

PHÉP ĐỐI XỨNG TÂM

A – LÝ THUYẾT TÓM TẮT

1. Định nghĩa.

Cho điểm I . Phép biến hình biến điểm I thành chính nó và biến mỗi điểm M khác I thành điểm M' sao cho I là trung điểm của MM' được gọi là phép đối xứng tâm I .

Phép đối xứng tâm I được kí hiệu là \mathcal{D}_I .

$$\text{Vậy } \mathcal{D}_I(M) = M' \Leftrightarrow \overrightarrow{IM} + \overrightarrow{IM'} = \vec{0}$$

Nếu $\mathcal{D}_I((H)) = (H)$ thì I được gọi là tâm đối xứng của hình (H) .

2. Tính chất phép đối xứng tâm.

- Bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì.
- Biến một đường thẳng thành đường thẳng.
- Biến một đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng đoạn đã cho.
- Biến một tam giác thành tam giác bằng tam giác đã cho.
- Biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.

3. Biểu thức tọa độ của phép đối xứng tâm.

Trong mặt phẳng Oxy cho $I(a; b)$, $M(x; y)$, gọi $M'(x'; y')$ là ảnh của M qua phép đối xứng tâm I

$$\text{thì } \begin{cases} x' = 2a - x \\ y' = 2b - y \end{cases}$$

B – BÀI TẬP

DẠNG 1: ÁP DỤNG ĐỊNH NGHĨA VÀ CÁC TÍNH CHẤT PHÉP ĐX TÂM

Câu 1: Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

- A. Phép đối xứng tâm không có điểm nào biến thành chính nó.
- B. Phép đối xứng tâm có đúng một điểm biến thành chính nó.
- C. Có phép đối xứng tâm có hai điểm biến thành chính nó.
- D. Có phép đối xứng tâm có vô số điểm biến thành chính nó.

Câu 2: Hình nào sau đây không có tâm đối xứng?

- A. Hình vuông.
- B. Hình tròn.
- C. Hình tam giác đều.
- D. Hình thoi.

Câu 3: Một hình (H) có tâm đối xứng khi và chỉ khi:

- A. Tồn tại một phép đối xứng tâm biến hình (H) thành chính nó.
- B. Tồn tại một phép đối xứng trục biến hình (H) thành chính nó.
- C. Hình (H) là hình bình hành
- D. Tồn tại một phép biến hình biến (H) thành chính nó.

Câu 4: Cho tam giác ABC không cân. M, N là trung điểm của AB, AC . O là trung điểm của MN . A' đối xứng của A qua O . Tìm mệnh đề sai:

- A. $AMA'N$ là hình bình hành
- B. $BMNA'$ là hình bình hành
- C. B, C đối xứng nhau qua A'
- D. $BMNA'$ là hình thoi

Câu 5: Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

- A. Phép đối xứng tâm bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì.

- B. Nếu $IM' = IM$ thì $D_I(M) = M'$.
- C. Phép đối xứng tâm biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng nó.
- D. Phép đối xứng tâm biến tam giác bằng nó.
- Câu 6:** Hình nào sau đây có tâm đối xứng:
- A. Hình thang. B. Hình tròn. C. Parabol. D. Tam giác bất kì.
- Câu 7:** Khẳng định nào sau đây **đúng** về phép đối xứng tâm:
- A. Nếu $OM = OM'$ thì M' là ảnh của M qua phép đối xứng tâm O .
- B. Nếu $\overrightarrow{OM} = -\overrightarrow{OM'}$ thì M' là ảnh của M qua phép đối xứng tâm O .
- C. Phép quay là phép đối xứng tâm.
- D. Phép đối xứng tâm không phải là một phép quay.
- Câu 8:** Hình nào sau đây có tâm đối xứng (một hình là một chữ cái in hoa):
- A. Q. B. P. C. N. D. E.
- Câu 9:** Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau:
- A. Phép đối xứng tâm bảo toàn khoảng cách giữa 2 điểm bất kì.
- B. Nếu $IM' = IM$ thì $D_I(M) = M'$
- C. Phép đối xứng tâm biến đường thẳng thành đường thẳng song song hay trùng với đường thẳng đã cho.
- D. Phép đối xứng tâm biến tam giác thành tam giác bằng tam giác đã cho.
- Câu 10:** Cho góc xOy và điểm M nằm bên trong góc. C. Dựng đường thẳng qua M và cắt Ox, Oy tại A, B sao cho $MA = MB$. Khi đó :
- A. AB vuông góc OM
- B. AB qua M và tam giác OAB cân tại A
- C. AB qua M và tam giác OAB cân tại B
- D. Dựng đường thẳng Δ là ảnh Ox qua D_M . Δ cắt Oy tại B. BM cắt Ox tại A.
- Câu 11:** Cho 2 đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại A. Dựng đường thẳng d qua A cắt (O) và (O') lần lượt tại B và C sao cho $AB = AC$
- A. d qua A và song song với OO'
- B. B là giao điểm của (O) và (O'') với $(O'') = D_A(O')$. AB cắt (O') tại C.
- C. d qua AO
- D. d qua AO'
- Câu 12:** Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O. Trên AB, CD lấy E, F sao cho $AE = CE$, E không là trung điểm của AB . Gọi I, J lần lượt là giao điểm của AF và DE, BF và CE. Tìm mệnh đề sai:
- A. E, F đối xứng nhau qua O
- B. I, J đối xứng nhau qua O
- C. $\triangle OAE = \triangle OCF$
- D. AF, CE chia BD thành 3 phần bằng nhau
- Câu 13:** Cho hình bình hành $ABCD$, $ABCD$ không là hình thoi. Trên đường chéo BD lấy 2 điểm M, N sao cho $BM = MN = ND$. Gọi P, Q là giao điểm của AN và CD; CM và AB. Tìm mệnh đề sai:
- A. P và Q đối xứng qua O
- B. M và N đối xứng qua O
- C. M là trọng tâm tam giác ABC
- D. M là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC
- Câu 14:** B_1 là điểm đối xứng của B qua M. Chọn câu sai:
- A. Tam giác ABC cân B. $\widehat{MB_1C} = 30^\circ$
- C. $AB_1 // BC$ D. $ABCB_1$ là hình thoi

Câu 15: Cho 2 đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại A. Qua A dựng đường thẳng (d) cắt (O) và (O') tại M và N sao cho $AM=AN$. Chọn câu đúng :

A. OA cắt (O) ; (O') tại M, N.

B. Dựng tam giác $OO'N$ đều, NA cắt (O) tại M.

C. Kẻ $OM \parallel O'A$, $M \in (O)$; MA cắt (O') tại N

D. Trên OA kéo dài về phía A, lấy $IA=OA$. Đường tròn (I) , bán kính bằng bán kính (O) cắt (O') tại N.

Câu 16: Hình gồm hai đường tròn phân biệt có cùng bán kính có bao nhiêu tâm đối xứng?

A. Không có.

B. Một.

C. Hai.

D. Vô số.

DẠNG 2: PHƯƠNG PHÁP TOẠ ĐỘ

Câu 1: Ảnh của điểm $M(3; -1)$ qua phép đối xứng tâm $I(1; 2)$ là:

- A. $(2; 1)$. B. $(-1; 5)$. C. $(-1; 3)$. D. $(5; -4)$.

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: x = 2$. Trong các đường thẳng sau đường thẳng nào là ảnh của d qua phép đối xứng tâm O ?

- A. $x = -2$. B. $y = 2$. C. $x = 2$. D. $y = -2$.

Câu 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: x - y + 4 = 0$. Hỏi trong các đường thẳng sau đường thẳng nào có thể biến thành d qua một phép đối xứng tâm?

- A. $2x + y - 4 = 0$. B. $x + y - 1 = 0$.
C. $2x - 2y + 1 = 0$. D. $2x + 2y - 3 = 0$.

Câu 4: Cho điểm $I(1; 1)$ và đường thẳng $d: x + 2y + 3 = 0$. Tìm ảnh của d qua phép đối xứng tâm I .

- A. $d': x + y - 3 = 0$ B. $d': x + 2y - 7 = 0$
C. $d': 2x + 2y - 3 = 0$ D. $d': x + 2y - 3 = 0$

Câu 5: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $I(a; b)$. Nếu phép đối xứng tâm I biến điểm $M(x; y)$ thành $M'(x'; y')$ thì ta có biểu thức:

- A. $\begin{cases} x' = a + x \\ y' = b + y \end{cases}$. B. $\begin{cases} x' = 2a - x \\ y' = 2b - y \end{cases}$.
C. $\begin{cases} x' = a - x \\ y' = b - y \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 2x' - a \\ y = 2y' - b \end{cases}$.

Câu 6: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho phép đối xứng tâm $I(1; 2)$ biến điểm $M(x; y)$ thành $M'(x'; y')$. Khi đó

- A. $\begin{cases} x' = -x + 2 \\ y' = -y - 2 \end{cases}$. B. $\begin{cases} x' = -x + 2 \\ y' = -y + 4 \end{cases}$.
C. $\begin{cases} x' = -x + 2 \\ y' = -y - 4 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x' = x + 2 \\ y' = y - 2 \end{cases}$.

Câu 7: Một hình (H) có tâm đối xứng nếu và chỉ nếu:

- A. Tồn tại phép đối xứng tâm biến hình (H) thành chính nó.
B. Tồn tại phép đối xứng trục biến hình (H) thành chính nó.
C. Hình (H) là hình bình hành.
D. Tồn tại phép dời hình biến hình (H) thành chính nó.

Câu 8: Trong mặt phẳng Oxy , ảnh của điểm $A(5; 3)$ qua phép đối xứng tâm $I(4; 1)$ là:

- A. $A'(5; 3)$. B. $A'(-5; -3)$. C. $A'(3; -1)$. D. $A'\left(\frac{9}{2}; 2\right)$.

Câu 9: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d: x + y - 2 = 0$, ảnh của d qua phép đối xứng tâm $I(1; 2)$ là đường thẳng:

- A. $d': x + y + 4 = 0$. B. $d': x + y - 4 = 0$. C. $d': x - y + 4 = 0$. D. $d': x - y - 4 = 0$.

Câu 10: Trong mặt phẳng Oxy , ảnh của đường tròn $(C): (x-3)^2 + (y+1)^2 = 9$ qua phép đối xứng tâm $O(0;0)$ là đường tròn :

A. $(C'): (x-3)^2 + (y+1)^2 = 9.$

B. $(C'): (x+3)^2 + (y+1)^2 = 9.$

C. $(C'): (x-3)^2 + (y-1)^2 = 9.$

D. $(C'): (x+3)^2 + (y-1)^2 = 9.$

Câu 11: Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $I(x_o; y_o)$. Gọi $M(x; y)$ là một điểm tùy ý và $M'(x'; y')$ là ảnh của M qua phép đối xứng tâm I . Khi đó biểu thức tọa độ của phép đối xứng tâm I là:

A. $\begin{cases} x' = 2x_o - x \\ y' = 2y_o - y \end{cases}$

B. $\begin{cases} x' = 2x_o + x \\ y' = 2y_o + y \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 2x_o + x' \\ y = 2y_o + y' \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = x_o - x' \\ y = y_o - y' \end{cases}$

Câu 12: Trong mặt phẳng Oxy , ảnh của đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 1$ qua phép đối xứng tâm $I(1;0)$.

A. $(C'): (x-2)^2 + y^2 = 1.$

B. $(C'): (x+2)^2 + y^2 = 1.$

C. $(C'): x^2 + (y+2)^2 = 1.$

D. $(C'): x^2 + (y-2)^2 = 1.$

Câu 13: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-3)^2 = 16$. Giả sử qua phép đối xứng tâm I điểm $A(1;3)$ biến thành điểm $B(a;b)$. Ảnh của đường tròn (C) qua phép đối xứng tâm I là :

A. $(C'): (x-a)^2 + (y-b)^2 = 1.$

B. $(C'): (x-a)^2 + (y-b)^2 = 4.$

C. $(C'): (x-a)^2 + (y-b)^2 = 9.$

D. $(C'): (x-a)^2 + (y-b)^2 = 16.$

Câu 14: Trong mặt phẳng Oxy . Phép đối xứng tâm $O(0;0)$ biến điểm $M(-2;3)$ thành điểm:

A. $M'(-4;2).$

B. $M'(2;-3).$

C. $M'(-2;3).$

D. $M'(2;3).$

Câu 15: Trong mặt phẳng Oxy . Phép đối xứng tâm $I(1;-2)$ biến điểm $M(2;4)$ thành điểm:

A. $M'(-4;2).$

B. $M'(-4;8).$

C. $M'(0;8).$

D. $M'(0;-8).$

Câu 16: Trong mặt phẳng Oxy . Phép đối xứng tâm $I(1;1)$ biến đường thẳng $d: x + y + 2 = 0$ thành đường thẳng nào sau đây:

A. $d': x + y + 4 = 0.$

B. $d': x + y + 6 = 0.$

C. $d': x + y - 6 = 0.$

D. $d': x + y = 0.$

Câu 17: Trong mặt phẳng Oxy . Phép đối xứng tâm $I(-1;2)$ biến đường tròn

$(C): (x+1)^2 + (y-2)^2 = 4$ thành đường tròn nào sau đây:

A. $(C'): (x+1)^2 + (y-2)^2 = 4.$

B. $(C'): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4.$

C. $(C'): (x+1)^2 + (y+2)^2 = 4.$

D. $(C'): (x-2)^2 + (y+2)^2 = 4.$

Câu 18: Cho đường thẳng $d: x - 2y + 6 = 0$ và $d': x - 2y - 10 = 0$. Tìm phép đối xứng tâm I biến d thành d' và biến trục Ox thành chính nó.

A. $I(3;0)$

B. $I(2;1)$

C. $I(1;0)$

D. $I(2;0)$

Câu 19: Tìm tâm đối xứng của đường cong (C) có phương trình $y = x^3 - 3x^2 + 3$.

A. $I(2;1)$

B. $I(2;2)$

C. $I(1;1)$

D. $I(1;2)$

Câu 20: Tìm ảnh của đường thẳng $d: 3x - 4y + 5 = 0$ qua phép đối xứng tâm $I(-1;2)$.

A. $d': 3x - 4y + 7 = 0$

B. $d': x - 4y + 7 = 0$

C. $d': 3x - y + 7 = 0$

D. $d': 3x - 4y + 17 = 0$

Câu 21: Cho hai đường thẳng $d_1: 3x - y - 3 = 0$ và $d_2: x + y = 0$. Phép đối xứng tâm I biến d_1 thành $d_1': 3x - y + 1 = 0$ và biến d_2 thành $d_2': x + y - 6 = 0$.

- A. $I\left(\frac{1}{4}; \frac{11}{2}\right)$ B. $I\left(\frac{21}{4}; \frac{11}{4}\right)$ C. $I\left(\frac{3}{4}; \frac{11}{4}\right)$ D. $I\left(\frac{1}{4}; \frac{11}{4}\right)$

Câu 22: Cho đường cong $(C): y = \frac{1}{x}$ và điểm $A(-2; 3)$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua gốc tọa độ cắt đường cong (C) tại hai điểm M, N sao cho $AM^2 + AN^2$ nhỏ nhất.

- A. $d: y = -x$ B. $d: y = \frac{1}{2}x$ C. $d: y = x + 1$ D. $d: y = x$

Câu 23: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy . Ảnh của điểm $A(5; 3)$ qua phép đối xứng tâm $I(4; 1)$

- A. $A_1(5; 3)$ B. $A_2(-5; -3)$ C. $A_3(3; -1)$ D. $A_4(-3; 1)$

Câu 24: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , phép đối xứng tâm $I(1; 2)$ biến $M(x; y)$ thành $M'(x'; y')$. Khi đó:

- A. $\begin{cases} x' = -x + 2 \\ y' = -y - 2 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x' = -x + 2 \\ y' = -y + 4 \end{cases}$
C. $\begin{cases} x' = -x + 2 \\ y' = y - 4 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x' = x + 2 \\ y' = y - 2 \end{cases}$

Câu 25: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tìm phương trình đường thẳng d' là ảnh của đường thẳng $d: x + y - 2 = 0$ qua phép đối xứng tâm $I(1; 2)$

- A. $x + y + 4 = 0$ B. $x + y - 4 = 0$ C. $x - y + 4 = 0$ D. $x - y - 4 = 0$

Câu 26: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tìm phương trình đường tròn (C') là ảnh của đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 1$ qua phép đối xứng tâm $I(1; 0)$

- A. $(x - 2)^2 + y^2 = 1$ B. $(x + 2)^2 + y^2 = 1$
C. $x^2 + (y - 2)^2 = 1$ D. $x^2 + (y + 2)^2 = 1$

Câu 27: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tìm phương trình đường tròn (C') là ảnh của đường tròn $(C): (x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 9$ qua phép đối xứng tâm $O(0; 0)$

- A. $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 9$ B. $(x + 3)^2 + (y + 1)^2 = 9$
C. $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 9$ D. $(x + 3)^2 + (y - 1)^2 = 9$

Câu 28: Viết phương trình parabol (P') là ảnh của parabol $(P): y^2 = x$ qua phép đối xứng tâm $I(1; 0)$

- A. $y^2 = x - 2$ B. $y^2 = -x + 2$
C. $y^2 = -x - 2$ D. $y^2 = x + 2$

Câu 29: Viết phương trình elip (E') là ảnh của elip $(E): \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$ qua phép đối xứng tâm $I(1; 0)$

- A. $\frac{(x - 1)^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$ B. $\frac{(x - 2)^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$

C. $\frac{(x+1)^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$

D. $\frac{(x+2)^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$

Câu 30: Cho 2 đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 1$ và $(C'): (x-4)^2 + (y-2)^2 = 1$. Tìm tọa độ của tâm đối xứng biến (C) thành (C')

A. $I(2;1)$

B. $I(-2;-1)$

C. $I(8;4)$

D. $I(-8;-4)$

Câu 31: phương trình đường thẳng (D) qua A, cắt (C) và (d) tại M, N sao cho $AM=AN$.

A. $y = -\frac{1}{3}x + \frac{7}{3}$ và $y = 2$

B. $y = -3x + 6$ và $y = 2$

C. $y = -3x + 6$ và $y = -\frac{1}{3}x + \frac{7}{3}$

D. $y = 2$ và $y = -2x + 4$