

Tổng quan đề thi (Ngày 3):

Câu	Tên bài	File bài làm	Điểm
1	Số Phong Phú	RICHNUM.CPP / .PY	5.0
2	Nén Xâu Ký Tự	STRZIP.CPP / .PY	6.0
3	Vùng Ảnh Liên Thông	IMAGE.CPP / .PY	6.0
4	Chọn Quà Lưu Niệm	GIFT.CPP / .PY	3.0

Bài 1: Số Phong Phú (5.0 điểm)

Trong số học, một số nguyên dương X được gọi là **Số phong phú** (Abundant Number) nếu tổng các ước số thực sự của nó (các ước số nhỏ hơn chính nó) lớn hơn nó. Ví dụ: Số 12 có các ước thực sự là 1, 2, 3, 4, 6. Tổng là $1 + 2 + 3 + 4 + 6 = 16$. Vì $16 > 12$ nên 12 là số phong phú.

Yêu cầu: Cho dãy số nguyên dương A gồm N phần tử. Hãy đếm xem trong dãy có bao nhiêu số là Số phong phú.

Dữ liệu vào (File: RICHNUM.INP):

- Dòng đầu tiên chứa số nguyên N ($1 \leq N \leq 10^5$).
- Dòng thứ hai chứa N số nguyên A_1, A_2, \dots, A_N ($1 \leq A_i \leq 10^5$).

Kết quả (File: RICHNUM.OUT):

- Ghi ra số lượng Số phong phú tìm được trong dãy.

Ví dụ:

Input	Output
5 12 10 18 20 7	3

Giải thích: Các số phong phú là 12, 18, 20. - 10: $1+2+5=8 < 10$ (Không phải). - 18: $1+2+3+6+9=21 > 18$ (Phải). - 7: $1 < 7$ (Không phải).

Bài 2: Nén Xâu Ký Tự (6.0 điểm)

Để tiết kiệm dung lượng lưu trữ, người ta sử dụng phương pháp nén xâu RLE (Run-Length Encoding) cho các xâu ký tự chỉ chứa chữ cái in hoa. Quy tắc nén như sau: Nếu có K ký tự giống nhau liên tiếp ($K \geq 1$), ta sẽ thay thế dãy đó bằng số nguyên K theo sau là ký tự đó. Ví dụ: Xâu AAABBBBB sẽ được nén thành 3A2B4C1A.

Yêu cầu: Cho một xâu ký tự S . Hãy in ra xâu nén của nó theo quy tắc trên.

Dữ liệu vào (File: STRZIP.INP):

- Một dòng duy nhất chứa xâu S gồm các chữ cái in hoa (độ dài không quá 10^5).

Kết quả (File: STRZIP.OUT):

- Ghi ra xâu sau khi đã nén.

Ví dụ:

Input	Output
AAABBC	3A2B1C

Giải thích: 3 chữ A liên tiếp $\rightarrow 3A$, 2 chữ B liên tiếp $\rightarrow 2B$, 1 chữ C $\rightarrow 1C$.

Bài 3: Vùng Ảnh Liên Thông (6.0 điểm)

Một bức ảnh đen trắng được biểu diễn bởi ma trận kích thước $M \times N$ gồm các số 0 (màu trắng) và 1 (màu đen). Một "vùng ảnh" là tập hợp các ô màu đen (số 1) liên thông với nhau (kề nhau theo cạnh trái, phải, trên, dưới).

Yêu cầu: Hãy đếm số lượng vùng ảnh (số lượng vùng liên thông các số 1) có trong ma trận và xác định diện tích (số ô) của vùng ảnh lớn nhất.

Dữ liệu vào (File: IMAGE.INP):

- Dòng đầu tiên chứa hai số nguyên M, N ($1 \leq M, N \leq 1000$).
- M dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa N số nguyên (0 hoặc 1).

Kết quả (File: IMAGE.OUT):

- Dòng 1: Ghi số lượng vùng ảnh.
- Dòng 2: Ghi diện tích của vùng ảnh lớn nhất (nếu không có số 1 nào thì ghi 0).

Ví dụ:

Input	Output
5 6	4
1 1 0 0 0 1	6
1 0 0 1 1 1	
0 0 0 1 0 0	
1 1 0 1 0 1	
1 1 0 0 0 1	

Giải thích: - Vùng 1: Góc trên trái (3 ô). - Vùng 2: Góc trên phải và giữa (6 ô) - Đây là vùng lớn nhất. - Vùng 3: Góc dưới trái (4 ô). - Vùng 4: Góc dưới phải (2 ô đơn lẻ nối nhau? Không, ô (4,6) và (5,6) là 2 ô dọc. Ô (1,6)-(2,6) là vùng 2. Vùng 4 là (4,6)-(5,6)). Tổng cộng 4 vùng.

Bài 4: Chọn Quà Lưu Niệm (3.0 điểm)

Trong chuyến tham quan Lạng Sơn, An ghé vào một cửa hàng lưu niệm. Cửa hàng có N món đồ, món thứ i có giá tiền là W_i và độ yêu thích là V_i . An mang theo số tiền tối đa là T . An muốn chọn mua một số món đồ sao cho tổng giá tiền không vượt quá T và tổng độ yêu thích là lớn nhất có thể. Mỗi món đồ chỉ được mua tối đa 1 lần.

Yêu cầu: Hãy tính tổng độ yêu thích lớn nhất mà An có thể đạt được.

Dữ liệu vào (File: GIFT.INP):

- Dòng đầu chứa hai số nguyên N và T ($1 \leq N \leq 20, 1 \leq T \leq 10^9$).
- N dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa hai số nguyên W_i, V_i ($1 \leq W_i, V_i \leq 10^6$).

Kết quả (File: GIFT.OUT):

- Ghi ra tổng độ yêu thích lớn nhất tìm được.

Ví dụ:

Input	Output
4 10	10
4 4	
3 3	
5 6	
2 1	

Giải thích: Chọn món thứ 1 (giá 4, thích 4) và món thứ 3 (giá 5, thích 6). Tổng tiền: $4 + 5 = 9 \leq 10$. Tổng độ thích: $4 + 6 = 10$. (Lưu ý: Với $N \leq 20$, học sinh có thể sử dụng phương pháp Quay lui/Vét cạn. Nếu N lớn hơn cần dùng Quy hoạch động, nhưng ở mức độ đại trà N thường nhỏ để kiểm tra kỹ năng đệ quy/duyet nhị phân).

----- **HẾT** -----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.