

Võ Trần Đông Dương

## PHẦN TRẢ LỜI CÂU HỎI CODING 3.4.3

Dựa vào đặc tính của bài toán, ta có những nhận định như sau:

- *Trạng thái sau cùng của dãy bóng đèn sẽ chỉ phụ thuộc vào số lần bật/tắt lên mỗi bóng, chứ không phụ thuộc vào thứ tự thao tác.*

Ví dụ: Cho dãy bóng đèn với trạng thái 0 1 0 0.

Nếu ta bật/tắt bóng đèn 1, ta sẽ được dãy bóng đèn với trạng thái 1 0 1 1. Sau đó, ta bật/tắt bóng đèn 3, ta sẽ được dãy bóng đèn 1 0 0 0.

Ngược lại, nếu ta bật/tắt bóng đèn 3 trước, thì dãy bóng đèn ban đầu sẽ là 0 1 1 1. Sau đó ta bật/tắt bóng đèn 1, thì dãy bóng đèn sẽ có trạng thái là 1 0 0 0, giống hệt trạng thái ở trường hợp trên.

- *Mỗi bóng đèn sẽ có không quá 1 lần thao tác trực tiếp.*

Bởi vì, nếu ta bật/tắt một bóng đèn, thì nó và các bóng sau sẽ thay đổi trạng thái, nếu ta tiếp tục bật/tắt cùng cái bóng đèn đó, thì nó và các bóng sau sẽ lại thay đổi trạng thái. Do chỉ có 2 trạng thái bật và tắt nên lần này các bóng sẽ quay về trạng thái ban đầu.

Thế có nghĩa là, bật/tắt một bóng đèn số lẻ lần, thì cũng giống như bật/tắt một lần, và bật/tắt một bóng đèn số chẵn lần, thì cũng giống như không bật/tắt lần nào. Vậy ta chỉ quan tâm số lần bật/tắt bóng đèn là 0 hay 1 lần mà thôi.

Tiếp theo, chúng ta sẽ đưa bài toán này vào mô hình hệ phương trình. Gọi  $x_i$  là số lần bật/tắt của bóng đèn thứ  $i$  có trạng thái ban đầu là  $a_i$  ( $x_i, a_i \in [0, 1], i \in [1, n]$ ).

Do số trạng thái không vượt quá 2, nên trạng thái của cá nhân bóng đèn  $i$  sau khi được bật/tắt  $x_i$  lần sẽ là:  $(x_i + a_i) \bmod 2$ .

Vì trạng thái của mỗi bóng đèn còn phụ thuộc vào số lần bật/tắt của các bóng đèn trước nó, cũng như trạng thái cuối cùng của một bóng đèn phải là 1, nên trạng thái cuối cùng của bóng  $i$  sẽ được tính là:

$$(x_1 + x_2 + \dots + x_i + a_i) \bmod 2 = 1$$

Vậy với  $n$  bóng đèn, ta có hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} (x_1 + a_1) \bmod 2 = 1 \\ (x_1 + x_2 + a_2) \bmod 2 = 1 \\ \dots \\ (x_1 + x_2 + \dots + x_n + a_n) \bmod 2 = 1 \end{cases}$$

Dễ dàng tính được  $x_1$  trong phương trình đầu tiên. Thay giá trị  $x_1$  vào ta tính được  $x_2$  ở phương trình phía dưới và cứ tiếp tục thay xuống, ta sẽ tìm được mọi  $x_i$ .

Bài toán yêu cầu tìm số lần bật/tắt các bóng đèn ít nhất để đạt được trạng thái toàn là 1, tức là tắt cả đều sáng. Vậy đáp án sẽ là tổng số lần bật/tắt của mỗi bóng đèn:  $\sum_{i=1}^n x_i$ . Còn đáp án này là ít nhất thì ở nhận định thứ hai phía trên đã chứng tỏ điều này.