надо было бы сдвинуть вправо на 1 разряд, чтобы единица переноса стала бы подразумеваемой единицей, а порядок нужно было бы увеличить на 1.

При этом может возникнуть потеря точности.

~~Тема 5~~

Логические основы ВТ

функции

Нормальные формы

Законы алгебры логики.

Базовые устройства

комбинац. схемы

$y=f(x_1,\dots x_n)$

простые цифровые элементы

$y(t+1)=f(x_1,\dots x_n, y(t))$

строятся из.

Комбинационные схемы

- элементы И, ИЛИ, НЕ, И-НЕ, ИЛИ-НЕ исключающее ИЛИ (сложение по модулю 2
- мультиплексоры и демультиплексоры
- шифраторы и дешифраторы.

Простые цифровые автоматы

- триггеры
- регистры
- счетчики

Логическая переменная

Это переменная, которая может принимать только 2 значения:

{истина; ложь} или {да, нет} или {1, 0} или {вкл, выкл}

Логическая функция - функция от некоторых логических переменных, принимающая значения на множестве {истина; ложь}

2^k – кол-во уникальных комбинаций знач. переменных

всего возможно построить $\boxed{2^{2^k}}$ уникальных логических функций (ЛФ)

1 переменная $2^{2^1} = 4$

2 переменных $2^{2^2} = 16$

Способы задания ЛФ

- словесный
- табличный
- аналитический
- векторный
- графический
- схемотехнический.

Словесный способ.

значения функции в зависимости от ее аргументов описываются выражением на естест. языке

Табличный способ.

ТИ определяет истинность или ложность логической функции при всех возможных комбинациях логических переменных (таблица истинности)

a	b	c	F
0	0	0	0
1	1	1	1

Векторный способ (1).

функция задается только перечислением своих значений на различных наборах. Количество переменных и сами наборы однозначно восстанавливаются по кол-ву знач. функции.

Векторный способ (2).

функция задается перечислением номеров своих наборов, на которых она принимает значение "Истина" или "Ложь"

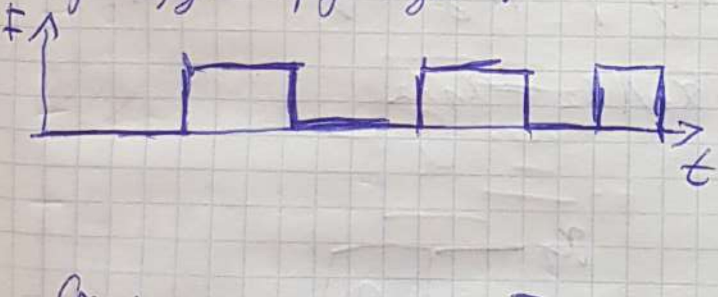
Аналитический способ.

Новая функция задается формулой, в которой логические переменные являются аргументами для уже известных ЛФ

$$F(a,b,c) = ac \vee bc \vee ab$$

Графический.

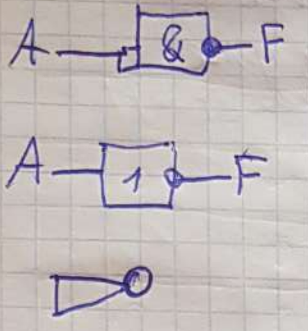
Изображается циклограмма работы устройства, которое воспроизводит данную функцию.



Схемотехнический способ.

Задается комбинационная схема, которая реализует ЛФ.

Логические функции от 1-ой переменной.



x	$F(x)$	комментарий
0	0	константа 0
1	0	
0	1	константа 1
1	1	
0	0	повторение x
1	1	
0	1	инверсия
1	0	(отрицание)

$\to F(x) = \bar{x}$

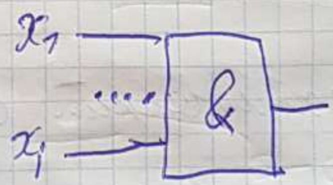
$F_1(x_1, x_2)$ – конъюнкция

(логическое произведение, И)

обозначения: &, $\wedge$, $\cdot$, $*$, без обозначения

$F_1(x_1, x_2) = x_1 \& x_2 = x_1 \wedge x_2 = x_1 x_2$

x_1	x_2	$F = x_1 \& x_2$
0	0	0
1	0	0
0	1	0
1	1	1

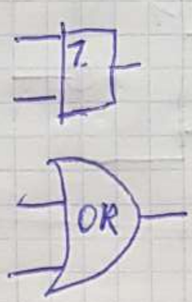


$F_7(x_1, x_2)$ — дизъюнкция

(логическое сложение, или)

обозначения: $\vee$, $+$

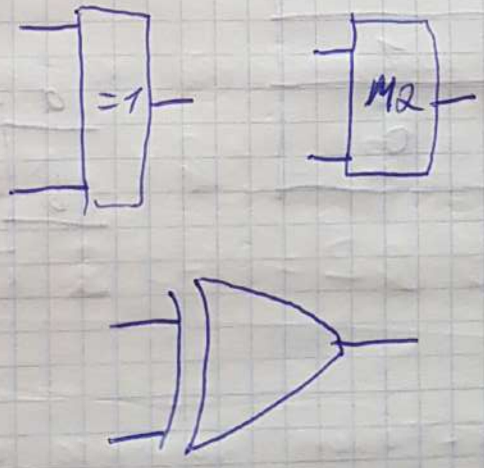
		$F_7 = x_1 \vee x_2$
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	1



$F_6(x_1, x_2)$ — сложение по модулю 2, исключающее или

Обозначение: $\oplus$

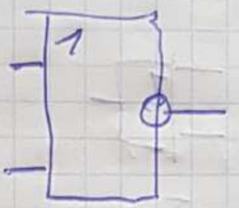
x_1	x_2	$F_6 = x_1 \oplus x_2$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0



$F_8(x_1, x_2)$ – элемент Вебба (стрелка Пирса)

обозначение: $\uparrow$

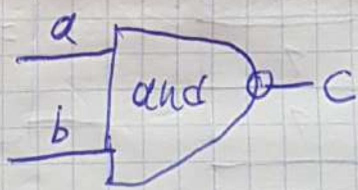
x_1	x_2	$F_8 = x_1 \uparrow x_2$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0



$F_{14}(x_1, x_2)$ – функция штрих Шеффера

обозначение: $|$

x_1	x_2	$F_{14} = x_1 \mid x_2$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0



Конъюнктом называется конъюнкция некоторых переменных или их отрицаний.

Дизъюнктом называется дизъюнкция перем и их отр.

Совершенный конъюнкт/дизъюнкт, где переменные участвуют единожды

Минтерм – логич. функц., прин. знач "истина" только на ~~наборе~~ одном наборе знач. своих аргументов.

Минтермы:

$F_1 = x_1 \& x_2$; $F_2 = x_1 \& \overline{x_2}$; $F_4 = \overline{x_1} \& x_2$; $F_8 = \overline{x_1} \& \overline{x_2}$

Минтерм – совершенный конъюнкт

Макстерм — ЛФ, принимающая значение "ложь" только на одном наборе знач. своих аргум.

$F_7 = x_1 + x_2$; $F_{11} = x_1 + \bar{x}_2$; $F_{13} = \bar{x}_1 + x_2$; $F_{14} = \bar{x}_1 + \bar{x}_2$

Макстерм — это один совершенный дизъюнкт.

Коммутативный (переместительный) закон.

$X \& Y = Y \& X$ / $X + Y = Y + X$

Ассоциативный (сочетательный) закон.

$X \& (Y \& Z) = (X \& Y) \& Z$

$X + (Y + Z) = (X + Y) + Z$

Дистрибутивный (распределительный) закон.

$X \& (Y + Z) = Y \& X + X \& Z$

$X + Y \& Z = (X + Y) \& (X + Z)$

$\bar{\bar{X}} = X$ — закон двойного отрицания.

Закон идемпотентности

$x \& x = x \qquad x + x = x$

$x \& \overline{x} = 0$ – закон противоречия

$x + \overline{x} = 1$ – закон исключения третьего

$x + 0 = x \qquad x + 1 = 1$

$x \& 0 = 0 \qquad x \& 1 = x$ – взаимодействие с константами (1 и 0)

Правило склеивания.

$(x + y) \& (x + \overline{y}) = x \& x + y \& \cancel{x} + x \& \overline{y} + y\overline{y} =$

$= x + y \& x + x \& \overline{y} + 0 = x \& (1 + y + \overline{y}) =$

Правило сверки.

$x \& (\overline{x} + y) = x \& y \qquad x + \overline{x} \& y = x + y$

Правило поглощения.

$x \& (x + y) = x. \qquad x + x \& y = x$

Законы Де Моргана

$$x \mid y = \overline{x \& y} = \bar{x} + \bar{y}$$

$$x \uparrow y = \overline{x + y} = \bar{x} \& \bar{y}$$

$$\overline{\bar{x} \& \bar{y}} = x + y \qquad \overline{\bar{x} + \bar{y}} = x \& y$$

Правило раскрытия импликации.

$$x \to y = \bar{x} + y$$

Правило раскрытия эквиваленции.

$$x \equiv y = (x \to y) \& (y \to x)$$

$$x \equiv y = x \& y + \bar{x} \& \bar{y}$$

Правило раскрытия исключ или

$$x \oplus y = \bar{x} \& y + x \& \bar{y}$$