

# Models

Dung le

July 21, 2023

## 1 Một số ký hiệu

Các xe sẽ bắt đầu từ đỉnh 0 và kết thúc tải đỉnh  $n+1$ . Trong quá trình di chuyển, các drone có thể bay đến các đỉnh để giao hàng cho xe tải. Xe tải có thể chờ drone và drone cũng có thể chờ xe tải

- $n$ : Số lượng khách hàng
- $N$ : 1, 2, ...,  $n$ , Tập chỉ số của khách hàng
- Depot sẽ được coi là đỉnh có chỉ số là 0 hoặc  $n+1$
- $N_0$ : Tập chỉ số của khách hàng cộng thêm đỉnh 0
- $N_{n+1}$ : Tập chỉ số của khách hàng cộng thêm đỉnh  $n+1$
- $N_{0,n+1}$ : Tất cả các đỉnh
- $D$ : Tập các đỉnh mà drone có thể bay tới
- $D_0, D_{n+1}, D_{0,n+1}$ : Ý nghĩa tương tự như  $N$

## 2 Tham số đầu vào

- $k$ : Số lượng xe
- $c$ : Số lượng drone
- $w_i$ : Release date hàng hoá của khách hàng  $i$
- $t_{ij}$ : Thời gian xe đi từ cạnh  $i$  đến  $j$
- $d_j$ : Thời gian bay của drone tới node  $j$
- $\delta$ : Thời gian nhận, tháo dỡ hàng và khởi động lại
- $a_i$ : Tải trọng yêu cầu của hàng hoá khách hàng  $i$
- $A$ : Tải trọng tối đa của drone
- $M$ : Số lớn

### 3 Biến

- $x_{ij}^k$ : 1, nếu xe tải đi trực tiếp từ i đến j, 0 nếu ngược lại
- $r_j^c$ : 1, nếu drone bay trực tiếp từ đỉnh i đến j, 0 nếu ngược lại
- $u_i^c$ : 1, nếu drone c bay đến node i để giao hàng cho xe tải, 0 nếu ngược lại
- $y_{ij}^{kc}$ : 1, Nếu hàng hoá của khách hàng j được cho lên xe tải k tại node i bởi drone c
- $T_i^k$ : Thời gian xe tải xong việc và rời khỏi node i
- $s_i^c$ : Thời gian drone c khởi động ở node i
- $e_i^k$ : Khoảng cách thời gian giữa lúc đến và đi của xe tải k tại node i
- $index_i^k$ : Thứ tự phục vụ của node i bởi xe k. Dùng constrain MTZ
- $maxT$ : Thời gian của xe tải lâu nhất khi hoàn thành chu trình (Về đến đỉnh n+1)

#### 3.1 Công thức MILP

$$\min maxT \quad (1)$$

Thoả mãn:

1. Ràng buộc hành trình xe

Mọi xe phải bắt đầu đi từ depot

$$\sum_{j \in N} x_{0j}^k = 1 \quad \forall k \in K \quad (2)$$

Mọi xe phải kết thúc hành trình tại depot

$$\sum_{i \in N} x_{i,n+1}^k = 1 \quad \forall k \in K \quad (3)$$

Mỗi khách hàng đều có đúng 1 xe tải đến thăm

$$\sum_{i \in N_0 \setminus \{j\}} x_{ij}^k = 1 \quad \forall k \in K, \forall j \in N \quad (4)$$

Khách hàng được thăm bởi cùng 1 xe tải

$$\sum_{j \in N_0 \setminus \{i\}} x_{ji}^k = \sum_{j \in N_{n+1} \setminus \{i\}} x_{ij}^k \quad \forall k \in K, \forall i \in N \quad (5)$$

MTZ constrain, nếu xe k đi từ i đến j thì thứ tự phục vụ của đỉnh j lớn hơn đỉnh i (đối với xe k)

$$index_j^k - index_i^k \geq 1 - (n+1) * (1 - x_{ij}^k) \quad \forall k \in K, \forall j \in N_0 \setminus \{i\}, \forall i \in N_0 \quad (6)$$

## 2. Ràng buộc về hành trình drone

Nếu drone không xuất phát, không điểm nào được thăm

$$u_i^c \leq u_0^c \quad \forall c \in C, i \in D \quad (7)$$

Nếu drone không xuất phát, không điểm nào được thăm

$$u_i^c \leq u_0^c \quad \forall c \in C, i \in D \quad (8)$$

Nếu drone xuất phát, Nó phải bay đến một điểm nào đó để giao hàng

$$\sum_{j \in D} r_{0j}^c = u_0^c \quad \forall c \in C, j \in D \quad (9)$$

Và phải về đến depot

$$\sum_{i \in D} r_{i,n+1}^c = u_0^c \quad \forall c \in C, i \in D \quad (10)$$

Drone phải bay đến đỉnh nếu u = 1

$$\sum_{i \in D_0 \setminus \{j\}} r_{ij}^c = u_j^c \quad \forall c \in C, j \in D \quad (11)$$

$$\sum_{j \in D_{n+1} \setminus \{i\}} r_{ij}^c = u_i^c \quad \forall c \in C, j \in D \quad (12)$$

Mỗi đỉnh chỉ được thăm bởi tối đa 1 drone (có thể không được thăm)

$$\sum_{i \in D} u_i^c \leq 1 \quad \forall c \in C, i \in D \quad (13)$$

### 3. Ràng buộc về tải trọng của drone

Tổng khối lượng hàng hoá drone  $c$  giao cho xe  $k$  tại đỉnh  $i$  phải nhỏ hơn tải trọng của drone

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in N} y_{ij}^{kc} \leq A * u_i^c \quad \forall c \in C, i \in D \quad (14)$$

Hàng hoá của khách hàng  $j$  được cho lên xe tại duy nhất 1 đỉnh (có thể là depot hoặc trên chu trình di chuyển)

$$\sum_{k \in K} \sum_{c \in C} \sum_{i \in N_0} y_{ij}^{kc} = 1 \quad \forall k \in K, c \in C, j \in N \quad (15)$$

Nếu hàng hoá của khách hàng  $j$  được cho lên xe tại  $i, i \neq 0$ , thì  $i$  và  $j$  phải cùng thuộc 1 chu trình của 1 xe

$$\sum_{l \in N_0} x_{li}^k = \sum_{h \in N_0} x_{hj}^k \quad \forall k \in K, c \in C, i, j \in N \quad , \text{ if } y_{ij}^{kc} = 1 \text{ or } (y_{0i}^{kc} = y_{0j}^{kc} = 1) \quad (16)$$

### 4. Ràng buộc về thời gian

Thời gian xe tải  $k$  đến đỉnh  $i$  thuộc  $N$  phải lớn hơn release date của đỉnh đó + thêm thời gian xe tải hoặc drone bay

$$T_j^k \geq w_j + \max d_j, t_{0j} \quad \forall k \in K, j \in N \quad (17)$$

Nếu hàng hoá tại  $j$  được giao đến bởi bất kỳ drone nào của tại điểm  $i$  trên hành trình của xe  $k$ , thời gian xe qua điểm  $j$  phải lớn hơn  $i$

$$T_j^k \geq T_i^k - M(1 - \sum_{c \in C} y_{ij}^{kc}) \quad \forall k \in K, i \in D_0, j \in N \setminus \{i\} \quad (18)$$

Nếu đỉnh  $j$  không thể bay tới bởi drone, xe  $k$  đi từ  $i$  đến  $j$  để giao hàng, thời gian hoàn thành  $j$  phải bằng thời gian hoàn thành  $i$  + thời gian xe tải di chuyển giữa 2 điểm  $i, j$

$$T_j^k \geq T_i^k + t_{ij} - M(1 - x_{ij}^k) \quad \forall k \in K, i \in N_0, j \in N_{n+1} \setminus (D \cup \{i\}) \quad (19)$$

Nếu bất kỳ drone nào bay đến đỉnh  $j$  để giao hàng và xe  $k$  đi từ  $i$  đến  $j$ , thì thời gian phải tính thêm pack hàng

$$T_j^k \geq T_i^k + t_{ij} + \delta \sum_{c \in C} u_j^c - M(1 - x_{ij}^k) \quad \forall k \in K, i \in N_0, j \in (D \setminus \{i\}) \quad (20)$$

Nếu drone  $c$  bay đến đỉnh  $j$  để giao hàng cho xe tải, thì thời gian để xe giao xong cho đỉnh  $j$  phải lớn hơn hoặc bằng thời gian khởi động của drone + thời gian drone bay từ depot tới  $i$  + thời gian dỡ hàng

$$T_j^k \geq s_j^c + d_j + \sigma - M(1 - u_j^c) \quad \forall k \in K, c \in C, j \in D \quad (21)$$

Nếu drone  $c$  bay từ  $i$  đến  $j$  để giao hàng thì thời gian khởi động của drone  $c$  để bắt đầu đi tới  $j$  phải lớn hơn hoặc bằng thời gian xe tải  $k$  giao hàng xong tại  $i$  + thời gian drone bay đến  $i$  từ depot

$$T_j^k \geq s_j^c + d_j + -M(1 - r_{ij}^c) \quad \forall k \in K, c \in C, i \in D, j \in D \setminus \{i\} \quad (22)$$

#### 5. Các ràng buộc về thời gian

Thời gian drone  $c$  khởi động cho điểm  $j$

$$s_i^c \geq w_i \left( \sum_{k \in K} y_{ij}^{kc} \right) \quad \forall c \in C, i \in N, j \in D \quad (23)$$

Thời gian xe tải  $k$  rời depot

$$T_0^k \geq w_j \left( \sum_{c \in C} y_{0j}^{kc} \right) \quad \forall c \in C, j \in D \quad (24)$$

#### 6. Lower bound cho thời gian giao hàng

Thời gian xe tải  $k$  dừng lại tại đỉnh  $j$

$$e_j^k \geq T_j^k - (T_i^k + t_{ij}) - M(1 - x_{ij}^k) \quad \forall k \in K, i \in N_0, j \in D \quad (25)$$

Thời gian xe tải dừng ở điểm  $j$  sẽ bằng 0 nếu drone không bay tới đó

$$e_j^k \leq M \left( \sum_{c \in C} u_j^c \right) \quad \forall k \in K, j \in D \quad (26)$$