

Gruppenbeweise

Das Praktische an Strukturen wie Gruppen ist: Hat man etwas für Gruppen im Allgemeinen bewiesen, dann gilt es für jede Struktur, die eine Gruppe ist!

Aufgabe 1 (Highlander): Beweist folgende Aussagen:

- a) In jeder Gruppe existiert *genau ein* Neutralelement.
- b) In jeder Gruppe existiert zu jedem Element *genau ein* Inverses.

Aufgabe 2 (Wir vereinfachen uns das Leben): In der Gruppendefinition wird gefordert, dass das Neutralelement sowohl links- als auch rechtsneutral ist. Beweist, dass aus der Linksneutralität des Neutralelements automatisch dessen Rechtsneutralität folgt. Zeigt dasselbe auch für die Inversen: Wenn ein Element linksinvers ist, dann ist es automatisch auch rechtsinvers. (Warum erleichtert uns das in Zukunft die Arbeit?)

Aufgabe 3 (Praktisches): Beweist die folgenden Aussagen:

- a) In jeder Gruppe $(G; \cdot)$ besitzt jede Gleichung der Form $a \cdot x = b$ und $y \cdot a = b$ *genau eine* Lösung.
- b) Für alle Elemente einer Gruppe a und b gilt die *Socke-Schuh-Regel* bzw. *Hemd-Jacken-Regel*:
$$(a \cdot b)^{-1} = b^{-1} \cdot a^{-1}$$



This document is subject to the Creative Commons Zero (CC0) License.
To create this document, we used L^AT_EX.

Christians Social Media Kanäle:
BeReal: <https://bere.al/cspannagel>
Bluesky: <https://bsky.app/profile/cspannagel.bsky.social>
Discord: <https://tinyurl.com/chrisp-discord>
Facebook: <https://www.facebook.com/chr.spannagel>
GitHub: <https://github.com/dunkelmunkel>
Instagram: <https://www.instagram.com/dunkelmunkel/>
LinkedIn: <https://www.linkedin.com/in/christian-spannagel-31b7b4a1/>
Mastodon: <https://scholar.social/@cspannagel>
Snapchat: <https://www.snapchat.com/add/spannagelc>
Telegram: <https://t.me/cspannagel>
Tellonym: <https://tellonym.me/christian.spannagel>
TikTok: https://www.tiktok.com/@_cspannagel_
Threads: <https://www.threads.net/@dunkelmunkel>
Twitch: <https://www.twitch.tv/cspannagel>
X/Twitter: <https://twitter.com/dunkelmunkel>
Youtube: <https://www.youtube.com/pharithmetik>