Bài 1
Thuật toán và cấu trúc dữ liệu

Design by Minh An
Email: anvanminh.haui@gmail.com

1

1.1. Thuật toán và vai trò của thuật toán

- **Bài toán: Tìm dãy con lớn nhất**
  - **Cho dãy số s = (a_1, a_2, …, a_n)**
  - **Một dãy con là s(i, j) = (a_i, a_{i+1}, …, a_j)**
  - **Tổng w(s(i, j)) = $\sum_{k=i}^{j} a_k$**
  - **Yêu cầu: Tìm dãy con có tổng lớn nhất**
- **Ví dụ:**
  - **s = (-2, 11, -4, 13, -5, 2)**
  - **Dãy con lớn nhất là s(2, 4) = (11, -4, 13)**
  - **Có tổng w(s(2, 4)) = 20**

Design by Minh An

2

Direct algorithm

- **Duyệt tất cả các dãy con có thể có**
- **Đưa ra dãy con có tổng lớn nhất**

```
long algo1 (long a[], int n){
   long max = a[0]; //Tổng dãy con s(1, 1)
   for (int i = 0; i < n; i ++){
      for (int j = i; j < n; j ++){
         long s = 0;
         for (int k = i; k <= j; k ++)
            s = s + a[k];
         max = max < s ? s : max ;
      }
   }
   return max ;
}
```

Design by Minh An

3

Direct algorithm (Faster)

- **Lưu ý:** $\sum_{k=i}^{j} a[k] = a[j] + \sum_{k=i}^{j-1} a[k]$

```
long algo2 (long a[], int n){
   long max = a [0];
   for (int i = 0; i < n; i ++){
         long s = 0;
         for (int j = i; j < n; j ++){
            s = s + a[j];
            max = max < s ? s : max ;
      }
   }
   return max ;
}
```

Design by Minh An

4

Recursive algorithm

- Chia dãy s thành 2 dãy con s1 và s2
- Dãy con lớn nhất có thể là dãy s1 hoặc dãy s2.

```
long maxSeq (int i, int j){
   if (i == j) return a[i];
   int m = (i+j)/2;
   long ml = maxSeq (i,m);
   long mr = maxSeq (m+1,j);
   long maxL = maxLeft (i,m);
   long maxR = maxRight (m+1,j);
   long maxLR = maxL + maxR ;
   long max = ml > mr ? ml : mr;
   max = max > maxLR ? max : maxLR ;
   return max ;
}
long algo3 (int a[], int n){
   return maxSeq (0,n -1);
}
```

Design by Minh An

5

Recursive algorithm

```
long maxLeft (int i, int j){
   long maxL = a[j];
   int s = 0;
   for (int k = j; k >= i; k --){
      s += a[k];
      maxL = maxL > s ? maxL : s;
   }
   return maxL ;
}
long maxRight (int i, int j){
   long maxR = a[i];
   long s = 0;
   for (int k = i; k <= j; k ++){
      s += a[k];
      maxR = maxR > s ? maxR : s;
   }
   return maxR ;
}
```

Design by Minh An

6

Dynamic programming – Quy hoạch động

- **Nguyên tắc**
  - **Chia bài toán thành các bài toán con, cùng dạng.**
  - **Sử dụng lời giải của các bài toán con để tìm lời giải cho bài toán ban đầu.**
  - **Tính trước lời giải của các bài toán con và lưu vào bộ nhớ (thường là một mảng).**
  - **Lấy lời giải của các bài toán con (ở trong mảng đã tính trước) để giải bài toán ban đầu.**

Dynamic programming

- **Bài toán dãy con lớn nhất**
  - **Chia:**
    - **s_i là tổng của dãy con lớn nhất gồm (a_1, a_2, …, a_i).**
  - **Tổng hợp kết quả:**
    - **$s_1 = a_1$**
    - **$s_i = \max\{s_{i-1} + a_i, a_i\}$, $\forall i = 2, 3, ..., n$**
    - **Kết quả của bài toán ban đầu là $\max\{s_1, s_2, …, s_n\}$**
  - **Số phép toán cơ bản là n (*best algorithm*).**

Dynamic programming

```
long algo4 (long a[], int n){
   long max = a[0], s[n];
   s[0] = a[0];
   max = s[0];
   for (int i = 1; i < n; i ++){
      if(s[i-1] > 0)
         s[i] = s[i-1] + a[i];
      else
         s[i] = a[i];
      max = max > s[i] ? max : s[i];
   }
   return max ;
}
```


9

1.2. Phân tích và đánh giá thuật toán

- **algo1:** $T(n) = \frac{n^3}{6} + \frac{n^2}{2} + \frac{n}{3}$
- **algo2:** $T(n) = \frac{n^2}{2} + \frac{n}{2}$
- **algo3:**
  - **Đếm số phép toán cộng**

$$T(n) = \begin{cases} 0 & if\ n = 1 \\ T\left(\frac{n}{2}\right) + T\left(\frac{n}{2}\right) + n & if\ n > 1 \end{cases}$$

  - **Vậy $T(n) = n\log_2 n$**
- **algo4: $T(n) = n$**

10

Phân tích và đánh giá thuật toán

- **Thời gian trong trường hợp xấu nhất: thời gian chạy nhiều nhất đối với mọi bộ dữ liệu vào kích thước n.**
- **Thời gian trong trường hợp tốt nhất: thời gian chạy ít nhất đối với mọi bộ dữ liệu vào kích thước n.**
- **Thời gian trung bình: thời gian chạy trung bình của mọi bộ dữ liệu vào.**

Design by Minh An

11

Order of growth - Tốc độ tăng

- **Chỉ quan tâm tới cấp của hàm *T(n)***
- **Bỏ qua các hệ số**
- **Ví dụ:**

  $T(n) = an^3 + bn^2 + cn + d = \Theta(n^3)$

  Θ - Đọc là ô lớn

Design by Minh An

12

Asymptotic notations - Các ký hiệu tiệm cận

- **Cho hàm g(n), ta có:**
  - $\Theta(g(n)) = \{f(n) : \exists c_1, c_2, n_0 \mid 0 \le c_1 g(n) \le f(n) \le c_2 g(n), \forall n \ge n_0\}$
  - $O(g(n)) = \{f(n) : \exists c, n_0 \mid f(n) \le cg(n), \forall n \ge n_0\}$
  - $\Omega(g(n)) = \{f(n) : \exists c, n_0 \mid cg(n) \le f(n), \forall n \ge n_0\}$
- **Ví dụ:**
  - $10n^2 - 3n = \Theta(n^2)$
  - $10n^2 - 3n = O(n^3)$
  - $10n^2 - 3n = \Omega(n)$

Design by Minh An

13

Phân tích và đánh giá thuật toán

- **Thử nghiệm đánh giá thuật toán**
  - **Viết chương trình biểu diễn thuật toán.**
  - **Chạy chương trình trên máy với các bộ dữ liệu vào kích thước khác nhau.**
  - **Đo thời gian thực hiện thực tế.**
  - **Ghi nhận các kết quả.**
  - **Để so sánh hai thuật toán cần sử dụng cùng môi trường phần cứng và phần mềm.**

Design by Minh An

14

Phân tích và đánh giá thuật toán

- **Đánh giá tiệm cận**
  - **Mô tả thuật toán bằng mã giả (psuedo code).**
  - **Tính toán thời gian chạy thuật toán bằng một hàm của kích thước dữ liệu vào.**
  - **Biểu diễn hàm tính toán với ký hiệu tiệm cận.**

15

Phân tích và đánh giá thuật toán

- **Cấu trúc tuần tự: P và Q là 2 đoạn mã lệnh có cấu trúc tuần tự trong thuật toán.**
  - ***Time (P; Q) = Time(P) + Time(Q) hoặc***
  - ***Time(P; Q) = Θ(max(Time(P), Time(Q)))***
- **Cấu trúc lặp for: *for i = 1 to m do P(i)***
  - **t(i) là độ phức tạp về thời gian của P(i)**
  - **Độ phức tạp về thời gian của cấu trúc lặp for là $\sum_{i=1}^{m} t(i)$**
- **Cấu trúc lặp while (repeat)**
  - **Xác định một hàm của các biến trong cấu trúc lặp mà giá trị của hàm này giảm trong quá trình thực hiện lặp.**
  - **Để đánh giá thời gian chạy, ta phân tích độ giảm giá trị của hàm trong quá trình thực hiện vòng lặp.**

16

Phân tích và đánh giá thuật toán

- **Ví dụ: binary search**

```
Function BinarySearch(T[1..n], x)
begin
   i ← 1; j ← n;
   while i < j do
      k ← (i + j)/2;
      case
         x < T[k]: j ← k - 1;
         x = T[k]: i ← k; j ← k;
         exit;
         x > T[k]: i ← k + 1;
      endcase
   endwhile
end
```


Binary search

- **Ví dụ: binary search**
- **Chứng minh:**
  - *d = j – i + 1 (số phần tử của mảng được kiểm tra)*
  - *i*, j*, d* tương ứng là giá trị của i, j, d khi kết thúc lặp*
- **Ta có:**
  - *If x < T[k] then i* = i, j* = (i + j)/2 - 1, d* = j* - i* + 1 ≤ d/2*
  - *If x > T[k] then j* = j, i = (i + j)/2 + 1, d* = j* - i* + 1 ≤ d/2*
  - *If x = T[k] then d* = 1*
- **Do đó, số lần lặp của vòng lặp là $\lceil log n \rceil$**

Master theorem – Định lý thợ

- **T(n) = aT(n/b) + cn^k with a ≥ 1, b > 1, c > 0 là các hằng số.**
  - **If $a > b^k$ then $T(n) = \Theta(n^{\log_b a})$**
  - **If $a = b^k$ then $T(n) = \Theta(n^k \log n)$ with $\log n = \log_2 n$**
  - **If $a < b^k$ then $T(n) = \Theta(n^k)$**
- **Ví dụ:**
  - **$T(n) = 3T(n/4) + cn^2 \Rightarrow T(n) = \Theta(n^2)$**
  - **$T(n) = 2T(n/2) + n^{0.5} \Rightarrow T(n) = \Theta(n)$**
  - **$T(n) = 16T(n/4) + n \Rightarrow T(n) = \Theta(n^2)$**
  - **$T(n) = T(3n/7) + 1 \Rightarrow T(n) = \Theta(\log n)$**

1.3. Đánh giá một số thuật toán sắp xếp

- **Biến đổi vị trí của các đối tượng trong một danh sách theo một thứ tự nhất định.**
- **Việc thiết kế các thuật toán sắp xếp hiệu quả rất quan trọng đối với các thuật toán khác (tìm kiếm, trộn dữ liệu v.v…).**
- **Mỗi đối tượng có một khóa, danh sách các đối tượng được sắp xếp theo trật tự của khóa.**
- **Hai phép toán cơ bản được sử dụng trong hầu hết các thuật toán sắp xếp là:**
  - **Swap(a,b): đảo vị trí của hai đối tượng a, b.**
  - **Compare(a,b): so sánh khóa của hai đối tượng a, b.**

Đánh giá một số thuật toán sắp xếp

- **Một thuật toán sắp xếp được gọi là sắp tại chỗ nếu độ phức tạp bộ nhớ phụ là o(1) – độ phức tạp hằng số (không phụ thuộc vào kích thước của dữ liệu đầu vào).**
- **Một thuật toán sắp xếp được gọi là ổn định nếu nó duy trì trật tự tương đối của các đối tượng theo khóa.**
- **Một thuật toán sắp xếp chỉ sử dụng phép toán so sánh để xác định thứ tự của hai đối tượng gọi là sắp xếp đổi chỗ.**

Insertion Sort

- **Ở lần lặp thứ k (∀k = 1, 2, …, n-1), chèn phần tử thứ k+1 của dãy ban đầu vào vị trí thích hợp của k phần tử đầu tiên đã được sắp xếp.**
- **Kết quả: Sau lần lặp thứ k, dãy có k+1 phần tử đầu tiên được sắp xếp.**

Insertion sort

```
void insertion_sort (int a[], int n){
   int k;
   for (k = 1; k < n; k ++){
      int last = a[k];
      int j = k;
      while (j > 0 && a[j-1] > last){
         a[j] = a[j -1];
         j --;
      }
      a[j] = last ;
   }
}
```


Selection Sort

- Ở lần lặp thứ k, chọn phần tử có giá trị nhỏ nhất trong số các phần tử a[k], a[k+1], …, a[n], giả sử là a[min], đảo giá trị a[k] và a[min] (∀k = 1, 2, …, n-1)

```
void selection_sort (int a[], int n){
   for (int k = 1; k < n; k ++){
      int min = k;
      for(int i = k+1; i <= n; i++)
         if(a[min] > a[i])
            min = i;
      swap(a[k],a[min]);
   }
}
```

Bubble Sort

- Duyệt từ đầu dãy, so sánh và đảo giá trị của hai phần tử liên tiếp nhau nếu chúng trái thứ tự.
- Lặp lại cho đến khi không còn cặp nào cần đảo giá trị.

```
void bubble_sort (int a[], int n){
   bool swapped;
   do {
      swapped = false;
      for (int i = 1; i < n; i++)
         if(a[i] > a[i+1]){
            swap(a[i],a[i+1]);
            swapped = true;
         }
   }while (swapped == true);
}
```


Merge Sort

```
void merge_pass (a[], n, k, b[]){
//1. Khởi tạo các giá trị ban đầu
   cv = n/(2*k); //Số cặp vệt
   s = 2*k*cv; //Số pt có cặp độ dài K
   r = n - s;      //Số pt lẻ cặp
//2. Trộn từng cặp vệt
   for (j=1; j<=cv; j++){
      b1 = (2*j -2)*k; //biên trái của vệt thứ nhất
      merge(a, b1, k, b1+k, k, b);
   }
//3. Chỉ còn một vệt
   if (r<=k)
      for (j=0; j<r; j++)
         b[s+j] = a[s+j];
//4. Còn hai vệt nhưng một vệt có độ dài nhỏ hơn k
   else
      merge(a, s,k, s+k, r-k, b);
}
```

Merge Sort

```
void merge_sort(a[], n)
{
//1. Khởi tạo số phần tử trong một vệt
   k =1;
//2. Sắp xếp trộn
   while (k<n)
   {
   //Trộn và chuyển các phần tử vào dãy b
      merge_pass(a, n, k, b);
   //Trộn và chuyển các phần tử trở lại dãy a
      merge_pass(b, n, 2*K, a);
      k = k*4;
   }
}
```

Design by Minh An

27

Quick Sort

- Chọn một phần tử gọi là chốt.
- Sắp xếp dãy sao cho:
  - Các phần tử nhỏ hơn chốt ở trước chốt.
  - Các phần tử lớn hơn chốt ở bên sau chốt.
- Gọi đệ quy với các phần tử ở trước chốt và các phần tử ở sau chốt.

Design by Minh An

28

Quick Sort

```
void quick_sort(int a[],int left,int right)
{
  if (left<right) {
       int k=(left+right)/2;
       int t=a[k];
       int i=left, j=right;
       do{
              while (a[i]<t) i=i+1;
              while (a[j]>t) j=j-1;
              if (i<=j){
                    int tg=a[i]; a[i]=a[j]; a[j]=tg;
                    i=i+1; j=j-1;
              }
       }while (i<=j);
       quick_sort(a,left,j);
       quick_sort(a,i,right);
  }
}
```

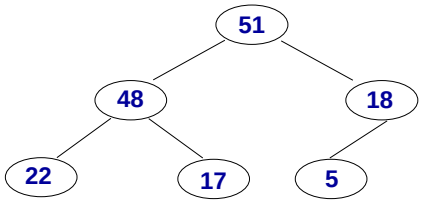
Design by Minh An

29

Heap Sort

- Khái niệm heap

a[1]	a[2]	a[3]	a[4]	a[5]	a[6]
51	48	18	22	17	5



Design by Minh An

30

Heap Sort

```
void heapify ( int a[], int i, int n){
   int L = 2*i+1;
   int R = 2*i+2;
   int max = i;
   if (L <= n-1 && a[L] > a[i])
      max = L;
   if (R <= n-1 && a[R] > a[max])
      max = R;
   if (max != i){
      swap (a[i],a[max]);
      heapify (a, max ,n);
   }
}
```

Design by Minh An

31

Heap Sort

```
void buildHeap (int a[], int n){
   for (int i = n/2-1; i >= 0; i --){
      heapify (a,i,n);
   }
}

void heap_Sort (int a[], int n){
   buildHeap (a,n);
   for (int i = n; i > 1; i --){
      swap (a[0],a[i-1]);
      heapify (a,0,i -1);
   }
}
```

Design by Minh An

32

Cấu trúc dữ liệu cơ bản

- Dữ liệu cấu trúc: struct and class
- Danh sách kế tiếp (mảng động): vector
- Danh sách móc nối: list
- Ngăn xếp – stack
- Hàng đợi – queue

Bài tập

1. Tính độ phức tạp của thuật toán sắp xếp lựa chọn, chèn trong trường hợp xấu nhất.
2. Cài đặt chương trình sử dụng vector với các chức năng: khởi tạo một dãy số nguyên, hiển thị dãy, tính tổng các phần tử của dãy, tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất, sắp xếp dãy bằng một thuật toán sắp xếp có độ phức tạp O(nlgn). Hiển thị các kết quả.
3. Cài đặt chương trình sử dụng stack với các chức năng: Khởi tạo ngăn xếp với các số nguyên. Thiết kế giải thuật sắp xếp các phần tử số nguyên của một ngăn xếp theo chiều tăng dần từ đỉnh xuống đáy. Hiển thị kết quả sắp xếp.

Bài tập

4. Cho danh sách học sinh, thông tin về mỗi học sinh gồm: mã học sinh, họ và tên, năm sinh và điểm tổng kết. Cài đặt chương trình sử dụng vector với các chức năng:
   - Khởi tạo danh sách 7 đến 10 học sinh
   - Hiển thị danh sách
   - Nhập vào tên đệm của một người (ví dụ “Thị”), tìm và hiển thị ra màn hình những người có tên đệm vừa nhập.
   - Sắp xếp danh sách theo thứ tự giảm dần của điểm tổng kết bằng một thuật toán sắp xếp có độ phức tạp O(nlgn). Hiển thị kết quả sắp xếp.
   - Hiển thị ra màn hình những học sinh xếp hạng 2 theo điểm tổng kết.

Design by Minh An