Cấu trúc dữ liệu và giải thuật

Nhóm 15

BÁO CÁO THU HOẠCH MÔ HÌNH THUẬT TOÁN

Họ và tên	**Mã sinh viên**
Vũ Công Tuấn Dương	B22DCKH024

Ngày nộp : 23/03/2024

1 Sinh kế tiếp

1. Điều kiện áp dụng :
   - Xác định được thứ tự trên tập các cấu hình cần liệt kê. Biết cấu hình đầu tiên và cấu hình cuối cùng.
   - Từ một cấu hình chưa phải cuối cùng, ta xây dựng được thuật toán sinh ra cấu hình ngay sau nó.
2. Mô hình thuật toán:

```
Generation( ){
Bước 1: Khởi tạo
    < Thiết lập cấu hình đầu tiên > ;
Bước 2: Lặp
    while (< Lặp khi chưa phải cấu hình cuối cùng >) do
        < Đưa ra cấu hình hiện tại > ;
        < Sinh ra cấu hình kế tiếp > ;
    }
}
```

3. Nhận xét: Ta thấy với điều kiện để áp dụng mô hình thuật toán sinh kế tiếp là chúng ta phải xác định được thứ tự trên tập các cấu hình rồi sau đó tư duy để tìm ra được thuật toán để sinh ra cấu hình ngay sau nó

2 Sinh nhị phân

1. Xác định thứ tự :
   - Ta sẽ sắp xếp tập các cấu hình theo thứ tự tăng dần, so sánh như sau: đi sang bên phải từ vị trí đầu tiên bên trái , nếu gặp vị trí đầu tiên mà tại đó giá trị khác nhau thì xâu có giá trị tại vị trí đó lớn hơn thì lớn hơn.
   - Ví dụ với xâu nhị phân có độ dài bằng 3, ta cần so sánh "011" và "001" thì ta so sánh như sau:
     - Tại vị trí đầu tiên, 2 xâu giống nhau (cùng bằng 0)
     - Tại vị trí thứ hai, xâu thứ nhất có giá trị 1 và xâu thứ hai có giá trị là 0 -> xâu thứ nhất lớn hơn xâu thứ hai
   - Cấu hình đầu tiên: Xâu có độ dài n gồm n phần tử 0
   - Cấu hình cuối cùng: Xâu có độ dài n gồm n phần tử 1
2. Tư duy tìm thuật toán: Ta thấy tại một cấu hình bất kỳ chưa phải cấu hình cuối cùng thì để sinh ra cấu hình ngay sau nó cần thoả mãn đồng thời 2 điều kiện:
   - Cấu hình sau lớn hơn cấu hình hiện tại-tức là cần phải tăng xâu hiện tại
   - Cấu hính sau phải là cấu hình ngay kế tiếp cấu hình hiện tại-tức là xâu tăng và tăng nhỏ nhất có thể

Từ hai điều kiện này, ta có thể tư duy như sau: Để tăng thì ta phải chọn vị trí phần tử 0 để tăng lên 1. Tuy nhiên, chúng ta cần thoả mãn điều kiện thứ hai là tăng nhỏ nhất có thể. Do đó, ta đi từ phải sang trái để tìm vị trí đầu tiên có phần tử 0 để tăng(để bảo đảm điều kiện 2), sau khi tăng thì giữ nguyên phần bên trái số 0 và phần bên phải số 0 phải giảm về 0(để bảo đảm điều kiện 2) . Từ đó, ta có được thuật toán sinh nhị phân kế tiếp

3. Biểu diễn thuật toán:

```
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;
int a[101],n;
bool ok = true;
void init();
void display();
void genNext();
int main () {
    init();
    while (ok) {
        display();
        genNext();
    }
    return 0;
}
void genNext() {
    int i = n;
    while (i > 0 && a[i] == 1) {
        a[i] = 0;
        i--;
    }
    if (i > 0) {
        a[i] = 1;
    } else {
        ok = false;
    }
}
void display() {
    for (int i = 1; i <= n; i++) {
        cout << a[i] << " ";
    }
    cout << endl;
}
void init() {
    cin >> n;
    for (int i = 1; i <= n; i++) {
        a[i] = 0;
    }
}
```

4. Áp dụng :DSA01008: XÂU NHỊ PHÂN CÓ K BIT 1

- Tiếp cận; Ta sẽ sử dụng thuật toán sinh nhị phân với một chút sửa

đổi cho bài tập này. Ta vẫn sinh ra các xâu nhị phân như bài toán gốc nhưng sẽ có thêm bước kiểm tra xem có thoa mãn có k bit 1 không.

- Code bài toán:

```
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;
int a[101], n, k;
bool ok;
void init();
void display();
void genNext();
void testCase();
bool check();
int main () {
    int t;
    cin >> t;
    while (t--) {
        testCase();
        // cout << endl;
    }

    return 0;
}
bool check() {
    int count1s = 0;
    for (int i = 1; i <= n; i++) {
        if (a[i] == 1) {
            count1s ++;
        }
    }
    return (count1s == k);
}
void testCase() {
    init();
    while (ok) {
        display();
        genNext();
    }
}
void genNext() {
    int i = n;
    while (i > 0 && a[i] == 1) {
        a[i] = 0;
        i--;
    }
    if (i > 0) {
        a[i] = 1;
    } else {
        ok = false;
    }
}
```

```
void display() {
    if (!check()) {
        return;
    }
    for (int i = 1; i <= n; i++) {
        cout << a[i];
    }
    cout << endl;
}
void init() {
    cin >> n >> k;
    ok = true;
    for (int i = 1; i <= n; i++) {
        a[i] = 0;
    }
}
```

5. Áp dụng: DSA01020:XÂU NHỊ PHÂN TRƯỚC

- Tiếp cận: Ta sẽ áp dụng thuật toán sinh nhị phân nhưng làm ngược lại để sinh ra được cấu hình ngay trước nó
- Code:

```
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;
void testCase();
int main() {
    // Write your code here
    int t;
    cin >> t;
    while (t--) {
        testCase();
        cout << endl;
    }
    return 0;
}
void testCase() {
    string s;
    cin >> s;
    int n = s.size();
    int i = n - 1;
    while (i >= 0 && s[i] == '0') {
        s[i] = '1';
        i--;
    }
    if (i >= 0) {
        s[i] = '0';
        cout << s;
        return;
    } else {
        for (int j = 0; j < n; j++) {
```

```
                cout << "1";
            }
        }

    }
```

3 Sinh tổ hợp

1. Xác định thứ tự : Tương tự sinh nhị phân, tuy nhiên ta có thêm ràng buộc tại một cấu hình bất kỳ thì các giá trị được sắp xếp tăng dần, ví dụ "124" chứ không phải là "421"

    - Cấu hình đầu tiên: Tại vị trí i thì có giá trị là i. Ví dụ với tổ hợp chập 3 của 5 thì cấu hình đầu tiên là "123"
    - Cấu hình cuối cùng: Với tổ hợp chập k của n thì cấu hình cuối cùng là k phần tử lớn nhất nhỏ hơn hoặc bằng n. Ví dụ với tổ hợp chập 3 của 5 thì cấu hình cuối cùng là "345"

2. Tư duy tìm thuật toán: Tương tự như sinh nhị phân, ta có hai điều kiện cần thoả mãn.

    - Đầu tiên, ta cần tìm vị trí ở đó để tăng giá trị lên, ta có thể hỏi vị trí nào không thể tăng lên được? Dó là vị trí mà tại đó giá trị giống giá trị tại cấu hình cuối cùng. Ví dụ với tổ hợp chập 3 của 5 : xâu "125" thì vị trí 5 không thể tăng lên do tại vị trí đó, cấu hình cuối cùng "345" cũng là 5. Từ đó ta có thể tìm ra vị trí đầu tiên tính từ bên phải sang (để thoả mãn điều kiện nhỏ nhất có thể) mà tại vị trí đó giá trị khác với giá trị của cấu hình cuối cùng và tăng giá trị lên 1
    - Tiếp theo, để cho sinh ra được cấu hình kế tiếp nhỏ nhất có thể thì ta cần giữ nguyên những phần tử bên trái vị trí đó, còn những phần tử bên phải thì phải nhỏ nhất có thể, vì thế chỉ có một cách duy nhất là mỗi vị trí bằng vị trí đứng trước nó cộng thêm 1

3. Biểu diễn thuật toán:

```
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;
int a[101], n, k;
bool ok = true;
void init();
void display();
void genNext();
int main () {
    init();
    while (ok) {
        display();
        genNext();
    }
    return 0;
}
void genNext() {
```

```
    int t = k;
    while (t > 0 && a[t] == (n - k + t)) {
        t--;
    }
    if (t <= 0) {
        ok = false;
        return;
    }
    a[t]++;
    for (int i = t + 1; i <= k; i++) {
        a[i] = a[i - 1] + 1;
    }
}
void display() {
    for (int i = 1; i <= k; i++) {
        cout << a[i] << " ";
    }
    cout << endl;
}
void init() {
    cin >> n >> k;
    for (int i  = 1; i <= k; i++) {
        a[i] = i;
    }
}
```

4. Áp dụng: DSA01023:SỐ THỨ TỰ TỔ HỢP

- Tiếp cận: Ta vẫn sinh tổ hợp như bình thường nhưng sẽ có một biến đếm và mỗi lần sinh kế tiếp xong ta sẽ kiểm tra xem đó có phải là cấu hình đầu vào hay không, nếu có thì ta dừng vòng lặp và in ra số thứ tự
- Code:

```
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;
int a[101], n, k, stt;
int x[16];
bool ok;
void init();
void display();
void genNext();
int main () {
    int t;
    cin >> t;
    while (t--) {
        init();
        while (ok) {
            display();
            genNext();
        }
```

```
    }

    return 0;
}
void genNext() {

    int t = k;
    while (t > 0 && a[t] == (n - k + t)) {
        t--;
    }
    if (t <= 0) {
        ok = false;
        return;
    }
    a[t]++;
    for (int i = t + 1; i <= k; i++) {
        a[i] = a[i - 1] + 1;
    }
}
void display() {
    stt++;
    for (int i = 1; i <= k; i++) {
        if (a[i] != x[i]) {
            return;
        }
    }
    cout << stt << endl;
    ok = false;
    return;
}
void init() {
    cin >> n >> k;
    ok = true;
    stt = 0;
    for (int i  = 1; i <= k; i++) {
        cin >> x[i];
        a[i] = i;
    }
}
```

5. Áp dụng:DSA01028:LIỆT KÊ TỔ HỢP

- Tiếp cận: Ta sẽ tiền xử lý dữ liệu với input bằng cách tạo ra mảng x gồm các phần tử khác nhau của mảng đầu vào rồi tạo mảng a và thực hiện sinh tổ hợp chập k của n với n là độ dài mảng x chứ không phải n đầu vào. Mỗi lần sinh ra cấu hình tiếp theo thì giá trị của mỗi vị trí của mảng a sẽ là chỉ số của đến mảng x và in ra kết quả
- Code:

```
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;
```

```
int a[101], n, k;
int x[101];
set<int> se;
bool ok;
void init();
void display();
void genNext();
int main () {
    init();
    while (ok) {
        display();
        genNext();
    }
    return 0;
}
void genNext() {
    int t = k;
    while (t > 0 && a[t] == (n - k + t)) {
        t--;
    }
    if (t <= 0) {
        ok = false;
        return;
    }
    a[t]++;
    for (int i = t + 1; i <= k; i++) {
        a[i] = a[i - 1] + 1;
    }
}
void display() {
    for (int i = 1; i <= k; i++) {
        cout << x[a[i]] << " ";
    }
    cout << endl;
}
void init() {
    cin >> n >> k;
    ok = true;
    for (int i = 1; i <= n; i++) {
        cin >> x[i];
        se.insert(x[i]);
    }
    int j = 1;
    for (auto temp : se) {
        x[j++] = temp;
    }
    n = se.size();
    for (int i  = 1; i <= k; i++) {
        a[i] = i;
    }
```

```
}
```

4 Sinh hoán vị

1. Xác định thứ tự : Tương tự như thuật toán sinh nhị phân. Với sinh hoán vị thì do hoán vị là các cách sắp xếp n số cho trước nên ta không có ràng buộc về thứ tự các phần tử của một cấu hình bất kỳ

   - Cấu hình đầu tiên: Xâu n phần tử sắp xếp tăng dần
   - Cấu hình cuối cùng : Xâu n phần tử sắp xếp giảm dần

2. Tư duy tìm thuật toán: Tương tự như sinh nhị phân, ta có hai điều kiện cần thoả mãn.

   - Đầu tiên, ta cần tìm vị trí ở đó để tăng giá trị lên. Do đây là hoán vị nên thực chất là ta chỉ sắp xếp lại các chữ số sao cho đạt được cấu hình ngay kế tiếp.Việc đầu tiên đó là tìm vị trí để tăng lên. Ta thấy thực chất việc tăng giá trị lên này thực chất là hoán đổi vị trí với phần tử khác do tính chất của hoán vị. Vậy giá trị nào cần tìm để hoán đổi vị trí? Dễ thấy không thể luôn là giá trị nhỏ nhất(1), Ta thấy cần tìm vị trí gần nhất với phần giảm dần, do cấu hình cuối cùng có dạng được sắp xếp giảm dần. Do đó, ta cần tìm vị trí đầu tiên tính từ bên phải sang mà phần tử tại vị trí đó nhỏ hơn phần tử đứng sau nó. Bước tiếp theo là cần tìm phần tử để hoán đổi vị trí với phần tử này, đó phải là phần tử nhỏ nhất mà lớn hơn phần tử này(để bảo đảm điều kiện 2). Ví dụ, ta có xâu "32541" thì phần tử cần tìm là 2, phần tử cần hoán đổi với 2 là 4.
   - Tiếp theo, để cho sinh ra được cấu hình kế tiếp nhỏ nhất có thể thì ta phải biến phần có dạng giảm dần thành tăng dần. Ví dụ "32541" thì sau khi hoán đổi thành "34521" thì ta lật ngược phần giảm dần để thành phần tăng dần: "34125"

3. Biểu diễn thuật toán:

```
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;
int a[101], n;
bool ok = true;
void init();
void display();
void genNext();
int main () {
    init();
    while (ok) {
        display();
        genNext();
    }
    return 0;
}
void genNext() {
    int j = n - 1;
```

```
        while (j > 0 && a[j] > a[j + 1]) {
            j--;
        }
        if (j > 0) {
            int k = n;
            while (a[k] < a[j]) {
                k--;
            }
            swap(a[k], a[j]);
            int l = j + 1, r = n;
            while (l <= r) {
                swap(a[l], a[r]);
                l++;
                r--;
            }
        } else {
            ok = false;
        }
    }
    void display() {
        for (int i = 1; i <= n; i++) {
            cout << a[i] << " ";
        }
        cout << endl;
    }
    void init() {
        cin >> n;
        for (int i  = 1; i <= n; i++) {
            a[i] = i;
        }
    }
```

4. Áp dụng:DSA01022:SỐ THỨ TỰ HOÁN VỊ

   - Tiếp cận: Ta vẫn sinh hoán vị như bình thường nhưng ta sẽ có biến đếm kiểm soát và với mỗi cấu hình được sinh ra, ta kiểm tra với cấu hình đầu vào, nếu nó giống với cấu hình đầu vào thì dừng vòng lặp và in ra số thứ tự hoán vị
   - Code:

```
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;
int a[101], n, stt;
int x[101];
bool ok;
void init();
void display();
void genNext();
void testCase();
int main () {
    int t;
```

```
    cin >> t;
    while (t--) {
        testCase();
        cout << endl;
    }

    return 0;
}
void testCase() {
    init();
    while (ok) {
        display();
        genNext();
    }

}
void genNext() {
    int j = n - 1;
    while (j > 0 && a[j] > a[j + 1]) {
        j--;
    }
    if (j > 0) {
        int k = n;
        while (a[k] < a[j]) {
            k--;
        }
        swap(a[k], a[j]);
        int l = j + 1, r = n;
        while (l <= r) {
            swap(a[l], a[r]);
            l++;
            r--;
        }
    } else {
        ok = false;
    }
}
void display() {
    stt++;
    for (int i = 1; i <= n; i++) {
        if (a[i] != x[i]) {
            return;
        }
    }
    cout << stt;
}
void init() {
    cin >> n;
    ok = true;
    stt = 0;
```

```
    for (int i  = 1; i <= n; i++) {
        cin >> x[i];
        a[i] = i;
    }
}
```

5. Áp dung:DSA01027:HOÁN VỊ DÃY SỐ

- Tiếp cận: Ta có sẽ sắp xếp mảng ban đầu theo thứ tự tăng dần rồi tạo thêm mảng tiếp theo cho việc sinh hoán vị, mỗi phần tử của mảng này sẽ là chỉ số của mảng ban đầu. Mỗi lần sinh ra được cấu hình hoán vị kế tiếp ta sẽ in ra kết quả
- Code:

```
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;
int a[101], n;
int x[101];
bool ok;
void init();
void display();
void genNext();
int main () {
    init();
    while (ok) {
        display();
        genNext();
    }
    return 0;
}
void genNext() {
    int j = n - 1;
    while (j > 0 && a[j] > a[j + 1]) {
        j--;
    }
    if (j > 0) {
        int k = n;
        while (a[k] < a[j]) {
            k--;
        }
        swap(a[k], a[j]);
        int l = j + 1, r = n;
        while (l <= r) {
            swap(a[l], a[r]);
            l++;
            r--;
        }
    } else {
        ok = false;
    }
}
```

```
void display() {
    for (int i = 1; i <= n; i++) {
        cout << x[a[i]] << " ";
    }
    cout << endl;
}
void init() {
    cin >> n;
    ok = true;
    for (int i = 1; i <= n; i++) {
        cin >> x[i];
        a[i] = i;
    }
    sort(x + 1, x + n + 1);
}
```

5 Đệ quy

1. Hàm được gọi là đệ quy nếu nó được gọi trực tiếp hoặc gián tiếp(thông qua một hàm thứ 3) đến chính nó. Điều kiện áp dụng:

   - Phân tích được: Có thể giải được bài toán P nếu bài toán P' giống như P. P và P' chỉ khác ở dữ liệu đầu vào
   - Điều kiện dừng: Dãy các bài toán P' giống như P là hữu hạn và sẽ dừng tại một bài toán xác định nào đó

2. Mô hình thuật toán:

```
Thuật toán Recursion ( P ) {
    1. Nếu P thỏa mãn điều kiện dừng:
        <Giải P với điều kiện dừng>;
    2. Nếu P không thỏa mãn điều kiện dừng:
        <Giải P' giống như P:Recursion(P')>;
}
```

6 Quay lui

1. Dùng để liệt kê tất cả các cấu hình thoả mãn yêu cầu cho trước.Giả sử ta cần xác định bộ X =(x1, x2,..,xn) thỏa mãn một số ràng buộc nào đó. Ứng với mỗi thành phần xi ta có ni khả năng cần lựa chọn. Ứng với mỗi khả năng j thuộc ni dành cho thành phần xi ta cần thực hiện:

   - Kiểm tra xem khả năng j có được chấp thuận cho thành phần xi hay không? Nếu khả năng j được chấp thuận thì ta xác định thành phần xi theo khả năng j. Nếu i là thành phần cuối cùng (i=n) ta ghi nhận nghiệm của bài toán. Nếu i chưa phải cuối cùng ta xác định thành phần thứ i +1.
   - Nếu không có khả năng j nào được chấp thuận cho thành phần xi thì ta quay lại bước trước đó (i-1) để thử lại các khả năng còn lại.

2. Biểu diễn thuật toán:

```
Thuật toán Back-Track ( int i ) {
    for ( j =<Khả năng 1>; j <=ni; j++ ){
        if (<chấp thuận khả năng j>) {
        X[i] = <khả năng j>;
        if ( i ==n) Result();
        else Back-Track(i+1);
        }
    }
}
```

3. Áp dụng: MÃ SỐ

   - Tiếp cận; Ta sẽ sử dụng quay lui để sinh hoán vị cho 2 chữ cái đầu và liệt kê tất cả các khả năng cho 2 số ở 2 vị trí còn lại rồi kết hợp lại với nhau

- Code bài toán:

```
#include <iostream>
#include <vector>
#include <string>
using namespace std;
int n;
vector<int> a;
vector<int> x;
vector<string> res;
vector<string> res2;
bool unused[101];
void testCase();
void init();
void TryChar(int i);
void TryNum(int i);
int main() {
    testCase();
    return 0;
}
void TryChar(int i) {
    for (int j = 1; j <= n; j++)  {
        if (unused[j]) {
            unused[j] = false;
            a[i] = j;
            if (i == n - 1) {
                string s = "";
                for (int k = 0; k < n; k++) {
                    s += (char)(a[k] + 'A' - 1);
                }
                res.push_back(s);
            } else {
                TryChar(i + 1);
            }
            unused[j] = true; // Reset unused flag
        }
    }
}
void TryNum(int i) {
    for (int j = 1; j <= n; j++) {
        x[i] = j;
        if (i == n - 1) {
            string s = "";
            for (int k = 0; k < n; k++) {
                s += to_string(x[k]);
            }
            res2.push_back(s);
        } else {
            TryNum(i + 1);
        }
    }
```

```
}
void init() {
    res.clear();
    res2.clear();
    cin >> n;
    a.resize(n);
    x.resize(n);
    for (int i = 1; i <= n; i++) {
        unused[i] = true;
    }
}
void testCase() {
    init();
    TryChar(0);
    TryNum(0);
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        for (int j = 0; j < res2.size(); j++) {
            cout << res[i] + res2[j] << endl;
        }
    }
}
```

4. Áp dụng: TỔ HỢP

- Tiếp cận: Ta sẽ áp dụng quay lui để liệt tổ hợp chập k của n phần tử với mảng x là chỉ số của xâu đầu vào và sử dụng map để lọc những xâu trùng nhau
- Code:

```
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;
int k;
string s;
int n;
string input;
map<string, int> mp;
int x[101];
void testCase();
void Try(int i);
int main() {
    // Write your code here
    int t;
    cin >> t;
    while (t--) {
        testCase();
        // cout << endl;
    }
    return 0;
}
void Try(int i) {
    for (int j = x[i - 1] + 1; j <= (n - k + i); j++) {
```

```
            x[i] = j;
            if (i == k) {
                string temp = "";
                for (int t = 1; t <= k; t++) {
                    temp += s[x[t] - 1];
                    // cout << temp;
                }
                mp[temp]++;
            } else {
                Try(i + 1);
            }
        }
    }
    void testCase() {
        cin >> s >> k;
        n  = s.size();
        mp.clear();
        x[0] = 0;
        for (int i = 1; i <= k; i++) {
            x[i] = i;
        }
        Try(1);
        for(auto temp : mp) {
            cout << temp.first << endl;
        }
        mp.clear();
    }
```

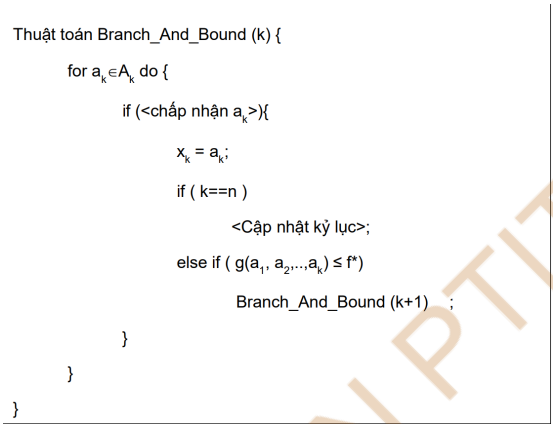
7 Nhánh cận

1. Thuật toán nhánh cận thường được dùng trong việc giải quyết các bài toán tối ưu tổ hợp. Để giải quyết bài toán tối ưu, ta có thể dùng thuật toán quay lui duyệt các phần tử. Sau đó ta xây dựng được hàm g xác định trên tất cả phưng án bộ phận cấp k của bài toán. Khi ta đã có hàm g (được gọi là hàm cận trên hoặc cận dưới tuỳ bài toán), để giảm bớt khối lượng duyệt trên tập phương án, bằng thuật toán quay lui ta xác định được X* là phương án làm cho hàm mục tiêu có giá trị nhỏ nhất trong các phương án tìm được. Ta gọi X* là phương án tốt nhất hiện có, f* là kỷ lục hiện tại. Điều này có nghĩa tập D hiện tại chắc chắn không chứa phương án tối ưu. Trong trường hợp này ta không cần phải triển khai phương án bộ phận(a1, a2,..., ak). Tập D cũng bị loại bỏ khỏi quá trình duyệt. Nhờ đó, số các phương án cần duyệt nhỏ đi trong quá trình tìm kiếm.

2. Biểu diễn thuật toán: 1

3. Áp dụng:DSA05027:CÁI TÚI

    - Tiếp cận: Ta sẽ sắp xếp lại danh sách theo thứ tự giảm dần giá trị mỗi khối lượng đồ vật rồi xây dựng hàm cận dưới.
    - Code:



Hình 1: Mô hình thuật toán Branch and Bound

```
#include <iostream>
#include <vector>
#include <algorithm>
using namespace std;
int n, v;
vector<pair<int, int>> a;
vector<int> x;
int res, deltak, bk, gk;
void testCase();
void init();
void Try(int i);
bool cmp(const pair<int, int> &a, const pair<int, int> &b);
int main() {
    int t;
    cin >> t;
    while (t--) {
        testCase();
        cout << endl;
    }
    return 0;
}
bool cmp(const pair<int, int> &a, const pair<int, int> &b) {
    double x = static_cast<double>(a.second) / a.first;
    double y = static_cast<double>(b.second) / b.first;
    return y < x;
}
void Try(int i) {
    for (int j = 1; j >= 0; j--) {
        x[i] = j;
        deltak = deltak + x[i] * a[i].second;
        bk = bk - x[i] * a[i].first;
        if (bk < 0) {
            bk += x[i] * a[i].first;
            deltak -= x[i] * a[i].second;
            continue;
        }
```

```
        if (i == n - 1) {
            res = max(res, deltak);
        } else {
            gk = deltak + static_cast<double>
            (bk * a[i + 1].second) / a[i + 1].first;
            if (gk > res) {
                Try(i + 1);
            }
        }
        deltak -= x[i] * a[i].second;
        bk += x[i] * a[i].first;
    }
}
void init() {
    res = 0;
    cin >> n >> v;
    a.resize(n);
    x.resize(n);
    deltak = 0;
    bk = v;
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        cin >> a[i].first;
    }
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        cin >> a[i].second;
    }
    sort(a.begin(), a.end(), cmp);
}
void testCase() {
    init();
    Try(0);
    cout << res << endl;
}
```

8 THAM LAM

1. Mô tả thuật toán: Mô hình thuật toán tham lam không có cấu trúc tổng quát như các thuật toán sinh kế tiếp , quay lui, nhánh cận mà tuỳ thuộc vào từng bài toán. Thuật toán tham lam được áp dụng để giải các bài toán tối ưu, tìm giá trị nhỏ nhất hoặc lớn nhất. Với mỗi bước thì tìm ra bước tối ưu cục bộ để thực hiện với hy vọng là sẽ tiến đến tối ưu toàn cục. Thuật toán này đòi hỏi có nền tảng vững chắc về toán để chắc chắn rằng việc đó sẽ đem đến tối ưu toàn cục

2. Áp dụng DSA03016: SỐ NHỎ NHẤT

   - Tiếp cận: Số nhỏ nhất có thể tạo ra bằng cách những vị trí tính từ bên phải đi về bên trái sẽ theo thứ tự giảm dần, khi đó sẽ tạo ra số nhỏ nhất có thể.
   - Code:

```
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;
void testCase();
void maxNum(int s, int d);
int main() {
    // Write your code here
    int t;
    cin >> t;
    while (t--) {
        testCase();
        cout << endl;
    }
    return 0;
}
void testCase() {
    int s, d;
    cin >> s >> d;
    maxNum(s, d);
}
void maxNum(int s, int d) {
    int a[d];
    if (s > 9 * d || s == 0) {
        cout << (s == 0 && d == 1 ? "0" : "-1");
        return;
    }
    s--;
    for (int i = d- 1; i > 0; i--) {
        if (s >= 9) {
            a[i] = 9;
            s-= 9;
        } else {
            a[i] = s;
            s = 0;
        }
```

```
        }
        a[0] = s + 1;
        for (int i = 0; i < d; i++) {
            cout << a[i] ;
        }
    }
```

3. Áp dụng: DSA03002: NHẦM CHỮ SỐ

   (a) Tiếp cận: Số nhỏ nhất có thể tạo được do nhầm đó là những vị trí bằng 6 chuyển thành 5, còn số lớn nhất có thể tạo được do nhầm là những vị trí bằng 5 chuyển thành 6

   (b) Code:

```
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;
void testCase();
long long minChange(string s);
long long maxChange(string s);
int main() {
    // Write your code here
    testCase();
    return 0;
}
void testCase() {
    string s1, s2;
    cin >> s1 >> s2;
    long long min = minChange(s1) + minChange(s2);
    long long max = maxChange(s1) + maxChange(s2);
    cout << min << " " << max;
}
long long minChange(string s) {
    for (int i = 0; i < s.size(); i++) {
        if (s[i] == '6') {
            s[i] = '5';
        }
    }
    return stoll(s);
}
long long maxChange(string s) {
    for (int i = 0; i < s.size(); i++) {
        if (s[i] == '5') {
            s[i] = '6';
        }
    }
    return stoll(s);
}
```

9 CHIA VÀ TRỊ

1. Mô tả thuật toán: Mô hình thuật toán chia và trị tiếp cận với mong muốn chia bài toán gốc ban đầu thành những phần nhỏ hơn, có thể liên quan hoặc không liên quan đến nhau, rồi giải quyết từng bài toán và kết hợp lại để giải quyết bài toán ban đầu. Mô hình thuật toán này cũng giống như thuật toán tham lam ở việc không có mô hình tổng quát

2. Áp dụng: DSA04001: Luỹ thừa

   - Tiếp cận: Chúng ta sẽ tính luỹ thừa theo công thức: $n^k = n^(k/2) * n^(k/2)$ với k chẵn, $n^k = n^(k/2) * n^(k/2) * n$ với k lẻ
   - Code:

```
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;
const int MOD = 1e9 + 7;
void testCase();
long long powll(long long n, long long k);
int main() {
    // Write your code here
    int t;
    cin >> t;
    while (t--) {
        testCase();
        cout << endl;
    }
    return 0;
}
long long powll(long long n, long long k) {
    if (k == 0) {
        return 1;
    }
    if (k == 1) {
        return n;
    }
    long long x = powll(n, k / 2);
    x = (x * x) % MOD;
    x %= MOD;
    if (k % 2 == 1) {
        x = (x * n) % MOD;
        x %= MOD;
    }
    return x;
}
void testCase() {
    long long n, k;
    cin >> n >> k;
    cout << powll(n, k);
}
```

3. Áp dụng: DSA04020: TÌM KIẾM NHỊ PHÂN

- Tiếp cận: Ta viết lại thuật toán tìm kiếm nhị phân
- Code:

```
#include <iostream>
using namespace std;
void testCase();
int binarySearch(int *a, int l, int r, int x);
int main() {
    // Write your code here
    int t;
    cin >> t;
    while (t--) {
        testCase();
        cout << endl;
    }
    return 0;
}
void testCase() {
    int n, k;
    cin >> n >> k;
    int a[n];
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        cin >> a[i];
    }
    int res = binarySearch(a, 0, n - 1, k);
    if (res != -1) {
        cout << res + 1;
    }  else {
        cout << "NO";
    }
}
int binarySearch(int *a, int l, int r, int x) {
    while (l <= r) {
        int m = (l + r) / 2;
        if (x > a[m]) {
            l = m + 1;
        } else if (x < a[m]) {
            r = m - 1;
        } else {
            return m;
        }
    }
    return -1;
}
```

10 QUY HOẠCH ĐỘNG

1. Mô tả thuật toán: Thuật toán tiếp cận tương tự việc chia bài toán thành các bài toán con có liên quan đến nhau và có thêm một bộ nhớ để ghi nhớ kết quả của các lần tính toán bài toán con trước

2. Áp dụng: DSA05027: CÁI TÚI

   - Tiếp cận: Với mỗi bước chọn đồ vật thì ta có 2 lựa chọn: chọn hoặc không chọn
   - Code:

```
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;
void testCase();
int main() {
    // Write your code here
    int t;
    cin >> t;
    while (t--) {
        testCase();
        cout << endl;
    }
    return 0;
}
void testCase() {
    int v, n;
    cin >> n >> v;
    vector<pair<int, int>> a(n);

    for (int i = 0; i < n; i++) {
        cin >> a[i].first;
    }
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        cin >> a[i].second;
    }
    vector<long long> dp(v + 1, 0);
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        for (int j =  v; j >= a[i].first; j--) {
            dp[j] = max(dp[j], dp[j - a[i].first] + a[i].second)
        }
    }
    cout << dp[v];
}
```