

## PHÉP ĐỐI XỨNG TRỰC.

### A – LÝ THUYẾT TÓM TẮT

#### 1. Định nghĩa:

Cho đường thẳng  $d$ . Phép biến hình biến mỗi điểm  $M$  thuộc  $d$  thành chính nó, biến mỗi điểm  $M$  không thuộc  $d$  thành điểm

$M'$  sao cho  $d$  là đường trung trực của đoạn  $MM'$  được gọi là phép đối xứng qua đường thẳng  $d$ , hay còn gọi là phép đối xứng trục  $d$ .

Phép đối xứng trục có trục là đường thẳng  $d$  được kí hiệu là  $D_d$ . Như vậy  
 $D_d(M) = M' \Leftrightarrow \overrightarrow{IM} = -\overrightarrow{IM'}$  với  $I$  là hình chiếu vuông góc của  $M$  trên  $d$ .

Nếu  $D_d[(H)] = (H)$  thì  $d$  được gọi là trục đối xứng của hình  $(H)$ .

#### 2. Tính chất phép đối xứng trục:

- ✓ Bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì.
- ✓ Biến một đường thẳng thành đường thẳng.
- ✓ Biến một đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng đoạn đã cho.
- ✓ Biến một tam giác thành tam giác bằng tam giác đã cho.
- ✓ Biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.

#### 3. Biểu thức tọa độ của phép đối xứng trục:

Trong mặt phẳng  $Oxy$ , với mỗi điểm  $M(x; y)$ , gọi  $M'(x'; y') = D_d(M)$ .

Nếu chọn  $d$  là trục  $Ox$ , thì  $\begin{cases} x' = x \\ y' = -y \end{cases}$

Nếu chọn  $d$  là trục  $Oy$ , thì  $\begin{cases} x' = -x \\ y' = y \end{cases}$ .

### B – BÀI TẬP

#### DẠNG 1: ỨNG DỤNG ĐỊNH NGHĨA VÀ CÁC TÍNH CHẤT PHÉP ĐỐI XỨNG TRỰC

**Câu 1:** Hình gồm hai đường tròn có tâm và bán kính khác nhau có bao nhiêu trục đối xứng?

- A. Không có.                      B. Một.                      C. Hai.                      D. Vô số

**Câu 2:** Hình gồm hai đường thẳng  $d$  và  $d'$  vuông góc với nhau đó có mấy trục đối xứng?

- A. 0.                      B. 2.                      C. 4.                      D. Vô số

**Câu 3:** Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

- A. Đường tròn là hình có vô số trục đối xứng.  
 B. Một hình có vô số trục đối xứng thì hình đó phải là hình tròn.  
 C. Một hình có vô số trục đối xứng thì hình đó phải là hình gồm những đường tròn đồng tâm.  
 D. Một hình có vô số trục đối xứng thì hình đó phải là hình gồm hai đường thẳng vuông góc.

**C – HƯỚNG DẪN GIẢI****DẠNG 1: ÁP DỤNG ĐỊNH NGHĨA VÀ CÁC TÍNH CHẤT PHÉP ĐỐI XỨNG TRỰC****Câu 1:** Hình gồm hai đường tròn có tâm và bán kính khác nhau có bao nhiêu trục đối xứng?

- A. Không có.                      B. Một.                      C. Hai.                      D. Vô số

Hướng dẫn giải:**Chọn B.**

Một đường tròn có vô số trục đối xứng đi qua tâm của đường tròn đó.

Vậy: Trục đối xứng thỏa yêu cầu của bài toán là đường thẳng nối hai tâm của đường tròn đã cho.

**Câu 2:** Hình gồm hai đường thẳng  $d$  và  $d'$  vuông góc với nhau đó có mấy trục đối xứng?

- A. 0.                      B. 2.                      C. 4.                      D. Vô số

Hướng dẫn giải:**Chọn C.**Có bốn trục đối xứng gồm  $d, d'$  và hai đường phân giác của hai góc tạo bởi  $d, d'$ .**Câu 3:** Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

- A. Đường tròn là hình có vô số trục đối xứng.  
 B. Một hình có vô số trục đối xứng thì hình đó phải là hình tròn.  
 C. Một hình có vô số trục đối xứng thì hình đó phải là hình gồm những đường tròn đồng tâm.  
 D. Một hình có vô số trục đối xứng thì hình đó phải là hình gồm hai đường thẳng vuông góc.

Hướng dẫn giải:**Chọn A.**

Một đường tròn có vô số trục đối xứng đi qua tâm của đường tròn đó.

**Câu B, C, D** là khẳng định sai vì đường thẳng vẫn có vô số trục đối xứng (là các đường vuông góc với đường thẳng đó).**Câu 4:** Xem các chữ cái in hoa A, B, C, D, X, Y như những hình. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hình có một trục đối xứng: A, Y các hình khác không có trục đối xứng.  
 B. Hình có một trục đối xứng: A, B, C, D, Y. Hình có hai trục đối xứng: X.  
 C. Hình có một trục đối xứng: A, B. Hình có hai trục đối xứng: D, X.  
 D. Hình có một trục đối xứng: C, D, Y. Hình có hai trục đối xứng: X. Các hình khác không có trục đối xứng.

Hướng dẫn giải:**Chọn B.****Câu 5:** Giả sử rằng qua phép đối xứng trục  $\mathbb{D}_a$  ( $a$  là trục đối xứng), đường thẳng  $d$  biến thành đường thẳng  $d'$ . Hãy chọn câu **sai** trong các câu sau:

- A. Khi  $d$  song song với  $a$  thì  $d$  song song với  $d'$ .  
 B.  $d$  vuông góc với  $a$  khi và chỉ khi  $d$  trùng với  $d'$ .  
 C. Khi  $d$  cắt  $a$  thì  $d$  cắt  $d'$ . Khi đó giao điểm của  $d$  và  $d'$  nằm trên  $a$ .

**D.** Khi  $d$  tạo với  $a$  một góc  $45^\circ$  thì  $d$  vuông góc với  $d'$ .

Hướng dẫn giải:

**Chọn C.**

Khẳng định C là sai vì khi  $d \perp a$  thì  $d \equiv d'$ .

**Câu 6:** Cho 3 đường tròn có bán kính bằng nhau và đôi một tiếp xúc ngoài với nhau tạo thành hình  $(H)$ . Hỏi  $(H)$  có mấy trục đối xứng?

**A.** 0.

**B.** 1.

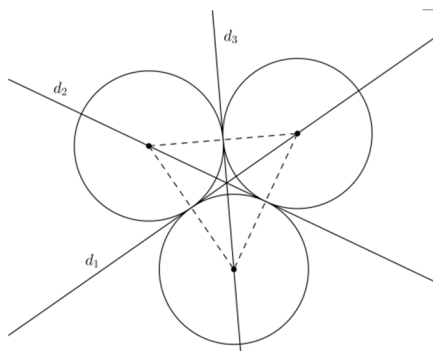
**C.** 2.

**D.** 3.

Hướng dẫn giải:

**Chọn D.**

Có 3 trục đối xứng là 3 đường trung trực của các đoạn nối tâm.



**Câu 7:** Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

**A.** Phép đối xứng trục bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì.

**B.** Phép đối xứng trục biến một đường thẳng thành một đường thẳng song song hoặc trùng với đường thẳng đã cho.

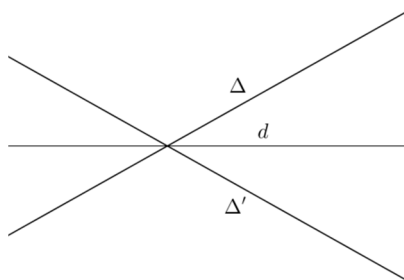
**C.** Phép đối xứng trục biến tam giác thành tam giác bằng tam giác đã cho.

**D.** Phép đối xứng trục biến đường tròn thành đường tròn bằng đường tròn đã cho.

Hướng dẫn giải:

**Chọn B.**

Câu **B** sai vì thiếu trường hợp đường thẳng và trục đối xứng hợp nhau góc nhọn thì trục đối xứng là đường phân giác của đường thẳng và ảnh của nó.



**Câu 8:** Phát biểu nào sau đây là **đúng** về phép đối xứng trục  $d$  ?

- A. Phép đối xứng trục  $d$  biến điểm  $M$  thành điểm  $M' \Leftrightarrow \overrightarrow{MI} = \overrightarrow{IM'}$  ( $I$  là giao điểm của  $MM'$  và trục  $d$ ).
- B. Nếu điểm  $M$  thuộc  $d$  thì  $D_d : M \rightarrow M$ .
- C. Phép đối xứng trục  $d$  không phải là phép dời hình.
- D. Phép đối xứng trục  $d$  biến điểm  $M$  thành điểm  $M' \Leftrightarrow \overrightarrow{MM'} \perp d$ .

**Câu 9:** Cho đường tròn  $(O; R)$ , đường kính  $AB$ . Điểm  $M$  nằm trên  $AB$ . Qua  $AB$ , kẻ dây  $CD$  tạo với  $AB$  một góc  $45^\circ$ . Gọi  $D'$  là điểm đối xứng của  $D$  qua  $AB$ . Tính  $MC^2 + MD'^2$  theo  $R$  ?

- A.  $2R^2$                       B.  $4R^2$                       C.  $3R^2$                       D.  $\frac{3}{2}R^2$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

**Câu 10:** Cho 2 điểm  $A, B$ . Một đường thẳng  $d$  cắt đoạn thẳng  $AB$  tại một điểm. Tìm trên  $d$  điểm  $C$  sao cho đường thẳng  $d$  là phân giác trong của tam giác  $ABC$ .

- A.  $A'$  là điểm đối xứng của  $A$  qua  $d$ ;  $A'B$  cắt  $d$  tại  $C$ .
- B.  $C$  là giao điểm của  $d$  và đường tròn đường kính  $AB$ .
- C.  $D$  là giao điểm của  $AB$  và  $d$ ;  $C$  là giao điểm của  $d$  và đường tròn tâm  $D$ , bán kính  $DA$ .
- D.  $D$  là giao điểm của  $AB$  và  $d$ ;  $C$  là giao điểm của  $d$  và đường tròn tâm  $D$ , bán kính  $DB$ .

Hướng dẫn giải:

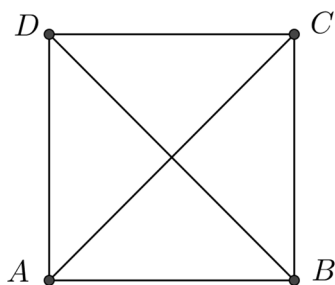
Chọn A.

**Câu 11:** Cho hình vuông  $ABCD$  có hai đường chéo  $AC$  và  $BD$  cắt nhau tại  $I$ . Khẳng định nào sau đây là **đúng** về phép đối xứng trục:

- A. Hai điểm  $A$  và  $B$  đối xứng nhau qua trục  $CD$ .
- B. Phép đối xứng trục  $AC$  biến  $D$  thành  $C$ .
- C. Phép đối xứng trục  $AC$  biến  $D$  thành  $B$ .
- D. Cả A, B, C đều đúng.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.



**Câu 12:** Hình nào sau đây **không** có trục đối xứng (mỗi hình là một chữ cái in hoa):

A. G.

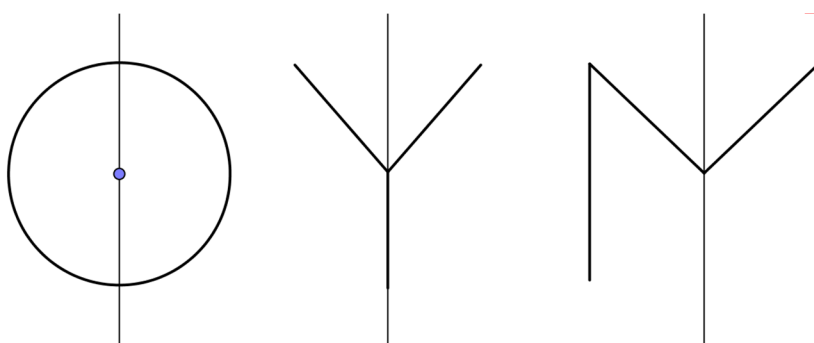
B. O.

C. Y.

D. M.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.



**Câu 13:** Hình nào sau đây là có trục đối xứng:

A. Tam giác bất kì.

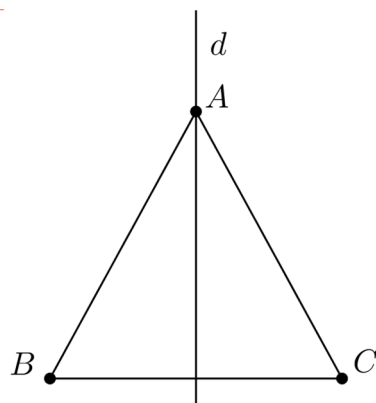
B. Tam giác cân.

C. Tứ giác bất kì.

D. Hình bình hành.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.



**Câu 14:** Cho tam giác  $ABC$  đều. Hỏi hình là tam giác  $ABC$  đều có bao nhiêu trục đối xứng:

A. Không có trục đối xứng.

B. Có 1 trục đối xứng.

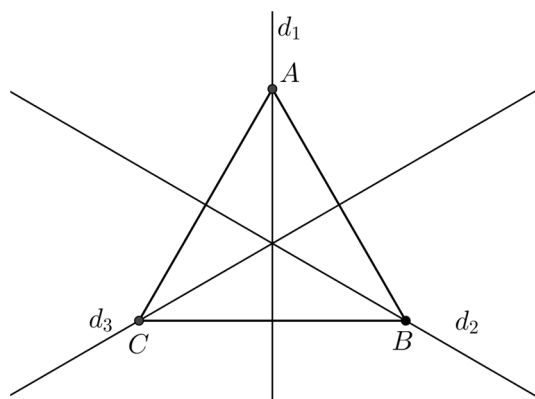
C. Có 2 trục đối xứng.

D. Có 3 trục đối xứng.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

3 trục đối xứng của tam giác đều là 3 đường trung trực của 3 cạnh.



**Câu 15:** Cho tam giác  $ABC$  có  $A$  là góc nhọn và các đường cao là  $AA'$ ,  $BB'$ ,  $CC'$ . Gọi  $H$  là trực tâm và  $H'$  là điểm đối xứng của  $H$  qua  $BC$ . Tứ giác nào sau đây là tứ giác nội tiếp?

- A.  $AC'H'C$ .      B.  $ABH'C$ .      C.  $AB'H'B$ .      D.  $BHCH'$ .

Hướng dẫn giải:

**Chọn B.**

**Câu 16:** Cho tam giác  $ABC$  có  $B, C$  cố định,  $A$  di động trên đường tròn  $(O; R)$ . Hai đường tròn tâm  $B$  và tâm  $C$  qua  $A$  cắt nhau tại điểm thứ 2 là  $D$ . Điểm  $D$  di động trên đường tròn cố định nào?

- A. Đường tròn  $(O, R)$ .  
 B. Đường tròn  $(B, BA)$ .  
 C. Đường tròn  $(C, CA)$ .  
 D. Đường tròn  $(O', R)$ , với  $O'$  là điểm đối xứng của  $O$  qua  $BC$ .

Hướng dẫn giải:

**Chọn D.**

**Câu 17:** Cho góc nhọn  $xOy$  và điểm  $A$  thuộc miền trong của góc đó, điểm  $B$  thuộc cạnh  $Ox$  ( $B$  khác  $O$ ). Tìm  $C$  thuộc  $Oy$  sao cho chu vi tam giác  $ABC$  nhỏ nhất?

- A.  $C$  là hình chiếu của  $A$  trên  $Oy$ .  
 B.  $C$  là hình chiếu của  $B$  trên  $Oy$ .  
 C.  $C$  là hình chiếu trung điểm  $I$  của  $AB$  trên  $Oy$ .  
 D.  $C$  là giao điểm của  $BA'$ ;  $A'$  đối xứng với  $A$  qua  $Oy$ .

Hướng dẫn giải:

**Chọn D.**

**DẠNG 2: PHƯƠNG PHÁP TOẠ ĐỘ**

**Câu 1:** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho điểm  $M(2;3)$ . Hỏi trong bốn điểm sau điểm nào là ảnh của  $M$  qua phép đối xứng trục  $Ox$ ?

- A.  $(3;2)$ .                      B.  $(2;-3)$ .                      C.  $(3;-2)$ .                      D.  $(-2;3)$

Hướng dẫn giải:

**Chọn B.**

$$\mathbb{D}_{Ox}(M) = M' \Leftrightarrow \begin{cases} x' = x \\ y' = -y \end{cases}. \text{ Suy ra } M'(2;-3).$$

**Câu 2:** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho điểm  $M(2;3)$ . Hỏi  $M$  là ảnh của điểm nào trong các điểm sau qua phép đối xứng trục  $Oy$ ?

- A.  $(3;2)$ .                      B.  $(2;-3)$ .                      C.  $(3;-2)$ .                      D.  $(-2;3)$

Hướng dẫn giải:

**Chọn D.**

$$\mathbb{D}_{Oy}(M) = M' \Leftrightarrow \begin{cases} x' = -x \\ y' = y \end{cases}. \text{ Suy ra } M'(-2;3).$$

**Câu 3:** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho điểm  $M(2;3)$ . Hỏi trong bốn điểm sau điểm nào là ảnh của  $M$  qua phép đối xứng qua đường thẳng  $d: x - y = 0$ ?

- A.  $(3;2)$ .                      B.  $(2;-3)$ .                      C.  $(3;-2)$ .                      D.  $(-2;3)$

Hướng dẫn giải:

**Chọn A.**

Gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $M$  trên  $d$ . Suy ra  $MH: x + y - 5 = 0$ .

$$H = d \cap MH. \text{ Ta có hệ phương trình } \begin{cases} x - y = 0 \\ x + y - 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow x = y = \frac{5}{2}. \text{ Vậy: } H\left(\frac{5}{2}; \frac{5}{2}\right).$$

$$\mathbb{D}_d(M) = M'. \text{ Suy ra } H \text{ là trung điểm của } MM'.$$

$$\text{Vậy: } M'(3;2).$$

**Câu 4:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho parabol  $(P): y^2 = -12x$ . Hỏi parabol nào là ảnh của  $(P)$  qua phép đối xứng trục  $Ox$ ?

- A.  $x^2 = 12y$ .                      B.  $x^2 = -12y$ .                      C.  $y^2 = 12x$ .                      D.  $y^2 = -12x$ .

Hướng dẫn giải:

**Chọn D.**

**Câu 5:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $A(1;2); B(4;4)$ . Tìm điểm  $M$  thuộc  $Ox$  sao cho  $MA + MB$  nhỏ nhất?

- A.  $M(1;0)$ .      B.  $M(4;0)$ .      C.  $M(2;0)$ .      D.  $M\left(\frac{5}{2};0\right)$

Hướng dẫn giải:

**Chọn C.**

**Câu 6:** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho Parabol  $(P)$  có phương trình  $x^2 = 24y$ . Hỏi Parabol nào trong các Parabol sau là ảnh của  $(P)$  qua phép đối xứng trục  $Oy$ ?

- A.  $x^2 = 24y$ .      B.  $x^2 = -24y$ .      C.  $y^2 = 24x$ .      D.  $y^2 = -24x$

Hướng dẫn giải:

**Chọn A.**

Gọi  $M(x; y) \in (P)$  tùy ý.

$$\mathcal{D}_{Oy}(M) = M'(x'; y') \Leftrightarrow \begin{cases} x' = -x \\ y' = y \end{cases}. \text{ Suy ra } M(-x'; y').$$

$$\text{Vì } M \in (P) \text{ nên } (-x')^2 = 24y' \Leftrightarrow x'^2 = 24y'.$$

$$\text{Vậy } M' \in (P'): x^2 = 24y.$$

**Câu 7:** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho parabol  $(P): y^2 = x$ . Hỏi parabol nào sau đây là ảnh của parabol  $(P)$  qua phép đối xứng trục  $Oy$ ?

- A.  $y^2 = x$ .      B.  $y^2 = -x$ .      C.  $x^2 = -y$ .      D.  $x^2 = y$

Hướng dẫn giải:

**Chọn B.**

Gọi  $M(x; y) \in (P)$  tùy ý.

$$\mathcal{D}_{Oy}(M) = M'(x'; y') \Leftrightarrow \begin{cases} x' = -x \\ y' = y \end{cases}. \text{ Suy ra } M(-x'; y').$$

$$\text{Vì } M \in (P) \text{ nên } y'^2 = -x'.$$

$$\text{Vậy } M' \in (P'): y^2 = -x.$$

**Câu 8:** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho parabol  $(P)$  có phương trình  $x^2 = 4y$ . Hỏi Parabol nào trong các Parabol sau là ảnh của  $(P)$  qua phép đối xứng trục  $Ox$ ?

- A.  $x^2 = 4y$ .      B.  $x^2 = -4y$ .      C.  $y^2 = 4x$ .      D.  $y^2 = -4x$

Hướng dẫn giải:



**Chọn B.**

Gọi  $M(x; y) \in (P)$  tùy ý.

$$\mathcal{D}_{Ox}(M) = M'(x'; y') \Leftrightarrow \begin{cases} x' = x \\ y' = -y \end{cases}. \text{ Suy ra } M(x'; -y').$$

Vì  $M \in (P)$  nên  $x'^2 = 4(-y')$ .

Vậy  $M' \in (P'): x^2 = -4y$ .

**Câu 9:** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , qua phép đối xứng trục  $Oy$ , điểm  $A(3; 5)$  biến thành điểm nào trong các điểm sau?

**A.**  $(3; 5)$ .

**B.**  $(-3; 5)$ .

**C.**  $(3; -5)$ .

**D.**  $(-3; -5)$ .

**Hướng dẫn giải:**

**Chọn C.**

$$\text{Ta có } \mathcal{D}_{Oy}(A) = A'(x'; y') \Leftrightarrow \begin{cases} x' = -x \\ y' = y \end{cases}. \text{ Suy ra } M'(3; -5).$$

**Câu 10:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho 2 đường tròn  $(C): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$  và  $(C'): (x-3)^2 + y^2 = 4$ . Viết phương trình trục đối xứng của  $(C)$  và  $(C')$ .

**A.**  $y = x + 1$ .

**B.**  $y = x - 1$ .

**C.**  $y = -x + 1$ .

**D.**  $y = -x - 1$ .

**Hướng dẫn giải:**

**Chọn B.**

**Câu 11:** Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ  $Oxy$ , cho phép đối xứng trục  $Ox$ , với  $M(x; y)$  gọi  $M'$  là ảnh của  $M$  qua phép đối xứng trục  $Ox$ . Khi đó tọa độ điểm  $M'$  là:

**A.**  $M'(x; y)$ .

**B.**  $M'(-x; y)$ .

**C.**  $M'(-x; -y)$ .

**D.**  $M'(x; -y)$ .

**Hướng dẫn giải:**

**Chọn D.**

$$\text{Đối xứng qua trục } Ox \text{ thì } \begin{cases} x' = x \\ y' = -y \end{cases}.$$

**Câu 12:** Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ  $Oxy$ , cho phép đối xứng trục  $Oy$ , với  $M(x; y)$  gọi  $M'$  là ảnh của  $M$  qua phép đối xứng trục  $Oy$ . Khi đó tọa độ điểm  $M'$  là:

**A.**  $M'(x; y)$ .

**B.**  $M'(-x; y)$ .

**C.**  $M'(-x; -y)$ .

**D.**  $M'(x; -y)$ .

**Hướng dẫn giải:**

**Chọn B.**

$$\text{Đối xứng qua trục } Oy \text{ thì } \begin{cases} x' = -x \\ y' = y \end{cases}.$$

**Câu 13:** Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ  $Oxy$ , cho phép đối xứng trục  $Ox$ , phép đối xứng trục  $Ox$  biến đường thẳng  $d: x + y - 2 = 0$  thành đường thẳng  $d'$  có phương trình là:

A.  $x - y - 2 = 0$ .

B.  $x + y + 2 = 0$ .

C.  $-x + y - 2 = 0$ .

D.  $x - y + 2 = 0$ .

Hướng dẫn giải:

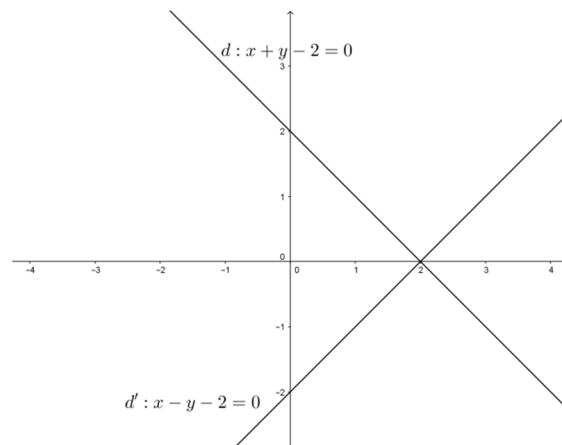
**Chọn A.**

Gọi  $M(x; y) \in d$ ,  $M'(x'; y')$  là ảnh của  $M$  qua phép đối xứng trục  $Ox$ .

$$\text{Khi đó ta có: } \begin{cases} x' = x \\ y' = -y \end{cases} \Rightarrow M'(x; -y).$$

$$\text{Do } M \in d \Rightarrow x' + y' - 2 = 0.$$

$$\text{Vậy } d': x - y - 2 = 0.$$



**Câu 14:** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho điểm  $M(1; 5)$ . Tìm ảnh của  $M$  qua phép đối xứng trục  $Ox$ .

A.  $M'(-1; 5)$

B.  $M'(-1; -5)$

C.  $M'(1; -5)$

D.  $M'(0; -5)$

Hướng dẫn giải:

**Chọn C.**

Gọi  $M', d', (C')$  theo thứ tự là ảnh của  $M, d, (C)$  qua  $D_{Ox}$ , khi đó  $M'(1; -5)$ .

**Câu 15:** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho đường thẳng  $d: x + 2y + 4 = 0$ . Tìm ảnh của  $d$  qua phép đối xứng trục  $Ox$ .

A.  $d': 2x - 2y + 4 = 0$

B.  $d': x - 2y + 2 = 0$

C.  $d': 3x - 2y + 4 = 0$

D.  $d': x - 2y + 4 = 0$

Hướng dẫn giải:

**Chọn D.**

$$\text{Lấy } M(x; y) \in d \Rightarrow x + 2y + 4 = 0 \quad (1)$$

Gọi  $N(x'; y')$  là ảnh của  $M$  qua phép đối xứng  $D_{Ox}$ .

$$\text{Ta có } \begin{cases} x' = x \\ y' = -y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = -y' \end{cases}. \text{ Thay vào (1) ta được}$$

$$x' - 2y' + 4 = 0. \text{ Vậy } d': x - 2y + 4 = 0.$$

**Câu 16:** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho đường thẳng đường tròn  $(C): x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$ . Tìm ảnh của  $(C)$  qua phép đối xứng trục  $Ox$ .

A.  $(C'): (x+2)^2 + (y+2)^2 = 9$

B.  $(C'): (x+1)^2 + (y+1)^2 = 9$

C.  $(C'): (x+3)^2 + (y+2)^2 = 9$

D.  $(C'): (x+1)^2 + (y+2)^2 = 9$

**Hướng dẫn giải:****Chọn D.****Cách 1:** Ta thấy  $(C)$  có tâm  $I(-1; 2)$  và bán kính  $R=3$ .Gọi  $I', R'$  là tâm và bán kính của  $(C')$  thì  $I'(-1; -2)$  và  $R'=R=3$ , do đó  $(C'): (x+1)^2 + (y+2)^2 = 9$ .**Cách 2:** Lấy  $P(x; y) \in (C) \Rightarrow x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$  (2).Gọi  $Q(x'; y')$  là ảnh của  $P$  qua phép đối xứng  $D_{\alpha}$ . Ta có

$$\begin{cases} x' = x \\ y' = -y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = -y' \end{cases} \text{ thay vào (2) ta được } x'^2 + y'^2 + 2x' + 4y' - 4 = 0, \text{ hay}$$

$$(C'): x^2 + y^2 + 2x + 4y - 4 = 0.$$

**Câu 17:** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho điểm  $M(1; 5)$ . Tìm ảnh của  $M$  qua phép đối xứng qua đường thẳng  $d: x + 2y + 4 = 0$ 

A.  $M'(-5; -7)$

B.  $M'(5; 7)$

C.  $M'(-5; 7)$

D.  $M'(5; -7)$

**Hướng dẫn giải:****Chọn A.**Đường thẳng  $d_1$  đi qua  $M$  vuông góc với  $d$  có phương trình  $2x - y + 3 = 0$ .

$$\text{Gọi } I = d \cap d_1 \text{ thì tọa độ điểm } I \text{ là nghiệm của hệ } \begin{cases} x + 2y + 4 = 0 \\ 2x - y + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow I(-2; -1).$$

Gọi  $M'$  đối xứng với  $M$  qua  $d$  thì  $I$  là trung điểm của  $MM'$ .

$$\text{Ta có } \begin{cases} x_I = \frac{x_M + x_{M'}}{2} \\ y_I = \frac{y_M + y_{M'}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{M'} = 2x_I - x_M = -5 \\ y_{M'} = 2y_I - y_M = -7 \end{cases} \Rightarrow M'(-5; -7).$$

**Câu 18:** Cho hai đường thẳng  $d: x + y - 2 = 0$ ,  $d_1: x + 2y - 3 = 0$ . Tìm ảnh của  $d_1$  qua phép đối xứng trục  $d$ .

A.  $d_1': x + y - 3 = 0$

B.  $d_1': 2x + 2y - 3 = 0$

C.  $d_1': 2x + 2y - 1 = 0$

D.  $d_1': 2x + y - 3 = 0$

**Hướng dẫn giải:****Chọn D.**Ta có  $d_1 \cap d = I(1; 1)$  nên  $D_d(I) = I$ .

Lấy  $M(3;0) \in d_1$ . Đường thẳng  $d_2$  đi qua  $M$  vuông góc với  $d$  có phương trình  $x - y - 3 = 0$ . Gọi

$$M_0 = d \cap d_2, \text{ thì tọa độ của } M_0 \text{ là nghiệm của hệ } \begin{cases} x + y - 2 = 0 \\ x - y - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow M_0\left(\frac{5}{2}; -\frac{1}{2}\right).$$

Gọi  $M'$  là ảnh của  $M$  qua  $\mathcal{D}_d$  thì  $M_0$  là trung điểm của  $MM'$  nên

$M'(2; -1)$ . Gọi  $d_1' = \mathcal{D}_d(d_1)$  thì  $d_1'$  đi qua  $I$  và  $M'$  nên có phương trình

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-2} \Leftrightarrow 2x + y - 3 = 0. \text{ Vậy } d_1': 2x + y - 3 = 0.$$

**Câu 19:** Cho đường tròn  $(C): (x-1)^2 + (y+1)^2 = 4$ .

Tìm ảnh của  $(C)$  qua phép đối xứng trục  $d$ .

**A.**  $(C'): (x-2)^2 + (y-1)^2 = 4$

**B.**  $(C'): (x-3)^2 + (y-3)^2 = 4$

**C.**  $(C'): (x-3)^2 + (y-2)^2 = 4$

**D.**  $(C'): (x-3)^2 + (y-1)^2 = 4$

Hướng dẫn giải:

**Chọn D.**

Tìm ảnh của  $(C)$ .

Đường tròn  $(C)$  có tâm  $J(1; -1)$  và bán kính  $R = 2$ .

Đường thẳng  $d_3$  đi qua  $J$  và vuông góc với  $d$  có phương trình  $x - y - 2 = 0$ .

Gọi  $J_0 = d_3 \cap d$  thì tọa độ của điểm  $J_0$  là nghiệm của hệ  $\begin{cases} x + y - 2 = 0 \\ x - y - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow J_0(2; 0).$

Gọi  $J' = \mathcal{D}_d(J)$  thì  $J_0$  là trung điểm của  $JJ'$  nên  $J'(3; 1)$

**Câu 20:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , qua phép đối xứng trục  $Ox$  đường tròn

$(C): (x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$  biến thành đường tròn  $(C')$  có phương trình là:

**A.**  $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 4.$

**B.**  $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 4.$

**C.**  $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4.$

**D.**  $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 4.$

Hướng dẫn giải:

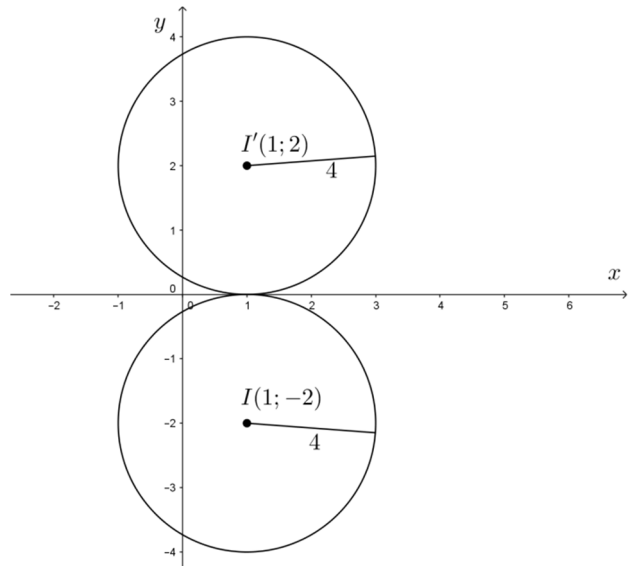
**Chọn C.**

$(C')$  có tâm  $I(1; 2)$  và bán kính là  $R = 2$ .

Ta có:  $\tilde{N}_{Ox}(I) = I' \Rightarrow I'(1; 2).$

Qua phép đối xứng trục  $Ox$  đường tròn  $(C)$  biến thành đường tròn  $(C')$ , khi đó  $(C')$  có tâm  $I'$  và bán kính  $R' = R = 2$ .

Vậy  $(C') : (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$ .



**Câu 21:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , qua phép đối xứng trục  $d : y - x = 0$ , đường tròn  $(C) : (x+1)^2 + (y-4)^2 = 1$  biến thành đường tròn  $(C')$  có phương trình là:

A.  $(x+1)^2 + (y-4)^2 = 1$ .

B.  $(x-4)^2 + (y+1)^2 = 1$ .

C.  $(x+4)^2 + (y-1)^2 = 1$ .

D.  $(x+4)^2 + (y+1)^2 = 1$ .

Hướng dẫn giải:

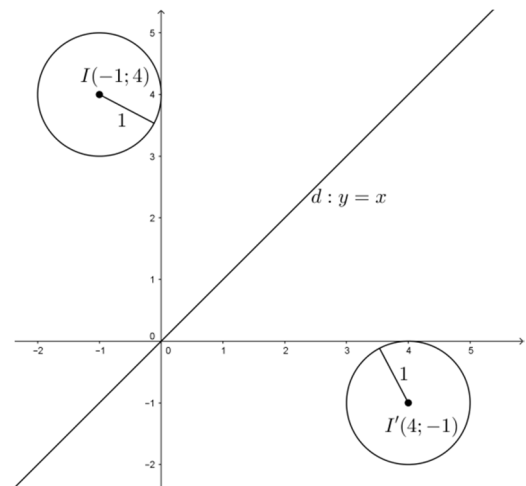
**Chọn C.**

$(C')$  có tâm  $I(1; 2)$  và bán kính là  $R = 1$ .

Ta có :  $\tilde{N}_d(I) = I' \Rightarrow I'(4; -1)$ .

Qua phép đối xứng trục  $Ox$  đường tròn  $(C)$  biến thành đường tròn  $(C')$ , khi đó  $(C')$  có tâm  $I'$  và bán kính  $R' = R = 1$ .

Vậy  $(C') : (x-4)^2 + (y+1)^2 = 1$ .



**Câu 22:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho đường thẳng  $d : x + 2y - 5 = 0$ . Tìm ảnh của  $d$  qua phép đối xứng trục có trục là

a)  $Ox$

A.  $2x - 2y - 5 = 0$

B.  $x - y - 5 = 0$

C.  $x - 2y + 5 = 0$

D.  $x - 2y - 5 = 0$

b)  $Oy$

A.  $x - 2y + 5 = 0$

B.  $2x - 2y + 5 = 0$

C.  $x - 2y - 5 = 0$

D.  $x + 2y + 5 = 0$

Hướng dẫn giải:

a)  $x - 2y - 5 = 0$  b)  $x - 2y + 5 = 0$

**Câu 23:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho đường thẳng  $d: 2x - y - 3 = 0$  và đường tròn  $(C): (x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 4$ .

a) Tìm ảnh của  $d$  qua phép đối xứng trục  $Ox$ .

A.  $x + y - 3 = 0$

B.  $2x + 3y - 3 = 0$

C.  $2x + y - 4 = 0$

D.  $2x + y - 3 = 0$

b) Tìm ảnh của  $(C)$  qua phép đối xứng trục  $Ox$ .

A.  $(x - 3)^2 + (y + 3)^2 = 4$

B.  $(x - 2)^2 + (y + 2)^2 = 4$

C.  $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 4$

D.  $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 4$

c) Viết phương trình đường tròn  $(C')$ , ảnh của  $(C)$  qua phép đối xứng qua đường thẳng  $d$ .

A.  $(C'): \left(x - \frac{8}{5}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{5}\right)^2 = 4$

B.  $(C'): \left(x - \frac{1}{5}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{5}\right)^2 = 4$

C.  $(C'): \left(x - \frac{18}{5}\right)^2 + \left(y - \frac{11}{5}\right)^2 = 4$

D.  $(C'): \left(x + \frac{18}{5}\right)^2 + \left(y + \frac{11}{5}\right)^2 = 4$

Hướng dẫn giải:

a)  $2x + y - 3 = 0$

b)  $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 4$

b)  $(C)$  có tâm  $I(2; 3)$ , đường thẳng qua  $I$  vuông góc với  $d$  là  $d_1: x + 2y - 8 = 0$ . Giao điểm của  $d$  &  $d_1$  là  $M\left(\frac{14}{5}; \frac{13}{5}\right)$ . Gọi  $I'$  là ảnh của  $I$  qua phép đối xứng trục  $d$  thì  $M$  là trung điểm của

$$II' \Rightarrow I'\left(\frac{18}{5}; \frac{11}{5}\right). \text{ Phương trình } (C'): \left(x - \frac{18}{5}\right)^2 + \left(y - \frac{11}{5}\right)^2 = 4.$$

**Câu 24:** Cho  $d: x - 2y + 2 = 0$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$T = \sqrt{(x - 3)^2 + (y - 5)^2} + \sqrt{(x - 5)^2 + (y - 7)^2}.$$

A. 6

B. 5

C. 4

D. 3

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Xét  $M(x; y) \Rightarrow M \in d: x - 2y + 2 = 0$

và  $A(3;5), B(5;7)$ , ta có  $T = MA + MB$ .

Do  $(3 - 2.5 + 2)(5 - 2.7 + 2) > 0$  nên  $A, B$  nằm cùng phía đối với  $d$ .

Gọi  $A'$  đối xứng với  $A$  qua  $d$  thì  $A'(5;1)$ . Phương trình  $A'B: x - 5 = 0$ .

Ta có  $MA + MB = MA' + MB \geq A'B = 6$ .

Đẳng thức xảy ra khi  $M = A'B \cap d \Rightarrow M\left(5; \frac{7}{2}\right)$

**Câu 25:** Cho  $A(2;1)$ . Tìm điểm  $B$  trên trục hoành và điểm  $C$  trên đường phân giác góc phần tư thứ nhất để chu vi tam giác  $ABC$  nhỏ nhất.

**A.**  $B'(1;0)$  và  $C'\left(\frac{5}{4}; \frac{5}{4}\right)$

**B.**  $B'\left(\frac{5}{3}; 0\right)$  và  $C'\left(\frac{5}{4}; \frac{5}{4}\right)$

**C.**  $B'\left(\frac{5}{3}; 0\right)$  và  $C'(1;1)$

**D.**  $B'(1;0)$  và  $C'(1;1)$

Hướng dẫn giải:

**Chọn B.**

Gọi  $B', C'$  lần lượt là ảnh của  $A$  qua các phép đối xứng trục có trục là  $Ox, Oy$ , khi đó ta có  $B'(2; -1), C'(1; 2)$ .

Ta có  $AB = BB', AC = AC'$  nên chu vi tam giác  $ABC$  là

$$2p = AB + BC + CA = AB' + BC + CC' \geq B'C' = \sqrt{10}$$

Đẳng thức xảy ra khi  $B$  và  $C$  là các giao điểm của  $B'C'$  với  $Ox$  và đường phân giác góc phần tư thứ nhất, từ đó không khó khăn gì ta tìm được  $B'\left(\frac{5}{3}; 0\right)$  và  $C'\left(\frac{5}{4}; \frac{5}{4}\right)$ .

