

Geometrie-Basis von Euklid

Definitionen von Euklid

1. Was keine Teile hat, ist ein Punkt.
2. Eine Länge ohne Breite ist eine Linie.
3. Die Enden einer Linie sind Punkte.
4. Eine Linie ist gerade, wenn sie gegen die in ihr befindlichen Punkte auf einerlei Art gelegen ist.
5. Was nur Länge und Breite hat, ist eine Fläche.

Axiome von Euklid

1. Dinge, die demselben Dinge gleich sind, sind einander gleich.
2. Fügt man zu Gleichem Gleiches hinzu, so sind die Summen gleich.
3. Nimmt man von Gleichem Gleiches hinweg, so sind die Reste gleich.
4. Was zur Deckung miteinander gebracht werden kann, ist einander gleich.
5. Das Ganze ist größer als sein Teil.

Postulate von Euklid

1. Es soll gefordert werden, daß sich von jedem Punkte nach jedem Punkte eine gerade Linie ziehen lasse.
2. Ferner, daß sich eine begrenzte Gerade stetig in gerader Linie verlängern lasse.
3. Ferner, daß sich mit jedem Mittelpunkt und Halbmesser ein Kreis beschreiben lasse.
4. Ferner, daß alle rechten Winkel einander gleich seien.
5. Endlich, wenn eine Gerade zwei Geraden trifft und mit ihnen auf derselben Seite innere Winkel bildet, die zusammen kleiner sind als zwei Rechte, so sollen die beiden Geraden, ins Unendliche verlängert, schließlich auf der Seite zusammentreffen, auf der die Winkel liegen, die zusammen kleiner sind als zwei Rechte.

Das letzte Postulat kann man auch anders formulieren; dann nennt man es Parallelaxiom: In einer Ebene gibt es zu einer Geraden g und einem Punkt P außerhalb von g genau eine Gerade, die zu g parallel ist und durch den Punkt P geht.

Unsere Geo-Base

Die Grundbegriffe

1. Ausgangspunkt ist eine nichtleere Menge ϵ , die Ebene genannt wird.
2. Die Elemente der Ebene nennen wir Punkte. Wir bezeichnen sie mit Großbuchstaben A, B, C, \dots
3. Es gibt eine weitere nichtleere Menge G , deren Elemente Geraden genannt werden. Diese werden mit Kleinbuchstaben bezeichnet: g, h, i, \dots

Die Inzidenzaxiome

1. Axiom I/0: Geraden sind Punktmengen.
2. Axiom I/1: Zu zwei beliebigen verschiedenen Punkten gibt es genau eine Gerade, die die beiden Punkte enthält.
3. Axiom I/2: Zu jeder Geraden gibt es wenigstens zwei Punkte, die dieser Geraden angehören.
4. Definition kollinear: Eine Menge von Punkten heißt kollinear, wenn es eine Gerade gibt, die alle Punkte der Menge enthält.
5. Axiom I/3: Es gibt wenigstens 3 Punkte, die nicht kollinear sind.

Abstandsaxiome

1. Axiom A/1: Zu je zwei Punkten A und B gibt es eine eindeutig bestimmte nicht negative reelle Zahl d mit $d = 0 \Leftrightarrow A = B$.
2. Definition Abstand: Die Zahl d heißt Abstand von A und B . Schreibweise: $d = |AB|$
3. Axiom A/2: Für zwei beliebige Punkte A und B gilt $|AB| = |BA|$.
4. Axiom A/3 (Dreiecksungleichung): Für drei beliebige Punkte A, B und C gilt: $|AB| + |BC| \geq |AC|$.

Wir setzen außerdem intuitive Definitionen der Begriffe Strecke, Halbgerade und Winkel voraus.

Winkelzeugs

1. Axiom W/1: Nebenwinkel ergänzen sich zu 180° .
2. Satz W/2: Stufenwinkel sind gleich groß. (Das kann man beweisen, machen wir aber nicht, sondern nehmen es an.)

Kongruenzsätze am Dreieck

Die Kongruenzsätze kann man auch beweisen; das machen wir im Master, hier setzen wir sie als gegeben voraus.

1. SSS: Zwei Dreiecke sind kongruent, wenn sie in der Länge aller drei Seiten übereinstimmen.
2. SWS: Zwei Dreiecke sind kongruent, wenn sie in der Länge zweier Seiten und in der Größe des von den beiden Seiten eingeschlossenen Winkels übereinstimmen.
3. WSW: Zwei Dreiecke, die in einer Seitenlänge und in den dieser Seite anliegenden Winkeln übereinstimmen, sind kongruent.
4. SsW: Zwei Dreiecke sind kongruent, wenn sie in der Länge zweier Seiten und in der Größe des Winkels, der der längeren Seite gegenüberliegt, übereinstimmen.



This document is subject to the Creative Commons Zero (CC0) License.
To create this document, we used \LaTeX .

Christians Social Media Kanäle:
BeReal: <https://bere.al/cspannagel>
Bluesky: <https://bsky.app/profile/cspannagelbsky.social>
Discord: <https://tinyurl.com/chrisp-discord>
Facebook: <https://www.facebook.com/chr.spannagel>
Instagram: <https://www.instagram.com/dunkelmunkel/>
LinkedIn: <https://www.linkedin.com/in/christian-spannagel-31b7b4a1/>
Mastodon: <https://scholar.social/@cspannagel>
Snapchat: <https://www.snapchat.com/add/spannagelc>
Telegram: <https://t.me/cspannagel>
Tellonym: <https://tellonym.me/christian.spannagel>
TikTok: https://www.tiktok.com/@_cspannagel_
Threads: <https://www.threads.net/@dunkelmunkel>
Twitch: <https://www.twitch.tv/cspannagel>
X/Twitter: <https://twitter.com/dunkelmunkel>
Youtube: <https://www.youtube.com/pharithmetik>