

PHÉP DỜI HÌNH

A – LÝ THUYẾT TÓM TẮT

1. Định nghĩa.

- Phép biến hình là phép dời hình bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì
- Vậy nếu f là phép dời khi và chỉ khi $f(M)f(N) = MN$.

+Nhận xét:

- Các phép biến hình : Tịnh tiến, đối xứng trục, đối xứng tâm và phép quay là các phép dời hình.
- Thực hiện liên tiếp các phép dời hình thì cũng được một phép dời hình.

2. Tính chất của phép dời hình.

- Biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không làm thay đổi thứ tự giữa ba điểm đó.
- Biến một đường thẳng thành một đường thẳng, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó.
- Biến tam giác thành tam giác bằng nó, biến một góc thành góc bằng góc đã cho.
- Biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.

3. Định nghĩa hai hình bằng nhau.

Hai hình được gọi là bằng nhau nếu có một phép dời hình f biến hình này thành hình kia.

B – BÀI TẬP

Câu 1: Xét các mệnh đề sau:

(I): Phép dời hình biến 3 điểm không thẳng hàng thành 3 điểm không thẳng hàng

(II): Cho 2 điểm phân biệt A, B và f là phép dời hình sao cho $f(A) = A, f(B) = B$. Khi đó, nếu M nằm trên đường thẳng AB thì $f(M) = M$.

(III): Phép dời hình biến đường thẳng thành đường thẳng, tia thành tia, đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó, biến tam giác thành tam giác bằng nó, biến đường tròn thành đường tròn bằng nó, biến góc thành góc bằng nó.

Số mệnh đề đúng trong 3 mệnh đề trên là:

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

Câu 2: Giả sử phép biến hình f biến tam giác ABC thành tam giác $A'B'C'$. Xét các mệnh đề sau:

(I): Trọng tâm tam giác ABC biến thành trọng tâm tam giác $A'B'C'$

(II): Trục tâm tam giác ABC biến thành trục tâm tam giác $A'B'C'$

(III): Tâm đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp tam giác ABC lần lượt biến thành tâm đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp tam giác $A'B'C'$.

Số mệnh đề đúng trong 3 mệnh đề trên là:

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

Câu 3: Ta nói M là điểm bất động qua phép biến hình f nghĩa là:

A. M không biến thành điểm nào cả

B. M biến thành điểm tùy ý

C. $f(M) = M$

D. M biến thành điểm xa vô cùng.

Câu 4: Một phép dời hình bất kì:

A. Có thể có 3 điểm bất động không thẳng hàng

B. Chỉ có 3 điểm bất động khi nó là phép đồng nhất

C. Chỉ có 3 điểm bất động không thẳng hàng khi nó là phép đồng nhất.

D. Cả 3 câu trên đều sai.

Câu 5: Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $M(2;1)$. Hỏi phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép đối xứng tâm O và phép tịnh tiến theo vector $\vec{v} = (2;3)$ biến điểm M thành điểm nào trong các điểm sau ?

- A. $(1;3)$. B. $(2;0)$. C. $(0;2)$. D. $(4;4)$.

Câu 6: Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn (C) có phương trình $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$. Hỏi phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép đối xứng qua trục Oy và phép tịnh tiến theo vector $\vec{v} = (2;3)$ biến (C) thành đường tròn nào trong các đường tròn có phương trình sau?

- A. $x^2 + y^2 = 4$. B. $(x-2)^2 + (y-6)^2 = 4$.
C. $(x-2)^2 + (x-3)^2 = 4$. D. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$.

Câu 7: Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng d có phương trình $x + y - 2 = 0$. Hỏi phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép đối xứng tâm O và phép tịnh tiến theo vector $\vec{v} = (3;2)$ biến đường thẳng d thành đường thẳng nào trong các đường thẳng sau ?

- A. $3x + 3y - 2 = 0$. B. $x - y + 2 = 0$.
C. $x + y + 2 = 0$. D. $x + y - 3 = 0$.

Câu 8: Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng ?

- A. Thực hiện liên tiếp hai phép tịnh tiến sẽ được một phép tịnh tiến.
B. Thực hiện liên tiếp hai phép đối xứng trục sẽ được một phép đối xứng trục.
C. Thực hiện liên tiếp phép đối xứng qua tâm và phép đối xứng trục sẽ được một phép đối xứng qua tâm.
D. Thực hiện liên tiếp phép quay và phép tịnh tiến sẽ được một phép tịnh tiến.

Câu 9: Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

- A. Có một phép tịnh tiến theo vector khác không biến mọi điểm thành chính nó.
B. Có một phép đối xứng trục biến mọi điểm thành chính nó.
C. Có một phép đối xứng tâm biến mọi điểm thành chính nó.
D. Có một phép quay biến mọi điểm thành chính nó.

Câu 10: Hãy tìm khẳng định **sai**:

- A. Phép tịnh tiến là phép dời hình. B. Phép đồng nhất là phép dời hình.
C. Phép quay là phép dời hình. D. Phép vị tự là phép dời hình.

Câu 11: Cho đường thẳng $d: 3x + y + 3 = 0$. Viết phương trình của đường thẳng d' là ảnh của d qua phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép đối xứng tâm $I(1;2)$ và phép tịnh tiến theo vector $\vec{v} = (-2;1)$.

- A. $d': 3x + 2y - 8 = 0$ B. $d': x + y - 8 = 0$ C. $d': 2x + y - 8 = 0$ D. $d': 3x + y - 8 = 0$

C – HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: Xét các mệnh đề sau:

(I): Phép dời hình biến 3 điểm không thẳng hàng thành 3 điểm không thẳng hàng

(II): Cho 2 điểm phân biệt A, B và f là phép dời hình sao cho $f(A) = A, f(B) = B$. Khi đó, nếu M nằm trên đường thẳng AB thì $f(M) = M$.

(III): Phép dời hình biến đường thẳng thành đường thẳng, tia thành tia, đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó, biến tam giác thành tam giác bằng nó, biến đường tròn thành đường tròn bằng nó, biến góc thành góc bằng nó.

Số mệnh đề đúng trong 3 mệnh đề trên là:

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Câu 2: Giả sử phép biến hình f biến tam giác ABC thành tam giác $A'B'C'$. Xét các mệnh đề sau:

(I): Trọng tâm tam giác ABC biến thành trọng tâm tam giác $A'B'C'$

(II): Trục tâm tam giác ABC biến thành trục tâm tam giác $A'B'C'$

(III): Tâm đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp tam giác ABC lần lượt biến thành tâm đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp tam giác $A'B'C'$.

Số mệnh đề đúng trong 3 mệnh đề trên là:

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Câu 3: Ta nói M là điểm bất động qua phép biến hình f nghĩa là:

A. M không biến thành điểm nào cả

B. M biến thành điểm tùy ý

C. $f(M) = M$

D. M biến thành điểm xa vô cùng.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Câu 4: Một phép dời hình bất kì:

A. Có thể có 3 điểm bất động không thẳng hàng

B. Chỉ có 3 điểm bất động khi nó là phép đồng nhất

C. Chỉ có 3 điểm bất động không thẳng hàng khi nó là phép đồng nhất.

D. Cả 3 câu trên đều sai.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Câu 5: Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $M(2;1)$. Hỏi phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép đối xứng tâm O và phép tịnh tiến theo vector $\vec{v} = (2;3)$ biến điểm M thành điểm nào trong các điểm sau ?

A. $(1;3)$.

B. $(2;0)$.

C. $(0;2)$.

D. $(4;4)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$$\text{Đ}_O(M) = M' \Leftrightarrow O \text{ là trung điểm của } MM' \Leftrightarrow \begin{cases} x_M + x_{M'} = 2x_O \\ y_M + y_{M'} = 2y_O \end{cases} \Leftrightarrow M'(-2;-1).$$

$$T_{\vec{v}}(M') = M'' \Leftrightarrow \overrightarrow{M'M''} = \vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{M''} - x_{M'} = 2 \\ y_{M''} - y_{M'} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow M''(0;2).$$

Câu 6: Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn (C) có phương trình $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$. Hỏi phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép đối xứng qua trục Oy và phép tịnh tiến theo vector $\vec{v} = (2;3)$ biến (C) thành đường tròn nào trong các đường tròn có phương trình sau?

A. $x^2 + y^2 = 4$.

B. $(x-2)^2 + (y-6)^2 = 4$.

C. $(x-2)^2 + (x-3)^2 = 4$.

D. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Đường tròn (C) có tâm $I(1;-2)$ và bán kính $R = 2$.

$$\mathcal{D}_{Oy}(I) = I' \Rightarrow I'(-1;-2).$$

$$T_{\vec{v}}(I') = I'' \Rightarrow \overrightarrow{II''} = \vec{v} \Rightarrow I''(1;1).$$

Đường tròn cần tìm nhận $I''(1;1)$ làm tâm và bán kính $R = 2$.

Câu 7: Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng d có phương trình $x + y - 2 = 0$. Hỏi phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép đối xứng tâm O và phép tịnh tiến theo vector $\vec{v} = (3;2)$ biến đường thẳng d thành đường thẳng nào trong các đường thẳng sau?

A. $3x + 3y - 2 = 0$.

B. $x - y + 2 = 0$.

C. $x + y + 2 = 0$.

D. $x + y - 3 = 0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$$\begin{cases} \mathcal{D}_O(d) = d' \\ T_{\vec{v}}(d') = d'' \end{cases} \Rightarrow d'' \parallel d' \parallel d.$$

$$\text{Nên } d'' : x + y + c = 0 (c \neq -2). \quad (1)$$

$$\text{Ta có : } M(1;1) \in d \text{ và } \mathcal{D}_O(M) = M' \Rightarrow M'(-1;-1) \in d'$$

$$\text{Tương tự : } M'(-1;-1) \in d' \text{ và } T_{\vec{v}}(M') = M'' \Rightarrow M''(2;1) \in d'' \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có : } c = -3. \text{ Vậy } d'' : x + y - 3 = 0.$$

Câu 8: Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

A. Thực hiện liên tiếp hai phép tịnh tiến sẽ được một phép tịnh tiến.

B. Thực hiện liên tiếp hai phép đối xứng trục sẽ được một phép đối xứng trục.

C. Thực hiện liên tiếp phép đối xứng qua tâm và phép đối xứng trục sẽ được một phép đối xứng qua tâm.

D. Thực hiện liên tiếp phép quay và phép tịnh tiến sẽ được một phép tịnh tiến.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$\begin{cases} T_{\vec{u}}(M) = M' \\ T_{\vec{v}}(M') = M'' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{MM'} = \vec{u} \\ \overrightarrow{M'M''} = \vec{v} \end{cases} \Leftrightarrow \overrightarrow{MM''} = \vec{u} + \vec{v} \Leftrightarrow T_{\vec{u}+\vec{v}}(M) = M''$$

$$\text{Vậy } T_{\vec{u}} + T_{\vec{v}} = T_{\vec{u}+\vec{v}}.$$

Câu 9: Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

A. Có một phép tịnh tiến theo vector khác không biến mọi điểm thành chính nó.

B. Có một phép đối xứng trục biến mọi điểm thành chính nó.

C. Có một phép đối xứng tâm biến mọi điểm thành chính nó.

D. Có một phép quay biến mọi điểm thành chính nó.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Phép quay tâm bất kì với góc quay $\varphi = k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$) là phép đồng nhất.

Câu 10: Hãy tìm khẳng định *sai*:

A. Phép tịnh tiến là phép dời hình.

B. Phép đồng nhất là phép dời hình.

C. Phép quay là phép dời hình.

D. Phép vị tự là phép dời hình.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Phép vị tự tỉ số $k \neq \pm 1$ không là phép dời hình.

Câu 11: Cho đường thẳng $d: 3x + y + 3 = 0$. Viết phương trình của đường thẳng d' là ảnh của d qua phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép đối xứng tâm $I(1;2)$ và phép tịnh tiến theo vec tơ $\vec{v} = (-2;1)$.

A. $d': 3x + 2y - 8 = 0$

B. $d': x + y - 8 = 0$

C. $d': 2x + y - 8 = 0$

D. $d': 3x + y - 8 = 0$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Gọi $F = T_{\vec{v}} \circ D_I$ là phép dời hình bằng cách thực hiện liên tiếp phép đối xứng tâm I và phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$.

Gọi $d_1 = D_I(d)$, $d' = T_{\vec{v}}(d_1) \Rightarrow d' = F(d)$.

Do d' song song hoặc trùng với d do đó phương trình của d' có dạng $3x + y + c = 0$. Lấy

$M(0; -3) \in d$ ta có $D_I(M) = M'(2; 7)$.

Lại có $T_{\vec{v}}(M') = M''(2 + (-2); 7 + 1) \Rightarrow M''(0; 8)$ nên $F(M) = M''(0; 8)$.

Mà $M'' \in d' \Rightarrow 8 + c = 0 \Leftrightarrow c = -8$. Vậy $d': 3x + y - 8 = 0$.