Chương 2. Biến đổi cường độ và lọc không gian

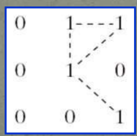
2.1 Quan hệ cơ bản giữa các điểm ảnh

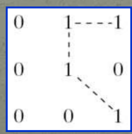
Tập hợp 4 điểm lân cận với điểm (x,y) theo chiều ngang và dọc ký hiệu là $N_4(p)$:

$$(x+1,y),(x-1,y),(x,y+1)(x,y-1)$$

Tập hợp 4 điểm lân cận theo đường chéo ký hiệu là $N_D(p)$, đó là các điểm: $(x+1,y+1),(x+1,y-1),(x-1,y+1)(x-1,y-1)$.

Tập hợp 8 điểm $N_4(p)$ và $N_D(p)$ được gọi là lân cận 8: $N_8(p)$.





- **Mối liên kết**

Hai điểm ảnh có sự liên kết với nhau nếu chúng là các điểm lân cận và giá trị mức xám của chúng đáp ứng một tiêu chí nào đó

V là tập các mức xám dùng để định nghĩa mối liên kết

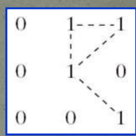
1) **Liên kết 4:** hai điểm ảnh p và q có các giá trị từ V có liên kết 4 nếu q nằm trong tập $N_4(p)$.

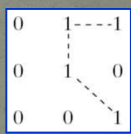
2) **Liên kết 8:** hai điểm ảnh p và q có các giá trị từ V có liên kết 8 nếu q nằm trong tập $N_8(p)$.

3) **Liên kết m (hỗn hợp):** hai điểm ảnh p và q có các giá trị từ V có liên kết m nếu:

- q nằm trong tập $N_4(p)$, hoặc

- q nằm trong tập $N_D(p)$ và tập $N_4(p)\cap N_4(q)$ không chứa các giá trị trong V.





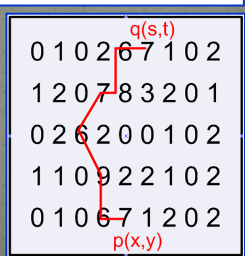
Đường kết nối giữa hai điểm ảnh p có tọa độ (x,y) và q có tọa độ là (s,t) là chuỗi các pixel khác nhau với các tọa độ: $(x_0,y_0),(x_1,y_1),\ldots,(x_n,y_n)$, trong đó:

$$(x_0,y_0)=(x,y)$$
$$(x_n,y_n)=(s,t)$$

(x_i,y_i) và (x_{i-1},y_{i-1}) là các điểm liên kết với $1\le i\le n$. **n** được gọi là chiều dài của đường kết nối. Khi $(x_0,y_0)=(x_n,y_n)$, đường nối được gọi là khép kín.

Tùy theo phương pháp xác định liên kết, chúng ta có *đường kết nối 4, 8 hoặc đường kết nối m*

Xác định đường kết nối với Liên kết m
V={5-10}



Cho S là một tập các điểm ảnh, hai pixel p và q được gọi là *liên kết trong S,* nếu tồn tại *đường kết nối* giữa hai điểm p và q được tạo ra chỉ bởi các điểm trong tập S.
Với bất cứ điểm p nào từ S, tất cả các pixel liên kết với p trong S sẽ được gọi là *thành phần liên kết* của S.
Nếu trong S chỉ tồn tại một thành phần liên kết, thì tập S gọi là *tập liên kết.*
Cho R là tập con các điểm ảnh, R được gọi là *vùng ảnh* nếu R là tập liên kết.

Tập S

						Q
	3	8	5	6	8	11
	2	2	4	[illegible]	3	9
	1	0	10	11	3	8
	6	8	12	3	9	9
	9	11	9	1	6	7
P	10	9	8	5	12	5

Liên kết trong S

8	9	10	11	12
9	8	12	12	9
9	11	9	8	9
10	9	8	10	11

Tập liên kết S

$$V = \{8,12\}$$

Đường biên của vùng R được tạo ra từ tập nhỏ các điểm ảnh. Các điểm này có một hoặc nhiều hơn các điểm lân cận không nằm trong tập R.

2	3	0	1	4	3	1
0	8	9	10	11	12	2
1	9	8	12	12	9	0
1	9	11	9	8	9	1
3	10	9	8	10	11	0
1	0	1	2	2	1	3

Hai vùng ảnh S1 và S2 được gọi là hai *vùng liên kết* nếu một điểm ảnh nào đó trong S1 có liên kết với một điểm ảnh khác trong S2.

S1 và S2 có phải là hai vùng liên kết 4,8 hay m không? $V\{1\}$

S1				S2			
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1	0	0
0	0	1	0	1	1	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0

• Khoảng cách giữa các điểm ảnh

Đối với các pixels p, q, z với các tọa độ (x,y), (s,t), (u,v), D là hàm khoảng cách hoặc metric, nếu:

$$D(p,q) \geq 0,\quad D(p,q) = 0 \text{ nếu p=q}$$

$$D(p,q) = D(q,p)$$

$$D(p,z) \leq D(p,q) + D(q,z)$$

Khoảng cách Euclide giữa p va q được định nghĩa:

$$D_e(p,q) = \left[(x-s)^2 + (y-t)^2\right]^{1/2}$$

Khoảng cách D_4 giữa p va q được định nghĩa:

$$D_4(p,q) = |x-s| + |y-t|$$

Pixels nằm cách (x,y) một khoảng $D_4 \leq 2$

$$\begin{array}{ccccc} & & 2 & & \\ & 2 & 1 & 2 & \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ & 2 & 1 & 2 & \\ & & 2 & & \end{array}$$

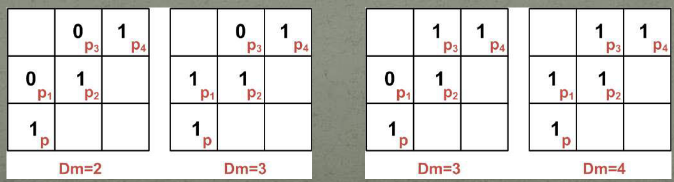
Khoảng cách D_8 giữa p va q được định nghĩa như sau:

$$D_8(p,q) = \max(|x-s|,|y-t|)$$

Pixels nằm cách (x,y) một khoảng $D_8 \leq 2$:

$$\begin{matrix} 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{matrix}$$

Khoảng cách Dm(p,q) là khoảng cách theo liên kết m gần nhất giữa 2 điểm ảnh p và q.



							Q
	3	8	5	6	8	11	
	2	2	4	9	3	9	
	1	0	10	11	3	8	
	6	8	12	3	9	9	
	9	11	9	1	6	7	
P	10	9	8	5	12	5	

Cho $V = \{8,12\}$

Tìm đường kết nối 4, 8, m ngắn nhất từ điểm p tới điểm q (nếu có)

Tìm khoảng cách D_4, D_8 giữa hai điểm p và q

2.2 Một số hàm biến đổi cường độ

Các phương pháp xử lý nâng cao chất lượng hình ảnh thường được chia thành hai lớp:

- phương pháp xử lý trong không gian ảnh (biến đổi cường độ)
- phương pháp xử lý trong không gian tần số

- **Nâng cao chất lượng ảnh bằng toán tử điểm**

$$g(x,y) = T[f(x,y)]$$

$f(x,y)$ - ảnh số gốc; $g(x,y)$ - ảnh đã được xử lý; T – toán tử dùng để biến đổi ảnh gốc.

Toán tử T có thể được thực hiện cho một vùng ảnh xung quanh điểm (x_0,y_0) và cho nhiều ảnh liên tiếp. *Vùng lân cận* với điểm (x_0,y_0) thường được chọn có dạng hình vuông hoặc hình chữ nhật có điểm giữa là (x_0,y_0)- vùng này còn được gọi là *mặt nạ (lọc)* hay *ma trận lọc.*

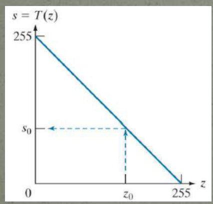
• Toán tử điểm mô tả bằng 3 cách:

$$g(x,y) = T\left[f(x,y)\right]$$

$f(x,y)$ - ảnh số gốc; $g(x,y)$ - ảnh đã được xử lý; T – toán tử dùng để biến đổi ảnh gốc.

$$s = T(z)$$

z - độ chói điểm ảnh gốc (hoặc r)
s – độ chói điểm ảnh kết quả



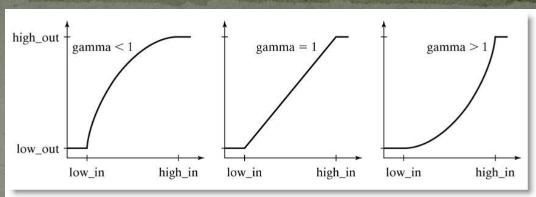
Đặc tuyến biến đổi
(0-1 or 0-255)

Look-up Table
(bảng tra cứu)

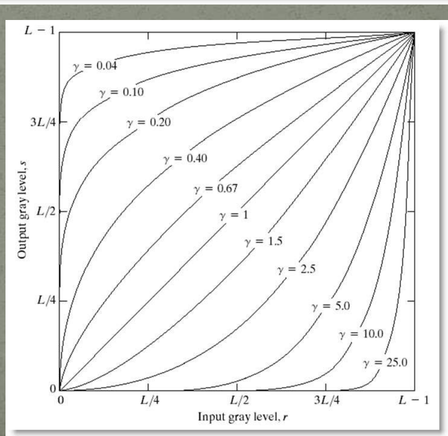
E.g.:	index	value
	...	...
	101	64
	102	68
	103	69
	104	70
	105	70
	106	71
	...	...
	input	output

Toán tử điểm s=T[z] còn gọi là hàm biến đổi độ chói.
z và s là độ chói của ảnh gốc f(x,y) và ảnh kết quả g(x,y)

Biến đổi gamma



$$s = T\left[z\right] = c \cdot z^{\gamma}$$



➢ Méo gamma

Ống ghi hình có hàm truyền đạt ***quang - điện*** :

$$u_{out} = k_1 L_{in}^{\gamma_1} \qquad \gamma_1 = 0.5 \div 1$$

Bóng hình có hàm truyền đạt ***điện - quang*** :

$$L_{out} = k_2 U_{in}^{\gamma_2} \qquad \gamma_2 = 2 \div 3$$

Đặc tính truyền đạt của hệ thống truyền hình sẽ là:

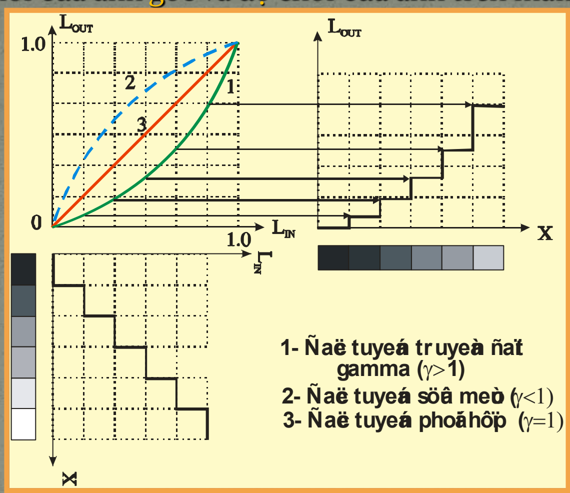
$$L_{out} = k_2 \left(k_1 L_{in}^{\gamma_1} \right)^{\gamma_2} = k L_{in}^{\gamma_1 \cdot \gamma_2} = k L_{in}^{\gamma}$$

$$k = \left(k_1 \right)^{\gamma_2} k_2; \qquad \gamma = \gamma_1 \gamma > 1$$

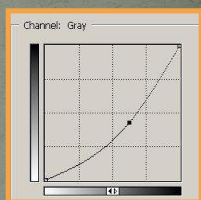
Mạch sửa méo Gamma phải có hệ số méo gamma sao cho:

$$\gamma = \gamma_1 \cdot \gamma_2 \cdot \gamma_s \approx 1$$

Đặc tính truyền đạt của hệ thống truyền hình - ***$L_{out}(L_{in})$*** là quan hệ giữa độ chói của ảnh gốc và độ chói của ảnh trên màn hình

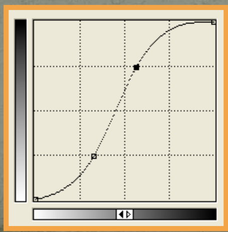


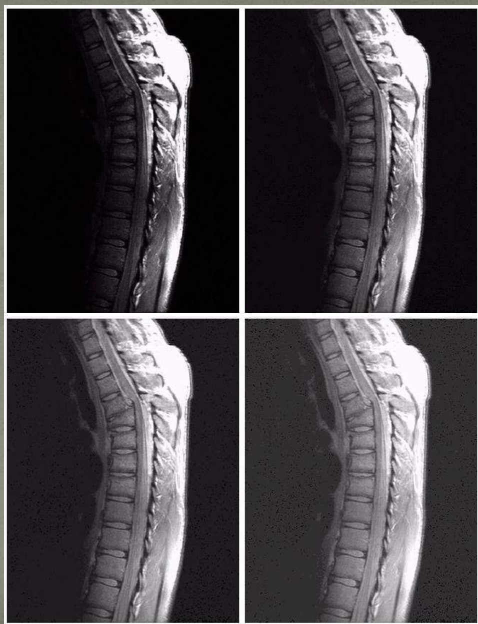
$$J(r,c) = 255 \cdot \left[\frac{I(r,c)}{255} \right]^{1/\gamma} \quad \text{for} \quad \gamma < 1.0$$



Ảnh hưởng của méo gamma tới ảnh màu

Đặc tuyến gamma trong truyền hình đen trắng



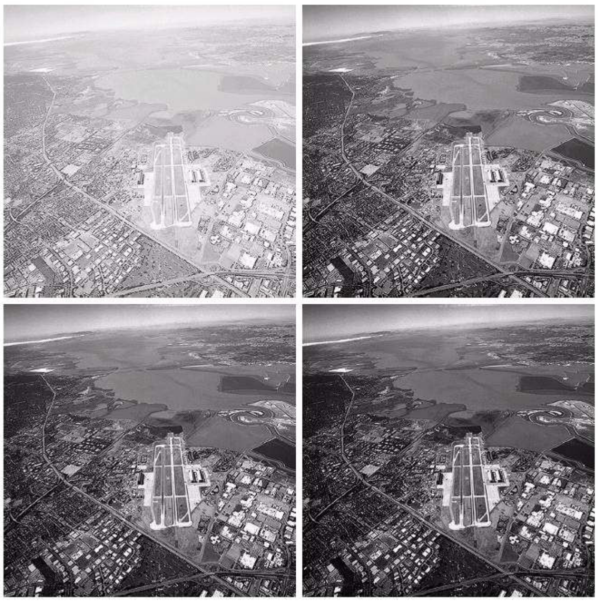


a b
c d

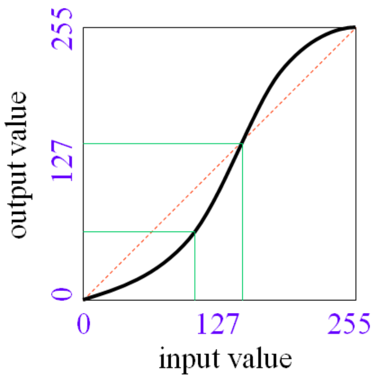
FIGURE 3.8 (a) Magnetic resonance (MR) image of a fractured human spine. (b)–(d) Results of applying the transformation in Eq. (3.2-3) with $c = 1$ and $\gamma = 0.6, 0.4,$ and 0.3, respectively. (Original image for this example courtesy of Dr. David R. Pickens, Department of Radiology and Radiological Sciences, Vanderbilt University Medical Center.)

a b
c d

FIGURE 3.9 (a) Aerial image. (b)–(d) Results of applying the transformation in Eq. (3.2-3) with $c = 1$ and $\gamma = 3.0, 4.0,$ and 5.0, respectively. (Original image for this example courtesy of NASA.)

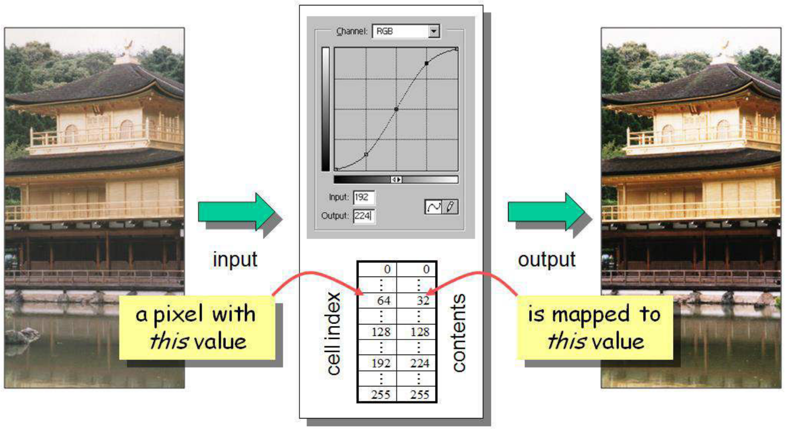


Thực hiện toán tử điểm trong xử lý ảnh số bằng phương pháp tra bảng (Look-up Table)



E.g.:	index	value
	…	…
	101	64
	102	68
	103	69
	104	70
	105	70
	106	71
	…	…
	input	output

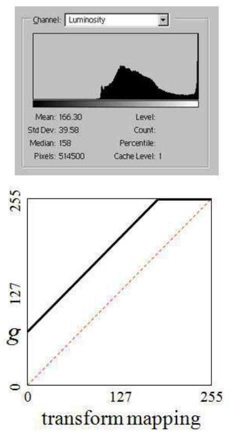
Look-Up Tables



Toán tử điểm nhằm tăng độ chói của ảnh

$$J_k(r,c)=\begin{cases} I_k(r,c)+g, & \text{if } I_k(r,c)+g<256 \\ 255, & \text{if } I_k(r,c)+g>255 \end{cases}$$

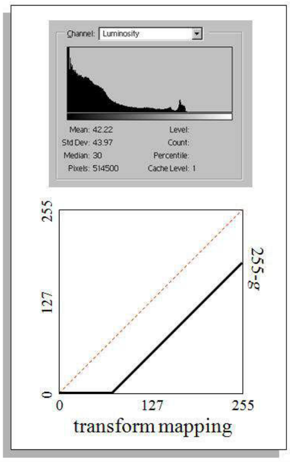
$g \geq 0$ and $k \in \{1,2,3\}$ is the band index.



Toán tử điểm nhằm giảm độ chói của ảnh

$$J_k(r,c)=\begin{cases}0, & \text{if } I_k(r,c)-g<0\\ I_k(r,c)-g, & \text{if } I_k(r,c)\end{cases}$$

$g \geq 0$ and $k \in \{1,2,3\}$ is the band index.

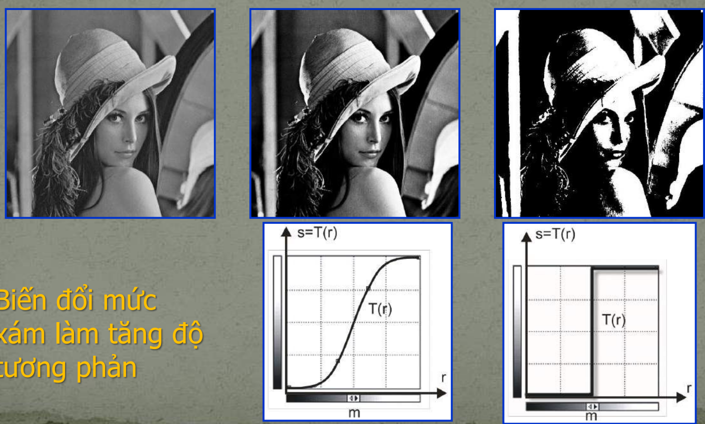


- ***Tăng độ tương phản***

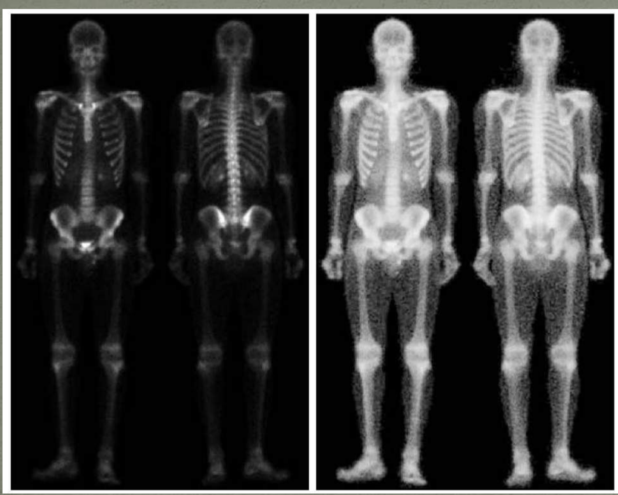
Khi vùng lân cận có kích thước 1x1, hàm ***g*** sẽ chỉ phụ thuộc vào ***f*** tại (x,y). Toán tử tăng độ tương phản sẽ là hàm biến đổi mức xám:

$$s = T[r]$$

r và s là mức xám của ảnh gốc $f(x,y)$ và ảnh $g(x,y)$ tại điểm (x,y).



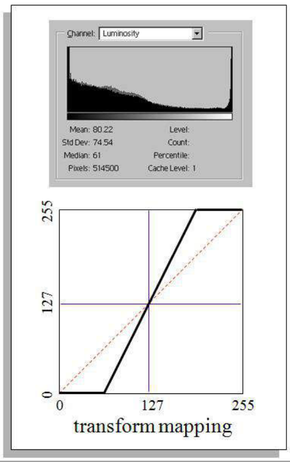
Biến đổi mức xám làm tăng độ tương phản



a b

FIGURE 3.6 (a) Bone scan image. (b) Image enhanced using a contrast-stretching transformation. (Original image courtesy of G. E. Medical Systems.)

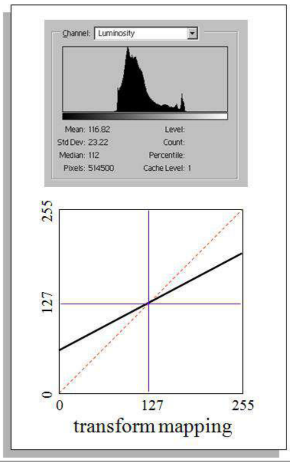
• Tăng độ tương phản



Let $T_k(r,c)=a[I_k(r,c)-127]+127$, where $a>1.0$

$$J_k(r,c)=\begin{cases}0, & \text{if } T_k(r,c)<0,\\ T_k(r,c), & \text{if } 0\le T_k(r,c)\le 255,\\ 255, & \text{if } T_k(r,c)>255. \quad k\in\{1,2,3\}\end{cases}$$

• Giảm độ tương phản



$$T_k(r,c)=a[I_k(r,c)-127]+127,$$

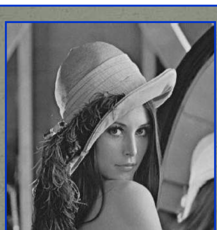
where $0\le a<1.0$ and $k\in\{1,2,3\}$.

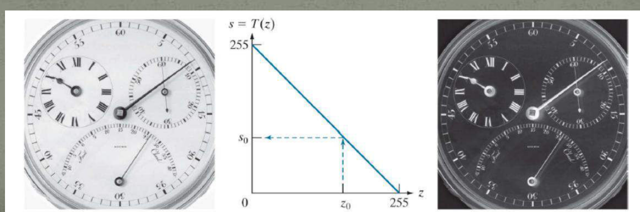
•Biến đổi âm bản

Hàm biến đổi âm bản ảnh có dạng:

$$s = L - r$$

Giá trị các điểm ảnh trong ảnh âm bảncó mức xám thay đổi từ mức 0 (đen) tới mức L (trắng).

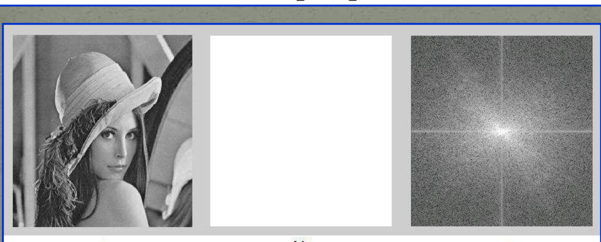




•Nén dải động của ảnh (biến đổi logarithm)

Khi dải động của ảnh biến đổi trong phạm vi quá rộng so với khả năng hiển thị của màn hình, ví dụ khi cần hiển thị ảnh 2-D của các hệ số khai triển DCT, chúng ta cần nén dải động theo hàm logarithm như sau:

$$s = c\log\left[1+|r|\right]$$



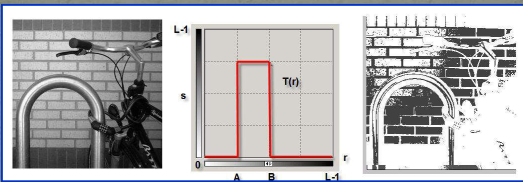
a) b) c)

Hệ số khai triển Fourie của ảnh (kích thước 512x512) có giá trị nằm trong dải động $\left[0 \div 66846720\right]$

•Tách ảnh theo mức chói

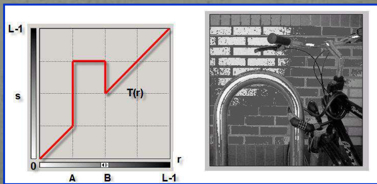
Phương pháp tách ảnh theo mức chói không nền:

$$T(r) = \begin{cases} L_{max} & A < r < B \\ L_{min} & \text{với các r khác} \end{cases}$$



Phương pháp tách ảnh theo mức chói giữ nguyên nền:

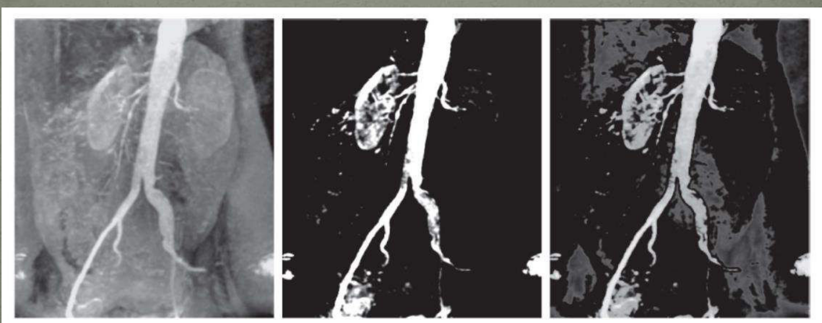
$$T(r) = \begin{cases} L_{max} & A < r < B \\ r & \text{với các r khác} \end{cases}$$

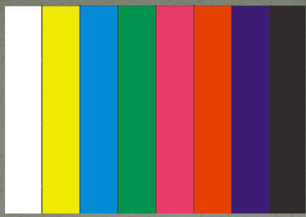


•Tách ảnh theo mức chói

Phương pháp tách ảnh theo mức chói giữ nguyên nền:

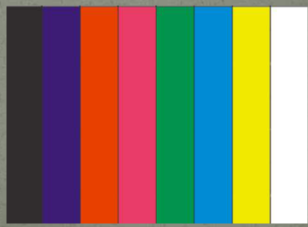
$$T(r) = \begin{cases} L_{max} & A < r < B \\ r & \text{với các r khác} \end{cases}$$





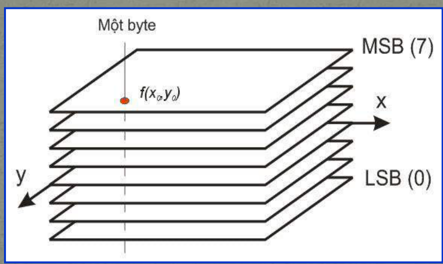
Cho ảnh trên màn hình TV. Vẽ các dòng của tín hiệu video thành phần ứng với ảnh trên.

Ảnh trên được số hóa. Thực hiện biến đổi ảnh (dùng bảng tra - LUT) để nhận được ảnh kết quả như sau:

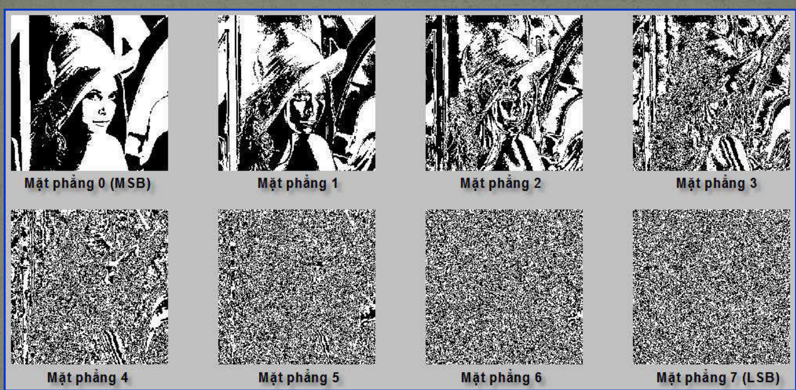


- ***Tách ảnh theo mặt phẳng bit***

Phương pháp tách ảnh số với 256 mức lượng tử (8 bits/điểm) thành 8 ảnh nhị phân. Các ảnh này gọi là mặt phẳng bit.



Các bit tạo nên mặt phẳng thứ 7 là các MSB (most significant bit), các bit tạo nên mặt phẳng số 0 là LSB (least significant bit) của các điểm ảnh.



Các bit bậc cao (nhất là MSB) chứa phần lớn tin tức về hình dạng ảnh. Các bit bậc thấp hơn tập trung ở các chi tiết nhỏ. Cách chia ảnh theo phương pháp tách mặt phẳng bit được sử dụng trong một số phương pháp nén dư thừa trong ảnh

•Xử lý lược đồ xám (histogram)

Lược đồ xám của một ảnh số (histogram) có các mức xám biến thiên trong khoảng $[0, L-1]$ là hàm rời rạc $h(r_k) = n_k$, với r_k là mức xám thứ k, n_k - là số lượng điểm ảnh, có mức xám r_k.

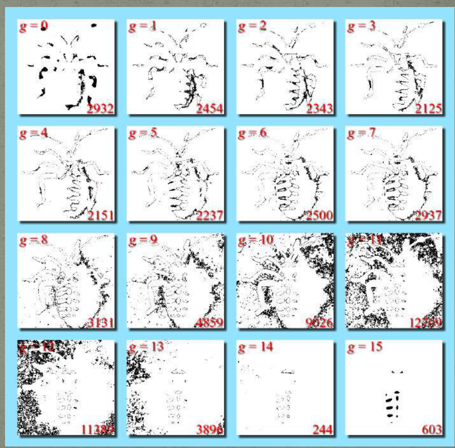
Lược đồ xám chuẩn: $p(r_k) = n_k / n$ với k=0,1,2...L-1

$p(r_k)$ là xác suất xuất hiện các điểm ảnh có mức xám r_k.
Tổng các giá trị rời rạc $p(r_k)$ bằng 1.

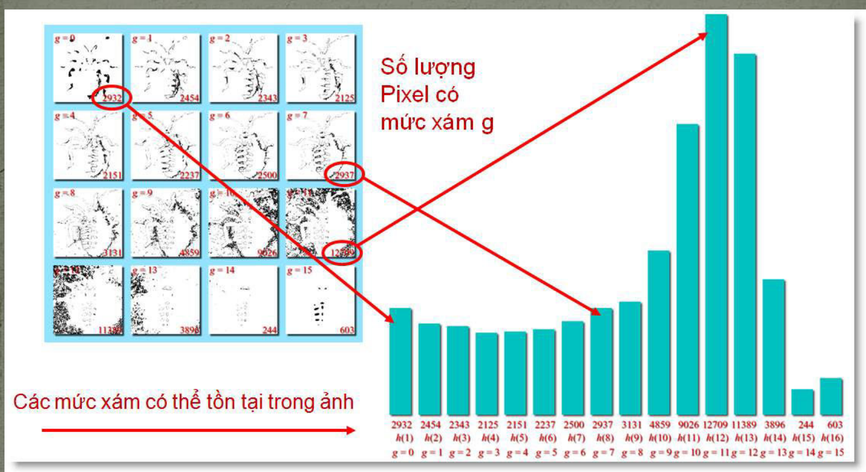
Lược đồ xám của ảnh đen trắng

16-level (4-bit) image

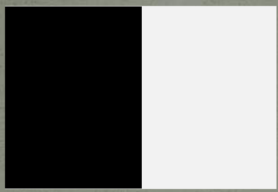
lower RHC: number of pixels with intensity g

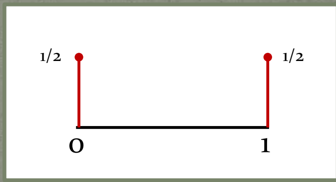


black marks pixels with intensity g



Xác định lược đồ xám và
lược đồ xám chuẩn của ảnh?

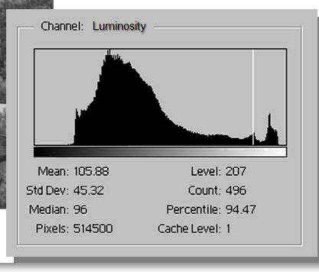




2 ảnh khác nhau có cùng lược đồ xám?

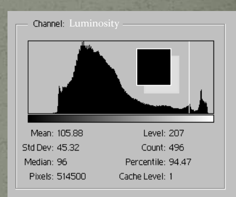
$h_I(g+1)$

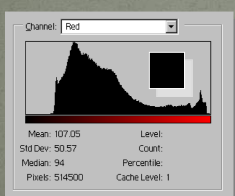
h_I là số lượng điểm ảnh có mức xám g trong ảnh I

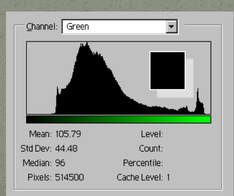


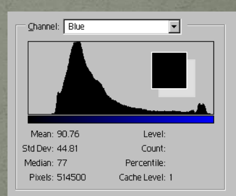
Lược đồ xám của ảnh màu:

Mỗi ảnh R, G, & B có một lược đồ xám. Lược đồ xám của ảnh chói Luminosity = (R+G+B)/3

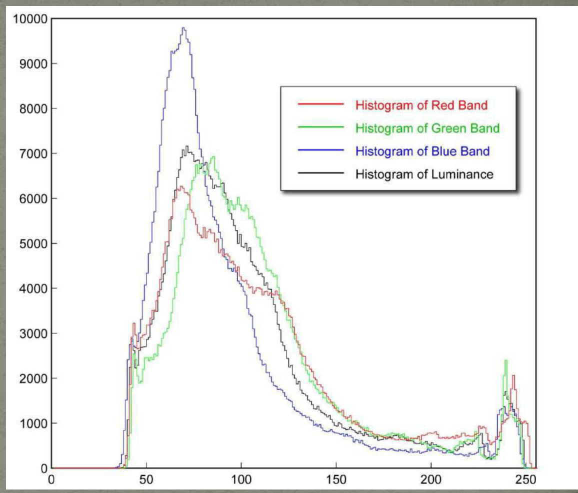


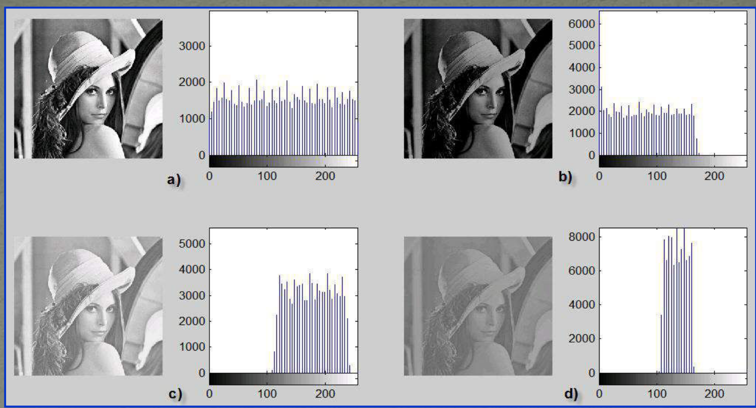






Lược đồ xám ảnh màu





Histogram của bốn loại ảnh thường gặp:

1. Ảnh có độ tương phản cao
2. Ảnh có độ sáng thấp
3. Ảnh có độ sáng cao
4. Ảnh có độ tương phản thấp

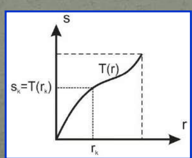
•Kỹ thuật cân bằng histogram

Khi phân bố giá trị các mức xám của các điểm ảnh đồng đều trên toàn bộ dải chói [0...L-1] thì ảnh sẽ có độ tương phản cao.
Quá trình biến đổi ảnh có lược đồ xám không đồng đều thành đồng đều được gọi là *cân bằng lược đồ* (histogram equalization).

Xét toán tử biến đổi mức xám: $s = T(r) \quad 0 \le r \le 1$

- $T(r)$ là hàm đơn ánh và đồng biến trong khoảng $0 \le r \le 1$
- $0 \le T(r) \le 1 \;\; khi \quad 0 \le r \le 1$

Điều kiện 1 cần thiết để tồn tại biến đổi nghịch: $r = T^{-1}(s) \quad 0 \le s \le 1$



Cho $p_r(r)$ và $p_s(s)$ là các hàm mật độ phân bố xác suất (PDF) của biến ngẫu nhiên r và s, hai hàm này có quan hệ như sau:

$$p_s(s) = p_r(r)\left|\frac{dr}{ds}\right|$$

Xét hàm biến đổi sau:

$$s = T(r) = \int_0^r p_r(\tau)\,d\tau \quad (1)$$

$$\frac{ds}{dr} = \frac{dT(r)}{dr} = \frac{d}{dr}\left[\int_0^r p_r(\tau)\,d\tau\right] = p_r(r) \quad (2)$$

$$p_s(s) = p_r(r)\left|\frac{dr}{ds}\right| = p_r(r)\left|\frac{1}{p_r(r)}\right| = 1 \qquad 0 \le s \le 1 \quad (3)$$

Như vậy: hàm biến đổi mức xám có dạng (1) thì histogram ảnh kết quả sẽ có *dạng phân bố đều* và không phụ thuộc vào hàm PDF của ảnh gốc.

Quá trình cân bằng lược đồ xám cho ảnh số được thực hiện với các biến ngẫu nhiên rời rạc n_k và r_k (n_k là số lượng điểm ảnh có mức chói r_k).

Xác suất xuất hiện điểm ảnh có mức chói r_k cũng chính là *histogram* của ảnh gốc:

$$p_r(r_k) = \frac{n_k}{n} \qquad k = 0,1,2,......,L-1$$

Hàm biến đổi mức xám dùng để cân bằng histogram cho tín hiệu rời rạc có dạng:

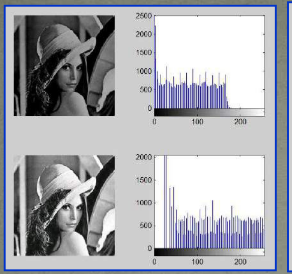
$$s_k = T(r_k) = \sum_{j=0}^{k} p_r(r_j) = \sum_{j=0}^{k} \frac{n_j}{n} \qquad k = 0,1,2,......,L-1$$

0	7	1	4	3	6	2	5
0	7	1	4	3	6	2	5
0	7	1	4	3	6	2	5
0	7	1	4	3	6	2	5
0	7	1	4	3	6	2	5
0	7	1	4	3	6	2	5
0	7	1	4	3	6	2	5
0	7	1	4	3	6	2	5

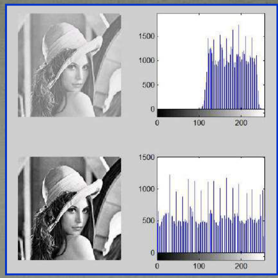
3	3	3	3	3	3	3	3
3	3	3	3	3	3	3	3
3	3	3	3	3	3	3	3
5	5	5	5	5	5	5	5
5	5	5	5	5	5	5	5
5	5	5	5	5	5	5	5
4	4	4	4	4	4	4	4
4	4	4	4	4	4	4	4

Thực hiện quá trình cân bằng lược đồ xám cho 2 ảnh trên.

Độ chói của mỗi điểm ảnh được mã hóa bằng 3 bits.

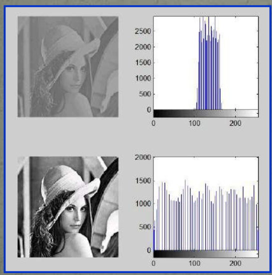


a)

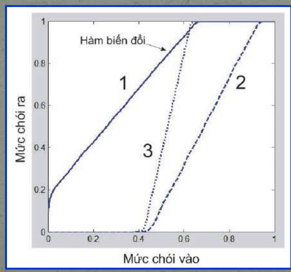


b)

Cân bằng lược đồ xám
a- Ảnh có độ chói thấp;
b- Ảnh có độ chói cao;
c- Ảnh có độ tương phản thấp.



c)



Hàm biến đổi T(r) dùng để cân bằng các ảnh:
- (a) đồ thị 1, (b)- đồ thị 2, (c) - đồ thị 3

Lưu ý:

- ✓ **Nội dung của ảnh sau khi được cân bằng LĐX không thay đổi**
- ✓ **Đặc tuyến biến đổi của ảnh số sau khi cân bằng LĐX không hoàn toàn cân bằng? Lí do?**
- ✓ **Cân bằng lược đoò xám ảnh màu?**

• ***Kỹ thuật xấp xỉ histogram (Histogram matching)***

Xấp xỉ histogram là phép biến đổi ảnh gốc sao cho ảnh biến đổi có dạng histogram mong muốn.

Histogram của ảnh gốc là $p_r(r_j)$

Histogram mong muốn của ảnh kết quả: $p_z(z_i)$.

Cân bằng histogram cho cả 2 ảnh trên:

$$s_k = T(r_k) = \sum_{j=0}^{k} p_r(r_j) = \sum_{j=0}^{k} \frac{n_j}{n} \qquad k = 0,1,2,......,L-1$$

$$v_k = G(z_k) = \sum_{i=0}^{k} p_z(z_i) \qquad k = 0,1,2,......,L-1$$

Histogram ảnh được tạo ra từ các điểm ảnh s_k và v_k có mật độ phân bố mức xám đồng đều.

$$s_k = T(r_k) = \sum_{j=0}^{k} p_r(r_j) = \sum_{j=0}^{k} \frac{n_j}{n} \qquad k = 0,1,2,......,L-1$$

$$v_k = G(z_k) = \sum_{i=0}^{k} p_z(z_i) \qquad k = 0,1,2,......,L-1$$

Để tìm ra ảnh [z_i] nếu biết [r_j], ta cho: $\boxed{s_k = v_k}$

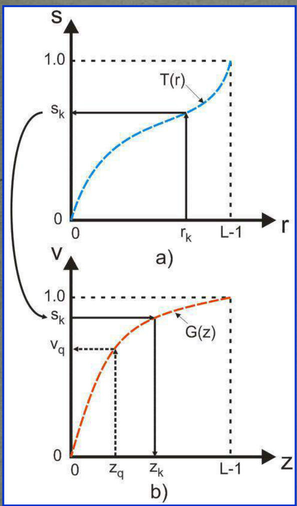
$$z_k = G^{-1}(v_k) \qquad k = 0,1,2,......,L-1$$

$$z_k = G^{-1}(v_k) = G^{-1}(s_k) = G^{-1}\left[T(r_k)\right] \qquad k = 0,1,2,......,L-1$$

$$z_k = G^{-1}\left[\sum_{j=0}^{k} p_r(r_j)\right]$$

Quá trình biến đổi trên sẽ ánh xạ mức xám r_k của ảnh gốc (có histogram $p_r(r_j)$) thành mức xám z_k của ảnh mới, histogram của ảnh mới sẽ có dạng là $p_z(z_i)$.

Các bước thực hiện xấp xỉ histogram:



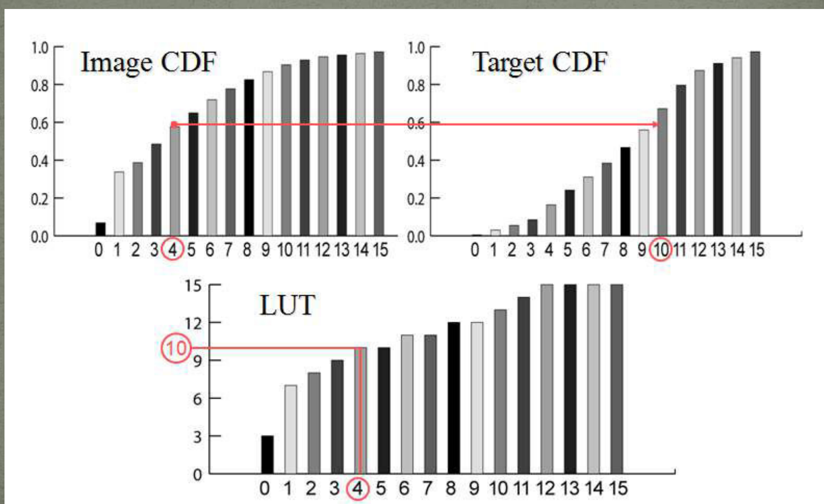
Trên thực tế, quá trình thực hiện biến đổi mức xám thuận và nghịch được thực hiện cho hình ảnh số bằng cách tra bảng.

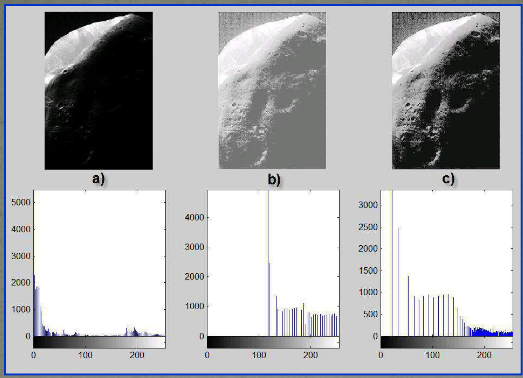
Ví dụ: bảng tra cứu sẽ chứa tập giá trị các mức chói r_k của ảnh gốc và các mức xám s_k của ảnh kết quả.

Quá trình xấp xỉ histogram thực hiện theo các bước sau:

1. Tính histogram của ảnh gốc.
2. Từ r_k tìm các giá trị s_k (thực hiện cân bằng xám cho ảnh rk) - ta có hàm rời rạc $s_k = T(r_k)$
3. Tìm v_k thông qua z_k dựa trên hàm rời rạc $p_z(z)$ (histogram cho trước) - ta có: $v_k = G(z_k)$.
4. Dựa trên bất đẳng thức $\left[G(s^*) - s_k\right] \geq 0 \quad k = 0,1,2,......,L-1$ dò tìm z_k theo các giá trị s_k.
5. Tạo ra bảng tra (Look Up Table - LUT) để thực hiện quá trình ánh xạ $r_k \longrightarrow z_k$

Quá trình tạo bảng tra (LUT)

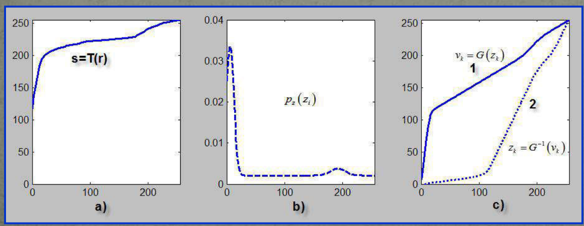




a) Ảnh gốc tồn tại chủ yếu hai vùng tối và sáng

b) Ảnh được cân bằng histogram

a) Ảnh được xấp xỉ histogram



a) Đặc tuyến cân bằng mức xám

b) Lược đồ xám mong muốn

a) Biến đổi G thuận và nghịch

Với ảnh cụ thể, ta lựa chọn histogram mong muốn có dạng:

$$p(z) = A_1 \frac{1}{\sigma_1\sqrt{2\pi}} e^{-\left(\frac{(z-m_1)^2}{2\sigma_1^2}\right)} + A_2 \frac{1}{\sigma_2\sqrt{2\pi}} e^{-\left(\frac{(z-m_2)^2}{2\sigma_2^2}\right)}$$

Thay đổi các thông số $\sigma_1, m_1, \sigma_2, m_2, A_1, A_2$ có thể nhận được histogram khác nhau. Trong ví dụ trên sử dụng các giá trị sau:

m_1=0.02; σ_1=0.025; m_2=0.75; σ_2=0.05; A1=3; A2=0.08

- ***Kỹ thuật triệt nhiễu dựa trên cơ sở trung bình hóa ảnh***
- ***(ảnh trong các hệ thống quan sát)***

Cho ảnh $f(x,y)$ bị tác động bởi nhiễu cộng $\eta(x,y)$:

$$g(x,y) = f(x,y) + \eta(x,y)$$

Nhiễu $\eta(x,y)$ tại từng điểm (x,y) là các quá trình ngẫu nhiên độc lập tương hỗ và có giá trị trung bình thống kê bằng 0 (moment gốc cấp 1: $m_{x,y} = 0$).

Cho tập M ảnh $f(x,y)$, ảnh trung bình cộng của M ảnh là:

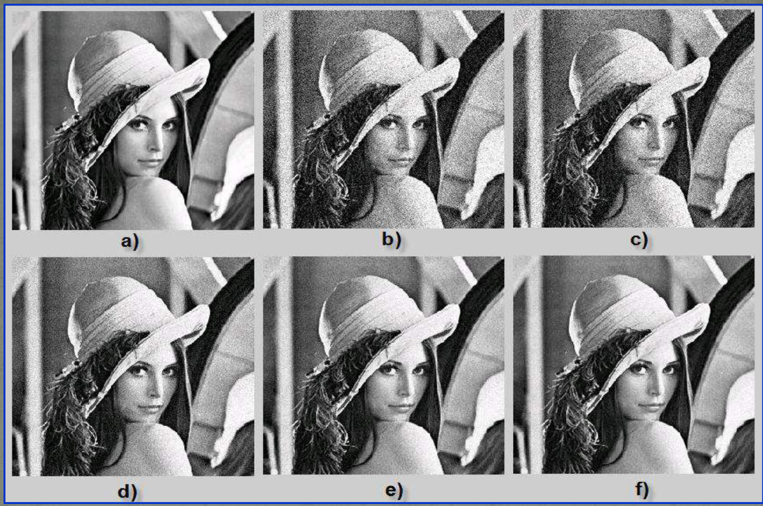
$$\bar{g}(x,y) = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M} g_i(x,y)$$

Giá trị trung bình thống kê của $\bar{g}$ tại mỗi điểm (x,y) bằng:

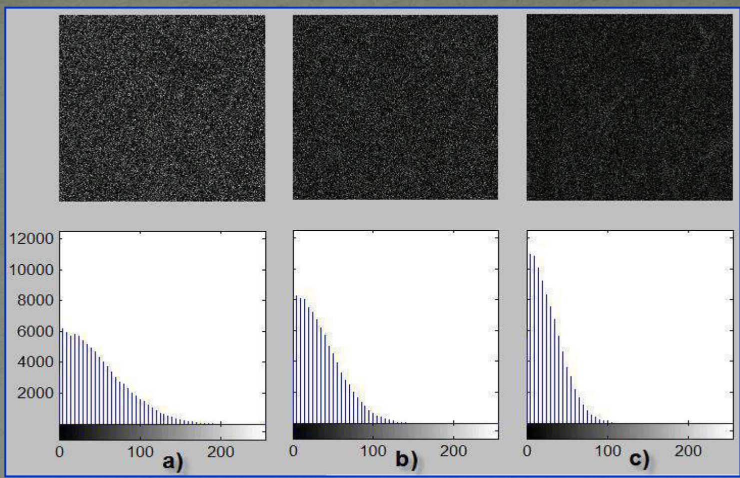
$$E\{\bar{g}(x,y)\} = f(x,y)$$

Phương sai $\sigma^2_{\bar{g}(x,y)}$:

$$\sigma^2_{\bar{g}(x,y)} = \frac{1}{M}\sigma^2_{\eta(x,y)}$$



a- Ảnh gốc. b,c) ảnh bị tác động bởi nguồn nhiễu $\eta(x, y)$ (tại các thời điểm khác nhau). d,e,f) kết quả trung bình của 4, 8 và 16 ảnh có nhiễu.



Từ trái sang phải: ảnh sai số giữa ảnh gốc và ảnh d,e,f hình trên và histogram của chúng.

2.3. Nền tảng của lọc không gian

Toán tử không gian trong xử lý ảnh được thực hiện tại vùng xung quanh điểm ảnh theo các bước sau:
1- Xác định điểm ảnh trung tâm.
2- Thực hiện tính toán với các điểm ảnh nằm trong vùng lân cận điểm ảnh trung tâm (kích thước và hình dạng vùng ảnh này được xác định trước).
3- Kết quả tính toán ở bước 2 (còn gọi là đáp ứng của quá trình xử lý) sẽ được gán cho điểm ảnh trung tâm.
4- Thực hiện các bước trên cho toàn bộ các pixels của ảnh.

Nếu toán tử biến đổi là tuyến tính, thì quá trình trên được gọi là quá trình *lọc tuyến tính*. Nếu ngược lại, ta có quá trình *lọc phi tuyến*.

Toán tử không gian trong xử lý ảnh được sử dụng để lọc nhiễu và làm nổi các chi tiết nhỏ hay đường biên.

Các bộ lọc tuyến tính (trong không gian)

Khi thực hiện lọc tuyến tính, các điểm ảnh sẽ được nhân với hệ số sau đó được tổng hợp (cộng) lại với nhau để tạo ra đáp ứng của bộ lọc tại mỗi điểm (x,y). Vùng ảnh kích thước **mxn** được xử lý với ma trận **mxn** hệ số. Ma trận này thường được gọi là *bộ lọc, ma trận lọc, cửa sổ lọc hay mặt nạ*. Thường người ta lấy giá trị m và n là số lẻ để dễ xác định tâm điểm của mặt nạ.

$$y(m,n)=\sum_{l=0}^{N-1}\sum_{k=0}^{N-1}x(l,k)h(m-l;n-k)$$

hay $$y(m,n)=x(m,n)\otimes h(m,n)$$

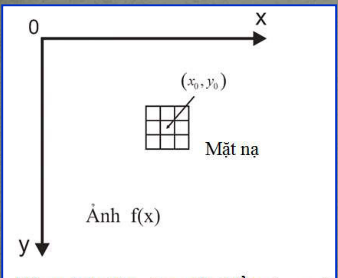
Toán tử không gian trong xử lý ảnh được thực hiện tại vùng xung quanh điểm ảnh theo các bước sau:

1- Xác định điểm ảnh trung tâm trong mặt nạ lọc.

2- Thực hiện tính toán với các điểm ảnh nằm trong vùng lân cận điểm ảnh trung tâm (kích thước và hình dạng vùng ảnh này phụ thuộc vào hình dạng mặt nạ lọc).

3- Kết quả tính toán ở bước 2 (còn gọi là đáp ứng của quá trình xử lý) là giá trị điểm ảnh cùng tọa độ với tâm mặt nạ lọc trong ảnh mới.

4- Thực hiện các bước trên cho toàn bộ các pixels của ảnh.

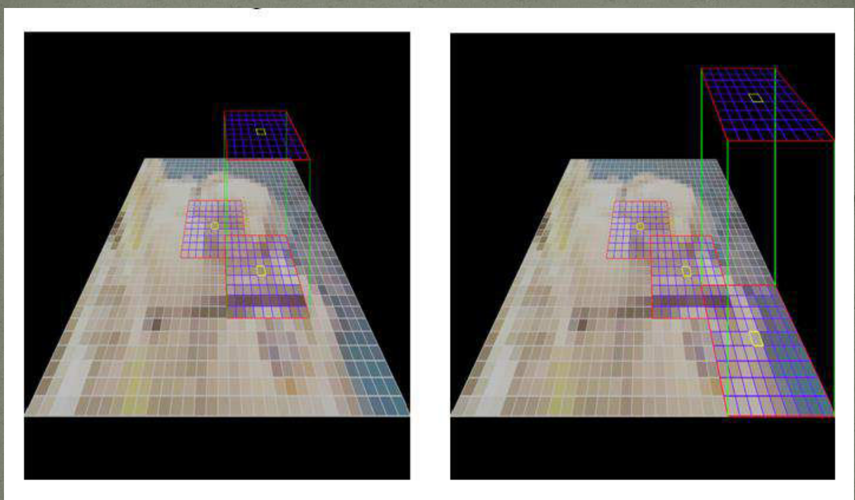


Vùng ảnh lân cận với điểm (x_0, y_0)

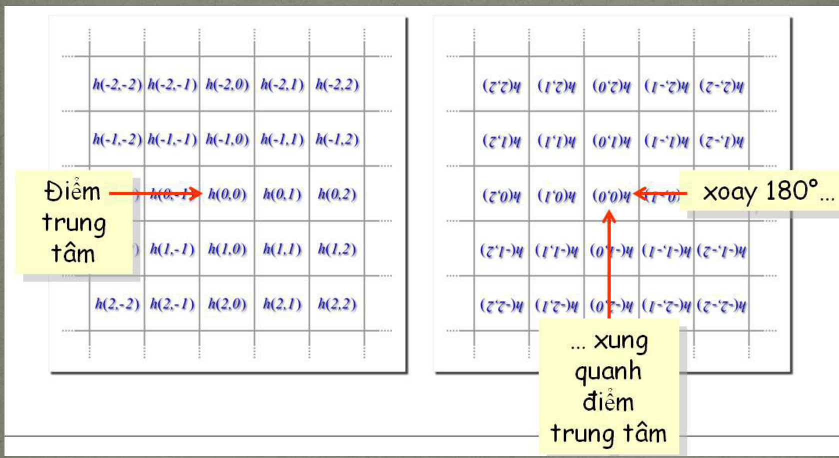
Nếu toán tử biến đổi là *tuyến tính*, thì quá trình trên được gọi là quá trình lọc tuyến tính. Nếu ngược lại, ta có quá trình lọc *phi tuyến*.

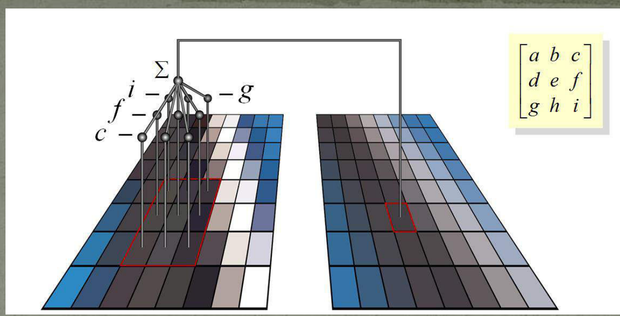
Nếu kích thước mặt nạ là 1x1 - ta có toán tử điểm

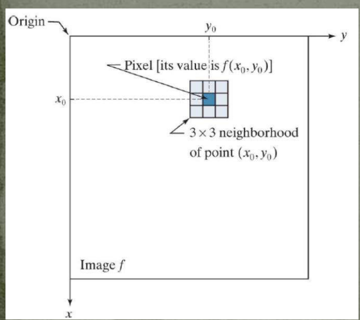
Xử lý các điểm ảnh bên lề?

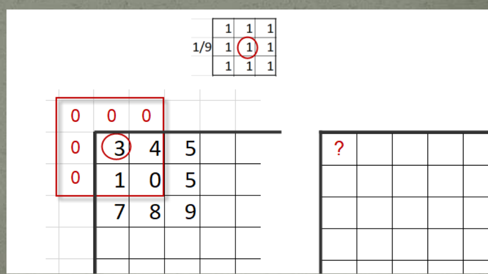


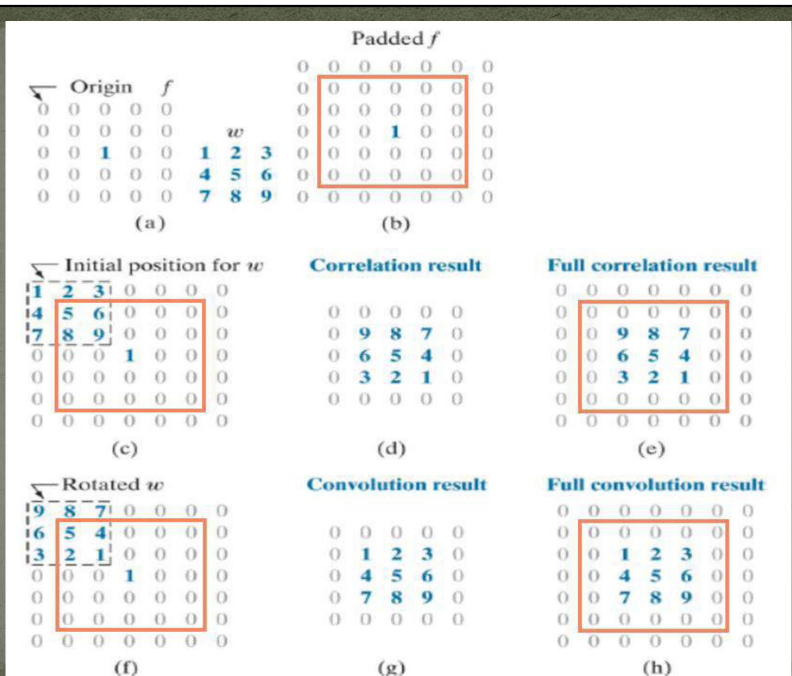
Qua trình nhân chập ảnh và ma trận (mặt nạ) lọc



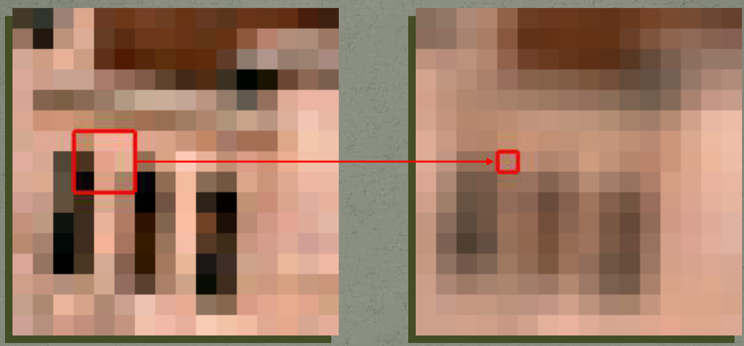






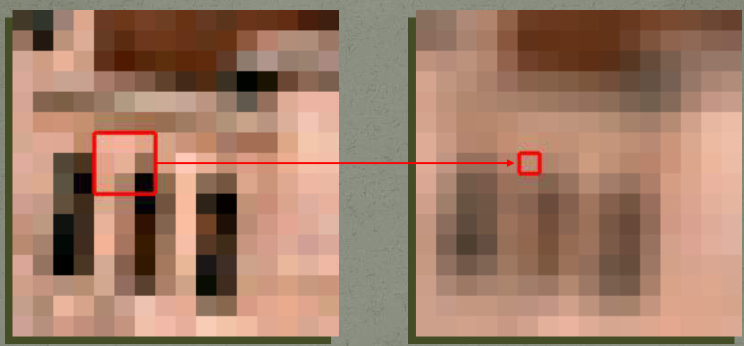


Qua trình nhân chập ảnh và ma trận (mặt nạ) lọc



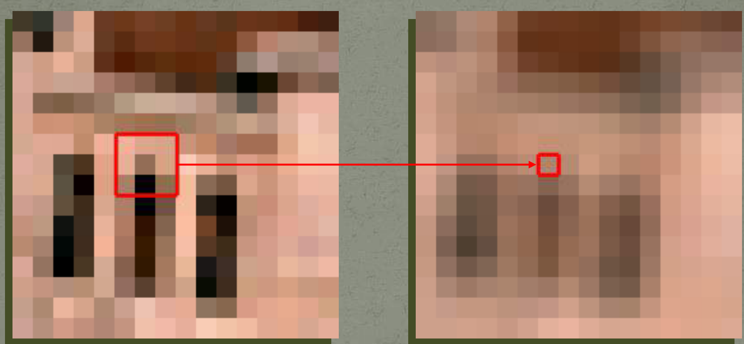
original 3x3 average

Qua trình nhân chập ảnh và ma trận (mặt nạ) lọc

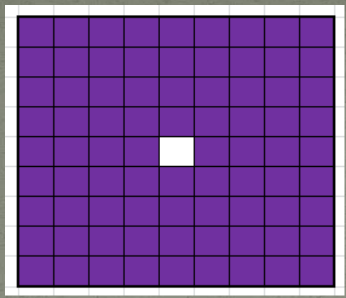


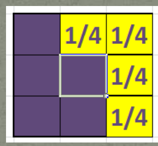
original 3x3 average

Qua trình nhân chập ảnh và ma trận (mặt nạ) lọc



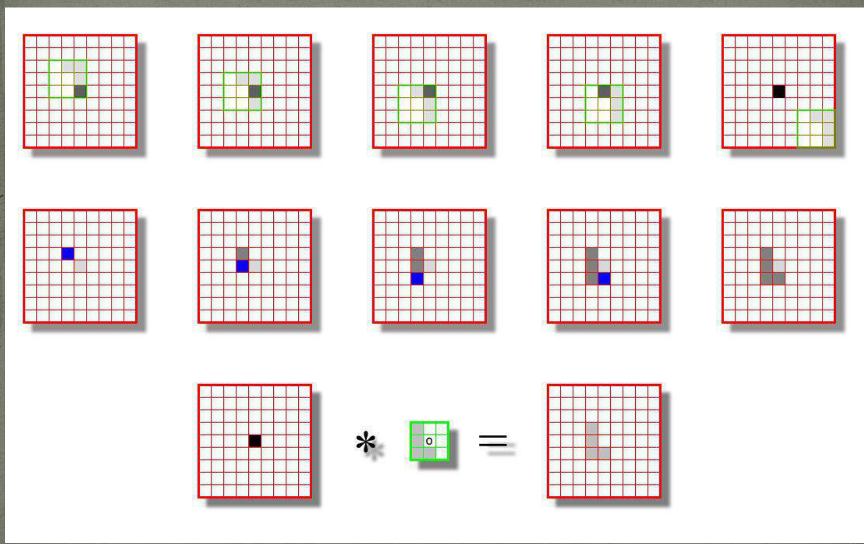
original 3x3 average





$$y(m,n)=\sum_{l=0}^{N-1}\sum_{k=0}^{N-1}x(l,k)h(m-l;n-k)$$

hay $$y(m,n)=x(m,n)\otimes h(m,n)$$

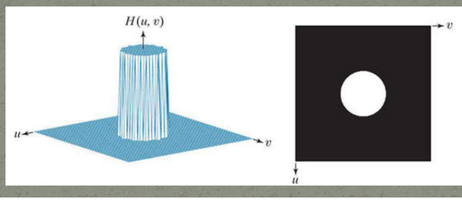


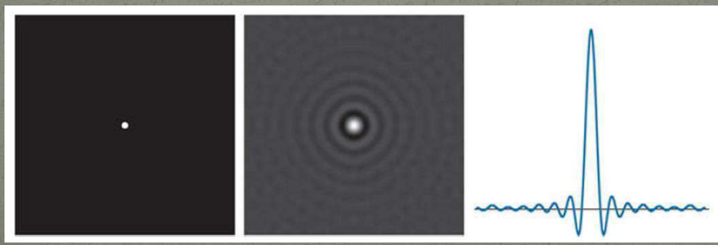
Khi sử dụng mặt nạ đối xứng, ảnh kết quả không phụ thuộc vào hướng xoay của mặt nạ

f	e	d	e	f
e	c	b	c	e
d	b	a	b	d
e	c	b	c	e
f	e	d	e	f

2.4. Bộ lọc không gian Smoothing (Lowpass)

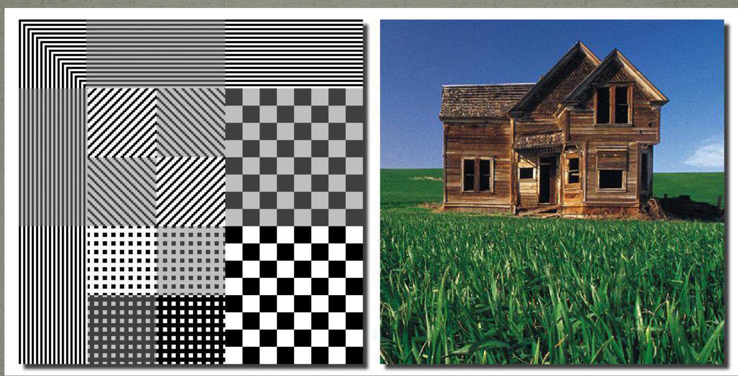
$$H(u,v) = \begin{cases} 1 & \text{if } D(u,v) \le D_0 \\ 0 & \text{if } D(u,v) > D_0 \end{cases}$$





Bộ lọc thông thấp lý tưởng

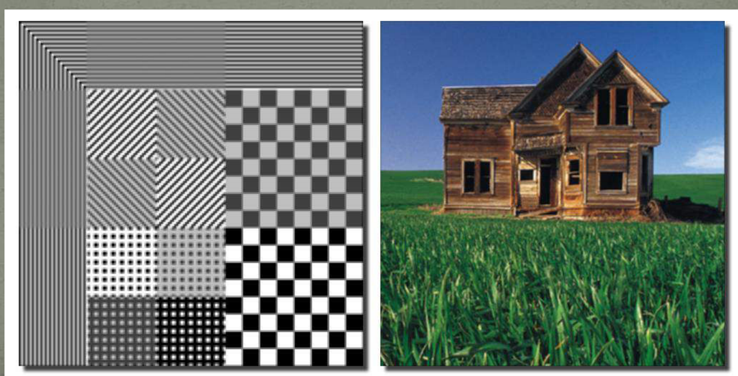
Convolution Examples: Original Images



2.4. Bộ lọc không gian Smoothing (Lowpass)

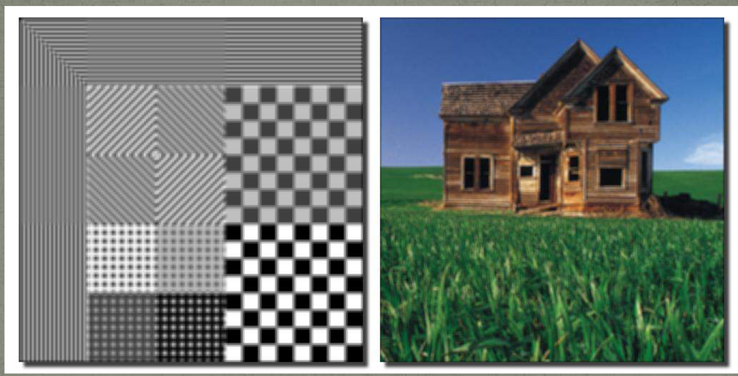
$$\frac{1}{9}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Convolution Examples: 3×3 Blur



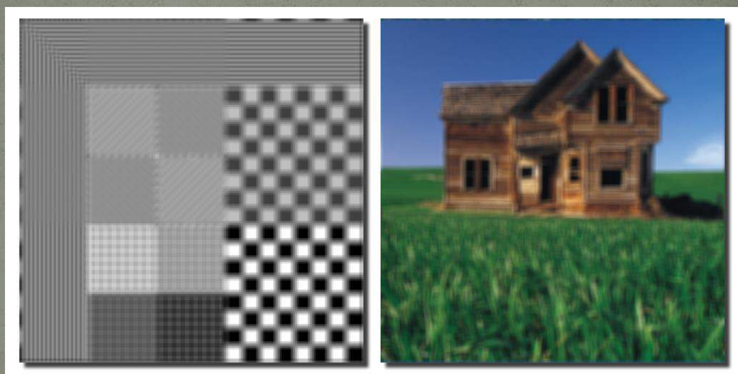
$$\frac{1}{25}\begin{bmatrix}1&1&1&1&1\\1&1&1&1&1\\1&1&1&1&1\\1&1&1&1&1\\1&1&1&1&1\end{bmatrix}$$

Convolution Examples: 5×5 Blur



$$\frac{1}{81}\begin{bmatrix}1&1&1&1&1&1&1&1&1\\1&1&1&1&1&1&1&1&1\\1&1&1&1&1&1&1&1&1\\1&1&1&1&1&1&1&1&1\\1&1&1&1&1&1&1&1&1\\1&1&1&1&1&1&1&1&1\\1&1&1&1&1&1&1&1&1\\1&1&1&1&1&1&1&1&1\\1&1&1&1&1&1&1&1&1\end{bmatrix}$$

Convolution Examples: 9×9 Blur



$$1/9 \times \begin{bmatrix}1&1&1\\1&1&1\\1&1&1\end{bmatrix} \qquad 1/16 \times \begin{bmatrix}1&2&1\\2&4&2\\1&2&1\end{bmatrix}$$

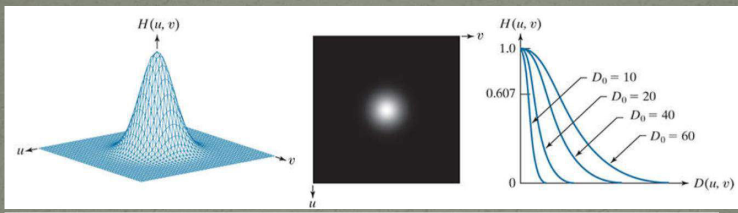
a) b)

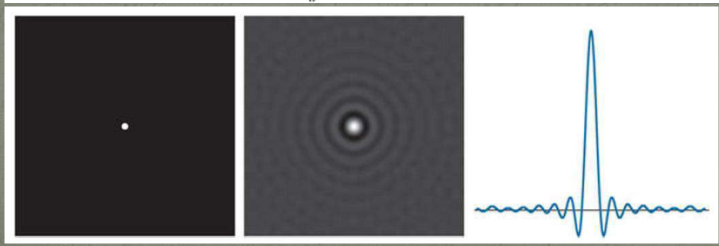
Các mặt nạ dùng để thực hiện trung bình không gian

Ảnh kết quả khi lọc thông thấp bằng ma trận 3x3 (a) và 5x5 (b)

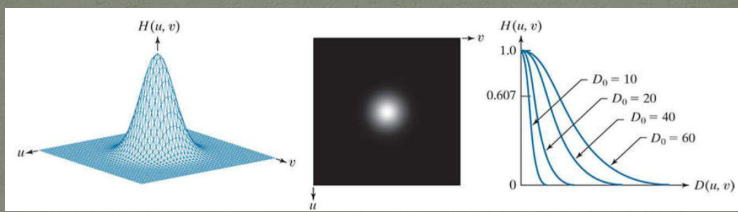
Bộ lọc Lowpass Gaussian

$$H(u,v) = e^{-D^2(u,v)/2D_0^2}$$





Bộ lọc Lowpass Gaussian



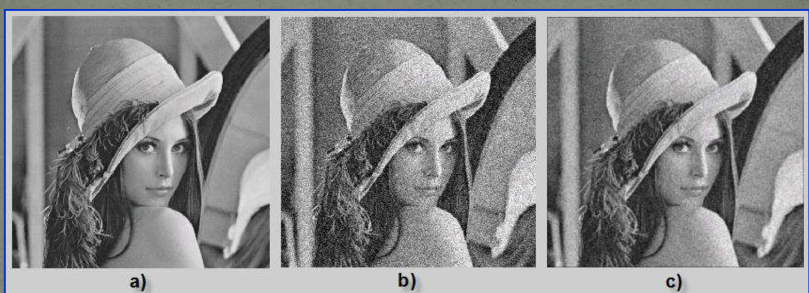
1/16

1	2	1
2	4	2
1	2	1

1/273

1	4	7	4	1
4	16	26	16	4
7	26	41	26	7
4	16	26	16	4
1	4	7	4	1

Discrete approximation of the Gaussian kernels 3x3, 5x5



Ảnh gốc (a), Ảnh nhiễu (b),
Kết quả lọc thông thấp ảnh nhiễu (c)

Bộ lọc Order-statistic phi tuyến

Kỹ thuật *lọc phi tuyến* dựa trên *cơ sở thống kê* bằng cách sắp xếp giá trị các điểm ảnh trong mặt nạ lọc thành dãy theo quy luật tăng dần hay giảm dần, qua đó chọn ra giá trị nằm tại vị trí nhất định nào đó trong dãy - giá trị này chính là đáp ứng của bộ lọc. Giá trị điểm ảnh là trung tâm của ma trận lọc sẽ được thay thế bằng đáp ứng tìm được.

Bộ lọc trung vị: Đáp ứng của bộ lọc này chính là giá trị trung vị của các điểm ảnh nằm trong ma trận lọc

Ví dụ: trong mặt nạ 3x3 điểm ảnh có giá trị $\{25,20,20,15,30,60,40,35,15\}$, sau khi sắp xếp lại theo thứ tự tăng dần sẽ có dạng: $\{15,15,20,20,25,30,35,40,60\}$. Như vậy, *trung vị* sẽ là giá trị 25.

y = med(80, 6, 2) = med(2, 6, 80) = 6

```
J = medfilt2(I)
```

a) Ảnh gốc; b) Ảnh nhiễu
c) Ảnh lọc median;
d) Ảnh lọc trung bình không gian

Ưu điểm của bộ lọc phi tuyến so với các bộ lọc thông thấp là khả năng lọc nhiễu xung (nhiễu có dạng điểm đen trắng trên ảnh) tốt, đồng thời ít ảnh hưởng tới độ nét của ảnh

Các bộ lọc dựa trên thống kê thứ tự

- *Bộ lọc trung vị*

Đây là bộ lọc phi tuyến có đáp ứng là giá trị bằng giá trị điểm trung vị trong ma trận lọc:

$$\hat{f}(x,y) = \underset{(s,t)\in S_{xy}}{med} \{g(s,t)\}$$

Bộ lọc trung vị được sử dụng rất rộng rãi vì nó một mặt cho phép loại bỏ hiệu quả các loại nhiễu xung lưỡng cực cũng như đơn cực, mặt khác bộ lọc này ít làm trơn ảnh so với các bộ lọc sử dụng toán tử lấy trung bình như đã xét ở phần trên.

- *Bộ lọc dựa trên phép lựa trọn giá trị cực đại và cực tiểu*

Quá trình biến đổi dựa trên thống kê thứ tự và chọn giá trị cực đại được gọi là bộ lọc cực đại:

$$\hat{f}(x,y) = \max_{(s,t)\in S_{xy}} \{g(s,t)\}$$

Bộ lọc cực đại cho phép phát hiện những điểm sáng nhất trong ảnh, đồng thời có tác dụng triệt nhiễu xung dạng "đốm đen".

- *Bộ lọc cực tiểu được mô tả bằng biểu thức:*

$$\hat{f}(x,y) = \min_{(s,t)\in S_{xy}} \{g(s,t)\}$$

Bộ lọc này cho phép phát hiện những vùng tối của ảnh và làm giảm nhiễu xung "trắng".

- *Bộ lọc giả trung vị*

Đáp ứng của bộ lọc này là giá trị trung bình giữa hai điểm cực đại và cực tiểu trong ma trận lọc:

$$\hat{f}(x,y) = \frac{1}{2}\left[\max_{(s,t)\in S_{xy}} \{g(s,t)\} + \min_{(s,t)\in S_{xy}} \{g(s,t)\}\right]$$

2.5. Bộ lọc không gian Sharpening (Highpass)

Toán tử Laplace hay Laplacian của hàm hai biến $f(x,y)$ là:

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{dx^2} + \frac{\partial^2 f}{dy^2}$$

Với tín hiệu rời rạc, ta có:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1,y) + f(x-1,y) - 2f(x,y)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = f(x,y+1) + f(x,y-1) - 2f(x,y)$$

$$\nabla^2 f = \left[f(x+1,y) + f(x-1,y) + f(x,y+1) + f(x,y-1)\right] - 4f(x,y)$$

$$\nabla^2 f = 4f(x,y) - \left[f(x+1,y) + f(x-1,y) + f(x,y+1) + f(x,y-1)\right]$$

a)

0	1	0
1	-4	1
0	1	0

b)

0	-1	0
-1	4	-1
0	-1	0

Mặt nạ Laplacian

Làm tăng độ nét của ảnh

bộ lọc thông cao

Ảnh gốc

Ảnh các đường biên được làm nổi

Ảnh tổng hợp

Toán tử Laplace là đạo hàm bậc hai nên ảnh kết quả sẽ là tập hợp các đường biên nằm tại vùng biến đổi nhanh của mức chói trong ảnh, thành phần nền của ảnh gốc (những vùng ảnh có độ chói gần như không đổi) sẽ cho giá trị ~0.

Công thức tổng quát để làm nét ảnh với toán tử Laplace là:

$$g(x,y)=\begin{cases} f(x,y)-\nabla^2 f(x,y) \\ f(x,y)+\nabla^2 f(x,y) \end{cases}$$

$$g(x,y)=f(x,y)-\nabla^2 f(x,y)=$$
$$=5f(x,y)-\left[f(x+1,y)+f(x-1,y)+f(x,y+1)+f(x,y-1)\right]$$

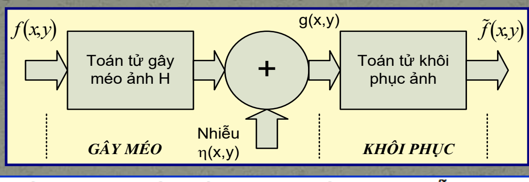
0	-1	0
-1	5	-1
0	-1	0

Mặt nạ làm nét ảnh bằng toán tử Laplace

❖ *Khôi phục ảnh*

Khôi phục ảnh là quá trình loại bỏ hay tối thiểu hóa các ảnh hưởng của môi trường bên ngoài đến ảnh thu nhận được

Mô hình gây méo/khôi phục ảnh



Nếu H là *toán tử tuyến tính và bất biến*, thì ảnh bị nhiễu $g(x,y)$ có dạng như sau:

$$g(x,y)=H\left[f(x,y)\right]+\eta(x,y)=h(x,y)*f(x,y)+\eta(x,y)$$

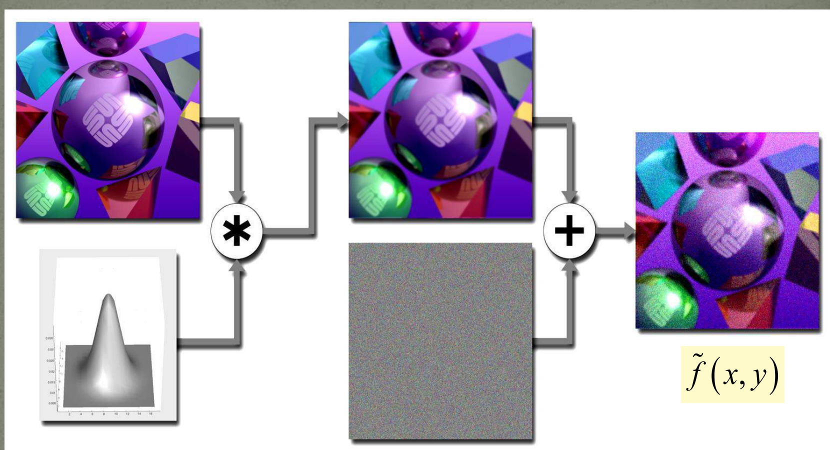
$h(x,y)$ - hàm đáp ứng đặc trưng cho toán tử H trong không gian.

Trong miền tần số, dựa trên tính chất của biến đổi Fourier ta có:

$$G(u,v)=H(u,v)\cdot F(u,v)+N(u,v)$$

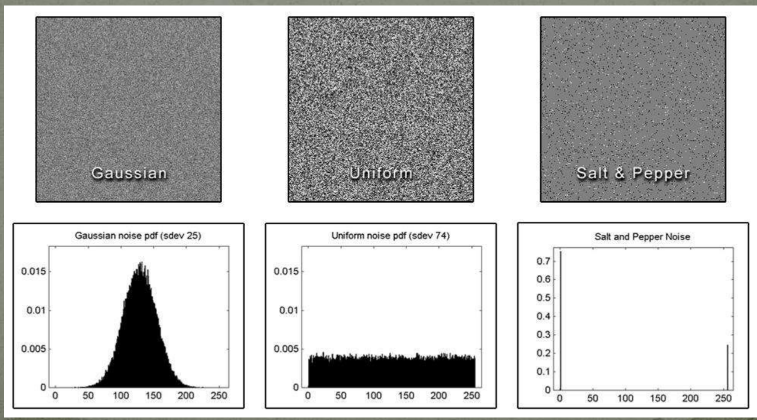
với $G(u,v),H(u,v),F(u,v),N(u,v)$ là kết quả biến đổi Fourie của các hàm tương ứng.

$f(x,y)$ $g(x,y)=f(x,y)*h(x,y)$

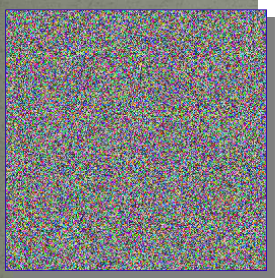


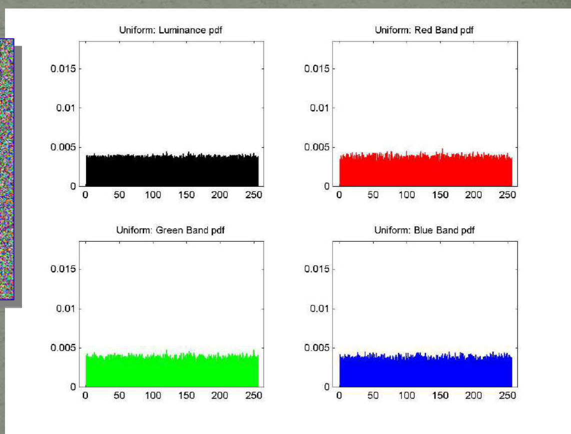
$\tilde{f}(x,y)$

$h(x,y)$ $\eta(x,y)$



Nhiễu màu có phân bố đều





➢ Mô hình nhiễu

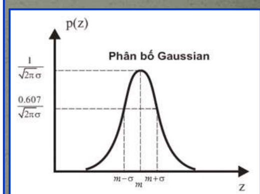
1. Nhiễu Gaussian

Hàm mật độ phân bố xác suất của biến ngẫu nhiên z trong quá trình ngẫu nhiên Gaussian (quá trình ngẫu nhiên chuẩn) có dạng:

$$p(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-(z-m)^2/2\sigma^2}$$

m - giá trị trung bình thống kê của z; σ - độ lệch chuẩn.

σ^2 là phương sai của quá trình ngẫu nhiên.



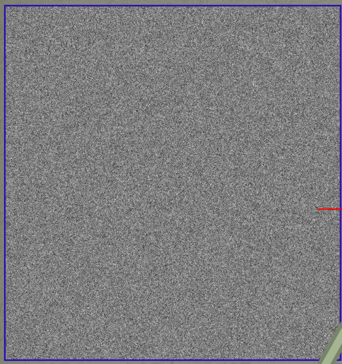
$$m_1\{\xi(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} x\, f_1(x,t)dx = m_1(t)$$

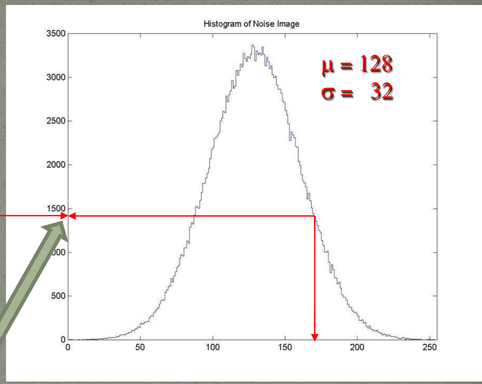
Hàm moment gốc cấp 1 - giá trị trung bình thống kê

$$M_2\{\xi(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} \left[x - m_1(t)\right]^2 f_1(x,t)\,dx = M_2(t) = \sigma^2(t)$$

Hàm moment trung tâm cấp 2 - phương sai

Nhiễu Gaussian có hàm mật độ phân bố xác suất chuẩn





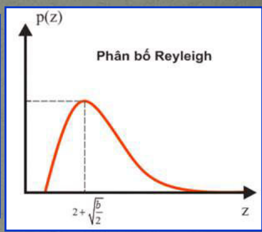
Số lượng điểm trong ảnh nhiễu có mức chói L chia cho tổng số điểm ảnh cho xác suất xuất hiện mức chói L trong ảnh nhiễu

2. Nhiễu Rayleigh

Hàm mật độ phân bố xác suất của nhiễu Rayleigh:

$$p(z)=\begin{cases}\frac{2}{b}(z-a)e^{-(z-a)^2/b} & khi\ z\ge a\\ 0 & khi\ z<a\end{cases}$$

Giá trị trung bình và phương sai: $m=a+\sqrt{\pi b/4}$ và $\sigma^2=\frac{b(4-\pi)}{4}$



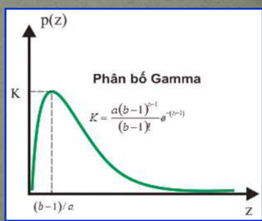
3. Nhiễu Erlang (Gamma)

Hàm mật độ phân bố xác suất của nhiễu Erlang có dạng:

$$p(z)=\begin{cases}\frac{a^b z^{b-1}}{(b-1)!}e^{-az} & khi\ z\ge 0\\ 0 & khi\ z<0\end{cases}$$

với a>0, b- số nguyên dương.

Giá trị trung bình và phương sai bằng $m=\frac{b}{a}$ và $\sigma^2=\frac{b}{a^2}$.

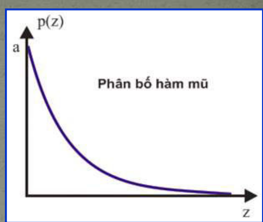


4. Nhiễu có phân bố là hàm mũ

$$p(z)=\begin{cases}ae^{-az} & khi\ z\ge 0\\ 0 & khi\ z<0\end{cases}$$

với a>0

Giá trị trung bình và phương sai bằng $m=\frac{1}{a}$ và $\sigma^2=\frac{1}{a^2}$

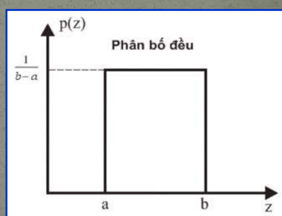


5. Nhiễu có phân bố đều

Hàm mật độ phân bố xác suất của nhiễu có dạng:

$$p(z)=\begin{cases}\frac{1}{b-a} & khi\quad a\le z\le b\\ 0 & với\ các\ z\ khác\end{cases}$$

Giá trị trung bình $m=\frac{a+b}{2}$, phương sai $\sigma^2=\frac{(a-b)^2}{12}$



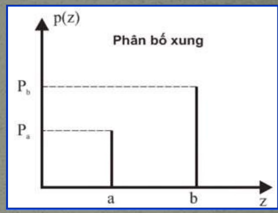
6. Nhiễu dạng xung

Hàm mật độ phân bố xác suất của nhiễu xung:

$$p(z)=\begin{cases} P_a & khi \quad z=a \\ P_b & khi \quad z=b \\ 0 & với\ các\ z\ khác \end{cases}$$

P_a và P_b là xác suất xuất hiện $z=a$ hoặc $z=b$.

Hàm mật độ phân bố: $p(z)=P_a\delta(z-a)+P_b\delta(z-b)$



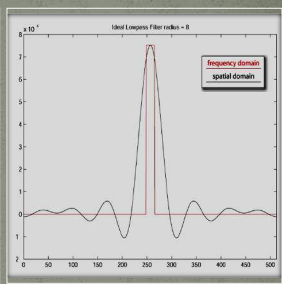
•Triệt nhiễu trong miền tần số

Bộ lọc thông thấp lý tưởng

Kích thước ảnh: 512x512
Bán kính băng thông: 8

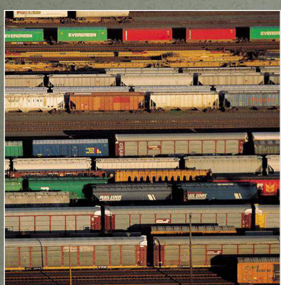
Đáp ứng tần số của bộ lọc

Đáp ứng xung (miền thời gian)

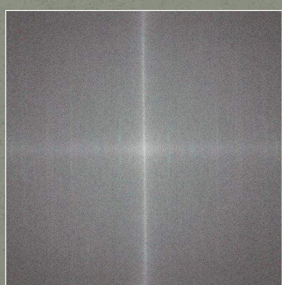


Ảnh cắt

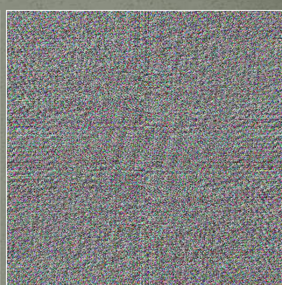
Power Spectrum and Phase of an Image



Ảnh gốc



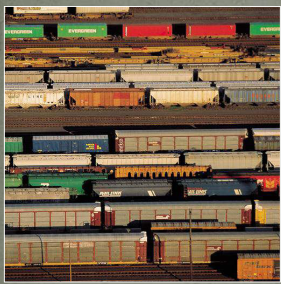
Phổ biên độ

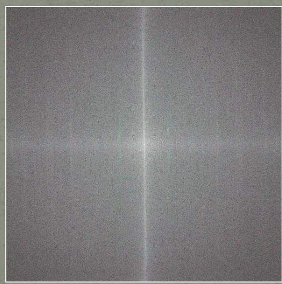


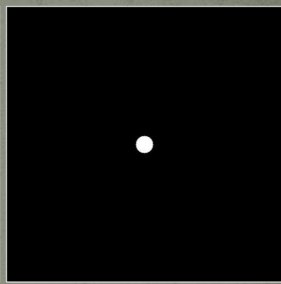
Phổ pha

Bộ lọc thông thấp lý tưởng

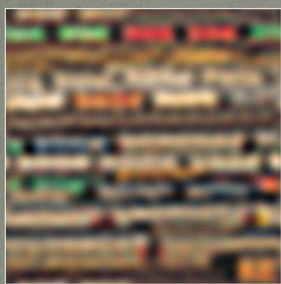
Kích thước ảnh: 512x512
Bán kính băng thông: 16



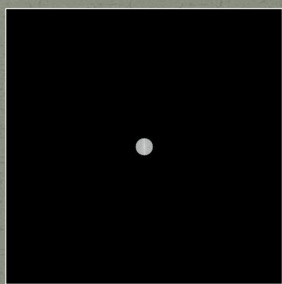




Ideal LPF



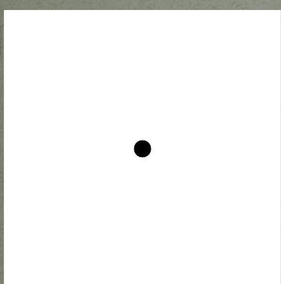
Filtered Image



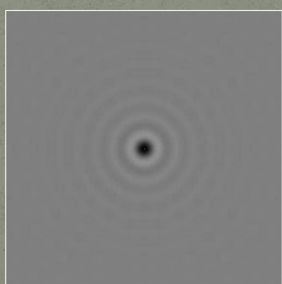
Filtered Power Spectrum

Bộ lọc thông cao lý tưởng

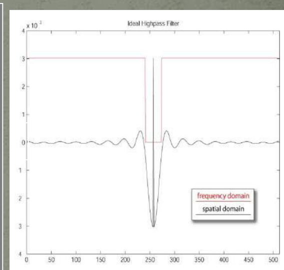
Kích thước ảnh: 512x512
Bán kính băng chặn: 16



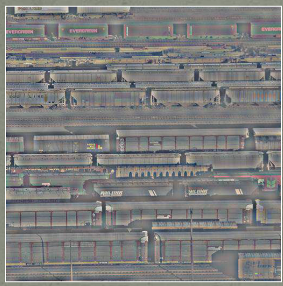
Fourier Domain Rep.

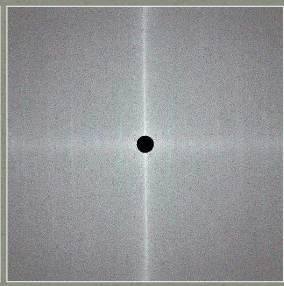


Spatial Representation



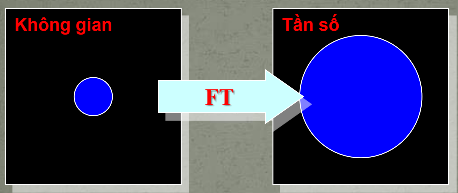
Ảnh cắt trung tâm



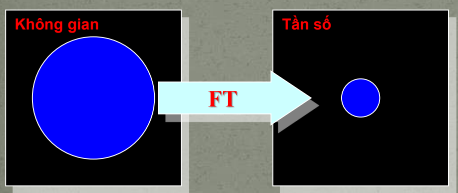


Filtered Image*

Filtered Power Spectrum

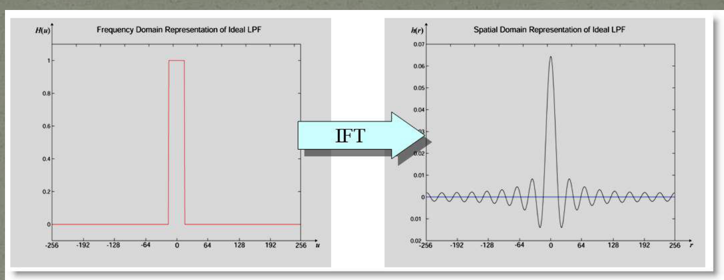


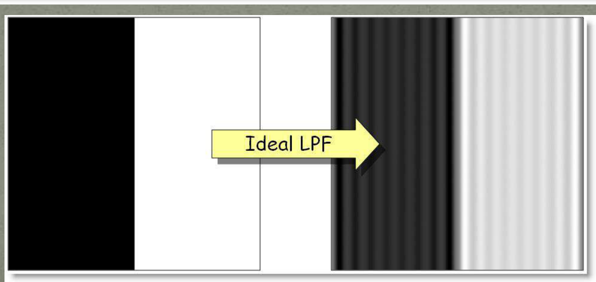
Chi tiết nhỏ trong không gian ảnh sẽ có phổ rộng trong không gian tần số và ngược lại



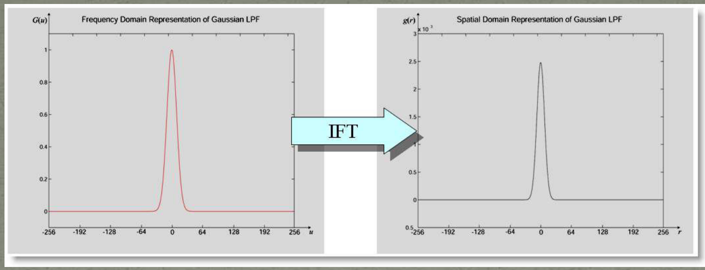
Bộ lọc có đáp ứng xung rộng trong miền không gian sẽ có băng thông (băng chặn) hẹp trong miền tần số

Bộ lọc lý tưởng cho kết quả lọc không lý tưởng

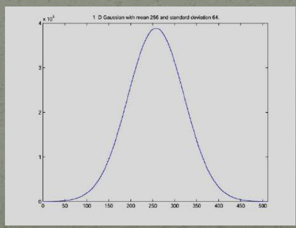




Bộ lọc làm mờ không gây "gợn sóng": The Gaussian



One-Dimensional Gaussian

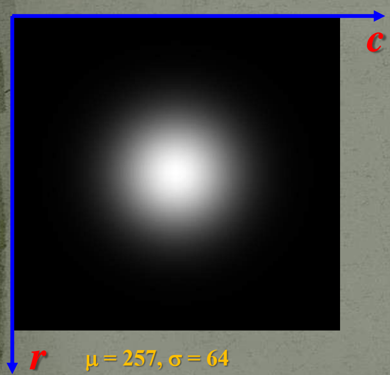


$$g(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2}$$

Two-Dimensional Gaussian

nếu μ và σ khác r & c...

$R = 512$, $C = 512$



$\mu = 257$, $\sigma = 64$

$$g(r,c) = g(r)g(c)$$

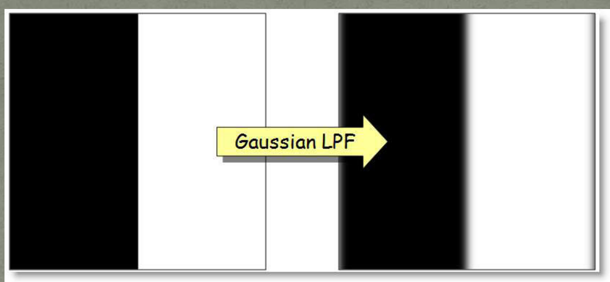
$$= \frac{1}{\sigma_r \sigma_c 2\pi} e^{-\frac{(r-\mu_r)^2}{2\sigma_r^2} - \frac{(y-\mu_c)^2}{2\sigma_c^2}}$$

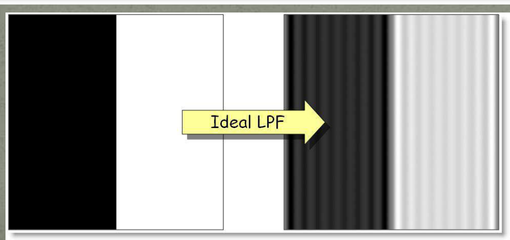
$$= \frac{1}{\sigma_r \sigma_c 2\pi} e^{-\frac{\sigma_c^2 (x-\mu_r)^2 + \sigma_r^2 (y-\mu_c)^2}{2\sigma_r^2 \sigma_c^2}}$$

μ và σ bằng r & c.

$$g(r,c) = \frac{1}{\sigma^2 2\pi} e^{-\frac{(r-\mu)^2 + (c-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

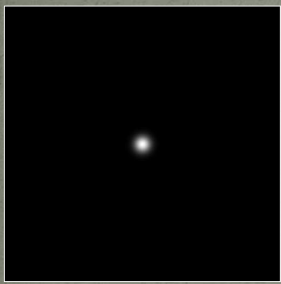
Kết quả lọc thông thấp bằng bộ lọc Gaussian và Ideal LPF

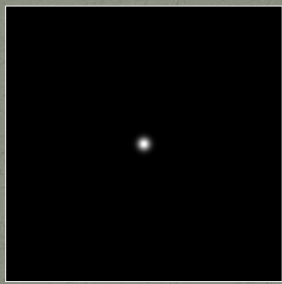


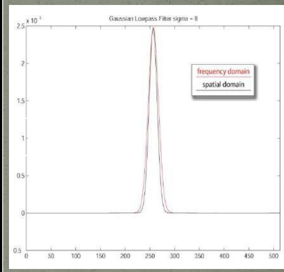


Two-Dimensional Gaussian

Image size: 512x512
SD filter sigma = 8



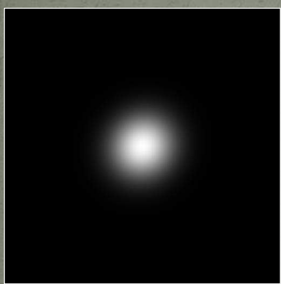


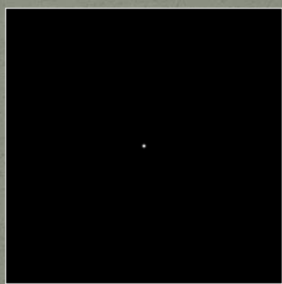


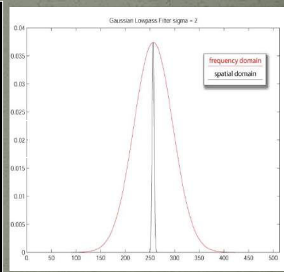
Fourier Domain Rep. | Spatial Representation | Central Profile

Two-Dimensional Gaussian

Image size: 512x512
SD filter sigma = 2

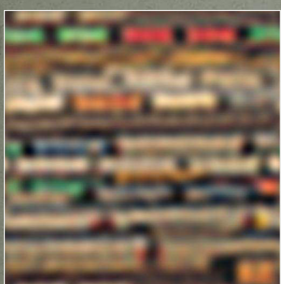


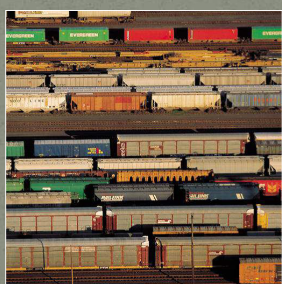


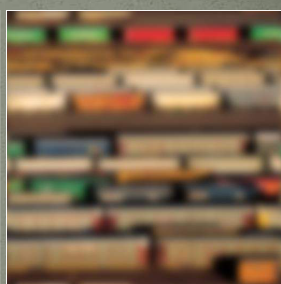


Fourier Domain Rep. | Spatial Representation | Central Profile

So sánh Ideal and Gaussian Filters

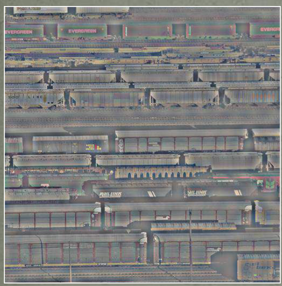




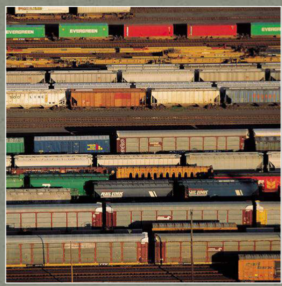


Ideal LPF | Original Image | Gaussian LPF

So sánh Ideal and Gaussian Filters



Ideal HPF*

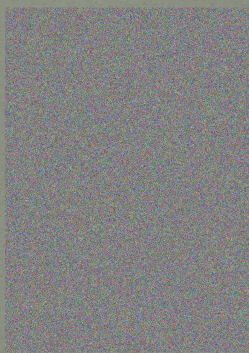


Original Image

Gaussian HPF*

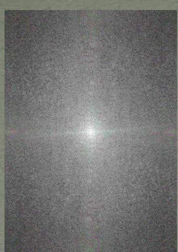
Ví dụ: Triệt nhiễu trong miền tần số

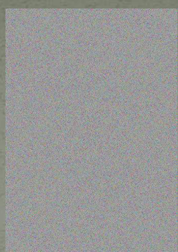
original image



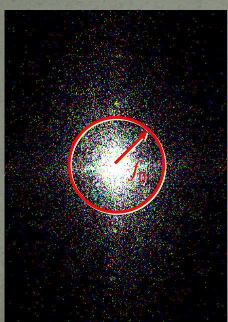
noise image

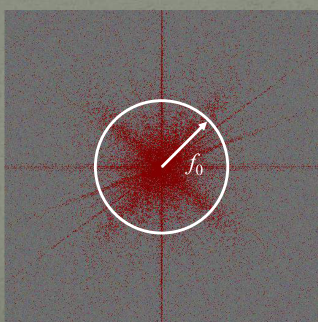
image+noise



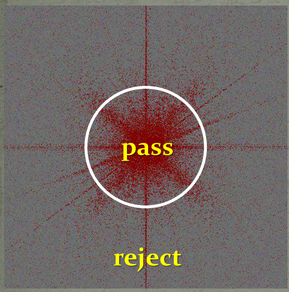


Phổ công suất của ảnh gốc, nhiễu và ảnh kết quả





Vùng phổ có tỷ lệ S/N cao (trong vòng tròn có bán kính f0)



Dùng LPF có tần số cắt f_0 để lọc nhiễu

Phổ ảnh kết quả

Ảnh làm mờ bằng bộ lọc Gaussian