

I. Tìm đường đi ngắn nhất

Mục tiêu. Sau khi hoàn thành bài thực hành này sinh viên có thể:

- Biết cách cài đặt thuật toán Dijkstra hiệu quả.
- Biết cách cài đặt thuật toán Floyd – Warshall (Sử dụng ma trận trọng số).
- Giải quyết một số bài toán liên quan đến đường đi ngắn nhất.

Bài 1. Đường đi ngắn nhất

Cho đồ thị vô hướng có trọng số $G = (V, E, w)$ và có n đỉnh, các đỉnh được đánh số từ 1 đến n và hai đỉnh s, t . Hãy tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh s đến đỉnh t theo thuật toán Dijkstra.

Dữ liệu vào: File văn bản Dijkstra.INP

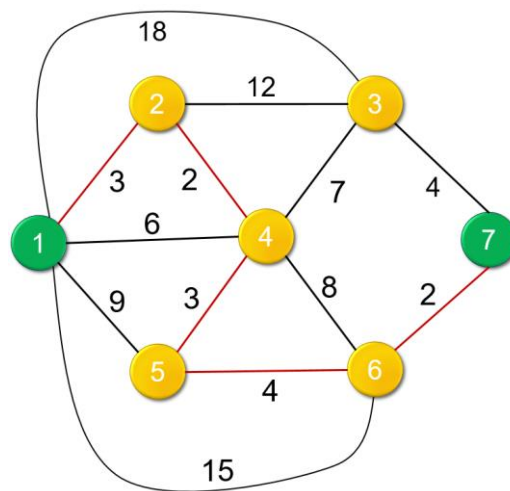
- Dòng đầu tiên chứa 4 số nguyên n, m, s, t (tương ứng với số đỉnh ($n \leq 10^5$), số cạnh ($m \leq 10^5$) và 2 đỉnh s, t của đồ thị).
- m dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa 3 số u, v, w mô tả cung (u, v) có trọng số w ($0 \leq w \leq 10^4$).

Dữ liệu ra: File văn bản Dijkstra.OUT

- Dòng thứ nhất ghi một số nguyên là độ dài đường đi ngắn nhất tìm được
- Dòng thứ hai ghi các đỉnh của đường đi từ đỉnh s đến đỉnh t (bao gồm cả 2 đỉnh s, t)

Ví dụ

Dijkstra.INP	Dijkstra.OUT
7 13 1 7	14
1 2 3	1 2 4 5 6 7
1 3 18	
1 4 6	
1 5 9	
1 6 15	
2 3 12	
2 4 2	
3 4 7	
3 7 4	
4 5 3	
4 6 8	
5 6 4	
6 7 2	



Bài 2. Đường đi ngắn nhất qua đỉnh trung gian

Cho đồ thị vô hướng có trọng số $G = (V, E, w)$ gồm n đỉnh, các đỉnh được **đánh số từ 1 đến n** và ba đỉnh s, t và x . Hãy tìm đường đi ngắn từ đỉnh s đến đỉnh t và đường đi đó phải đi qua đỉnh x .

Dữ liệu vào: File văn bản NganNhatX.INP

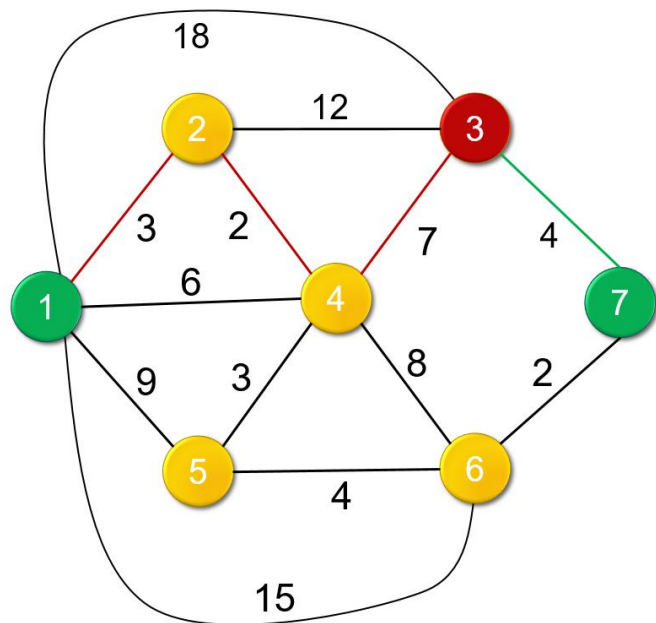
- Dòng đầu tiên chứa 5 số nguyên n, m, s, t, x (tương ứng với số đỉnh ($n \leq 10^5$), số cạnh ($m \leq 10^5$) và 3 đỉnh s, t, x của đồ thị).
- m dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa 3 số u, v, w mô tả cung (u, v) có trọng số w ($0 \leq w \leq 10^4$).

Dữ liệu ra: File văn bản NganNhatX.OUT

- Dòng thứ nhất ghi một số nguyên là độ dài đường đi ngắn nhất tìm được
- Dòng thứ hai ghi các đỉnh của đường đi từ đỉnh s đến đỉnh t đi qua đỉnh x (bao gồm cả 2 đỉnh s, t)

Ví dụ

NganNhatX.INP	NganNhatX.OUT
7 13 1 7 3	16
1 2 3	1 2 4 3 7
1 3 18	
1 4 6	
1 5 9	
1 6 15	
2 3 12	
2 4 2	
3 4 7	
3 7 4	
4 5 3	
4 6 8	
5 6 4	
6 7 2	



Bài 3. Đường đi ngắn nhất giữa các cặp đỉnh

Cho đồ thị vô hướng có trọng số $G = (V, E, w)$ gồm n đỉnh, các đỉnh được **đánh số từ 1 đến n** . Hãy tìm đường đi ngắn nhất giữa các cặp đỉnh theo thuật toán Floyd – Warshall: $dist[i, j]$ độ dài đường đi ngắn nhất từ đỉnh i đến đỉnh j .

Dữ liệu vào: Đọc từ file FloydWarshall.INP

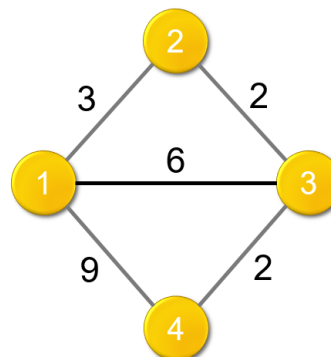
- Dòng đầu tiên chứa 1 số nguyên n (số đỉnh của đồ thị)
- n dòng sau, mỗi dòng chứa n số nguyên mô tả ma trận trọng số của đồ thị

Dữ liệu ra: Ghi ra file FloydWarshall.OUT

- Dòng đầu tiên chứa 1 số nguyên n (số đỉnh của đồ thị)
- n dòng sau, mỗi dòng chứa n số nguyên là ma trận $dist[i, j]$

Ví dụ

Floyd.INP	Floyd.OUT
4	4
0 3 6 9	0 3 5 7
3 0 2 0	3 0 2 4
6 2 0 2	5 2 0 2
9 0 2 0	7 4 2 0



Vận dụng thuật toán tìm đường đi ngắn nhất

Mục tiêu. Sau khi hoàn thành bài thực hành này sinh viên có thể:

- Mô hình hóa bài toán bằng đồ thị.
 - Biết cách **tiền xử lý dữ liệu** trước khi áp dụng thuật toán lý thuyết đồ thị.
 - Ứng dụng thuật toán tìm đường đi ngắn nhất để giải bài toán.
-

Bài 1. Đi ra biên

Cho bảng kích thước $n \times m$ ($n, m \leq 1000$) các số tự nhiên. Từ một ô có thể di chuyển sang một ô kề cạnh với nó, nhưng không được đi ra ngoài bảng. Hãy tìm một cách đi từ ô (x, y) cho trước đến một ô biên sao cho tổng số của các ô đi qua là nhỏ nhất.

Dữ liệu vào: File văn bản RaBien.INP

- Dòng đầu tiên chứa các số n, m, x, y .
- n dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa m số.

Dữ liệu ra: File văn bản RaBien.OUT

- Dòng duy nhất chứa tổng giá trị các số của các ô đã đi qua.

Ví dụ

RaBien.INP	RaBien.OUT
7 6 2 2 19 24 23 18 20 16 23 01 01 05 01 16 17 16 01 13 01 20 18 01 01 17 04 21 14 20 17 04 02 28 01 02 01 02 01 59 14 04 09 60 24 18	22

Bài 2. Chọn thành phố để tổ chức họp

Có n ($n \leq 100$) thành phố được đánh số từ 1 đến n . Khoảng cách giữa hai thành phố i và j là a_{ij} . Người ta muốn tổ chức một cuộc họp quy tụ n lãnh đạo thành phố. Hãy tìm một thành phố để tổ chức cuộc họp sao cho khoảng cách của người đi xa nhất là nhỏ nhất có thể.

Dữ liệu vào: File văn bản ChonThanhPho.INP

- Dòng đầu tiên chứa số n .
- n dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm n số nguyên mô tả giá trị a_{ij} .

Dữ liệu ra: File văn bản ChonThanhPho.OUT

- Dòng đầu là thành phố đăng cai tổ chức.
- Dòng thứ hai, thời gian của người phải đi xa nhất.

Bài 3. Đường tròn

Trên mặt phẳng cho n đường tròn, các đường tròn được đánh số từ 1 đến n . Đường tròn thứ i được cho bởi bộ ba số thực (x_i, y_i, r_i) , trong đó (x_i, y_i) là tọa độ của tâm đường tròn và r_i là bán kính của đường tròn. Một đối tượng nằm trong đường tròn có thể di chuyển tự do trong đường tròn đó với chi phí bằng 0. Nhưng để di chuyển đối tượng đến vị trí ngoài đường tròn thì trước tiên phải di chuyển đường tròn đang chứa đối tượng đến đường tròn nào đó chứa điểm cần đến. Chi phí di chuyển giữa hai đường tròn bằng khoảng cách giữa chúng. Một đối tượng đang ở trong đường tròn s , hãy tìm phương án di chuyển đối tượng đến đường tròn t sao cho tốn chi phí ít nhất.

Dữ liệu vào: File văn bản DuongTron.INP

- Dòng đầu tiên chứa ba số nguyên n, s, t .
- n dòng tiếp theo, dòng i chứa ba số nguyên x_i, y_i, r_i .

Dữ liệu ra: File văn bản DuongTron.OUT

- Dòng duy nhất chứa chi phí ít nhất tìm được (xuất 2 số lẻ thập phân)

Bài 4. Đến trường

Gia đình Tuấn sống ở thành phố XYZ. Hàng ngày, mẹ đi ô tô đến cơ quan làm việc còn Tuấn đi bộ đến trường học. Thành phố XYZ có N nút giao thông được đánh số từ 1 đến N . Nhà Tuấn nằm ở nút giao thông 1, trường của Tuấn nằm ở nút giao thông K , cơ quan của mẹ nằm ở nút giao thông N . Từ nút đến nút có không quá một đường đi một chiều, tất nhiên, có thể có đường đi một chiều khác đi từ nút đến nút. Nếu từ nút đến nút có đường đi thì thời gian đi bộ từ nút đến nút hết a_{ij} phút, còn đi ô tô hết b_{ij} ($0 < b_{ij} \leq a_{ij}$) phút.

Hôm nay, Mẹ và Tuấn xuất phát từ nhà lúc 7 giờ. Tuấn phải có mặt tại trường lúc 7 giờ 59 phút để kịp vào lớp học lúc 8 giờ. Tuấn băn khoăn không biết có thể đến trường đúng giờ hay không, nếu không Tuấn sẽ phải nhờ mẹ đưa đi từ nhà đến một nút giao thông nào đó.

Yêu cầu: Cho biết thông tin về các đường đi của thành phố XYZ. Hãy tìm cách đi để **Tuấn đến trường không bị muộn giờ** còn **mẹ đến cơ quan làm việc sớm nhất**.

Dữ liệu: Vào từ file văn bản SCHOOL.INP có dạng:

- Dòng đầu ghi ba số nguyên dương N, M, K ($3 \leq N \leq 10.000$; $M \leq 10^5$; $1 < K < N$), trong đó N là số nút giao thông, M là số đường đi một chiều, K là nút giao thông - trường của Tuấn.
- M dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa 4 số nguyên dương i, j, a_{ij}, b_{ij} ($1 \leq i, j, \leq N, b_{ij} \leq a_{ij} \leq 60$) mô tả thông tin đường đi một chiều từ i đến j .

Hai số liên tiếp trên một dòng cách nhau một dấu cách. Dữ liệu bảo đảm luôn có nghiệm.

SCHOOL.INP	SCHOOL.OUT
5 6 3 1 4 60 40 1 2 60 30 2 3 60 30 4 5 30 15 4 3 19 10 3 5 20 10	55

Kết quả: Đưa ra file văn bản SCHOOL.OUT gồm một dòng chứa một số nguyên là thời gian sớm nhất mẹ Tuấn đến được cơ quan còn Tuấn thì không bị muộn học.

Hành trình:

- Tuấn và Mẹ đi Xe hơi: $1 \rightarrow 4$: 40 phút
- Tuấn đi xe đạp: $4 \rightarrow 3$: 19 phút
- Mẹ đi xe hơi: $4 \rightarrow 5$: 15 phút
- Thời gian của Tuấn: $40 + 19 = 59$
- Thời gian của Mẹ: $40 + 15 = 55$

II. Cây khung và Cây khung nhỏ nhất

Mục tiêu. Sau khi hoàn thành bài thực hành này sinh viên có thể:

- Biết cách cài đặt thuật toán **tìm cây khung** của đồ thị bằng DFS hay BFS.
- Biết cách cài đặt thuật toán **tìm cây khung nhỏ nhất** bằng thuật toán: **Kruskal** và **Prim**.

Bài 1. Tìm cây khung

Cho đồ thị vô hướng liên thông $G = (V, E)$ có n đỉnh, các đỉnh được **đánh số từ 1 đến n** . Hãy tìm cây khung của đồ thị G theo thuật toán DFS tại đỉnh 1.

Dữ liệu vào: File văn bản CayKhung.INP

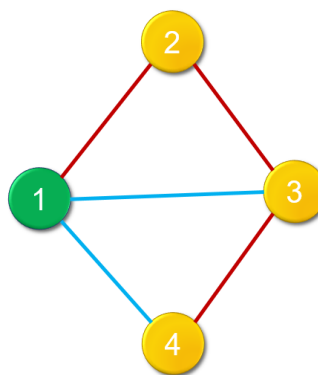
- Dòng đầu tiên chứa hai số nguyên n, m ($n, m \leq 10^5$), trong đó n là số đỉnh, m là số cạnh của đồ thị.
- m dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa hai số u, v mô tả cạnh (u, v) trong đồ thị.

Dữ liệu ra: File văn bản CayKhung.OUT

- Dòng đầu tiên ghi số $(n - 1)$ là số cạnh trong cây khung.
- $n - 1$ dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm hai số nguyên là hai đỉnh của một cạnh trong cây khung.

Ví dụ

CayKhung.INP	CayKhung.OUT
4 5 1 2 1 3 1 4 2 3 3 4	3 1 2 2 3 3 4



Bài 2. Kruskal

Cho đồ thị vô hướng, liên thông, có trọng số $G = (V, E, w)$ gồm n đỉnh, các đỉnh được **đánh số từ 1 đến n** . Hãy tìm cây khung nhỏ nhất của đồ thị G theo thuật toán Kruskal và tính tổng độ dài các cạnh của cây khung tìm được.

Dữ liệu vào: File văn bản Kruskal.INP

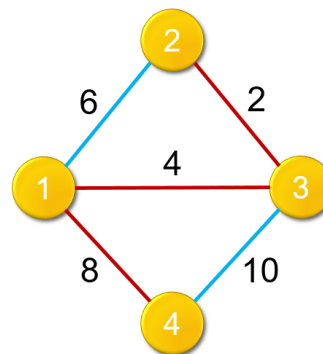
- Dòng đầu tiên chứa hai số nguyên n, m ($n, m \leq 10^5$), trong đó n là số đỉnh, m là số cạnh của đồ thị.
- m dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa ba số u, v, w cho biết cạnh (u, v) có trọng số w ($1 \leq w \leq 10^4$).

Dữ liệu ra: File văn bản Kruskal.OUT

- Dòng đầu tiên ghi số hai số tương ứng là số cạnh và tổng trọng số của cây khung nhỏ nhất.
- $n - 1$ dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm ba số u, v, w cho biết cạnh (u, v) là cạnh trong cây khung nhỏ nhất có trọng số w .

Ví dụ

Kruskal.INP	Kruskal.OUT
4 5 1 2 6 1 3 4 1 4 8 2 3 2 3 4 10	3 14 2 3 2 1 3 4 1 4 8



Bài 3. Prim

Cho đồ thị vô hướng có trọng số $G = (V, E, w)$ có n đỉnh, các đỉnh được **đánh số từ 1 đến n** . Hãy tìm cây khung nhỏ nhất của đồ thị G theo thuật toán Prim bắt đầu từ đỉnh 1 và tính tổng độ dài các cạnh của cây khung tìm được.

Dữ liệu vào: File văn bản Prim.INP

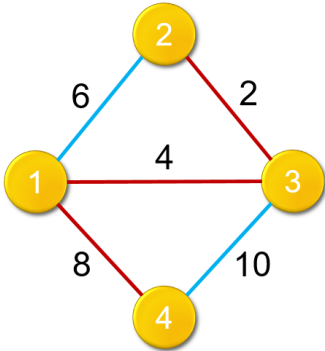
- Dòng đầu tiên chứa hai số nguyên n, m ($n, m \leq 10^5$), trong đó n là số đỉnh, m là số cạnh của đồ thị.
- m dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa ba số u, v, w cho biết cạnh (u, v) có trọng số w ($1 \leq w \leq 10^4$).

Dữ liệu ra: File văn bản Prim.OUT

- Dòng đầu tiên ghi số hai số tương ứng là số cạnh và tổng trọng số của cây khung nhỏ nhất.
- $n - 1$ dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm ba số u, v, w cho biết cạnh (u, v) là cạnh trong cây khung nhỏ nhất có trọng số w .

Ví dụ

Prim.INP	Prim.OUT
4 5 1 2 6 1 3 4 1 4 8 2 3 2 3 4 10	3 14 1 3 4 3 2 2 1 4 8



Vận dụng thuật toán tìm cây khung nhỏ nhất

Mục tiêu. Sau khi hoàn thành bài thực hành này sinh viên có thể:

- Biết cách mô hình bài toán thực tế bằng đồ thị.
 - Biết cách vận dụng thuật toán tìm cây khung nhỏ nhất trên đồ thị.
-

Bài 1. Cây khung x

Cho đồ thị $G = (V, E)$ có n đỉnh ($1 \leq n \leq 10^5$), các đỉnh được đánh số từ 1 đến n , m cạnh ($1 \leq m \leq 10^5$) và độ dài x . Hãy tìm cây khung nhỏ nhất có độ dài cạnh nhỏ nhất trong cây khung lớn hơn hay bằng x .

Input: CayKhungX.INP

- Dòng thứ nhất chứa ba số n, m, x
- M dòng sau chứa bộ ba số (u_i, v_i, w_i) mô tả cạnh thứ (u_i, v_i) có trọng số w_i ($1 \leq w_i \leq 10^4$)

Output: CayKhungX.OUT

- Chứa số -1 nếu không có cây khung thỏa điều kiện bài toán, nếu có thì ghi tổng trọng số các cạnh của cây khung tìm được.

Ví dụ :

CayKhungX.INP	CayKhungX.OUT
6 9 5 1 2 2 1 6 5 2 6 4 2 3 10 5 2 8 5 3 13 6 5 7 5 4 7 3 4 1	37