* Giả sử nếu G chứa một chu trình lẻ, xét chu trình đó, ta thấy:

Số đỉnh trong chu trình sẽ là số lẻ.

Chọn một đỉnh bắt đầu để tô màu và tô màu theo một đường đi của chu trình (đỉnh kề nhau thì màu khác nhau), khi đó, đỉnh cuối của chu trình (đỉnh trước khi nối với đỉnh bắt đầu) sẽ luôn trùng màu với đỉnh bắt đầu. khi đó chu trình này không thể là đồ thị 2 màu

* Giả sử nếu G không chứa một chu trình lẻ, xét chu trình đó, ta thấy:

Số đỉnh trong chu trình sẽ là số chẵn.

Khi đó thì ta chọn một đỉnh làm đỉnh bắt đầu, tô màu theo một đường đi của chu trình (đỉnh kề nhau thì màu khác nhau), đỉnh cuối của chu trình sẽ luôn khác màu với đỉnh bắt đầu, khi đó chu trình này là đồ thị 2 màu

* Xét những phần không có chu trình thì ta có thể tô màu lần lượt sao cho 2 đỉnh kề khác màu nhau là có thể thành đồ thị 2 màu.
* Vậy một đồ thị là đồ thị hai màu khi và chỉ khi nó không chứa chu trình độ dài lẻ