

# An toàn và An ninh thông tin

Nguyễn Linh Giang

Bộ môn Truyền thông  
và Mạng máy tính

Khoa CNTT, ĐHBK HN

---

# Một số hệ mật khóa công khai



# Nội dung

- Trao đổi khóa Diffie-Hellman
- Chữ ký ElGamal
- Hệ mật Knapsack

# Khái quát hệ Diffie-Hellman

- Được đề cập trong một hội thảo do Diffie-Hellman đưa ra vào 1976
- Là sự kết hợp của hai mô hình xác thực và mật của hệ KCK
- Việc sinh ra các cặp khoá là hoàn toàn khác nhau đối với người sử dụng
- Sử dụng cơ chế trao đổi khoá trực tiếp không qua trung gian xác thực

# Mục đích ra đời

- Sử dụng để áp dụng cho các ứng dụng có độ mật cao bằng phương pháp trao đổi khoá (key exchange)
- Với nguyên tắc hai người sử dụng có thể trao đổi một khoá an toàn - được dùng để mã hoá các tin nhắn
- Thuật toán tự giới hạn chỉ dùng cho các ứng dụng sử dụng kĩ thuật trao đổi khoá

# Cơ sở hình thành thuật toán

- Dựa trên nguyên tắc toán học :với  $m$  là một số nguyên tố thì
  - “Có thể tính toán dễ dàng  $y = a^i \bmod m$  nhưng việc tính ngược lại là rất khó và với  $m$  lớn thì dường như là không thể”
- Dựa trên phép tính logarit rời rạc

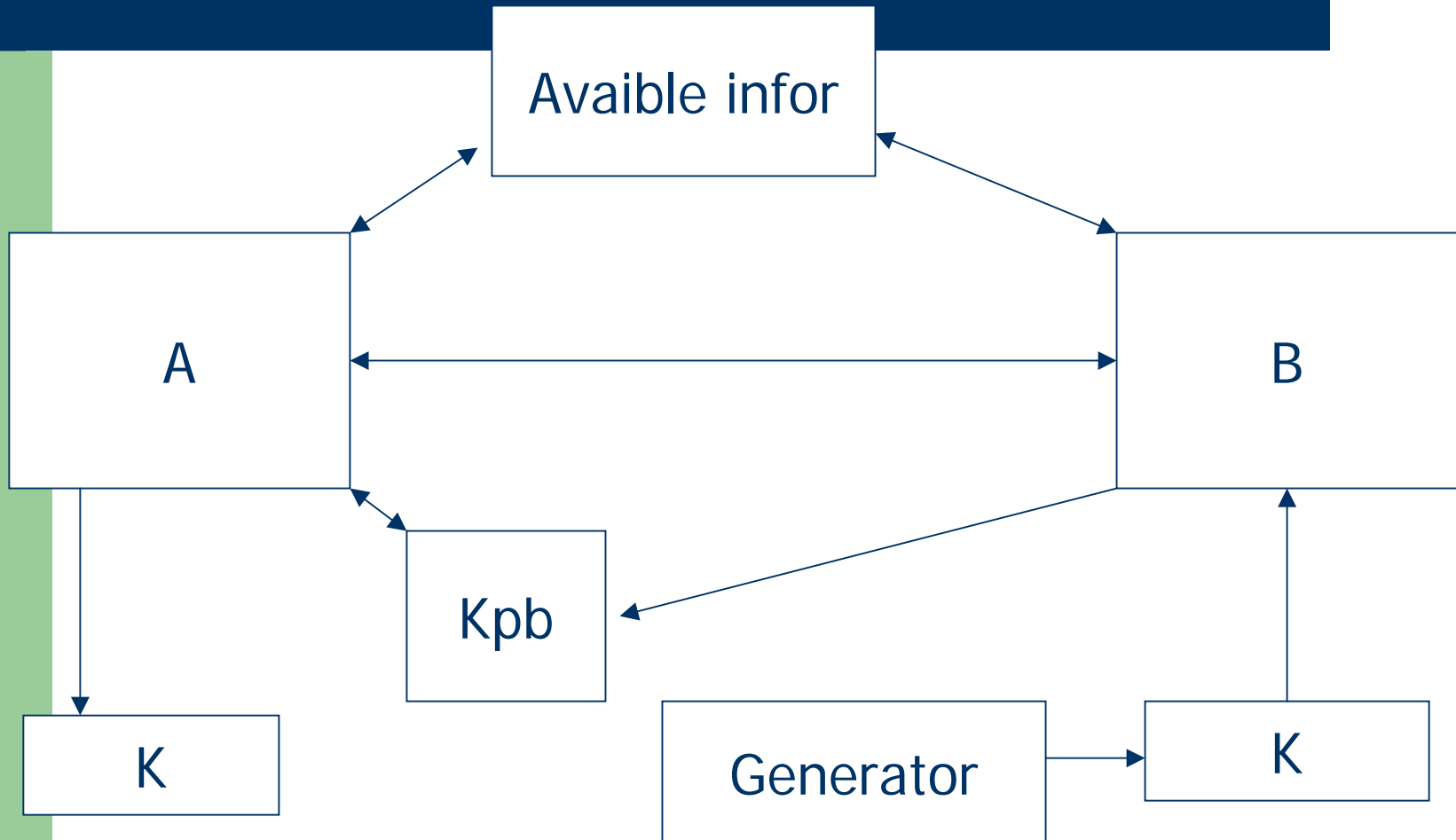
# Thuật toán logarit rời rạc

- Một số nguyên tố  $p$
- Một gốc nguyên thủy  $a$  của  $p$  : là các số mà lũy thừa của nó thuộc  $(1, p-1)$
- Với  $b$  bất kì nguyên sẽ luôn  $\exists i$  sao cho  $b = a^i \pmod p$

Đây thuật toán logarit rời rạc .

Được coi là cơ sở để hình thành thuật toán này .

# Mô hình chung của thuật toán





# Thuật toán sinh khóa

- Lựa chọn số nguyên tố  $p$  và gốc nguyên thủy  $a$
- Khóa của người  $i$ 
  - Khóa riêng  $x_i$  : chọn sao cho  $x_i < p-1$
  - Khóa công khai  $y_i$  :  $y_i = a^{x_i} \bmod p$
- Khóa của người  $j$ 
  - Khóa riêng  $x_j$  : chọn sao cho  $x_j < p-1$
  - Khóa công khai  $y_j$  :  $y_j = a^{x_j} \bmod p$
- Khóa mật chung :  $K = (y_j)^{x_i} \bmod p = (y_i)^{x_j} \bmod p$

# Trao đổi khóa Diffie-Hellman

Thành phần khoá chung cho cả hai  
 $q$  : số nguyên tố  
 $\alpha$  :  $\alpha < q$  và  $\alpha$  là một gốc nguyên thủy của  $q$

Người sử dụng i sinh khóa  
Lựa chọn khoá riêng  $x_i$  :  $x_i < q$   
Tính toán :  $y_i = (\alpha^{x_i} \bmod q)$

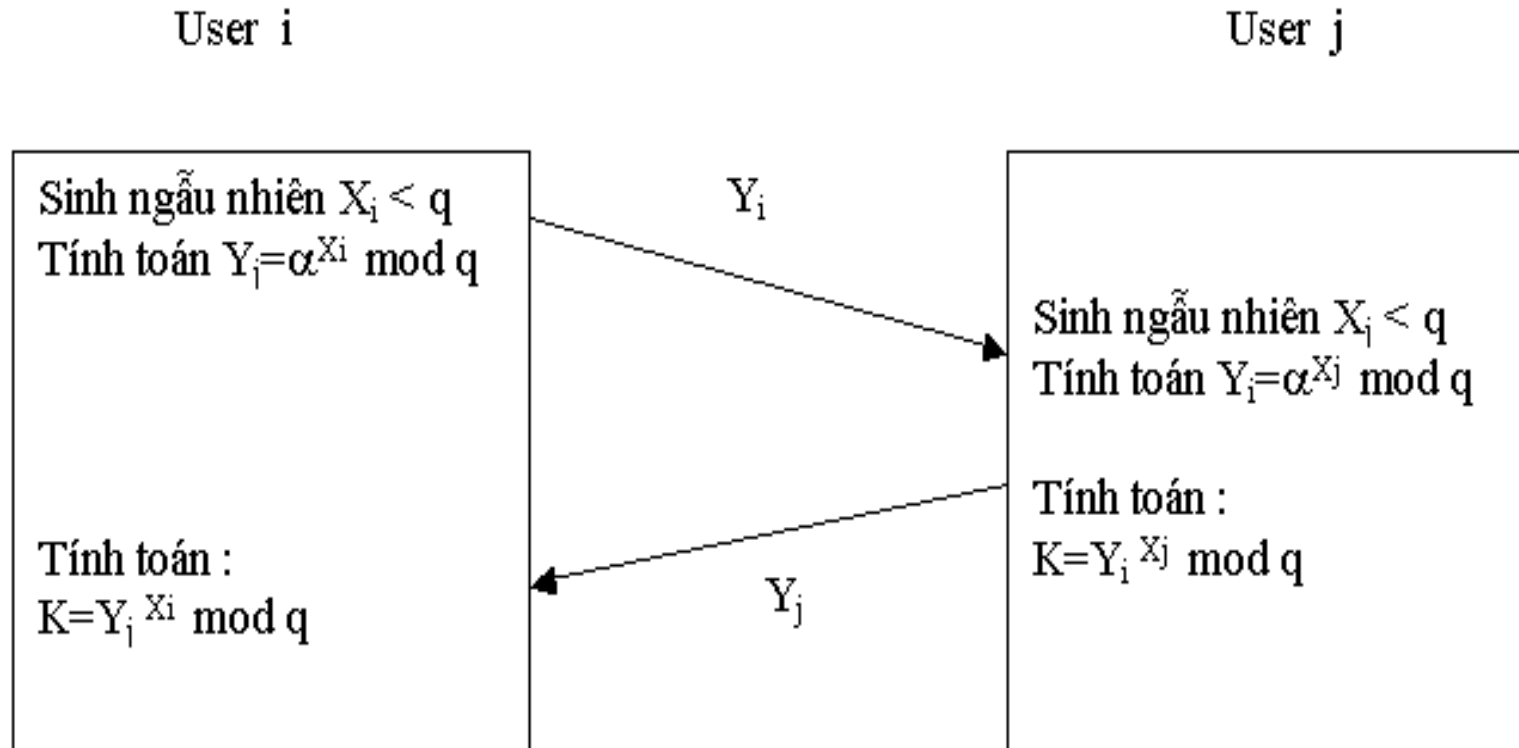
Người sử dụng j sinh khóa  
Lựa chọn khoá riêng  $x_j$  :  $x_j < q$   
Tính toán :  $y_j = (\alpha^{x_j} \bmod q)$

Sinh khoá mật bởi người sử dụng i  
 $K = (y_j^{x_i} \bmod q)$

Sinh khoá mật bởi người sử dụng j  
 $K = (y_i^{x_j} \bmod q)$

# Thuật toán trao đổi khoá

1



# Tính an toàn của hệ mật

- Thám mã có sẵn các thông tin :  $p, a, Y_i, Y_j$
- Để có thể giải được  $K, X$  bắt buộc thám mã phải sử dụng thuật toán logarit rời rạc : rất khó nếu  $p$  lớn
- Nếu chọn  $p$  lớn: việc tính toán ra  $X, K$  dường như không thể trong thời gian thực

# Hệ mật và thám mã

- Thám mã có thể tấn công vào các thông tin :  $p, a, Y_j, Y_j$
- Và sử dụng thuật toán rời rạc để tính ra  $X$ , sau đó tính ra  $K$
- Quan trọng nhất là độ phức tạp của thuật toán logarit phụ thuộc vào chọn số nguyên tố  $p$

# Lĩnh vực ứng dụng

- Tự quá trình thuật toán đã hạn chế ứng dụng chỉ sử dụng cho quá trình trao đổi khoá mật là chủ yếu
- Sử dụng trong chữ kí điện tử.
- Các ứng dụng đòi hỏi xác thực người sử dụng.

# ElGamal

- Tạo khóa:  $p, q, \alpha, a, y = \alpha^a \bmod p$
- Tạo chữ ký:
  - Chọn ngẫu nhiên  $k, 1 \leq k \leq p-1, \gcd(k, p-1)=1$
  - Tính  $r = \alpha^k \bmod p$
  - Tính  $k^{-1} \bmod (p-1)$
  - Tính  $s = k^{-1} * (h(m) - ar) \bmod (p-1)$
  - Chữ ký là  $(r,s)$

# El Gamal (cont)

- Xác minh chữ ký
  - Xác minh  $1 \leq r \leq p-1$
  - Tính  $v_1 = y^r r^s \bmod p$
  - tính  $h(m)$  and  $v_2 = \alpha^{h(m)} \bmod p$
  - Đồng ý nếu  $v_1 = v_2$

$$s \equiv k^{-1} \{h(m) - ar\} \pmod{p-1}$$

$$ks \equiv h(m) - ar \pmod{p-1}$$

$$\alpha^{h(m)} \equiv \alpha^{ar+ks} \equiv (\alpha^a)^r r^s \pmod{p}$$



# ElGamal (cont)

- Chú ý:
  - k phải đơn nhất đối với mỗi bản tin được ký
    - $(s_1 - s_2)k = (h(m_1) - h(m_2)) \bmod (p-1)$
  - Tấn công giả mạo có thể được thiết lập nếu các hàm băm không được dùng

# ElGamal (cont)

- Hiệu năng
  - Tạo chữ ký
    - Một module theo hàm mũ
    - Một thuật toán ơclid
    - Cả hai có thể được thực hiện offline
  - Xác minh
    - Three modular exponentiations
- Các chữ ký ElGamal được tạo ra cho các bài toán xác thực, chứng thực

# Thuật toán mã hoá công khai

## Knapsack

- Bài toán Subset Sum
- Mô tả thuật toán Knapsack

# Bài toán Subset Sum

- Thuật toán Knapsack được xây dựng dựa trên bài toán Subset Sum

$I = (s_1, \dots, s_n, T)$ , trong đó  $s_1, \dots, s_n$  và  $T$  là các số nguyên dương. Các  $s_i$  được gọi là sizes và  $T$  gọi là target sum.

Câu hỏi là có hay không có một vector  $x = (x_1, \dots, x_n)$  trong đó  $x_1, \dots, x_n \in \{0, 1\}$  sao cho

$$1) \text{ sao cho } \sum_{i=1}^n x_i s_i = T ?$$

# Thuật toán Knapsack

Cho  $s = (s_1, \dots, s_n)$  là một danh sách các số nguyên tăng nhanh,  $p > \sum_{i=1}^n s_i$  là số nguyên tố, và  $1 \leq a \leq p-1$ .

Với  $1 \leq i \leq n$ , định nghĩa

$$t_i = as_i \bmod p$$

Đặt  $t = (t_1, \dots, t_n)$

$$P = \{0, 1\}^n$$

$$C = \{0, \dots, n(p-1)\}$$

$K = \{(s, p, a, t)\}$  trong đó  $s, p, a, t$  được xây dựng như trên.

# Thuật toán Knapsack

- $KU = \{t\}$  là khoá công khai.
- $KR = \{p, a, s\}$  là khoá mật.
- Hàm mã hoá

$$E_K(x_1, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n x_i t_i$$

- Hàm giải mã

..

Với  $0 \leq y \leq n(p-1)$ , định nghĩa  $z = a^{-1}y \bmod p$  và giải quyết bài toán  $(s_1, \dots, s_n, z)$  và có được  $D_K(y) = (x_1, \dots, x_n)$  (Hàm giải mã)