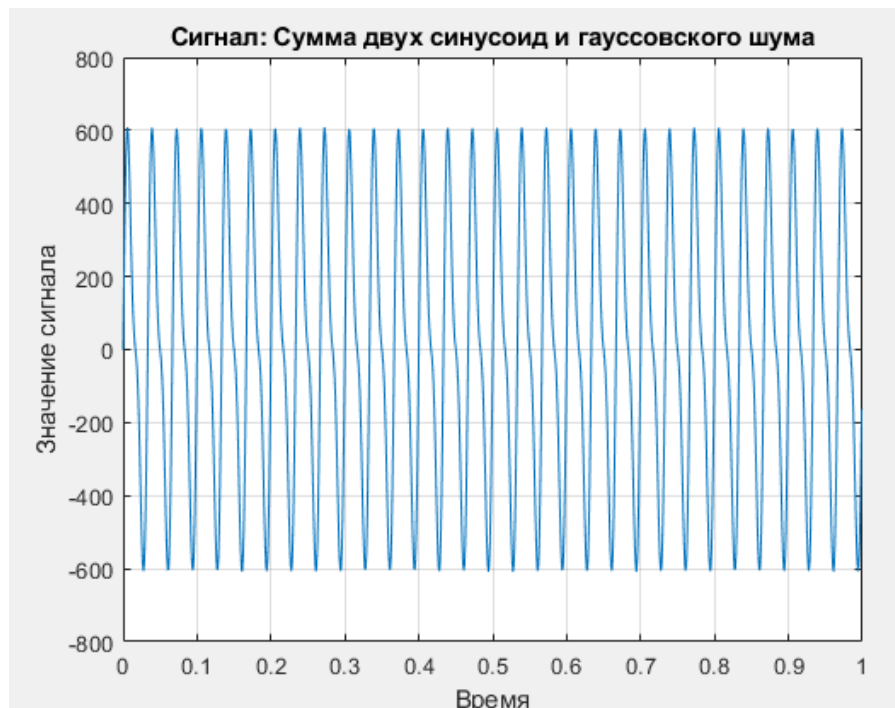


Рисунок 6 – График сигнала

Далее необходимо получить амплитудный спектр смеси гармонических сигналов с шумом и оценить значения амплитуды и частоты по амплитудному спектру. Код продемонстрирован ниже

Код программы

```
clear all
close all
clc
% Параметры синусоид
A1 = 500;
omega1 = 30;
phi1 = 0;
A2 = 200;
omega2 = 60;
phi2 = 0;
% Частота дискретизации и продолжительность сигнала
Fs = 2^10;
T = 1;
t = 0:1/Fs:T-1/Fs; % Вектор времени
% Генерация гауссовского шума
noise = randn(size(t));
% Сигнал - сумма синусоид и гауссовского шума
signal = A1*sin(2*pi*omega1*t + phi1) + A2*sin(2*pi*omega2*t + phi2) + noise;
% Построение графика сигнала
plot(t, signal);
xlabel('Время');
ylabel('Значение сигнала');
title('Сигнал');
grid on;
% БПФ (Быстрое Преобразование Фурье) смеси сигналов
N = length(signal);
spectrum = fft(signal, N);
spectrum = abs(spectrum(1:N/2+1)); % Получение одностороннего амплитудного спектра
% Разрешение по частоте
df = Fs/N;
frequencies = (0:(N/2)) * df;
% Построение графика амплитудного спектра
figure;
plot(frequencies, spectrum, 'LineWidth', 2);
xlabel('Частота (Гц)');
ylabel('Амплитуда');
title('Амплитудный спектр смеси гармонических сигналов с шумом');
grid on;
```

Результат работы программы

Полученный спектр продемонстрирован на рисунке 7.

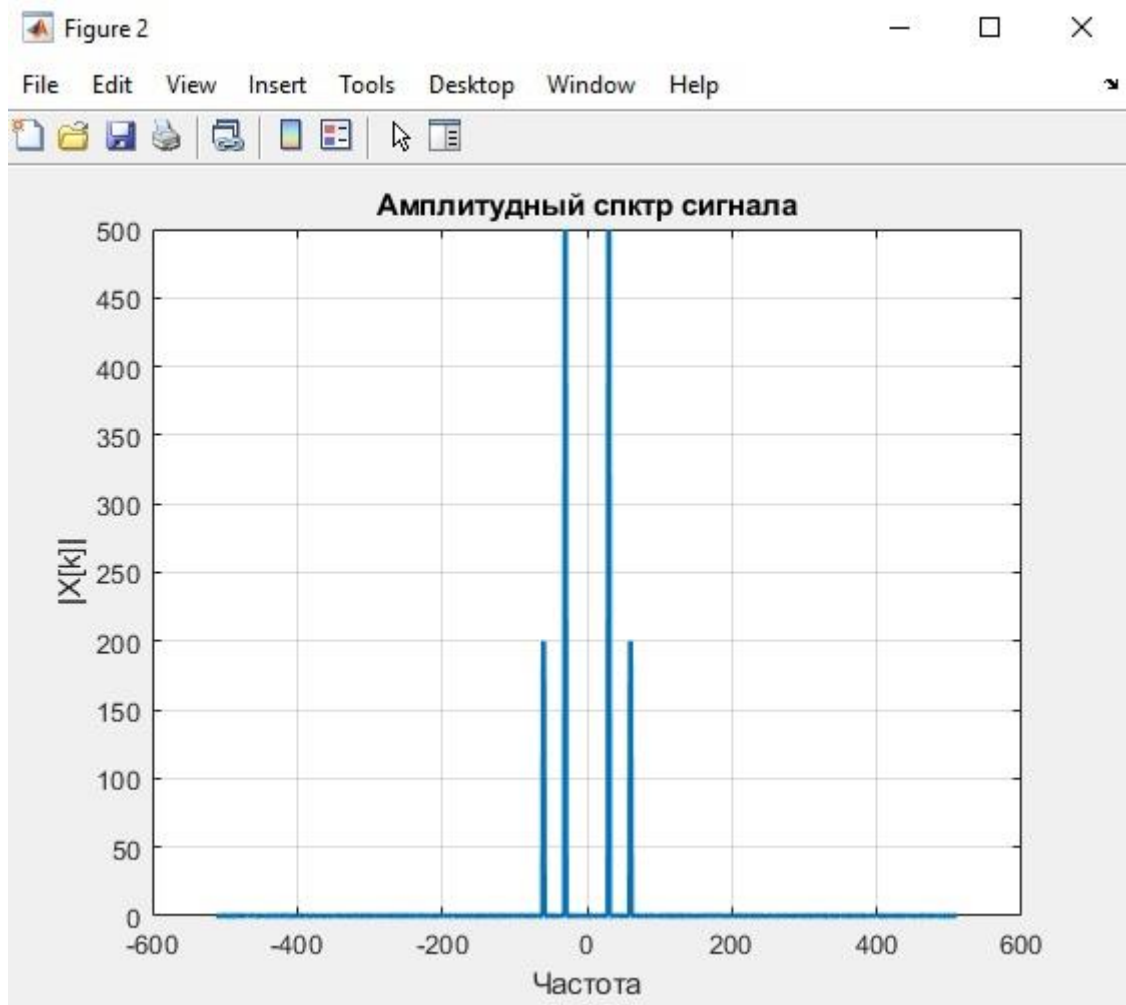


Рисунок 7 – Амплитудный спектр

Оценим значения амплитуды и частоты по амплитудному спектру.

Итого получаем:

Амплитуда – 500, 200

Частота – 30, 60

Увеличим СКО шума до 6 с шагом 0.5 и снова построим амплитудный спектр.

Код программы

```
clear all
close all
clc
```

```
% Параметры синусоид
```

```
A1 = 500;
omega1 = 30;
phi1 = 0;
```

```
A2 = 200;
omega2 = 60;
phi2 = 0;
```

```
% Частота дискретизации и продолжительность сигнала
```

```
Fs = 2^10;
T = 1;
```

```
t = 0:1/Fs:T-1/Fs; % Вектор времени
```

```

% Увеличение СКО шума с шагом 0.5
for std_dev = 1:0.5:6
    % Генерация гауссовского шума
    noise = std_dev * randn(size(t));

    % Сигнал - сумма синусоид и гауссовского шума
    signal = A1*sin(2*pi*omega1*t + phi1) + A2*sin(2*pi*omega2*t + phi2) + noise;

    % БПФ (Быстрое Преобразование Фурье) смеси сигналов
    N = length(signal);
    spectrum = fft(signal, N);
    spectrum = abs(spectrum(1:N/2+1)); % Получение одностороннего амплитудного
    спектра

    % Разрешение по частоте
    df = Fs/N;
    frequencies = (0:(N/2)) * df;

    % Оценка значений амплитуды и частоты
    [~, idx1] = max(spectrum);
    a1 = spectrum(idx1);
    f1 = frequencies(idx1);

    [~, idx2] = max(spectrum(spectrum~=a1));
    a2 = spectrum(idx2);
    f2 = frequencies(idx2);

    % Вывод результатов
    fprintf('Стандартное отклонение шума: %.1f\n', std_dev);
    fprintf('Амплитуда первой компоненты: %.2f\n', a1);
    fprintf('Частота первой компоненты: %.2f\n', f1);
    fprintf('Амплитуда второй компоненты: %.2f\n', a2);
    fprintf('Частота второй компоненты: %.2f\n\n', f2);

    % Построение графика амплитудного спектра
    figure;
    plot(frequencies, spectrum, 'LineWidth', 2);
    xlabel('Частота (Гц)');
    ylabel('Амплитуда');
    title(sprintf('Амплитудный спектр смеси гармонических сигналов с шумом
    (СКО=%.1f)', std_dev));
    grid on;
end

```

Результат работы программы

Стандартное отклонение шума: 1.0

Амплитуда первой компоненты: 256013.92

Частота первой компоненты: 30.00

Амплитуда второй компоненты: 24.49

Частота второй компоненты: 59.00

Стандартное отклонение шума: 1.5

Амплитуда первой компоненты: 255968.76

Частота первой компоненты: 30.00

Амплитуда второй компоненты: 65.15

Частота второй компоненты: 59.00

Стандартное отклонение шума: 2.0

Амплитуда первой компоненты: 256029.30

Частота первой компоненты: 30.00

Амплитуда второй компоненты: 9.48

Частота второй компоненты: 59.00

Стандартное отклонение шума: 2.5

Амплитуда первой компоненты: 255916.91

Частота первой компоненты: 30.00

Амплитуда второй компоненты: 68.49

Частота второй компоненты: 59.00

Стандартное отклонение шума: 3.0

Амплитуда первой компоненты: 256053.48

Частота первой компоненты: 30.00

Амплитуда второй компоненты: 99.18

Частота второй компоненты: 59.00

Стандартное отклонение шума: 3.5

Амплитуда первой компоненты: 255872.25

Частота первой компоненты: 30.00

Амплитуда второй компоненты: 129.54

Частота второй компоненты: 59.00

Стандартное отклонение шума: 4.0

Амплитуда первой компоненты: 256169.14

Частота первой компоненты: 30.00

Амплитуда второй компоненты: 90.56

Частота второй компоненты: 59.00

Стандартное отклонение шума: 4.5

Амплитуда первой компоненты: 255923.74

Частота первой компоненты: 30.00

Амплитуда второй компоненты: 286.83

Частота второй компоненты: 59.00

Стандартное отклонение шума: 5.0

Амплитуда первой компоненты: 256043.13

Частота первой компоненты: 30.00

Амплитуда второй компоненты: 124.46

Частота второй компоненты: 59.00

Стандартное отклонение шума: 5.5

Амплитуда первой компоненты: 256179.05

Частота первой компоненты: 30.00

Амплитуда второй компоненты: 129.13

Частота второй компоненты: 59.00

Стандартное отклонение шума: 6.0

Амплитуда первой компоненты: 256023.48

Частота первой компоненты: 30.00

Амплитуда второй компоненты: 105.37

Частота второй компоненты: 59.00

Из этого можно сделать вывод о том, что амплитуда и частота первой компоненты остаются относительно постоянными, в то время как амплитуда

второй компоненты увеличивается с увеличением СКО шума. Частота второй компоненты остаётся постоянной на протяжении всех выводов.

Построим график зависимости ошибки определения амплитуды сигнала в зависимости от СКО шума.

Код программы

```
clear all
close all
clc

% Параметры сигналов
A1 = 500;
omega1 = 30;
phi1 = 0;

A2 = 200;
omega2 = 60;
phi2 = 0;

% Частота дискретизации и продолжительность сигнала
Fs = 2^10;
T = 1;

t = 0:1/Fs:T-1/Fs; % Вектор времени

% Инициализация массива для хранения ошибок
errors = [];

% Увеличение СКО шума с шагом 0.5
for std_dev = 1:0.5:1050;
% Генерация гауссовского шума
noise = std_dev * randn(size(t));

% Сигнал - сумма синусоид и гауссовского шума
signal = A1*sin(2*pi*omega1*t + phi1) + A2*sin(2*pi*omega2*t + phi2) + noise;

% БПФ (Быстрое Преобразование Фурье) смеси сигналов
N = length(signal);
spectrum = fft(signal, N);
spectrum = abs(spectrum(1:N/2+1)); % Получение одностороннего амплитудного спектра

% Оценка значений амплитуды и частоты
[~, idx1] = max(spectrum);
a1 = spectrum(idx1);
f1 = idx1;

% Оценка ошибки амплитуды первой компоненты
error = abs(a1 - A1);

% Добавление ошибки в массив
errors = [errors, error];
end

% БПФ (Быстрое Преобразование Фурье) смеси сигналов
N = length(signal);
```



```

spectrum = fft(signal, N);
spectrum = abs(spectrum(1:N/2+1)); % Получение одностороннего амплитудного спектра

% Разрешение по частоте
df = Fs/N;
frequencies = (0:(N/2)) * df;

% Построение графика зависимости ошибки от стандартного отклонения шума
std_dev_range = 1:0.5:1050;
figure;
plot(std_dev_range, errors, 'LineWidth', 2);
xlabel('Стандартное отклонение шума');
ylabel('Ошибка амплитуды первой компоненты');
title('Зависимость ошибки от СКО шума');
grid on;
[~, idx2] = max(spectrum(spectrum~=a1));
a2 = spectrum(idx2);
f2 = frequencies(idx2);

% Вывод результатов
fprintf('Стандартное отклонение шума: %.1f\n', std_dev);
fprintf('Амплитуда первой компоненты: %.2f\n', a1);
fprintf('Частота первой компоненты: %.2f\n', f1);
fprintf('Амплитуда второй компоненты: %.2f\n', a2);
fprintf('Частота второй компоненты: %.2f\n\n', f2);

% Построение графика амплитудного спектра
figure;
plot(frequencies, spectrum, 'LineWidth', 2);
xlabel('Частота (Гц)');
ylabel('Амплитуда');
title(sprintf('Амплитудный спектр смеси гармонических сигналов с шумом (СКО=%.1f)',
std_dev));
grid on;

```

Результат работы программы

Полученный график изображён на рисунке 8.

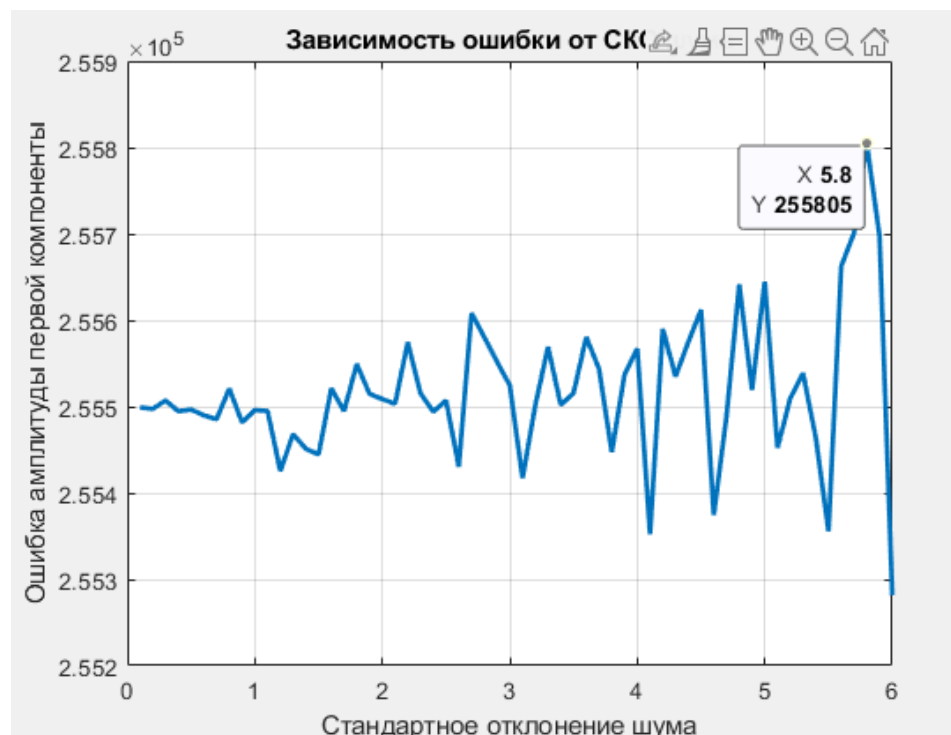


Рисунок 8 – График зависимости ошибки от СКО

Из полученного графика можно сделать вывод о том, что ошибка амплитуды первой компоненты сигнала увеличивается с увеличением СКО. Это означает, что при более высоком уровне шума точность определения амплитуды сигнала ухудшается.

Самому высокому пику на графике из рисунка 8 соответствует по оси абсцисс значение 5.8. Предположим, что именно это значение и является таковым, что будет визуально трудно отличить график просто шума с исходным сигналом.

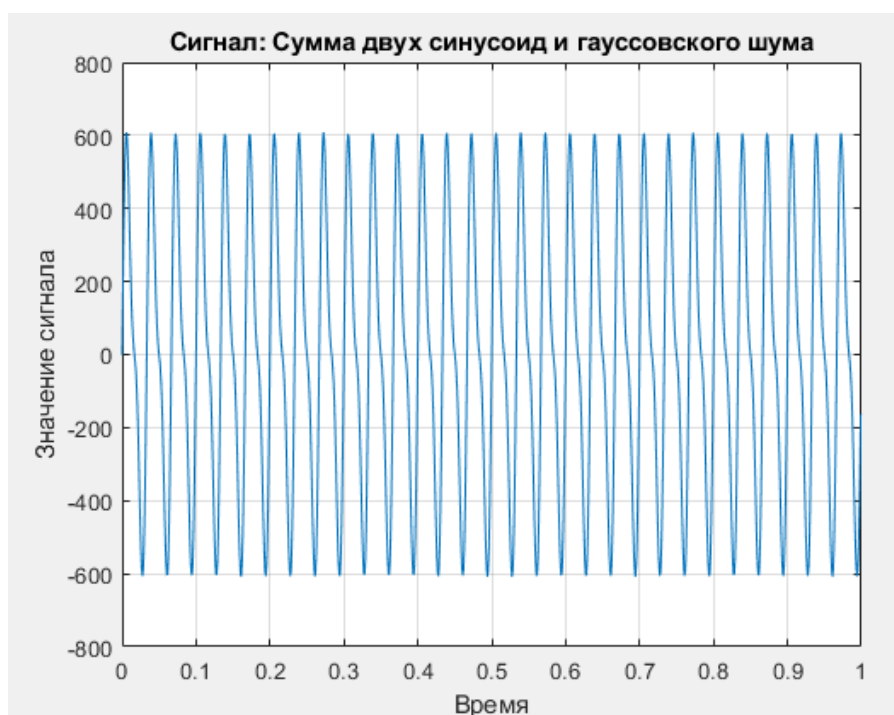


Рисунок 9 – Исходный сигнал

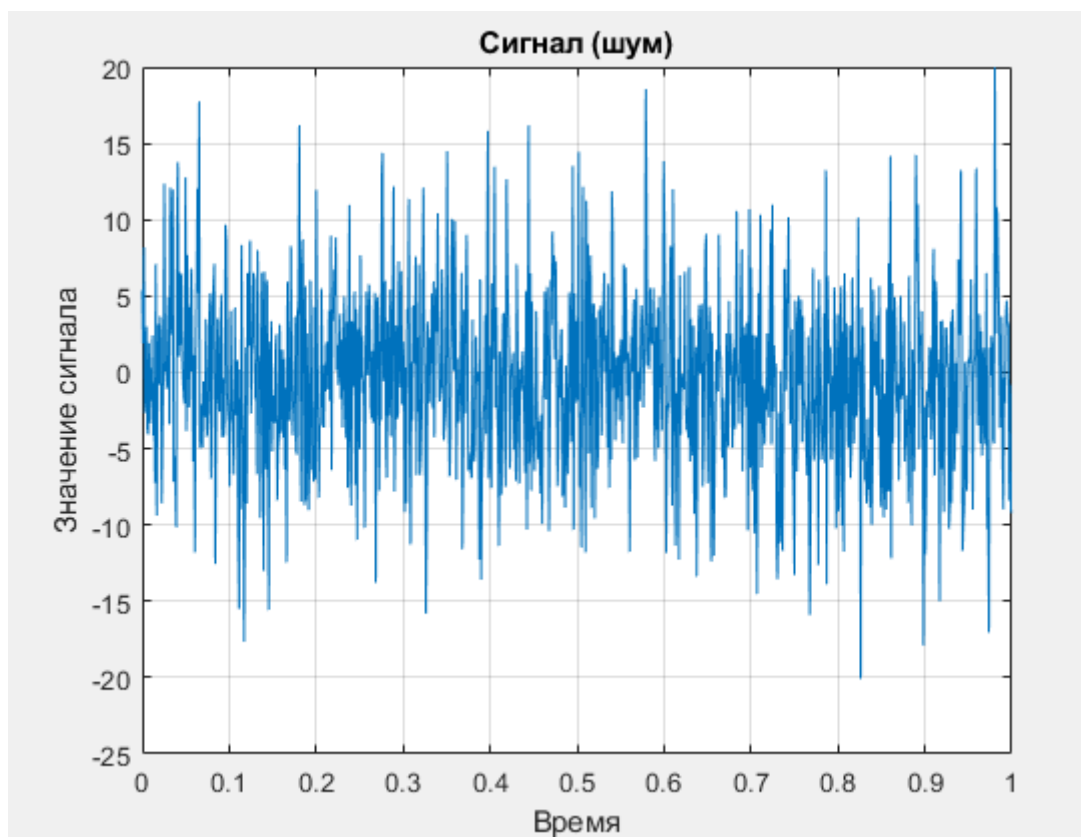


рисунок 10 - Шум

График амплитудного спектра сигнала с шумом при СКО = 1050 представлен на рисунке 11.

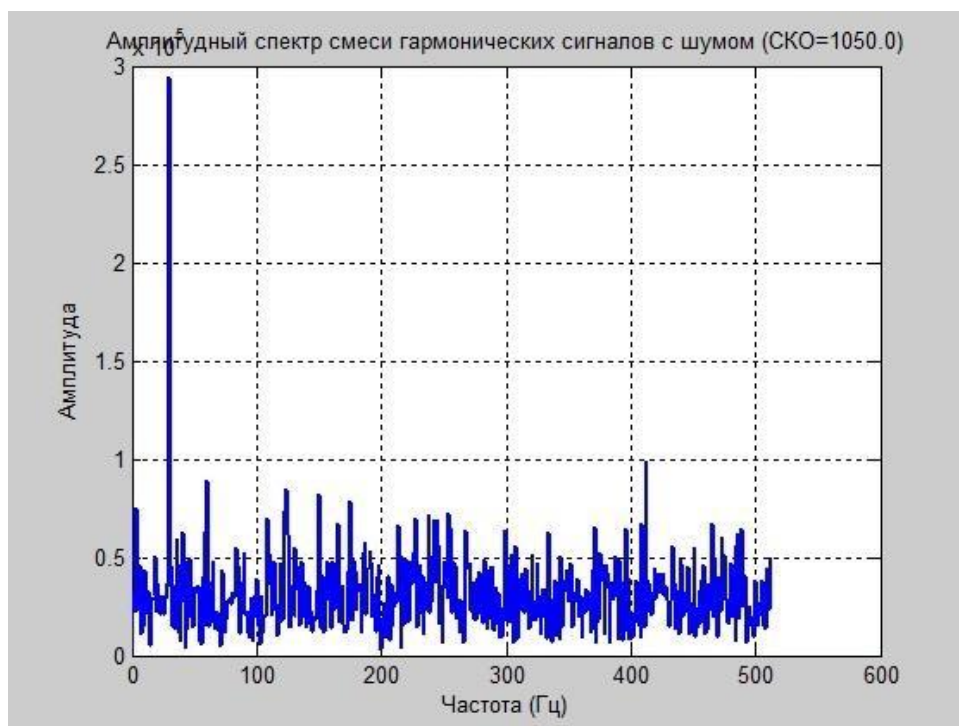


Рисунок 11 – График амплитудного спектра сигнала с шумом при СКО = 1050

Выводы

В данной лабораторной работе было проведено ознакомление с методикой моделирования и обработки периодических дискретных сигналов с помощью пакета MATLAB.