

Võ Trần Đông Dương

PHẦN TRẢ LỜI CÂU HỎI TOÁN 3.3.4

Câu hỏi: Trong phòng tiệc có 100 người. Theo bạn, xác suất tìm được một cặp có cùng ngày tháng sinh là bao nhiêu?

Giả sử một năm có thể có 366 ngày sinh nhật khác nhau.

Xác suất để một người có 1 ngày sinh nhật riêng là 1

Xác suất để người thứ hai có ngày sinh nhật riêng, khác với người ban đầu là $1 - \frac{1}{366}$

Xác suất để người thứ ba có ngày sinh nhật riêng, khác với 2 người trước là $1 - \frac{2}{366}$

Cứ thế, xác suất để người thứ 100 có ngày sinh nhật riêng, khác với 99 người trước sẽ là $1 - \frac{99}{366}$

Vậy xác suất để 100 người đều có ngày sinh nhật riêng là:

$$p_{\text{riêng}} = 1 \cdot \left(1 - \frac{1}{366}\right) \cdot \left(1 - \frac{2}{366}\right) \dots \left(1 - \frac{99}{366}\right)$$

Ứng dụng Định lý Taylor với $e^x \approx 1 + x$, ta được:

$$\begin{aligned} p_{\text{riêng}} &= e^{-\frac{1}{366}} \cdot e^{-\frac{2}{366}} \dots e^{-\frac{99}{366}} \\ \Rightarrow p_{\text{riêng}} &= e^{-\frac{99 \cdot 100}{2 \cdot 366}} \approx 0.00000133 \end{aligned}$$

Từ đây, ta suy ra xác suất để có 2 người cùng ngày tháng sinh sẽ là:

$$P = 1 - p_{\text{riêng}} \approx 0.99999867 \approx 1$$