

## PHÉP ĐỐI XỨNG TRỰC.

### A – LÝ THUYẾT TÓM TẮT

#### 1. Định nghĩa:

Cho đường thẳng  $d$ . Phép biến hình biến mỗi điểm  $M$  thuộc  $d$  thành chính nó, biến mỗi điểm  $M$  không thuộc  $d$  thành điểm

$M'$  sao cho  $d$  là đường trung trực của đoạn  $MM'$  được gọi là phép đối xứng qua đường thẳng  $d$ , hay còn gọi là phép đối xứng trục  $d$ .

Phép đối xứng trục có trục là đường thẳng  $d$  được kí hiệu là  $D_d$ . Như vậy

$$D_d(M) = M' \Leftrightarrow \overrightarrow{IM} = -\overrightarrow{IM'} \text{ với } I \text{ là hình chiếu vuông góc của } M \text{ trên } d.$$

Nếu  $D_d[(H)] = (H)$  thì  $d$  được gọi là trục đối xứng của hình  $(H)$ .

#### 2. Tính chất phép đối xứng trục:

- ✓ Bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì.
- ✓ Biến một đường thẳng thành đường thẳng.
- ✓ Biến một đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng đoạn đã cho.
- ✓ Biến một tam giác thành tam giác bằng tam giác đã cho.
- ✓ Biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.

#### 3. Biểu thức tọa độ của phép đối xứng trục:

Trong mặt phẳng  $Oxy$ , với mỗi điểm  $M(x; y)$ , gọi  $M'(x'; y') = D_d(M)$ .

$$\text{Nếu chọn } d \text{ là trục } Ox, \text{ thì } \begin{cases} x' = x \\ y' = -y \end{cases}$$

$$\text{Nếu chọn } d \text{ là trục } Oy, \text{ thì } \begin{cases} x' = -x \\ y' = y \end{cases}.$$

### B – BÀI TẬP

#### DẠNG 1: ÁP DỤNG ĐỊNH NGHĨA VÀ CÁC TÍNH CHẤT PHÉP ĐỐI XỨNG TRỰC

**Câu 1:** Hình gồm hai đường tròn có tâm và bán kính khác nhau có bao nhiêu trục đối xứng?

- A. Không có.                      B. Một.                      C. Hai.                      D. Vô số

**Câu 2:** Hình gồm hai đường thẳng  $d$  và  $d'$  vuông góc với nhau đó có mấy trục đối xứng?

- A. 0.                      B. 2.                      C. 4.                      D. Vô số

**Câu 3:** Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

- A. Đường tròn là hình có vô số trục đối xứng.  
 B. Một hình có vô số trục đối xứng thì hình đó phải là hình tròn.  
 C. Một hình có vô số trục đối xứng thì hình đó phải là hình gồm những đường tròn đồng tâm.  
 D. Một hình có vô số trục đối xứng thì hình đó phải là hình gồm hai đường thẳng vuông góc.

**Câu 4:** Xem các chữ cái in hoa A, B, C, D, X, Y như những hình. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hình có một trục đối xứng: A, Y các hình khác không có trục đối xứng.
- B. Hình có một trục đối xứng: A, B, C, D, Y. Hình có hai trục đối xứng: X.
- C. Hình có một trục đối xứng: A, B. Hình có hai trục đối xứng: D, X.
- D. Hình có một trục đối xứng: C, D, Y. Hình có hai trục đối xứng: X. Các hình khác không có trục đối xứng.

**Câu 5:** Giả sử rằng qua phép đối xứng trục  $\mathcal{D}_a$  ( $a$  là trục đối xứng), đường thẳng  $d$  biến thành đường thẳng  $d'$ . Hãy chọn câu **sai** trong các câu sau:

- A. Khi  $d$  song song với  $a$  thì  $d$  song song với  $d'$ .
- B.  $d$  vuông góc với  $a$  khi và chỉ khi  $d$  trùng với  $d'$ .
- C. Khi  $d$  cắt  $a$  thì  $d$  cắt  $d'$ . Khi đó giao điểm của  $d$  và  $d'$  nằm trên  $a$ .
- D. Khi  $d$  tạo với  $a$  một góc  $45^\circ$  thì  $d$  vuông góc với  $d'$ .

**Câu 6:** Cho 3 đường tròn có bán kính bằng nhau và đôi một tiếp xúc ngoài với nhau tạo thành hình  $(H)$ . Hỏi  $(H)$  có mấy trục đối xứng?

- A. 0.
- B. 1.
- C. 2.
- D. 3.

**Câu 7:** Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

- A. Phép đối xứng trục bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì.
- B. Phép đối xứng trục biến một đường thẳng thành một đường thẳng song song hoặc trùng với đường thẳng đã cho.
- C. Phép đối xứng trục biến tam giác thành tam giác bằng tam giác đã cho.
- D. Phép đối xứng trục biến đường tròn thành đường tròn bằng đường tròn đã cho.

**Câu 8:** Phát biểu nào sau đây là **đúng** về phép đối xứng trục  $d$ ?

- A. Phép đối xứng trục  $d$  biến điểm  $M$  thành điểm  $M' \Leftrightarrow \overline{MI} = \overline{IM'}$  ( $I$  là giao điểm của  $MM'$  và trục  $d$ ).
- B. Nếu điểm  $M$  thuộc  $d$  thì  $\mathcal{D}_d: M \rightarrow M$ .
- C. Phép đối xứng trục  $d$  không phải là phép dời hình.
- D. Phép đối xứng trục  $d$  biến điểm  $M$  thành điểm  $M' \Leftrightarrow \overline{MM'} \perp d$ .

**Câu 9:** Cho đường tròn  $(O; R)$ , đường kính  $AB$ . Điểm  $M$  nằm trên  $AB$ . Qua  $AB$ , kẻ dây  $CD$  tạo với  $AB$  một góc  $45^\circ$ . Gọi  $D'$  là điểm đối xứng của  $D$  qua  $AB$ . Tính  $MC^2 + MD'^2$  theo  $R$ ?

- A.  $2R^2$
- B.  $4R^2$
- C.  $3R^2$
- D.  $\frac{3}{2}R^2$

**Câu 10:** Cho 2 điểm  $A, B$ . Một đường thẳng  $d$  cắt đoạn thẳng  $AB$  tại một điểm. Tìm trên  $d$  điểm  $C$  sao cho đường thẳng  $d$  là phân giác trong của tam giác  $ABC$ .

- A.  $A'$  là điểm đối xứng của  $A$  qua  $d$ ;  $A'B$  cắt  $d$  tại  $C$ .
- B.  $C$  là giao điểm của  $d$  và đường tròn đường kính  $AB$ .
- C.  $D$  là giao điểm của  $AB$  và  $d$ ;  $C$  là giao điểm của  $d$  và đường tròn tâm  $D$ , bán kính  $DA$ .

**D.**  $D$  là giao điểm của  $AB$  và  $d$ ;  $C$  là giao điểm của  $d$  và đường tròn tâm  $D$ , bán kính  $DB$ .

**Câu 11:** Cho hình vuông  $ABCD$  có hai đường chéo  $AC$  và  $BD$  cắt nhau tại  $I$ . Khẳng định nào sau đây là **đúng** về phép đối xứng trục:

**A.** Hai điểm  $A$  và  $B$  đối xứng nhau qua trục  $CD$ .

**B.** Phép đối xứng trục  $AC$  biến  $D$  thành  $C$ .

**C.** Phép đối xứng trục  $AC$  biến  $D$  thành  $B$ .

**D.** Cả A, B, C đều đúng.

**Câu 12:** Hình nào sau đây **không** có trục đối xứng (mỗi hình là một chữ cái in hoa):

**A.** G.

**B.** O.

**C.** Y.

**D.** M.

**Câu 13:** Hình nào sau đây là có trục đối xứng:

**A.** Tam giác bất kì.

**B.** Tam giác cân.

**C.** Tứ giác bất kì.

**D.** Hình bình hành.

**Câu 14:** Cho tam giác  $ABC$  đều. Hỏi hình là tam giác  $ABC$  đều có bao nhiêu trục đối xứng:

**A.** Không có trục đối xứng.

**B.** Có 1 trục đối xứng.

**C.** Có 2 trục đối xứng.

**D.** Có 3 trục đối xứng.

**Câu 15:** Cho tam giác  $ABC$  có  $A$  là góc nhọn và các đường cao là  $AA'$ ,  $BB'$ ,  $CC'$ . Gọi  $H$  là trực tâm và  $H'$  là điểm đối xứng của  $H$  qua  $BC$ . Tứ giác nào sau đây là tứ giác nội tiếp?

**A.**  $AC'H'C$ .

**B.**  $ABH'C$ .

**C.**  $AB'H'B$ .

**D.**  $BHCH'$ .

**Câu 16:** Cho tam giác  $ABC$  có  $B$ ,  $C$  cố định,  $A$  di động trên đường tròn  $(O; R)$ . Hai đường tròn tâm  $B$  và tâm  $C$  qua  $A$  cắt nhau tại điểm thứ 2 là  $D$ . Điểm  $D$  di động trên đường tròn cố định nào?

**A.** Đường tròn  $(O, R)$ .

**B.** Đường tròn  $(B, BA)$ .

**C.** Đường tròn  $(C, CA)$ .

**D.** Đường tròn  $(O', R)$ , với  $O'$  là điểm đối xứng của  $O$  qua  $BC$ .

**Câu 17:** Cho góc nhọn  $xOy$  và điểm  $A$  thuộc miền trong của góc đó, điểm  $B$  thuộc cạnh  $Ox$  ( $B$  khác  $O$ ). Tìm  $C$  thuộc  $Oy$  sao cho chu vi tam giác  $ABC$  nhỏ nhất?

**A.**  $C$  là hình chiếu của  $A$  trên  $Oy$ .

**B.**  $C$  là hình chiếu của  $B$  trên  $Oy$ .

**C.**  $C$  là hình chiếu trung điểm  $I$  của  $AB$  trên  $Oy$ .

**D.**  $C$  là giao điểm của  $BA'$ ;  $A'$  đối xứng với  $A$  qua  $Oy$ .

**DẠNG 2: PHƯƠNG PHÁP TOẠ ĐỘ**

**Câu 1:** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho điểm  $M(2;3)$ . Hỏi trong bốn điểm sau điểm nào là ảnh của  $M$  qua phép đối xứng trục  $Ox$ ?

- A.  $(3;2)$ .                      B.  $(2;-3)$ .                      C.  $(3;-2)$ .                      D.  $(-2;3)$

**Câu 2:** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho điểm  $M(2;3)$ . Hỏi  $M$  là ảnh của điểm nào trong các điểm sau qua phép đối xứng trục  $Oy$ ?

- A.  $(3;2)$ .                      B.  $(2;-3)$ .                      C.  $(3;-2)$ .                      D.  $(-2;3)$

**Câu 3:** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho điểm  $M(2;3)$ . Hỏi trong bốn điểm sau điểm nào là ảnh của  $M$  qua phép đối xứng qua đường thẳng  $d: x - y = 0$ ?

- A.  $(3;2)$ .                      B.  $(2;-3)$ .                      C.  $(3;-2)$ .                      D.  $(-2;3)$

**Câu 4:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho parabol  $(P): y^2 = -12x$ . Hỏi parabol nào là ảnh của  $(P)$  qua phép đối xứng trục  $Ox$ ?

- A.  $x^2 = 12y$ .                      B.  $x^2 = -12y$ .                      C.  $y^2 = 12x$ .                      D.  $y^2 = -12x$ .

**Câu 5:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $A(1;2); B(4;4)$ . Tìm điểm  $M$  thuộc  $Ox$  sao cho  $MA + MB$  nhỏ nhất?

- A.  $M(1;0)$ .                      B.  $M(4;0)$ .                      C.  $M(2;0)$ .                      D.  $M\left(\frac{5}{2};0\right)$

**Câu 6:** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho Parabol  $(P)$  có phương trình  $x^2 = 24y$ . Hỏi Parabol nào trong các Parabol sau là ảnh của  $(P)$  qua phép đối xứng trục  $Oy$ ?

- A.  $x^2 = 24y$ .                      B.  $x^2 = -24y$ .                      C.  $y^2 = 24x$ .                      D.  $y^2 = -24x$

**Câu 7:** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho parabol  $(P): y^2 = x$ . Hỏi parabol nào sau đây là ảnh của parabol  $(P)$  qua phép đối xứng trục  $Oy$ ?

- A.  $y^2 = x$ .                      B.  $y^2 = -x$ .                      C.  $x^2 = -y$ .                      D.  $x^2 = y$

**Câu 8:** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho parabol  $(P)$  có phương trình  $x^2 = 4y$ . Hỏi Parabol nào trong các Parabol sau là ảnh của  $(P)$  qua phép đối xứng trục  $Ox$ ?

- A.  $x^2 = 4y$ .                      B.  $x^2 = -4y$ .                      C.  $y^2 = 4x$ .                      D.  $y^2 = -4x$

**Câu 9:** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , qua phép đối xứng trục  $Oy$ , điểm  $A(3;5)$  biến thành điểm nào trong các điểm sau?

- A.  $(3;5)$ .                      B.  $(-3;5)$ .                      C.  $(3;-5)$ .                      D.  $(-3;-5)$

**Câu 10:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho 2 đường tròn  $(C): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$  và  $(C'): (x-3)^2 + y^2 = 4$ . Viết phương trình trục đối xứng của  $(C)$  và  $(C')$ .

- A.  $y = x + 1$ .                      B.  $y = x - 1$ .                      C.  $y = -x + 1$ .                      D.  $y = -x - 1$ .

**Câu 11:** Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ  $Oxy$ , cho phép đối xứng trục  $Ox$ , với  $M(x; y)$  gọi  $M'$  là ảnh của  $M$  qua phép đối xứng trục  $Ox$ . Khi đó tọa độ điểm  $M'$  là:

- A.  $M'(x; y)$ .      B.  $M'(-x; y)$ .      C.  $M'(-x; -y)$ .      D.  $M'(x; -y)$ .

**Câu 12:** Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ  $Oxy$ , cho phép đối xứng trục  $Oy$ , với  $M(x; y)$  gọi  $M'$  là ảnh của  $M$  qua phép đối xứng trục  $Oy$ . Khi đó tọa độ điểm  $M'$  là:

- A.  $M'(x; y)$ .      B.  $M'(-x; y)$ .      C.  $M'(-x; -y)$ .      D.  $M'(x; -y)$ .

**Câu 13:** Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ  $Oxy$ , cho phép đối xứng trục  $Ox$ , phép đối xứng trục  $Ox$  biến đường thẳng  $d: x + y - 2 = 0$  thành đường thẳng  $d'$  có phương trình là:

- A.  $x - y - 2 = 0$ .      B.  $x + y + 2 = 0$ .  
C.  $-x + y - 2 = 0$ .      D.  $x - y + 2 = 0$ .

**Câu 14:** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho điểm  $M(1; 5)$ . Tìm ảnh của  $M$  qua phép đối xứng trục  $Ox$ .

- A.  $M'(-1; 5)$       B.  $M'(-1; -5)$       C.  $M'(1; -5)$       D.  $M'(0; -5)$

**Câu 15:** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho đường thẳng  $d: x + 2y + 4 = 0$ . Tìm ảnh của  $d$  qua phép đối xứng trục  $Ox$ .

- A.  $d': 2x - 2y + 4 = 0$       B.  $d': x - 2y + 2 = 0$   
C.  $d': 3x - 2y + 4 = 0$       D.  $d': x - 2y + 4 = 0$

**Câu 16:** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho đường thẳng đường tròn  $(C): x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$ . Tìm ảnh của  $(C)$  qua phép đối xứng trục  $Ox$ .

- A.  $(C'): (x+2)^2 + (y+2)^2 = 9$       B.  $(C'): (x+1)^2 + (y+1)^2 = 9$   
C.  $(C'): (x+3)^2 + (y+2)^2 = 9$       D.  $(C'): (x+1)^2 + (y+2)^2 = 9$

**Câu 17:** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho điểm  $M(1; 5)$ . Tìm ảnh của  $M$  qua phép đối xứng qua đường thẳng  $d: x + 2y + 4 = 0$

- A.  $M'(-5; -7)$       B.  $M'(5; 7)$       C.  $M'(-5; 7)$       D.  $M'(5; -7)$

**Câu 18:** Cho hai đường thẳng  $d: x + y - 2 = 0$ ,  $d_1: x + 2y - 3 = 0$ . Tìm ảnh của  $d_1$  qua phép đối xứng trục  $d$ .

- A.  $d_1': x + y - 3 = 0$       B.  $d_1': 2x + 2y - 3 = 0$   
C.  $d_1': 2x + 2y - 1 = 0$       D.  $d_1': 2x + y - 3 = 0$

**Câu 19:** Cho đường tròn  $(C): (x-1)^2 + (y+1)^2 = 4$ .

Tìm ảnh của  $(C)$  qua phép đối xứng trục  $d$ .

A.  $(C'): (x-2)^2 + (y-1)^2 = 4$

B.  $(C'): (x-3)^2 + (y-3)^2 = 4$

C.  $(C'): (x-3)^2 + (y-2)^2 = 4$

D.  $(C'): (x-3)^2 + (y-1)^2 = 4$

**Câu 20:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , qua phép đối xứng trục  $Ox$  đường tròn

$(C): (x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$  biến thành đường tròn  $(C')$  có phương trình là:

A.  $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 4$ .

B.  $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$ .

C.  $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$ .

D.  $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 4$ .

**Câu 21:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , qua phép đối xứng trục  $d: y-x=0$ , đường tròn

$(C): (x+1)^2 + (y-4)^2 = 1$  biến thành đường tròn  $(C')$  có phương trình là:

A.  $(x+1)^2 + (y-4)^2 = 1$ .

B.  $(x-4)^2 + (y+1)^2 = 1$ .

C.  $(x+4)^2 + (y-1)^2 = 1$ .

D.  $(x+4)^2 + (y+1)^2 = 1$ .

**Câu 22:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho đường thẳng  $d: x+2y-5=0$ . Tìm ảnh của  $d$  qua phép đối xứng trục có trục là

a)  $Ox$

A.  $2x-2y-5=0$

B.  $x-y-5=0$

C.  $x-2y+5=0$

D.  $x-2y-5=0$

b)  $Oy$

A.  $x-2y+5=0$

B.  $2x-2y+5=0$

C.  $x-2y-5=0$

D.  $x+2y+5=0$

**Câu 23:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho đường thẳng  $d: 2x-y-3=0$  và đường tròn

$(C): (x-2)^2 + (y-3)^2 = 4$ .

a) Tìm ảnh của  $d$  qua phép đối xứng trục  $Ox$ .

A.  $x+y-3=0$

B.  $2x+3y-3=0$

C.  $2x+y-4=0$

D.  $2x+y-3=0$

b) Tìm ảnh của  $(C)$  qua phép đối xứng trục  $Ox$ .

A.  $(x-3)^2 + (y+3)^2 = 4$

B.  $(x-2)^2 + (y+2)^2 = 4$

C.  $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 4$

D.  $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 4$

c) Viết phương trình đường tròn  $(C')$ , ảnh của  $(C)$  qua phép đối xứng qua đường thẳng  $d$ .

A.  $(C'): \left(x-\frac{8}{5}\right)^2 + \left(y-\frac{1}{5}\right)^2 = 4$

B.  $(C'): \left(x-\frac{1}{5}\right)^2 + \left(y-\frac{1}{5}\right)^2 = 4$

C.  $(C'): \left(x - \frac{18}{5}\right)^2 + \left(y - \frac{11}{5}\right)^2 = 4$

D.  $(C'): \left(x + \frac{18}{5}\right)^2 + \left(y + \frac{11}{5}\right)^2 = 4$

**Câu 24:** Cho  $d: x - 2y + 2 = 0$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$T = \sqrt{(x-3)^2 + (y-5)^2} + \sqrt{(x-5)^2 + (y-7)^2}.$$

A. 6

B. 5

C. 4

D. 3

**Câu 25:** Cho  $A(2;1)$ . Tìm điểm  $B$  trên trục hoành và điểm  $C$  trên đường phân giác góc phần tư thứ nhất để chu vi tam giác  $ABC$  nhỏ nhất.

A.  $B'(1;0)$  và  $C'\left(\frac{5}{4}; \frac{5}{4}\right)$

B.  $B'\left(\frac{5}{3}; 0\right)$  và  $C'\left(\frac{5}{4}; \frac{5}{4}\right)$

C.  $B'\left(\frac{5}{3}; 0\right)$  và  $C'(1;1)$

D.  $B'(1;0)$  và  $C'(1;1)$