

# ĐIỀU KHIỂN TỐI ƯU LQR CHO HỆ THỐNG TREO BÁN CHỦ ĐỘNG VỚI MÔ HÌNH NỬA XE

*Trương Công Minh*

*Trường Đại học Quảng Bình*

*Nguyễn Lê Hòa*

*Trường Đại học Bách khoa, Đại học Đà Nẵng*

**Tóm tắt.** Hiện nay, nghiên cứu và ứng dụng của hệ thống treo bán chủ động là đề tài được nhiều nhà nghiên cứu, nhiều hãng ô tô chú trọng phát triển. Nhiều bộ điều khiển cho hệ thống treo bán chủ động đã được phát triển như bộ điều khiển Skyhook, bộ điều khiển thích nghi, bộ điều khiển bền vững, bộ điều khiển mờ. Tuy nhiên luôn có sự xung đột giữa hai chỉ tiêu chất lượng (sự thoải mái và độ bám đường). Nhằm thiết kế được một bộ điều khiển thỏa mãn đồng thời hai chỉ tiêu chất lượng, chúng tôi thiết kế bộ điều khiển tối ưu LQR cho hệ thống treo bán chủ động. Bài báo trình bày kết quả nghiên cứu vấn đề này đối với mô hình nửa xe.

**Từ khóa:** mô hình một phần hai xe, sự thoải mái, độ bám đường, điều khiển tối ưu, hệ thống treo bán chủ động

## 1. GIỚI THIỆU

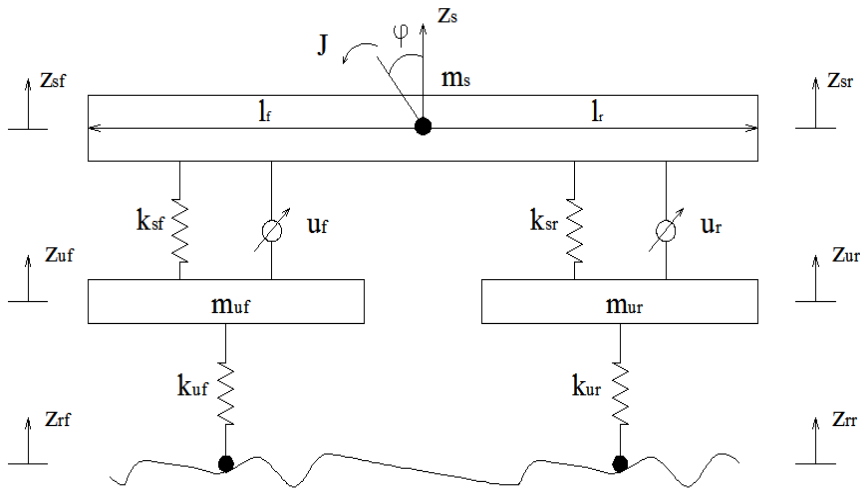
Hệ thống treo trên ô tô bao gồm phần tử đàn hồi, phần tử cản, nhíp, thanh ổn định, được sử dụng để kết nối giữa khung xe và bánh xe. Hệ thống treo có hai chức năng. Chức năng thứ nhất là cách ly dao động của mặt đường với khung xe, được đánh giá qua chỉ tiêu sự thoải mái (drive comfort). Chức năng thứ hai là duy trì khả năng bám đường của xe, tăng độ ổn định, an toàn khi xe đi trên các điều kiện địa hình khác nhau và được đánh giá qua chỉ tiêu độ bám đường (road holding). Hiện nay, hệ thống treo được ứng dụng rộng rãi trong nhiều ngành công nghiệp sản xuất khác nhau. Ngành công nghiệp sản xuất ô tô trong nước đang trong giai đoạn phát triển bước đầu, các nghiên cứu về hệ thống treo đang hạn chế. Do vậy, cần phải có nhiều hơn các công trình nghiên cứu nhằm nâng cao chất lượng hệ thống treo, góp phần thúc đẩy ngành công nghiệp ô tô trong nước ngày một phát triển. Trên thế giới, hệ thống treo đã và đang được nghiên cứu, ứng dụng rất rộng rãi. Mô hình hệ thống treo thường được sử dụng để nghiên cứu có mô hình một phần tư xe [4-7,11], mô hình nửa xe [8-10,12,13], mô hình toàn bộ xe [14-15]. Xét đến khả năng điều khiển của hệ thống treo thì có hệ thống treo thụ động (passive), hệ thống treo bán chủ động (semi-active) và hệ thống treo chủ động (active). Hệ thống treo thụ động có cấu tạo đơn giản, giá thành thấp nhưng lại không có khả năng điều khiển khi xe đi trên các điều kiện địa hình khác nhau. Hệ thống treo chủ động là các hệ thống treo điều khiển được hoàn toàn, luôn thay đổi thông số của hệ thống nhằm đáp ứng chỉ tiêu chất lượng nhưng hệ thống treo này lại có giá thành cao, tiêu tốn nhiều năng lượng nên hệ thống treo chủ động chủ yếu được ứng dụng cho các dòng xe cao

cấp, đắt tiền. Hệ thống treo bán chủ động hiện nay đang được quan tâm, đầu tư [6,7,8-11,14] vì ưu điểm cấu tạo đơn giản, có khả năng điều khiển được, giá thành thấp và đáp ứng được các chỉ tiêu chất lượng. Đối với hệ thống treo bán chủ động thì có nhiều chiến lược điều khiển được đưa ra nhằm nâng cao các chỉ tiêu chất lượng. Chiến lược điều khiển chỉ có thể là nâng cao chỉ tiêu độ bám đường hoặc là nâng cao sự thoải mái. Vì vậy, nhằm nâng cao đồng thời cả hai chỉ tiêu sự thoải mái và độ bám đường, chúng tôi nghiên cứu xây dựng một bộ điều khiển tối ưu LQR cho hệ thống treo bán chủ động mô hình nửa xe.

Bài báo này sẽ được trình bày trong 5 phần: 1. Giới thiệu; 2. Xây dựng mô hình hệ thống treo nửa xe; 3. Thiết kế bộ điều khiển tối ưu; 4. Mô phỏng và thảo luận; cuối cùng là Kết luận.

## 2. XÂY DỰNG MÔ HÌNH HỆ THỐNG TREO NỬA XE

### 2.1. Mô hình hệ thống treo nửa xe



**Hình 1.** Hệ thống treo bán chủ động nửa xe

Mô hình hệ thống treo nửa xe cơ bản được minh họa như Hình 1. Trong đó  $m_s$  là khối lượng được treo,  $m_{uf}$  là khối lượng không được treo bên phải,  $m_{ur}$  là khối lượng không được treo bên trái,  $k_{sf}$  là hằng số lò xo treo bên phải,  $k_{sr}$  là hằng số lò xo treo bên trái,  $k_{uf}$  là hằng số lốp bên phải,  $k_{ur}$  là hằng số lốp bên trái. Đặt  $z_s$ ,  $z_{uf}$ ,  $z_{ur}$ ,  $z_{rf}$ ,  $z_{rr}$  là độ dịch chuyển theo phương thẳng đứng của khối lượng được treo, khối lượng không được treo bên phải, bên trái, độ nhấp nhô mặt đường bên phải, bên trái. Phương trình vi phân mô tả hệ thống như sau:

$$m_s \ddot{z}_s = -k_{sf}(z_s - l_f \varphi - z_{uf}) - k_{sr}(z_s + l_r \varphi - z_{ur}) - u_f - u_r \quad (1)$$

$$J \ddot{\varphi} = l_f k_{sf}(z_s - l_f \varphi - z_{uf}) - l_r k_{sr}(z_s + l_r \varphi - z_{ur}) + l_f u_f - l_r u_r \quad (2)$$

$$m_{uf} \ddot{z}_{uf} = k_{sf}(z_s - l_f \varphi - z_{uf}) - k_{uf}(z_{uf} - z_{rf}) + u_f \quad (3)$$

$$m_{ur}\ddot{z}_{ur} = k_{sr}(z_s + l_r\varphi - z_{ur}) - k_{ur}(z_{ur} - z_{rr}) + u_r \quad (4)$$

trong đó  $u_f$ ,  $u_r$  là lực điều khiển. Với hệ thống treo thụ động thì lực của bộ điều khiển được tính theo công thức  $u_f = c_{sf}(\dot{z}_s - l_f\dot{\varphi} - \dot{z}_{uf})$ ,  $u_r = c_{sr}(\dot{z}_s - l_r\dot{\varphi} - \dot{z}_{ur})$  trong đó  $c_{sf}$ ,  $c_{sr}$  là hệ số bộ giảm chấn thụ động bên phải và bên trái của hệ thống treo.

Bằng cách đặt các biến trạng thái  $x_1 = \dot{z}_s$ ,  $x_2 = \dot{\varphi}$ ,  $x_3 = \dot{z}_{uf}$ ,  $x_4 = \dot{z}_{ur}$ ,  $x_5 = (z_s - l_f\varphi - z_{uf})$ ,  $x_6 = (z_s + l_r\varphi - z_{ur})$ ,  $x_7 = (z_{uf} - z_{rf})$ ,  $x_8 = (z_{ur} - z_{rr})$  thì hệ phương trình (1), (2), (3), (4) được viết lại thành phương trình trạng thái:

$$\dot{x} = Ax + Bu + Cw \quad (5)$$

trong đó  $x = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_8]^T$  là biến trạng thái,  $u = [u_f \ u_r]^T$  là tín hiệu điều khiển và  $w = [\dot{z}_{rf} \ \dot{z}_{rr}]^T$  là vận tốc dịch chuyển theo phương thẳng đứng của sự thay đổi bề mặt đường trên các điều kiện địa hình khác nhau. Ma trận A, B, C được cho bởi:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{k_{sf}}{m_s} & -\frac{k_{sr}}{m_s} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{l_f k_{sf}}{J} & -\frac{l_r k_{sr}}{J} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{k_{sf}}{m_{uf}} & 0 & -\frac{k_{uf}}{m_{uf}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{k_{sr}}{m_{ur}} & 0 & -\frac{k_{ur}}{m_{ur}} \\ 1 & -l_f & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & l_r & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -\frac{1}{m_s} & -\frac{1}{m_s} \\ \frac{l_f}{J} & -\frac{l_r}{J} \\ \frac{1}{m_{uf}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{m_{ur}} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

## 2.2. Mô tả toán học mặt đường

Mô hình về mặt đường đã được đề xuất bởi các công trình [8,9,11,12]. Trong nghiên cứu này, chúng tôi sử dụng lại mô hình mặt đường theo mật độ phổ công suất (PSD) theo công thức [11]:

$$S_r(\omega) = \frac{\sigma^2}{\pi} \frac{aV}{\omega^2 + (aV)^2}, \quad (6)$$

trong đó  $\sigma^2$  là phương sai độ biến thiên của mặt đường, V là vận tốc của xe và thường là hằng số,  $\omega$  là tần số dao động của khung xe do sự thay đổi của bề mặt đường và a là hệ số nhấp nhô của mặt đường phụ thuộc vào các loại địa hình khác nhau.

Mô hình mặt đường cho theo công thức (6) có thể được xem như là tín hiệu ra của bộ lọc tuyến tính bậc một cho nhiều vào là nhiều trắng thể hiện theo:

$$\dot{z}_r(t) + aVz_r(t) = n(t) \quad (7)$$

trong đó  $n(t)$  là nhiễu đầu vào và được xem như là nhiễu trắng Gaussian biểu diễn qua hàm hiệp phương sai  $E\{n(t)n^T(t+\tau)\} = 2\sigma^2 aV\delta(t)$ , với  $\delta(\cdot)$  là hàm xung dirac.

### 3. THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN TỐI ƯU

#### 3.1. Chiến lược điều khiển

Hai chỉ tiêu quan trọng của hệ thống treo là sự thoải mái và độ bám mặt đường [4,15]. Chỉ tiêu sự thoải mái được thể hiện thông qua thông số gia tốc dao động của khung xe mà cụ thể là  $\ddot{z}_s$ . Chỉ tiêu độ bám đường thể hiện qua độ dịch chuyển tuyệt đối của lốp xe so với mặt đường  $z_{uf} - z_{rf}$  hoặc  $z_{ur} - z_{rr}$ . Nâng cao chỉ tiêu độ thoải mái và khả năng bám đường chính là làm giảm gia tốc dao động của khung xe và độ dịch chuyển tuyệt đối của xe.

#### 3.2. Bộ điều khiển tối ưu

Dựa trên lý thuyết điều khiển LQR, lực điều khiển  $u$  ở (1), (2), (2), (4) là một phương pháp giúp nâng cao chỉ tiêu sự thoải mái và độ bám đường bằng cách thay đổi tín hiệu điều khiển  $u$  khi xe đi trên các điều kiện địa hình khác nhau. Vì vậy, cần tính toán lựa chọn được một giá trị tối ưu của tín hiệu điều khiển  $u$  nhằm mang lại hiệu quả cho cả hai chỉ tiêu trên. Với giả thiết là các biến trạng thái có thể quan sát được, đo được, ta xây dựng hàm mục tiêu  $J$  như sau [1,2]:

$$J_1 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} E \left\{ \int_0^T \ddot{z}_s^2 dt \right\} \quad (8)$$

$$J_2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} E \left\{ \int_0^T (z_{uf} - z_{rf})^2 dt \right\} \quad (9)$$

$$J_3 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} E \left\{ \int_0^T (z_{ur} - z_{rr})^2 dt \right\} \quad (10)$$

$$J_4 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} E \left\{ \int_0^T u_f^2 dt \right\} \quad (11)$$

$$J_5 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} E \left\{ \int_0^T u_r^2 dt \right\} \quad (12)$$

trong đó  $E\{\cdot\}$  là kỳ vọng toán học. Tổng các hàm mục tiêu được viết lại là:

$$J = \alpha_1 J_1 + \alpha_2 J_2 + \alpha_3 J_3 + r_1 J_4 + r_2 J_5 \quad (13)$$

với  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  là các hệ số trọng số, các hệ số này được chọn theo sự ưu tiên chỉ tiêu sự thoải mái khi đi xe là quan trọng hơn so với chỉ tiêu độ bám đường và theo tham khảo [7]. Các hệ số  $r_1, r_2$  là các trọng số của tín hiệu vào điều khiển.

Định nghĩa các biến đầu ra mà ta đo được là  $y_p$ , ta có biểu diễn của  $y_p$  qua các biến trạng thái của hệ thống là:

$$y_p = \begin{bmatrix} \ddot{z}_s & z_{uf} - z_{rf} & z_{ur} - z_{rr} \end{bmatrix}^T = Ex + Fu \quad (14)$$

trong đó:

$$E = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{k_{sf}}{m_s} & -\frac{k_{sr}}{m_s} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} \frac{-1}{m_s} & \frac{-1}{m_s} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Hàm mục tiêu  $J$  ở (13) được viết lại thành:

$$J = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} E \left\{ \int_0^T (y_o^T W y_o + u^T R_u) dt \right\} \quad (15)$$

trong đó  $W = \text{diag}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ ;  $R = \text{diag}(r_1, r_2)$ . Thay (14) vào (15) ta biến đổi hàm mục tiêu (15) theo ma trận biến trạng thái và tín hiệu điều khiển  $u$  như sau:

$$J = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} E \left\{ \int_0^T (x^T G_1 x + 2x^T G_2 u + u^T R_{lqr} u) dt \right\} \quad (16)$$

trong đó:  $G_1 = E^T W E$ ,  $G_2 = E^T W F$ ,  $R_{lqr} = F^T W F + R_u$ . Từ (16) và sử dụng hàm Hamilton tính được tín hiệu điều khiển  $u$  bằng phản hồi âm trạng thái được cho bởi công thức (17) như sau:

$$u = R_{lqr}^{-1} (G_2^T + B^T P) x = Kx \quad (17)$$

với  $K = -R_{lqr}^{-1} (G_2^T + B^T P)$  và  $P$  là nghiệm của phương trình vi phân Riccati (việc chứng minh phương trình vi phân Riccati theo [1,2]):

$$P \bar{A} + \bar{A}^T P - P B R_{lqr}^{-1} B^T P + \bar{G} = 0 \quad (18)$$

với  $\bar{A} = A - B R_{lqr}^{-1} G_2^T$ ,  $\bar{G} = G_1 - G_2 R_{lqr}^{-1} G_2^T$ .

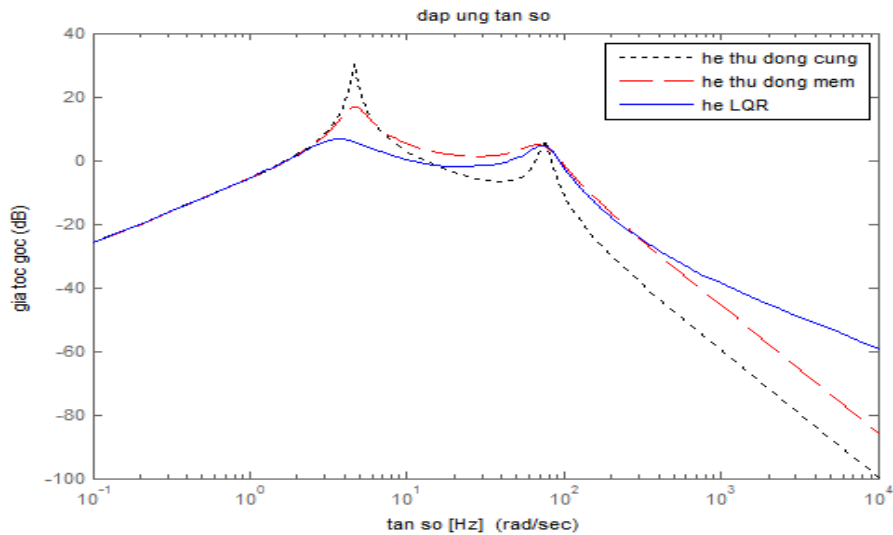
#### 4. MÔ PHỎNG VÀ THẢO LUẬN

Áp dụng phần mềm Matlab [3] để mô phỏng hệ thống thụ động (thể hiện qua các đường đồ thị màu đỏ và đen) và mô phỏng hệ thống khi đã có bộ điều khiển (đường đồ thị màu xanh) với thông số của hệ thống treo bán chủ động được sử dụng trong nghiên cứu này là  $m_s = 1515$  (kg),  $m_{uf} = 36$  (kg),  $m_{ur} = 36$  (kg),  $k_{sf} = 17650$  (N/m),  $k_{sr} = 17650$  (N/m),

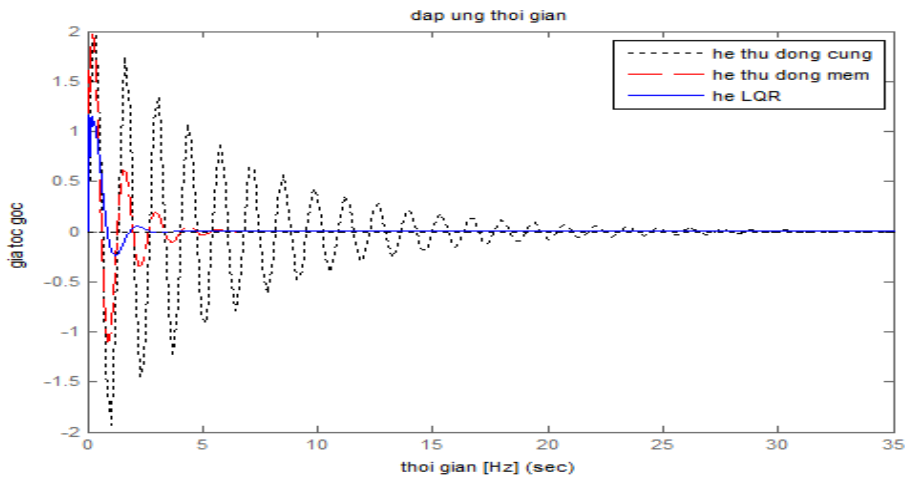
$k_{uf}=190000(N/m)$ ,  $k_{ur}=190000(N/m)$ ,  $l_f=1,2 (m)$ ,  $l_r=1,2 (m)$ ,  $J=2590 (kg.m^2)$ ,  $w_1=10$ ,  $w_2=10^5$ ,  $r_1=10^{-5}$ ,  $r_2=10^{-5}$ , chúng ta tính được ma trận phản hồi trạng thái:

$$K = 10^4 \begin{bmatrix} 0.2778 & -0.2077 & -0.1081 & -0.0014 & -0.3292 & -0.3292 & -1.7256 & 0.0682 \\ 0.2778 & 0.2077 & -0.0014 & -0.1081 & -0.3292 & -0.3292 & 0.0682 & -1.7256 \end{bmatrix}$$

Dựa trên kết quả mô phỏng trong miền tần số như Hình 2, thì ở điểm cộng hưởng thứ nhất, hệ thống bán chủ động điều khiển tối ưu LQR đạt được sự lan truyền dao động thấp hơn so với hệ thống thụ động. Do đó hệ thống đạt được hiệu suất tốt hơn, tạo cảm giác khi đi xe thoải mái, êm dịu hơn. Với điểm cộng hưởng thứ 2 thì hệ thống thụ động và hệ thống bán chủ động có giá trị cộng hưởng gần nhau nên hệ thống treo bán chủ động không cải thiện được độ bám đường so với hệ thống thụ động.



**Hình 2.** Đáp ứng tần số.



**Hình 3.** Đáp ứng thời gian.

Mô phỏng trong miền thời gian như Hình 3, ta thấy hệ thống thụ động có hệ số bộ giảm chấn lớn hay nhỏ đều cho kết quả là hệ thống dao động nhiều hơn, độ quá điều

chính lớn hơn so với hệ thống bán chủ động điều khiển tối ưu LQR. Do đó, hệ thống bán chủ động điều khiển tối ưu LQR đã cải thiện được các chỉ tiêu về độ bám đường và sự thoải mái khi đi xe. Như vậy, hệ thống treo bán chủ động với bộ điều khiển tối ưu LQR đã mang lại chất lượng tốt hơn so với hệ thống treo thụ động.

## 5. KẾT LUẬN

Trên cơ sở nghiên cứu mô hình nửa xe, chúng tôi đã xây dựng được bộ điều khiển tối ưu LQR nhằm nâng cao chất lượng của hệ thống treo. Kết quả nghiên cứu việc mô phỏng đặc tính trong miền thời gian, trong miền tần số của gia tốc dao động và độ dịch chuyển tuyệt đối. Tuy nhiên, do giả thiết các trạng thái của hệ thống là đo được nên chưa thể đánh giá được sự phụ thuộc của các chỉ tiêu chất lượng vào tốc độ di chuyển của xe, do đó kết quả mới chỉ dừng ở việc mô phỏng bằng phần mềm. Hướng nghiên cứu tiếp tục là thiết kế bộ quan sát trạng thái, xây dựng được quan hệ giữa chỉ tiêu chất lượng và tốc độ di chuyển của xe.

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Nguyễn Doãn Phước, (2009), *Lý thuyết điều khiển tuyến tính*, Nxb Khoa học và Kỹ thuật, Hà Nội.
- [2] Nguyễn Doãn Phước, (2012), *Phân tích và điều khiển hệ phi tuyến*, Nxb Khoa học và Kỹ thuật, Hà Nội.
- [3] Nguyễn Phùng Quang, (2004), *Matlab&Simulink*, Nxb Khoa học và Kỹ thuật, Hà Nội.
- [4] Po-Chang Cheng, An-Chyau Huang (2005), “*Adaptive Sliding Control Of Non-Autonomous Active Suspension System With Time\_Varying Loadings*”, Journal of Sound and Vibration, (282), pp.1119-1135.
- [5] Faraz Ahmed Ansari, RajShree Taparia (2013), “*Modeling, Analysis And Control Of Active Suspension System Using Sliding Mode Control And Disturbance Observer*”, International Journal of Scientific and Research Publications, 3(1), pp.1-5.
- [6] Juntao Fei, Mingyuan Xin (2012), “*Robust Adaptive Sliding Mode Controller for Semi-active Vehicle Suspension System*”, International Journal of Innovative Computing, Information and Control, 8(1B), pp.691-700.
- [7] Le Hoa Nguyen, Seonghun Park, Arjon Turnip, Keum-Shik Hong (2009), “*Application of LQR Control Theory to the Design of Modified Skyhook Control Gains for Semi-active Suspension System*”, ICROS-SICE International Joint Conference, pp.4698-4703.
- [8] R.S. Prabakar, C. Sujatha, S. Narayanan, (2009), “*Optimal Semi-active Preview Control Response of a Half Car Vehicle Model with Magnetorheological Damper*”, Journal of Sound and Vibration, 326, pp.400-420.
- [9] L.V.V. Gopalarao, S. Narayanan, (2009), “*Preview Control of Random Response of a Half-Car Vehicle Model Traversing Rough Road*”, Journal of Mechanical Science and Technology, 27(5), pp.1225-1231.

- [10] K.Kamalakkannan, A. Elayaperumal, SathyaprasadManaglamam, (2013), “*Input Avanced Control of Semi Active Half Car Heave Model*”, Jounal of Mechanical Sicience and Technology, 27(5), pp.1225-1231.
- [11] L.V.V. Gopalarao, S. Narayanan, (2009), “*Kyhook Control of Nonlinear Quarter Car Model Traversing Rough Road Maching Performance of LQR Control*”, Jounal of Mechanical Sicience and Technology, 27(5), pp.1225-1231.
- [12] Javad Marzbanrad, Goodarz Ahmadi, Hassan Zohoor, Yousef Hojjat, (2004), “*Stochastic Optimal Preview Control of a Vehicle Suspension*”, Jounal of Sound and Vibration, 275, pp.973-990.
- [13] Jingyue Wang, Haotian Wang, Lixin Guo (2013), “*Simulation For Vehicle Active Suspension Control Based On Diffenrent Feedback Parameters*”, Journal of Theoretical and Applied Information Technology, 47(3), pp.1008-1014.
- [14] Jianfeng Wang, Chuanxue Song (2013), “*Computer Simulatioan on Fuzzy Control of Semi-active Suspension System Based on the Whole Vehicle*”, International Journal of Multimedia and Ubiquitous Engineering, 8(6), pp.217-228.
- [15] Rae-Kwan, Kim-Shik Hong (2007), “*Skyhook Control Using a Full-Vehicle Model and Four Relative Displacement Sensors*”, International Conference on Coltrol, Automation and System, pp.268-272.

## OPTIMAL LQR CONTROL SEMI-ACTIVE SUSPENSION SYSTEM WITH HALF CAR MODEL

**Abstract.** *Currently, the research and application of semi-active suspension system is conducted by many researchers and attracts many automakers attention on development. Many controllers for semi-active suspension system were given as adaptive controller, robust controller, fuzzy controller, optimal controller. However, there is always a conflict between two quality criteria (drive comfort and road holding). Therefore, in order to design a controller simultaneously satisfy two quality criteria, the idea of designing optimal control for semi-active suspension system of half car model is studied and discussed in the text of this articel.*

**Keywords:** *half car model, optimal control, drive comfort, road holding, semi-active suspension system.*