

原

向量点乘（内积）和叉乘（外积、向量积）概念及几何意义解读

2016年09月02日 20:50:34 -牧野- 阅读数：142311 标签： 向量点乘 叉乘 向量积 法向量 内积 更多

版权声明：本文为博主原创文章，转载请注明出处。https://blog.csdn.net/dcrmg/article/details/52416832

向量是由n个实数组成的一个n行1列（n\*1）或一个1行n列（1\*n）的有序数组；

向量的点乘,也叫向量的内积、数量积，对两个向量执行点乘运算，就是对这两个向量对应位——相乘之后求和，点乘的结果是标量。

点乘公式

对于向量a和向量b：

$$a = [a_1, a_2, \dots a_n]$$

$$b = [b_1, b_2, \dots b_n]$$

a和b的点积公式为：

$$a \bullet b = a_1b_1 + a_2b_2 + \dots + a_nb_n$$

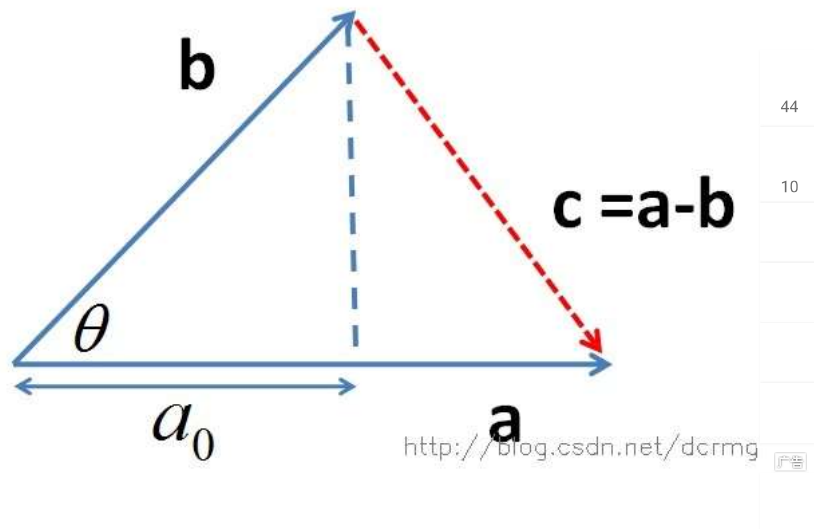
要求一维向量a和向量b的行列数相同。

点乘几何意义

点乘的几何意义是可以用来表征或计算两个向量之间的夹角，以及在b向量在a向量方向上的投影，有公式：

$$a \bullet b = |a||b| \cos \theta$$

推导过程如下，首先看一下向量组成：



定义向量：

$$c = a - b$$

根据三角形余弦定理有：

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2|a||b|\cos\theta$$

根据关系  $c = a - b$  ( $a$ 、 $b$ 、 $c$  均为向量) 有：

$$(a - b) \cdot (a - b) = a^2 + b^2 - 2a \cdot b = a^2 + b^2 - 2|a||b|\cos\theta$$

即：

$$a \cdot b = |a||b|\cos\theta$$

向量  $a$ 、 $b$  的长度都是可以计算的已知量，从而有  $a$  和  $b$  间的夹角  $\theta$ ：

$$\theta = \arccos\left(\frac{a \cdot b}{|a||b|}\right)$$

根据这个公式就可以计算向量  $a$  和向量  $b$  之间的夹角。从而就可以进一步判断这两个向量是否是同一方向，是否正交(也就是垂直)等方向具体对应关系为：

- $a \cdot b > 0$  方向基本相同，夹角在 $0^\circ$ 到 $90^\circ$ 之间
- $a \cdot b = 0$  正交，相互垂直
- $a \cdot b < 0$  方向基本相反，夹角在 $90^\circ$ 到 $180^\circ$ 之间

44

10

叉乘公式

两个向量的叉乘，又叫向量积、外积、叉积，叉乘的运算结果是一个向量而不是一个标量。并且两个向量的叉积与这两个向量组成的坐标平面垂直。

广告

对于向量a和向量b：

$$\begin{aligned} a &= (x_1, y_1, z_1) \\ b &= (x_2, y_2, z_2) \end{aligned}$$

a和b的叉乘公式为：

$$a \times b = \begin{vmatrix} i & j & k \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix} = (y_1z_2 - y_2z_1)i - (x_1z_2 - x_2z_1)j + (x_1y_2 - x_2y_1)k$$

其中：

$$i = (1,0,0) \quad j = (0,1,0) \quad k = (0,0,1)$$

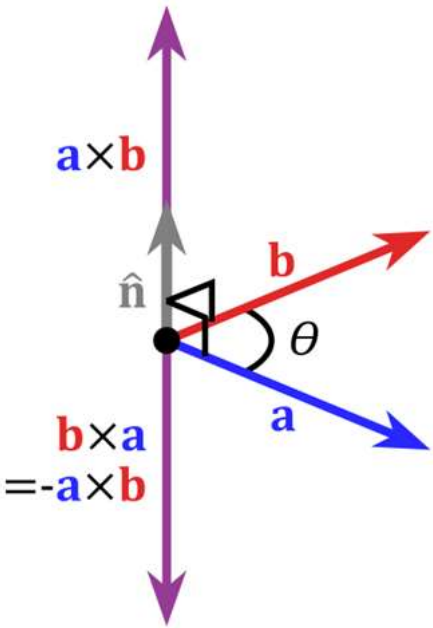
根据i、j、k间关系，有：

$$a \times b = (y_1z_2 - y_2z_1, -(x_1z_2 - x_2z_1), x_1y_2 - x_2y_1)$$

叉乘几何意义

在三维几何中，向量a和向量b的叉乘结果是一个向量，更为熟知的叫法是法向量，该向量垂直于a和b向量构成的平面。

在3D图像学中，叉乘的概念非常有用，可以通过两个向量的叉乘，生成第三个垂直于a，b的法向量，从而构建X、Y、Z坐标系。如下



44
10

在二维空间中，叉乘还有另外一个几何意义就是： $a \times b$ 等于由向量 $a$ 和向量 $b$ 构成的平行四边形的面积。

**转型人工智能可以吗？一个小测试就让你知道怎么学**

人工智能技术向前发展，也必然会出现一些岗位被人工智能取代，但我们相信，随着人工智能的发展，会有更多的新的、属于未来的工作岗位出现，是社会发展的必然产物，许只能是与时俱进了

想对作者说点什么？

我来说两句

- God4:

外积应该与内积 $|a| * |b| * \cos\theta$  对应，先解释 $|a| * |b| * \sin\theta$ 。

(3个月前 #4楼)
- yuanzhanghu:

在说明点积的几何意义时，定义了 $c=a-b$ ，但是没有说明为什么 $c$ 几何上是一个从 $b$ 的尾部到 $a$ 的尾部的向量。

(5个月前 #3楼)
- banner1990:

感谢分享，但是有两点问题，提出一下 1.点乘的推导过程，我觉得好像不是太正确 2.最后这个叉乘的图如果我的方向没理解错（ $b$ 向量在里面， $a$ 向量在如图所示 $a \times b$ 应该是指向下

(5个月前 #2楼) [查看回复\(5\)](#)

查看 10 条热评

**向量的点乘与叉乘的几何意义**

向量的点乘与叉乘的几何意义 很惭愧，作为一名学生，向量的最基本的知识全忘了，在最近做计算机图形学实验时，需要用到向量计算时，发现自己...

5.6万

**向量 内积 与 外积**

内积 点乘 “ · ” 两向量模\*夹角余弦值 表示空间中两向量的 投影关系 外积 叉乘 “ × ” 两向量模\*夹角正弦值 表示空间中两向量的 旋转关系 - 旋转向量 ...

349

**从0到1学好区块链开发，一年编程经验学完月薪可达40K+**

立即申请试学，成为时代颠覆者

**矩阵外积与内积**

一个行向量乘以一个列向量称作向量的内积，又叫作点积，结果是一个数；一个列向量乘以一个行向量称作向量的外积，外积是一种特殊的克罗内克积， ...

8560

**Erdas遥感影像处理入门实战教程（GIS思维）**

适合人群：所有人,章节：Viewer-矢量菜单（Vector）

**内积与外积**

1.3.2 内积与外积 因为 $\cos(\pi/2)=0$ 。当然，这也是众多教科书上介绍向量内积最开始时常常用到的一种定义方式。但必须明确，这种表示方式仅仅是一种...

4267

向量代数：向量的内积和外积

一. 内积 定义：两个向量a与b的内积

3374

44
10
8116
609
845
297

图像处理中的数学原理详解18——内积与外积

本文介绍图像处理数学公式中常常被用到的两个计算：内积和外积。因为梯度、散度、旋度这些向量场论的概念在图像处理中频繁出现，很多...

人工智能数学基础-内积和外积

一。三角形面积1、s=(1/2)\*底\*高 2、海伦公式： s=√[p(p-a)(p-b)(p-c)]其中p=1/2(a+b+c)，推导过程 求出ha，然后用公式1即可。3、s...

内积和外积

内积就是两个向量的数量积。外积容易和向量积（即叉积（cross product））混淆。在百度搜外积出来的基本都是向量积，而维基百科对外积...

向量的内积与外积

设向量a,b的夹角为a(a>=0&&&a<=180)，那么a，b的内积a\*b=|a||b|cosadouble dot(Vector a,Vector b)

相关热词 向量的和 向量 向量和 储存向量的向量 向量基角度向量

博主推荐



hawksoft  
关注 626篇文章



caimouse  
关注 1829篇文章



松子茶  
关注 449篇文章

向量内积

向量内积一般指点积；在数学中，数量积（dot product; scalar product，也称为点积）是接受在实数R上的两个向量并返回一个实数值标量的二元运算。...

叉积(向量之间的计算)

叉积 平面向量很好计算 例如： a= (x1,y1) ,b=(x2,y2) 则 a×b=x1\*y2-x2\*y1; 空间向量 则用行列式则可计算 例如： a =(x1,y1,z1), b=(x2,...

两向量的夹角

计算两个向量间的夹角

向量叉乘与叉乘矩阵

本文以三维向量来说明向量的叉乘计算原理以及叉乘矩阵如何求取 1、向量叉乘的计算原理 a、b分别为三维向量： ...

机器学习之核函数

参考视频： https://royalsociety.org/science-events-and-lectures/2014/11/milner-lecture/ 英文的http://www.p...

FFT算法讲解——麻麻我终于会FFT了！

FFT——快速傅里叶变换 这块不写东西空荡荡的，我决定还是把FFT的定义给贴上吧 FFT（Fast Fourier Transformation）是离散傅氏变换（DFT）的快速算...

向量的内积和外积

两向量的数量积（内积） 定义1：两个向量 和 的模和它们夹角的乘机叫做向量 和 的数量积（也称内积），记作或即： 两向量的向量积（外积） 定义2： ...

内积 外积

1.向量的内积 即 向量的的数量积 定义：两个非零向量的夹角记为〈a，b〉，且〈a，b〉∈[0，π]。定义：两个向量的数量积（内积、点积）是一个数量...



商业计划书  
百度广告

- 向量-内积与外积(转载)

struct Vector {int x, y;}; // 二维向量的资料结构 // 内积运算 int dot(Vector&amp;v1, Vector&amp;v2) {return v1.x\*v2.x + v1.y\*v2.y;}

441494101.3万范...
- 矩阵基本概念

1. 向量（Vector） 在几乎所有的几何问题中，向量（有时也称矢量）是一个基本点。向量的定义包含方向和一个数（长度）。在二维空间中，向量可以用一个有序实数对表示。

Unity3D Vector3.Dot 点乘 与 Vector3.Cross 叉乘

一、点积（又称“数量积”、“内积”） 1、理论知识 在数学中，点积的定义为a·b=|a|·|b|cosθ，其中θ为向量a,b的夹角。点积的结果是一个标量，其几何意义是向量a在向量b上的投影与向量b的模的乘积。

Unity3D - 向量（Vector）

向量（又称矢量）是游戏开发过程中非常重要的概念，它是用于描述具有大小和方向两个属性的物理量，例如物体运动的速度、加速度、摄像机的方向等。

向量的叉积和点积的 几何意义 有关于投影的推导（和点积的关系）

向量的叉积与这两个向量垂直

5462
- 《向量积分律的证明》证明书

《向量积分律的证明》证明书 向量积分律的证明三维向量外积(即矢积、叉积)可以用几何方法证明;也可以借用外积的反对称性、内积的分配律和混合积的性质来证明。

1355
- 向量代数：混合积、双重外积与拉格朗日恒等式

一. 混合积 定义：向量a与b的外积仍是一个向量，因而它还可以与向量c做点积，这个点积称为混合积，记作(a,b,c)。

6291
- 叉乘分配律的几何证明

叉乘分配律的几何证明叉乘常被用于计算机图形学求平面法向量计算。叉乘的物理意义可以理解成力矩。力是可以合成与分解的，所以叉乘当然支持分配律。

2958
- 向量外积和内积在编程中的应用

先介绍向量外积：向量a×向量b=|a||b|sinθ，显然结果的绝对值为△abc面积的2倍，因此利用向量外积可以求任意多边形的面积； 向量的外积代码： do...

537
- R语言中两个数组(或向量)的外积如何计算

所谓数组(或向量)a和b的外积指的是a的每一个元素和b的每一个元素搭配在一起相乘得到的新元素.当然运算规则也可自定义.外积运算符为 %o%(注意:百...

9926
- 矩阵分析与应用（二）——内积与范数

常数向量的内积与范数 两个m×1m×1的向量之间的内积（点积）定义为： (x,y)=xHy=∑i=1mx\*iyi\langle x,y\rangle=x^\*Hy=\sum\_{i=1}^m x\_i^\*y\_i...

3962
- (16) 向量的内积、长度、正交性

定义1：n维实向量称为向量的内积 定义2：实数称为向量的长度（或模，或范数）。若，称为单位向量。把向量单位化：若，则，的模为1，为单位向量。

669
- 关于内积

1、内积（inner product），又称数量积（scalar product）、点积（dot product）是一种向量运算，但其结果为某一数值，并非向量。http://baike.baidu.com/view/1111111.htm

913
- 向量内积、矩阵内积以及其性质

向量内积、矩阵内积以及其性质

3.3万
- Hash表查找成功和查找不成功的平均查找长度

Hash表的平均查找长度包括查找成功时的平均查找长度和查找失败时的平均查找长度。 查找成功时的平均查找长度=表中每个元素查找成功时的比较次数之和/表中元素个数

6269

核函数的深入浅出讲解

前段时间热门的《星际穿越》想必大家都看过，在这部烧脑大片中，主角库珀进入到了高维度空间，在那里，时间这个维度变成实体存在，人...

44

2937

概率理论和概率密度

前段时间在学习期间学习了机器学习和模式识别相关的内容，今天真理梳理一下知识点，用做自己的参考资料和学习资料，同时，若整理的资...

10

1960

核函数（Kernels）

转载：http://www.cnblogs.com/jerrylead/archive/2011/03/18/1988406.html 支持向量机（三）核函数 7 核函数（Kernels） ...

3186

向量点积(Dot Product),向量叉积(Cross Product)

转载自http://blog.csdn.net/fox64194167/article/details/8147460，仅用作个人学习。参考的是《游戏和图形学的3D数学入门教程》，非常不...

4267

矩阵相乘和矩阵点乘

矩阵相乘也就是矩阵的乘法操作要求左矩阵的列和右矩阵的行数要一致起来 A=[1 1 1;2 2 2] B=[3 3;4 4;5 5];MATLAB 语句：A\*B 矩阵的点乘则要...

1792

一句话挽回爱情

百度广告

1964

向量积分配律的证明

http://zhidao.baidu.com/question/12278478.html下面把向量外积定义为： $a \times b = |a||b|\sin\theta$ 。下面给出代数方法。我们假定已经知道了：1)外积...

叉积 的 推导，以及证明叉积的几何意义

牧野

关注

向TA提问

原创

327

粉丝

1553

喜欢

949

评论

758

等级：博客 7

访问：210万+

积分：1万+

排名：691

勋章：

最新文章

几个常用的计算两个概率分布之间距离的方法以及python实现

生成对抗网络消除图像模糊（Keras）

python装饰器限制函数运行时间，超时退出

tensorflow中几种读取图片文件并显示方法

tensorflow中tf.nn.conv2d()函数

博主专栏

OpenCV从入门到转行

https://blog.csdn.net/dcrmg/article/details/52416832

7/9



阅读量：74483851 篇



OpenCV下的机器学习

阅读量：548149 篇

个人分类

OpenCV57篇

C++13篇

小游戏2篇

条形码/二维码识别6篇

图像处理22篇

展开

归档

2018年9月7篇

2018年8月11篇

2018年7月8篇

2018年6月2篇

2018年5月8篇

展开

热门文章

向量点乘（内积）和叉乘（外积、向量积）概念及几何意义解读

阅读量：141749

张正友相机标定Opencv实现以及标定流程&&标定结果评价&&图像矫正流程解析（附标

阅读量：69012

findContours函数参数详解

阅读量：51374

Opencv中Mat矩阵相乘——点乘、dot、mul运算详解

阅读量：48129

C++使用thread类多线程编程

阅读量：44667

最新评论

张正友相机标定Opencv实现以及...

weixin\_43307027：为什么校正后的图片反而感觉到畸变的存在了？

张正友相机标定Opencv实现以及...

Hermann\_Lee：[reply]dcrmg[/reply] 楼主你好，我用自己的棋盘图做标定的时候，得到的纠正图片已...

张正友相机标定Opencv实现以及...

qq\_40645133：[reply]just1do1it1[/reply] 和你遇到同样的问题，困扰了一天，在calib...

图像校正—透视变换

qq\_23670601：原来是有顺序的啊，左上、右上、左下、右下

ubuntu中pytesseract...

u011622208：博主，知道怎么重新训练模型吗？因为实际测试之后，在我的案例中，实际效果并不理想。

44

10

广告





联系我们



扫码联系客服



扫码下载APP

关于 招聘 广告服务 网站地图  
京ICP证09002463号 百度提供站内搜索  
©2018 CSDN版权所有

kefu@csdn.net 400-660-0108  
QQ客服 客服论坛

经营性网站备案信息 网络110报警服务  
中国互联网举报中心 北京互联网违法和不良信息举报中心



官方公众号



区块链大本营

44

10

