# KHẢO SÁT HIỆU SUẤT CỦA HỆ THỐNG ĐA ĐẦU PHÁT - ĐA ĐẦU THU TIỀN MÃ HÓA max- $d_{\min}$

#### Nguyễn Thành Tín

UMR CNRS 6074 IRISA CAIRN UR1 Lannion, Cộng hòa Pháp

**Tóm tắt.** Kỹ thuật tiền mã hóa tuyến tính vòng kín khai thác thông tin kênh truyền ở cả hai kênh phát và thu nhằm tối ưu hóa các tiêu chuẩn về hiệu suất như tối đa tỷ số tín hiệu trên nhiễu (max-SNR), tối đa khoảng cách Euclid nhỏ nhất (maximizing minimum Euclidean distance - max-d<sub>min</sub>) giữa hai vector tại bộ thu. Trong bài báo này, xác suất dùng và ghép kênh phân tập (diversity-multiplexing tradeoff - DMT) của các hệ thống đa đầu phát - đa đầu thu (multiple input and multiple output - MIMO) được nghiên cứu với tỷ số tín hiệu trên nhiễu thực tế khi thông tin về kênh truyền được phản hồi về bộ phát.

Từ khóa: tiền mã hóa, xác suất dừng, tỷ số tín hiệu trên nhiễu, ghép kênh phân tập.

#### 1. GIỚI THIỆU

Hệ thống MIMO đóng vai trò quan trọng trong các hệ thống truyền không dây. Ý tưởng đầu tiên về hệ thống MIMO bắt nguồn từ những nghiên cứu tại phòng thí nghiệm Bell, New Jersey, Mỹ, khai thác hiện tượng đa đường về không gian và thời gian của tín hiệu để đạt độ chính xác cao [1, 2] và hiện tượng ghép kênh để tăng dung lượng kênh truyền [3]. Tuy nhiên, các kỹ thuật này không sử dụng thông tin về kênh truyền tại bộ phát, vì thế được gọi là vòng hở. Thực tế, hiệu suất của hệ thống MIMO phụ thuộc nhiều vào đặc tính của kênh truyền. Trong các nghiên cứu gần đây, thông tin về kênh truyền có thể nhận tại bộ thu và phản hồi về bộ phát, được khai thác nhằm tối ưu hóa hiệu suất của hệ thống [4–9].

Zheng và Tse [10] đầu tiên đưa ra khái niệm để so sánh hiệu suất của các hệ thống MIMO dựa trên kỹ thuật đa đường và dựa trên ghép kênh nhờ các đường DMT. Công cụ DMT đưa ra các phân tích mang tính lý thuyết cho các hệ thống MIMO và thể hiện sự thỏa hiệp giữa hai độ lợi của hệ thống: độ lợi về độ chính xác và độ lợi về dung lượng. Bằng cách nghiên cứu các đường giới hạn DMT khi tỷ số tín hiệu trên nhiễu (peak signal to noise ratio - SNR) tiến tới giới hạn vô cùng, ta có được góc nhìn tổng quan về nguồn lực cung cấp bởi hệ thống MIMO. Các đường thỏa hiệp này được sử dụng để đánh giá hiệu suất của các mô hình MIMO đã tồn tại hướng đến các mục đích khác nhau, tối đa độ chính xác như Alamouti [1] hay mô hình ghép kênh V-BLAST (vertical Bell laboratories layered space time) nhằm tối đa dung lượng kênh truyền [3]. Từ đề xuất của Zheng và Tse, các tác giả [11] đã nghiên cứu DMT giới hạn cho các bộ tiền mã hóa vòng kín khi thông tin kênh truyền được khai thác tại đầu phát với giả thuyết, tỷ số tín hiệu trên nhiễu tiến đến vô han.

Trong thực tế, hầu hết các hệ thống MIMO hoạt động tại tỷ số tín hiệu trên nhiễu ở mức thấp và trung bình. Không lâu sau đó, các nghiên cứu về DMT tại giá trị hữu hạn của SNR cho các mô hình MIMO thực tế được đề xuất [12, 13]. DMT như một hàm của SNR trong mô hình mã khối không gian và thời gian (space time block code - STBC). Trong [14], tác giả đã đưa ra cách trình bày giải tích cho hàm phân bố xác suất của thông tin trao đổi giữa bộ phát và bộ thu từ phân bố kép của hai giá trị riêng lớn nhất của ma trận Wishart [15] và từ đó DMT tại hữu hạn SNR được tính dựa trên xác suất thất thoát của thông tin trao đổi theo SNR cho các hệ thống MIMO  $n_T \times 2$  và  $2 \times n_R$  trên kênh truyền không tương quan Rayleigh fading.

Trong bài báo này, chúng tôi đề cập đến các mô hình MIMO vòng kín tiền mã hóa như max-SNR [6] và max- $d_{\min}$  [8, 9]. Công cụ DMT tại SNR thấp và trung bình được mở rộng cho các bộ tiền mã hóa dựa trên xác suất thất thoát thông tin trao đổi.

Bài báo được trình bày theo trình tự như sau: mục 2. giới thiệu mô hình hệ thống MIMO. Mục 3. đề cập tới xác suất thất thoát và DMT tại SNR trung bình và thấp khi thông tin về kênh truyền được phản hồi về bộ phát. Mục 4. trình bày phân tích kết quả. Cuối cùng mục 5. là kết luận.

Ký hiệu: ký tự hoa in đậm cho ma trận, ký tự thường in đậm cho vector, (.)\* - chuyển vị liên hợp ma trận,  $\lambda_i = \sigma_i^2$  - trị riêng của ma trận Hermitian, trace- tổng các phần tử nằm trên đường chéo của ma trận, diag- ma trận đượng chéo và chuẩn bình phương Frobenius của ma trận  $||\mathbf{X}||_F^2 \triangleq \sum_{ij} ||\mathbf{X}_{ij}||^2 = \operatorname{trace}\{\mathbf{X}\mathbf{X}^*\}$ .

### 2. MÔ HÌNH HỆ THỐNG VÀ ĐỊNH NGHĨA

Xét hệ thống truyền nhận MIMO với  $n_T$  anten truyền và  $n_R$  anten nhận. Mô hình tiền mã hóa được miêu tả bởi

$$\mathbf{y} = \mathbf{G}(\mathbf{HFs} + \mathbf{n}) = \mathbf{G}_d \mathbf{H}_v \mathbf{F}_d \mathbf{s} + \mathbf{G}_d \mathbf{n}_v, \tag{1}$$

trong đó vector dữ liệu truyền  $\mathbf{s} \in \mathbb{C}^b$  gồm  $b \leq \min\{n_T, n_R\}$  ký tự dữ liệu được truyền đi,  $\mathbf{y} \in \mathbb{C}^b$  là vector nhận tại bộ thu,  $\mathbf{n} \in \mathbb{C}^{n_R}$  nhiễu trắng Gaussian cộng,  $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{n_R \times n_T}$  ma trận kênh truyền,  $\mathbf{F} \in \mathbb{C}^{n_T \times b}$  ma trận tiền mã hóa tuyến tính,  $\mathbf{G} \in \mathbb{C}^{b \times n_R}$  ma trận giải mã [4–9]. Bằng cách sử dụng SVD, ma trận kênh truyền được chéo hóa, trong đó ma trận kênh truyền trị riêng ảo  $\mathbf{H}_v = \mathbf{G}_v \mathbf{H} \mathbf{F}_v = \mathrm{diag}(\sigma_1, ..., \sigma_b)$  với  $\sigma_i$  được sắp xếp theo thứ tự giảm dần,  $\mathbf{F} = \mathbf{F}_v \mathbf{F}_d$  và  $\mathbf{G} = \mathbf{G}_d \mathbf{G}_v$ . Khi bộ quyết định Maximum Likehood được sử dụng tại bộ thu, bộ giải mã  $\mathbf{G}_d$  không còn đóng vai trò quan trọng, vì thế  $\mathbf{G}_d$  được giả sử là ma trận đơn vị. Ma trận tiền mã hóa ảo  $\mathbf{F}_v$  là ma trận trực giao (tức là  $\mathbf{F}_v^* \mathbf{F}_v = \mathbf{I}$ ), vì vậy bài toán trở thành xác định ma trận tiền mã hóa  $\mathbf{F}_d$  nhằm tối ưu hóa một tiêu chuẩn riêng nào đó với ràng buộc về công suất trace $\{\mathbf{F}\mathbf{F}^*\} = \mathrm{trace}\{\mathbf{F}_d\mathbf{F}_d^*\} = E_s$ .

Xem xét trường hợp b=2, bằng cách đối biến từ hệ tọa độ Cartesian sang hệ tọa độ cực, kênh truyền ảo có dạng:

$$\sigma_1 = \sqrt{\lambda_1} = \rho \cos \gamma \quad \text{và} \quad \sigma_2 = \sqrt{\lambda_2} = \rho \sin \gamma,$$
 (2)

trong đó  $\rho$  và  $\gamma$  tuần tự là độ lợi và góc của kênh truyền. Chú ý rằng  $\sigma_1 \geq \sigma_2 > 0$  nên ta có  $0 < \gamma \leq \pi/4$ . Mô hình tiền mã hóa max-SNR được thiết kế nhằm tối đa tín hiệu trên nhiễu tại bộ thu chỉ sử dụng kênh truyền ảo ứng với trị riêng lớn nhất [6], vì vậy cấu trúc của hệ thống rất đơn giản  $f_1 = \sqrt{E_s}$ . Trong khi đó, bài toán max- $d_{\min}$  nhằm tối đa khoảng cách nhỏ nhất giữa 2 vector ký hiệu nhận được tại bộ thu [8]

$$\mathbf{F}_d = \underset{\mathbf{F}_d}{\arg\max} d_{\min}^2 = \underset{\mathbf{F}_d}{\arg\max} \underset{\mathbf{s}_k \neq \mathbf{s}_l}{\min} \|\mathbf{H}_v \mathbf{F}_d (\mathbf{s}_k - \mathbf{s}_l)\|^2.$$
(3)

Trong [9], tác giả đã giới thiệu lời giải tối ưu cho trường hợp  $4^k$ -QAM (b=2), được phân biệt cho 2 trường hợp và phụ thuộc vào bậc điều chế (thể hiện qua mức ngưỡng  $\gamma_0$ ) nhưng không phụ thuộc vào SNR. Nếu  $0 \le \gamma \le \gamma_0$  thì

$$\mathbf{F}_d = \mathbf{F}_1 = \sqrt{E_s} \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta e^{i\varphi} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \tag{4}$$

và nếu  $\gamma_0 \le \gamma \le \pi/4$ , ta có

$$\mathbf{F}_d = \mathbf{F}_2 = \sqrt{\frac{E_s}{2}} \begin{pmatrix} \cos \psi & 0 \\ 0 & \sin \psi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & e^{i\frac{\pi}{4}} \\ -1 & e^{i\frac{\pi}{4}} \end{pmatrix}, \tag{5}$$

trong đó  $N=2^k-1$  và các tham số

$$\varphi = \arctan \frac{1}{2N + \sqrt{3}}; \quad \theta = \arctan(2\sin\varphi); \quad \psi = \arctan \frac{\sqrt{2} - 1}{\tan\gamma}; \quad \tan^2 \gamma_0 = \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2}N^2 + \sqrt{6}N + \sqrt{2} - 1}.$$
(6)

Định nghĩa độ lợi ghép kênh và độ lợi đa đường tiệm cận được cho bởi [10]

$$r_{\text{asy}} = \lim_{\text{SNR} \to \infty} \frac{R(\text{SNR})}{\log_2 \text{SNR}}; \ d_{\text{asy}} = -\lim_{\text{SNR} \to \infty} \frac{\log P_e(\text{SNR})}{\log_2 \text{SNR}}.$$
 (7)

DMT tiệm cận là giới hạn trên của bất kỳ hệ thống MIMO  $n_T \times n_R$  vòng hở khi SNR tiến tới vô cùng  $d^*(k) = (n_T - k)(n_R - k)$  trong đó  $k = 0, 1, \ldots, \min\{n_T, n_R\}$ . Tiếp nối hướng tiếp cận đó, một số nghiên cứu [12–14] đã mở rộng DMT tại SNR hữu hạn cho mô hình kênh truyền Rayleigh. Tại SNR thấp và trung bình, xác suất lỗi được xấp xỉ bởi xác suất thất thoát thông tin trao đổi. Nó được định nghĩa là xác suất mà hệ thống không thể đáp ứng tốc độ dữ liệu R (bits/symbol) cho trước

$$P_{\text{out}}(R) = \Pr[I \le R] = \int_0^R f_I(I, \text{SNR}) dI, \tag{8}$$

trong đó  $f_I(I, SNR)$  là hàm phân bố xác suất của lượng thông tin trao đổi tại mỗi giá trị của SNR. Trong [12, 13], tác giả đã đề xuất phương pháp để phân tích đặc tính của DMT tại SNR hữu hạn. Độ lợi ghép kênh r được định nghĩa là tỷ số giữa tốc độ dữ liệu R và dung lượng của kênh truyền với nhiễu trắng Gaussian cộng với độ lợi dãy G [13]

$$r = \frac{R}{\log(1 + G \times \text{SNR})}.$$
 (9)

Với một giá trị cố định của độ lợi ghép kênh r tại giá trị SNR hoạt động, độ lợi đa đường  $d(r, {\rm SNR})$  được định nghĩa là độ dốc âm của đường cong log-log của xác suất thất thoát thông tin theo SNR

$$d(r, SNR) = -\frac{\partial \log P_{\text{out}}(r, SNR)}{\partial \log SNR},$$
(10)

trong đó  $P_{\text{out}}(r, \text{SNR})$  là xác suất thất thoát thông tin của kênh truyền MIMO [12]. Độ lợi dãy G được chọn dựa trên lượng thông tin trao đổi tại  $\text{SNR} \approx 0$ ,  $I \approx \log(1 + \frac{\text{SNR}}{n_T}||\mathbf{H}||_F^2)$ , do đó,  $G = E[||\mathbf{H}||_F^2/n_T] = n_R$ .

# 3. XÁC SUẤT THẤT THOÁT THÔNG TIN VÀ ĐỘ LỢI ĐA ĐƯỜNG

Giả sữ rằng s là biến ngẫu nhiên trắng, phức, Gaussian, trung bình bằng 0. Khi thông tin về kênh truyền được khai thác tại bộ thu và bộ phát, lượng thông tin trao đổi

$$I = \log_2 \det \left( \mathbf{I} + \frac{\text{SNR}}{n_T} (\mathbf{GHF})^* (\mathbf{GHF}) \right). \tag{11}$$

Đối với tiền mã hóa max- $d_{\min}$ 

$$2^{I} = \begin{cases} 1 + \frac{\text{SNR}}{n_{T}} z & : \mathbf{F}_{1} \\ 1 + \frac{\text{SNR}}{n_{T}} z + \left(\frac{\text{SNR}}{n_{T}} \frac{z}{2\sqrt{2}}\right)^{2} : \mathbf{F}_{2}, \end{cases}$$
(12)

trong đó  $\mathbf{F}_1, z = \rho^2 \cos^2 \gamma \text{ và } \mathbf{F}_2, z = \rho^2 \frac{(2-\sqrt{2})\cos^2 \gamma \sin^2 \gamma}{1+(2-2\sqrt{2})\cos^2 \gamma}.$ 

Tác giả [16] đề xuất phép đổi biến

$$\begin{cases}
\Gamma = \lambda_1 + \lambda_2 = \rho^2 \\
\beta = \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} = \cos 2\gamma
\end{cases} \Rightarrow z = \Gamma\delta(\beta), \tag{13}$$

trong đó  $\delta(\beta) = \frac{1+\beta}{2}$  cho  $\mathbf{F}_1$  và  $\delta(\beta) = \frac{2(1-\beta^2)}{2-\sqrt{2}\beta}$  cho  $\mathbf{F}_2$ . Tiếp theo, ta bắt đầu từ đặc trưng thống kê của kênh truyền. Luật kết hợp của 2 trị riêng lớn nhất được giới thiệu trong [15] có thể được trình bày dưới dạng đa thức và hàm mũ

$$f_{\lambda_1,\lambda_2}(\lambda_1,\lambda_2) = \kappa(\lambda_1\lambda_2)^{n_s} e^{-(\lambda_1+\lambda_2)} (\lambda_1 - \lambda_2)^2 \times \sum_{n=0}^{m-2} e^{-n\lambda_2} \sum_{i,j} p_{n,i,j} \lambda_1^i \lambda_2^j, \tag{14}$$

trong đó  $\kappa = \frac{1}{\prod\limits_{i=1}^{m}(n_T-i)!(n_R-i)!}, \ m = \min\{n_T,n_R\}, \ n_s = |n_T-n_R|$  và  $p_{n,i,j}$ .

Trước tiên, ta tìm luật kết hợp của  $\delta$  và  $\Gamma$ ,  $f_{\Gamma,\beta}(\Gamma,\beta)$  và sau đó tính phân bố biên của  $z = \Gamma\delta(\beta)$ ,  $f_{\Delta,\mathbf{F}_i}(z)$ . Chú ý rằng trường hợp max-SNR, lời giải có thể được dẫn ra tương tự như trường hợp  $\mathbf{F}_1$  của max- $d_{\min}$ . Lời giải cho max- $d_{\min}$  gồm 2 trường hợp, ta xem xét từng trường hợp cụ thể trong mục tiếp theo.

#### 3.1. Trường hợp $F_1$

Hàm phân bố xác suất của lượng thông tin và xác suất thất thoát thông tin có thể suy ra từ hàm phân bố xác suất của z tại mỗi giá trị của SNR

$$f_{I,\mathbf{F}_1}(I,\mathrm{SNR}) = f_{\Delta,\mathbf{F}_1} \left( \frac{n_T}{\mathrm{SNR}} (2^I - 1) \right) \frac{n_T}{\mathrm{SNR}} 2^I \cdot \ln 2$$
 (15)

$$P_{\text{out},\mathbf{F}_1}(r,\text{SNR}) = \int_0^{g(r,\text{SNR})} f_{\Delta,\mathbf{F}_1}(u) du$$
 (16)

trong đó  $R=r\log_2(1+G\times {\rm SNR}),\ g(r,{\rm SNR})=\frac{n_T}{{\rm SNR}}(2^R-1).$  Bằng cách sử dụng luật tích phân Leibniz [17]

$$\frac{d}{d\theta} \left( \int_{a(\theta)}^{b(\theta)} f(x,\theta) dx \right) = \int_{a(\theta)}^{b(\theta)} f_{\theta}(x,\theta) dx + f\left(b(\theta),\theta\right) b'(\theta) - f(a(\theta),\theta) a'(\theta) = A_1 + A_2 + A_3$$
(17)

trong đó,  $f_{\theta}(x,\theta)$  là đạo hàm riêng phần của  $f(x,\theta)$ , đạo hàm của  $P_{\text{out}}$  được viết lại như sau  $(A_1 = 0, A_3 = 0)$ :

$$\frac{\partial P_{\text{out},\mathbf{F}_1}(r,\text{SNR})}{\partial \text{SNR}} = \frac{\partial g(r,\text{SNR})}{\partial \text{SNR}} f_{\Delta,\mathbf{F}_1}(g(r,\text{SNR})). \tag{18}$$

Mô hình max-SNR tương tự như trường hợp  $\mathbf{F}_1$ .

#### 3.2. Trường hợp $F_2$

Bằng cách đổi biến

$$a = \frac{\text{SNR}}{2\sqrt{2}n_T}z \Rightarrow I = \log_2(1 + 2\sqrt{2}a + a^2).$$

Hàm phân bố xác suất của lượng thông tin được cho bởi

$$f_{I,\mathbf{F}_2}(I, \text{SNR}) = f_a(\sqrt{1+2^I} - \sqrt{2}, \text{SNR})$$
 (19)

trong đó  $f_a(a, \text{SNR}) = f_{\Delta, \mathbf{F}_2} \left(\frac{2\sqrt{2}n_T}{\text{SNR}}a\right) \frac{2\sqrt{2}n_T}{\text{SNR}}$ . Xác suất thất thoát thông tin và đạo hàm của nó theo SNR được suy ra

$$P_{\text{out},\mathbf{F}_2}(r,\text{SNR}) = \int_0^{h(r,\text{SNR})} f_{\Delta,\mathbf{F}_2}(u) du$$
 (20)

$$\frac{\partial P_{\text{out},\mathbf{F}_2}(r,\text{SNR})}{\partial \text{SNR}} = \frac{\partial h(r,\text{SNR})}{\partial \text{SNR}} f_{\Delta,\mathbf{F}_2}(h(r,\text{SNR})). \tag{21}$$

trong đó  $h(r, SNR) = 2\sqrt{2} \frac{n_T}{SNR} \sqrt{1 + 2^R} - \sqrt{2}$ 

#### 3.3. Trường hợp $\max - d_{\min}$

Từ kết quả phân tích cho từng trường hợp  $\mathbf{F}_1$  và  $\mathbf{F}_2$ , chúng ta có thể suy ra kết quả chung cho bộ max- $d_{\min}$ . Hàm phân bố xác suất của I được trình bày như phương trình (22) và xác suất thất thoát thông tin có thể được dẫn ra

$$f_I(I, SNR) = f_I(I, SNR|\mathbf{F}_1).Pr(\mathbf{F}_1) + f_I(I, SNR|\mathbf{F}_2).Pr(\mathbf{F}_2) = f_{I,\mathbf{F}_1}(I, SNR) + f_{I,\mathbf{F}_2}(I, SNR)$$
(22)

$$P_{\text{out}}(r, \text{SNR}) = P_{\text{out}, \mathbf{F}_1}(r, \text{SNR}) + P_{\text{out}, \mathbf{F}_2}(r, \text{SNR}). \tag{23}$$

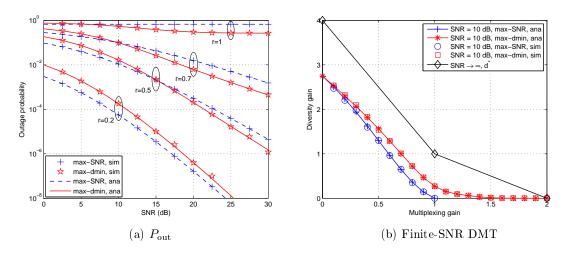
Từ phương trình (18), (21) và (23) suy ra độ lợi đa đường (10).

# 4. PHÂN TÍCH KẾT QUẢ

Bằng phương pháp mô phỏng Monte Carlo, xác suất thất thoát thông tin được trình bày trong Hình 1a cho hệ thống  $2 \times 2$  MIMO. Ta có thể thấy, các đường xác suất thất thoát thông tin nhận được từ phương trình (16) và (23) đối với max- $d_{\min}$  đã được kiểm chứng rất tốt bằng phương pháp mô phỏng Monte Carlo. Và nhờ phương pháp đạo hàm số được miêu tả bằng phương trình (24), các đường DMT mô phỏng tại SNR hữu hạn được trình bày trong Hình 1b.

$$f'(x_i) = \frac{-f(x_{i+2}) + 8f(x_{i+1}) - 8f(x_{i-1}) + f(x_{i-2})}{12h} + \frac{h^4}{30}f^{(5)}(\xi)$$
(24)

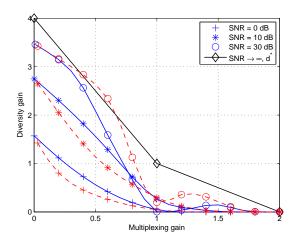
Kết quả giải tích như phương trình (10) rất gần với kết quả mô phỏng. Thêm vào đó, ta nhận thấy rằng  $\max d_{\min}$  tốt hơn  $\max SNR$  tuy nhiên độ phức tạp lại tăng lên.



Hình 1. Kết quả giải tích và mô phỏng đối với hệ thống  $2 \times 2$  MIMO cho max-SNR và max- $d_{\min}$  precoders.

Trường hợp max- $d_{\min}$ , ta lưu ý rằng nó được thiết kế cho tín hiệu  $4^k$ -QAM. Ảnh hưởng của bậc điều chế k thể hiện qua điểm chuyển dịch  $\beta_0(k)$ . Với giả thuyết tin hiệu đầu vào là Gaussian, Hình 2 so sánh DMT tại SNR hữu hạn cho max- $d_{\min}$  với  $\beta_0(1)$  (4-QAM) và với  $\beta_0(2)$  (16-QAM). Quan sát thấy rằng tại ngưỡng SNR thấp, DMT với

 $\beta_0(1)$  cao hơn DMT với  $\beta_0(2)$ ; trong khi đó, tại ngưỡng SNR cao hơn, điều ngược lại xảy ra. Điều đáng chú ý là tại một vài giá trị của r, độ lợi đa đường có thể đạt được cao hơn độ lợi tiệm cận  $d^*$  [10].

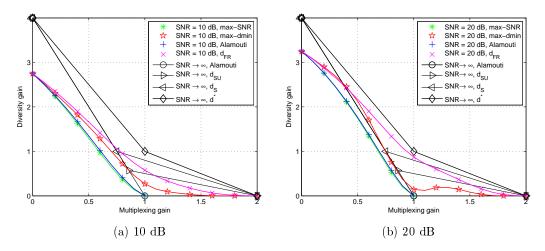


Hình 2. Đường DMT SNR hữu hạn cho tiền mã hóa max- $d_{\min}$ , hệ thống  $2 \times 2$  MIMO: 4-QAM màu xanh nét liền, 16-QAM màu đỏ nét đứt.

Hình 3 trình bày các đường DMT giải tích cho hệ thống  $2\times 2$  MIMO tại 10, 20 dB đối với max-SNR và max- $d_{\min}$  (4-QAM) và so sánh với các kết quả đã công bố

- 1. Tiệm cận DMT  $d^*$  [10],
- 2. SNR hữu hạn DMT cho Alamouti [10],
- 3. SNR hữu hạn DMT cho kênh truyền Rayleigh MIMO không tương quan  $d_{\rm FR}$  [14],
- 4. Tiệm cận DMT cho các bộ tiền mã hóa chéo,  $d_{\rm SU}$  với tốc độ phân bố đều và  $d_{\rm S}$  với tốc độ được phân bố tối ưu [11].

Các mô hình thực tế như Alamouti, max-SNR và max- $d_{\min}$  có thể đạt cùng giá trị cực đại của độ lợi đa đường khi độ lợi ghép kênh r gần không. Nói cách khác, các mô hình này tận dụng được hết tính đa đường cung cấp bởi hệ thống tại giá trị SNR hoạt động. Đường DMT tại SNR hữu hạn cho Alamouti và max-SNR cho trường hợp  $2 \times 2$  MIMO tương tự nhau. Tại giá trị r thấp, DMT tại  $20\mathrm{dB}$  (Hình  $3\mathrm{b}$ ) của max- $d_{\min}$  vượt qua đường DMT tiệm cận đối với kênh truyền Rayleigh [14]. Điều đó chứng tỏ rằng, thông tin kênh truyền nếu được khai thác có thể tăng hiệu suất của hệ thống.



Hình 3. Các đường DMT tiệm cận và SNR hữu hạn đối với hệ thống  $2 \times 2$  MIMO cho các mô hình khác nhau.

# 5. KẾT LUẬN

Bài báo này tập trung vào đánh giá hiệu suất của các mô hình tiền mã hóa MIMO như max-SNR và max- $d_{\min}$ . Trong đó, thông tin kênh truyền được khai thác ở cả phát và thu của kênh truyền. Xác suất dừng được đưa ra dưới dạng giải tích bằng cách xem xét DMT tại SNR hữu hạn, một công cụ lý thuyết để phân tích hiệu suất theo SNR, được mở rộng phân tích cho max-SNR và max- $d_{\min}$ . Kết quả giải tích chỉ ra rằng khi thông tin kênh truyền được khai thác tại bộ phát, DMT có thể vượt DMT tiệm cận khi SNR tăng. Phương pháp trên có thể áp dụng cho các mô hình MIMO tiền mã hóa khác. Hiện nay, nhiều nghiên cứu nhắm tới thiết kế bộ truyền phát trong đó tín hiệu hữu hạn alphabet được sử dụng. Tương lai, khái niệm DMT nên được mở rộng cho các mô hình thực tế.

#### TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] S. Alamouti, "A simple transmit diversity technique for wireless communications," Selected Areas in Communications, IEEE Journal on, vol. 16, no. 8, pp. 1451–1458, 1998.
- [2] V. Tarokh, H. Jafarkhani, and A. Calderbank, "Space-time block codes from orthogonal designs," *Information Theory, IEEE Transactions on*, vol. 45, no. 5, pp. 1456–1467, 1999.
- [3] P. Wolniansky, G. Foschini, G. Golden, and R. Valenzuela, "V-BLAST: an architecture for realizing very high data rates over the rich-scattering wireless channel," in *Proc. 1998 IEEE Int. Symp. on Signals, Syst. and Electronics*, pp. 295–300.
- [4] E. Telatar, "Capacity of multi-antenna gaussian channels," European transactions on telecommunications, vol. 10, no. 6, pp. 585–595, 1999.
- [5] H. Sampath, P. Stoica, and A. Paulraj, "Generalized linear precoder and decoder design for mimo channels using the weighted mmse criterion," *Communications, IEEE Transactions on*, vol. 49, no. 12, pp. 2198–2206, 2001.

- [6] P. Stoica and G. Ganesan, "Maximum-snr spatial-temporal formatting designs for mimo channels," *Signal Processing*, *IEEE Transactions on*, vol. 50, no. 12, pp. 3036–3042, 2002.
- [7] D. Palomar, J. Cioffi, and M.-A. Lagunas, "Joint tx-rx beamforming design for multicarrier mimo channels: A unified framework for convex optimization," *Signal Processing*, *IEEE Transactions on*, vol. 51, no. 9, pp. 2381–2401, 2003.
- [8] L. Collin, O. Berder, P. Rostaing, and G. Burel, "Optimal minimum distance-based precoder for mimo spatial multiplexing systems," *Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 52, no. 3, pp. 617–627, 2004.
- [9] Q. Ngo, O. Berder, and P. Scalart, "Minimum euclidean distance based precoders for mimo systems using rectangular qam modulations," Signal Processing, IEEE Transactions on, vol. 60, no. 3, pp. 1527–1533, 2012.
- [10] L. Zheng and D. N. Tse, "Diversity and multiplexing: a fundamental tradeoff in multiple-antenna channels," *Information Theory, IEEE Transactions on*, vol. 49, no. 5, pp. 1073–1096, 2003.
- [11] L. Garcia-Ordóñez, J. R. Fonollosa, et al., "Diversity and multiplexing tradeoff of spatial multiplexing mimo systems with csi," Information Theory, IEEE Transactions on, vol. 54, no. 7, pp. 2959–2975, 2008.
- [12] R. Narasimhan, A. Ekbal, and J. Cioffi, "Finite-SNR diversity-multiplexing tradeoff of space-time codes," in *Proc. IEEE ICC*, vol. 1, pp. 458–462 Vol. 1, May 2005.
- [13] R. Narasimhan, "Finite-snr diversity performance of rate-adaptive mimo systems," in *Global Telecommunications Conference*, 2005. GLOBECOM'05. IEEE, vol. 3, pp. 5-pp, IEEE, 2005.
- [14] A. El Falou, W. Hamouda, C. Langlais, C. A. Nour, and C. Douillard, "Finite-snr diversity-multiplexing tradeoff for rayleigh mimo channels," *Communications Letters*, *IEEE*, vol. 17, no. 4, pp. 753–756, 2013.
- [15] A. Zanella, M. Chiani, and M. Z. Win, "On the marginal distribution of the eigenvalues of wishart matrices," *Communications, IEEE Transactions on*, vol. 57, no. 4, pp. 1050–1060, 2009.
- [16] O. Oyedapo, B. Vrigneau, R. Vauzelle, et al., "Probabilité de la distance minimale pour un système MIMO précodé," in Colloque GRETSI, 2013.
- [17] A. Papoulis and S. Pillai, *Probability, random variables, and stochastic processes*. Tata McGraw-Hill Education, 2002.

# SURVEY OF MULTIPLE INPUT MULTIPLE OUTPUT PRECODING SYSTEM PERFORMANCE $\max$ - $d_{\min}$

**Abstract.** Linear closed-loop precoding technique employs the channel state information (CSI) at both side of the link to optimize various criteria such as maximizing the output signal-to-noise ratios (max-SNR), maximizing the minimum Euclidean distance between two symbol vectors at receiver (max- $d_{\min}$ ). In this paper, the outage probability and diversity-multiplexing trade-off (DMT) are investigated at operational SNR when CSI is exploited at transmitter for precoders with data dual-streams.

 $Keywords:\ MIMO\ precoding,\ outage\ probability,\ finite-SNR,\ diversity-multiplexing\ trade-off.$