C –HƯỚNG DẪN GIẢI

DẠNG 1: ÁP DỤNG ĐỊNH NGHĨA VÀ CÁC TÍNH CHẤT PHÉP QUAY

Câu 1: Cho tam giác đều tâm O. Hỏi có bao nhiêu phép quay tâm O góc quay α, $0<\alpha\le 2\pi$ biến tam giác trên thành chính nó?

A. Một. **B.** Hai. **C.** Ba. **D.** Bốn.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Có 3 phép quay tâm O góc α, $0<\alpha\le 2\pi$ biến tam giác trên thành chính nó là các phép quay với góc quay bằng: $\frac{2\pi}{3}$, $\frac{4\pi}{3}$, 2π.

Câu 2: Cho hình vuông tâm O. Hỏi có bao nhiêu phép quay tâm O góc quay α, $0<\alpha\le 2\pi$ biến hình vuông trên thành chính nó?

A. Một. **B.** Hai. **C.** Ba. **D.** Bốn.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Có 4 phép quay tâm O góc $\alpha, 0<\alpha\le 2\pi$ biến tam giác trên thành chính nó là các phép quay với góc quay bằng: $\frac{\pi}{2}$, π, $\frac{3\pi}{2}$, 2π.

Câu 3: Cho hình chữ nhật có O là tâm đối xứng. Hỏi có bao nhiêu phép quay tâm O góc quay α, $0<\alpha\le 2\pi$ biến hình chữ nhật trên thành chính nó?

A. Không có. **B.** Hai. **C.** Ba. **D.** Bốn.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Có 2 phép quay tâm O góc α, $0<\alpha\le 2\pi$ biến tam giác trên thành chính nó là các phép quay với góc quay bằng: π, 2π.

Câu 4: Có bao nhiêu điểm biến thành chính nó qua phép quay tâm O góc quay $\alpha\ne k2\pi\left(k\in Z\right)$?

A. Không có. **B.** Một. **C.** Hai. **D.** Vô số.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Có một điểm biến thành chính nó qua phép quay tâm O góc quay $\alpha\ne k2\pi\left(k\in Z\right)$ đó chính là điểm O.

Câu 5: Phép quay $Q_{(O;\varphi)}$ biến điểm M thành M'. Khi đó

A. $\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OM'}$ và $(OM,OM')=\varphi$. **B.** $OM=OM'$ và $(OM,OM')=\varphi$.

C. $\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OM'}$ và $\widehat{MOM'}=\varphi$. **D.** $OM=OM'$ và $\widehat{MOM'}=\varphi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$$Q_{(O;\varphi)}(M)=M'\Leftrightarrow\begin{cases}OM=OM'\\(OM,OM')=\varphi\end{cases}.$$

Chú ý số đo góc $\widehat{MOM'}$ không âm nên $(OM,OM')\ne\widehat{MOM'}$.

Câu 6: Phép quay $Q_{(O;\varphi)}$ biến điểm A thành M. Khi đó

(I) O cách đều A và M.

(II) O thuộc đường tròn đường kính AM.

(III) O nằm trên cung chứa góc φ dựng trên đoạn AM.

Trong các câu trên câu đúng là

A. Cả ba câu. **B.** (I) và (II). **C.** (I). **D.** (I) và (III).

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có: $Q_{(O,\varphi)}(A)=M$ suy ra

+ $OA=OM$ nên (I) đúng.

+ (II) xảy ra khi ΔOAM vuông tại O, nói chung điều này không đúng, nên (II) sai.

+ $(OA,OM)=\varphi$ nên (III) sai.

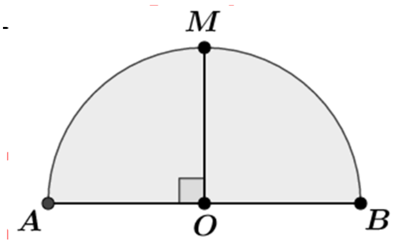
Câu 7: Chọn câu ***sai***.

A. Qua phép quay $Q_{(O;\varphi)}$ điểm O biến thành chính nó.

B. Phép đối xứng tâm O là phép quay tâm O, góc quay $-180°$.

C. Phép quay tâm O góc quay $90°$ và phép quay tâm O góc quay - nhau.

D. Phép đối xứng tâm O là phép quay tâm O, góc quay $180°$.



Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$Q_{(O;90°)}(M)=A;\ \ Q_{(O;-90°)}(M)=B$.

Do đó $Q_{(O;90°)}\neq Q_{(O;-90°)}$.

Câu 8: Khẳng định nào sau đây **đúng** về phép quay.

A. Phép biến hình biến điểm O thành điểm O và điểm M khác điểm O thành điểm M' sao cho $(OM,OM')=\varphi$ được gọi là phép quay tâm O với góc quay .

B. Nếu $Q_{(O;90°)}:M\mapsto M'(M\neq O)$ thì $OM'\perp OM$.

C. Phép quay không phải là một phép dời hình.

D. Nếu $Q_{(O;90°)}:M\mapsto M'$ thì $OM'>OM$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Nếu $Q_{(O;90°)}:M\mapsto M'(M\neq O)$ thì $(OM,OM')=90°$ hay $OM\perp OM'$.

Câu 9: Cho tam giác đều ABC. Hãy xác định góc quay của phép quay tâm A biến B thành điểm C.

A. $\varphi=30°$. **B.** $\varphi=90°$.

C. $\varphi=-120°$. **D.** $\varphi=-60^0$ hoặc $\varphi=60^0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: $\begin{cases}AB=AC\\(AB,AC)=\pm 60°\end{cases}$ nên $Q_{(A;\pm 60°)}(B)=C$.

DẠNG 2: PHƯƠNG PHÁP TOẠ ĐỘ

Câu 1: Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm $M\left(1;1\right)$. Hỏi các điểm sau điểm nào là ảnh của M qua phép quay tâm O, góc 45°?

A. $M'\left(-1;1\right)$. **B.** $M'\left(1;0\right)$. **C.** $M'\left(\sqrt{2};0\right)$. **D.** $M'\left(0;\sqrt{2}\right)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

+ Thay biểu thức tọa độ của phép quay tâm O góc quay 45° ta có:

$$\begin{cases} x' = x.\cos 45^o - y.\sin 45^o = \cos 45^o - \sin 45^o = 0 \\ y' = x.\sin 45^o + y.\cos 45^o = \sin 45^o + \cos 45^o = \sqrt{2} \end{cases}.$$

Vậy $M'\left(0;\sqrt{2}\right)$.

Câu 2: Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $A(3;0)$. Tìm tọa độ ảnh A' của điểm A qua phép quay $Q_{(O;\frac{\pi}{2})}$.

A. $A'(0;-3)$. **B.** $A'(0;3)$.

C. $A'(-3;0)$. **D.** $A'(2\sqrt{3};2\sqrt{3})$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$Q_{\left(O;\frac{\pi}{2}\right)}: A(x;y) \mapsto A'(x';y')$

Nên $\begin{cases} x' = -y = 0 \\ y' = x = 3 \end{cases}$. Vậy $A'(0;3)$.

Câu 3: Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $A(3;0)$. Tìm tọa độ ảnh A' của điểm A qua phép quay $Q_{(O;-\frac{\pi}{2})}$.

A. $A'(-3;0)$. **B.** $A'(3;0)$.

C. $A'(0;-3)$. **D.** $A'(-2\sqrt{3};2\sqrt{3})$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$Q_{\left(O;-\frac{\pi}{2}\right)}: A(x;y) \mapsto A'(x';y')$

Nên $\begin{cases} x' = y = 0 \\ y' = -x = -3 \end{cases}$. Vậy $A'(0;-3)$.

Câu 4: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho điểm $M(2;0)$ và điểm $N(0;2)$. Phép quay tâm O biến điểm M thành điển N, khi đó góc quay của nó là

A. $\varphi = 30^\circ$. **B.** $\varphi = 45^\circ$.

C. $\varphi = 90^0$. **D.** $\varphi = 270^\circ$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$Q_{(O;\varphi)}: M(x;y) \mapsto N(x';y')$

Khi đó: $\begin{cases} x' = x\cos\varphi - y\sin\varphi \\ y' = x\sin\varphi + y\cos\varphi \end{cases}$.

Thử đáp án ta nhận $\varphi = 90°$. Hoặc biểu diễn trên hệ trục tọa độ ta cũng được đáp án tương tự.

Câu 5: Cho $M(3;4)$. Tìm ảnh của điểm M qua phép quay tâm O góc quay 30^0.

A. $M'\left(\frac{3\sqrt{3}}{2};\frac{3}{2}+2\sqrt{3}\right)$ **B.** $M'\left(-2;2\sqrt{3}\right)$

C. $M'\left(\frac{3\sqrt{3}}{2};2\sqrt{3}\right)$ **D.** $M'\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}-2;\frac{3}{2}+2\sqrt{3}\right)$

Hướng dẫn giải:

Gọi $M'(x';y') = Q_{(O;30^0)}$.Áp dụng biểu thức tọa độ $\begin{cases} x' = x\cos\alpha - y\sin\alpha \\ y' = x\sin\alpha + y\cos\alpha \end{cases}$ ta có

$$\begin{cases} x' = 3\cos 30^0 - 4\sin 30^0 = \dfrac{3\sqrt{3}}{2} - 2 \\ y' = 3\sin 30^0 + 4\cos 30^0 = \dfrac{3}{2} + 2\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow M'\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}-2;\frac{3}{2}+2\sqrt{3}\right).$$

Câu 6: Cho $I(2;1)$ và đường thẳng $d: 2x+3y+4=0$. Tìm ảnh của d qua $Q_{(I;45^0)}$.

A. $d': -x+5y-3+\sqrt{2}=0$ **B.** $d': -x+5y-3=0$

C. $d': -x+5y-10\sqrt{2}=0$ **D.** $d': -x+5y-3+10\sqrt{2}=0$

Hướng dẫn giải:

Lấy hai điểm $M(-2;0); N(1;-2)$ thuộc d.

Gọi $M'(x_1;y_1), N'(x_2;y_2)$ là ảnh của M, N qua $Q_{(I;45^0)}$

Ta có $\begin{cases} x_1 = 2+(-2-2)\cos 45^0 - (0-1)\sin 45^0 \\ y_1 = 1+(-2-2)\sin 45^0 + (0-1)\cos 45^0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 2 - \dfrac{3\sqrt{2}}{2} \\ y_1 = 1 - \dfrac{5\sqrt{2}}{2} \end{cases}$

$\Rightarrow M'\left(2-\frac{3\sqrt{2}}{2};1-\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)$.

Tương tự

$\begin{cases} x_2 = 2+(1-2)\cos 45^0 - (-2-1)\sin 45^0 \\ y_2 = 1+(1-2)\sin 45^0 + (-2-1)\cos 45^0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = 2+\sqrt{2} \\ y_2 = 1-2\sqrt{2} \end{cases}$

$\Rightarrow N'\left(2+\sqrt{2};1-2\sqrt{2}\right)$.

Ta có $\overrightarrow{M'N'} = \left(\frac{5\sqrt{2}}{2};\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}(5;1)$.

Gọi $d' = Q_{(I;45^0)}(d)$ thì d' có VTCP $\vec{u} = \overrightarrow{M'N'} = (5;1) \Rightarrow VTPT\ \vec{n} = (-1;5)$

Phương trình:

$d': -\left(x-2-\sqrt{2}\right)+5\left(y-1+2\sqrt{2}\right)=0 \Leftrightarrow -x+5y-3+10\sqrt{2}=0$.

Câu 7: Tìm ảnh của đường thẳng $d:5x-3y+15=0$ qua phép quay $Q_{(O;90^0)}$.

A. $d':x+y+15=0$ **B.** $d':3x+5y+5=0$

C. $d':3x+y+5=0$ **D.** $d':3x+5y+15=0$

Hướng dẫn giải:

$d'\perp d$ nên phương trình có dạng $3x+5y+c=0$

Lấy $M(-3;0)\in d$, ta có $Q_{(0;90^0)}(M)=M'(0;-3)$, $M'\in d'\Rightarrow C=15$, hay $d':3x+5y+15=0$.

Câu 8: Tìm ảnh của đường tròn $(C):(x-1)^2+(y+2)^2=9$ qua phép quay $Q_{(I;90^0)}$ với $I(3;4)$.

A. $(C'):(x+2)^2+(y-2)^2=9$ **B.** $(C'):(x-3)^2+(y+2)^2=9$

C. $(C'):(x+5)^2+(y-7)^2=9$ **D.** $(C'):(x+3)^2+(y-2)^2=9$

Hướng dẫn giải:

(C) có tâm $J(1;-2),R=3$, gọi $J'(x';y')=Q_{(I;90^0)}(I)$ ta có

$$\begin{cases} x'=3+(1-3)\cos\frac{\pi}{2}-(4+2)\sin\frac{\pi}{2}=-3 \\ y'=4+(1-3)\sin\frac{\pi}{2}+(4+2)\cos\frac{\pi}{2}=2 \end{cases}$$

$\Rightarrow J'(-3;2)$ mà $R'=R=3$ nên phương trình $(C'):(x+3)^2+(y-2)^2=9$.

Câu 9: Viết phương trình các cạnh của tam giác ABC biết $A(1;2),B(3;4)$ và

$\cos A=\frac{2}{\sqrt{5}},\cos B=\frac{3}{\sqrt{10}}$.

A. $AC:x-y-1=0,BC:x-y+5=0$ **B.** $AC:3x-y-2=0,BC:x-2y+3=0$

C. $AC:3x-y-1=0,BC:x-2y+5=0$ **D.** $AC:3x-y-4=0,BC:x-2y+2=0$

Hướng dẫn giải:

Sử dụng tính chất: Phép quay tâm $I(a;b)\in d:Ax+By+C=0$ góc quay α biến d thành d' có phương trình $(A-B\tan\varphi)(x-a)+(A\tan\varphi+B)(y-b)=0$.

Ta được $AC:3x-y-1=0,BC:x-2y+5=0$