

中图分类号：TP391
学科分类号：080402

论文编号：1028703 19-B030

博士学位论文

图像自适应分块压缩感知方法及 应用研究

研究生姓名 祝勇俊
学科、专业 测试计量技术及仪器
研究方向 信号分析与处理
指导教师 刘文波教授

南京航空航天大学
研究生院 自动化学院
二〇二〇年三月

Nanjing University of Aeronautics and Astronautics
The Graduate School
College of Automation Engineering

Research on Image Adaptive Block Compressed Sensing Method and Application

A Thesis in
Measuring & Testing Technologies and Instruments

by
Zhu Yongjun

Advised by
Prof. Liu Wenbo

Submitted in Partial Fulfillment
of the Requirements

for the Degree of
Doctor of Philosophy

March, 2020

承诺书

本人声明所呈交的博士学位论文是本人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。除了文中特别加以标注和致谢的地方外，论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果，也不包含为获得南京航空航天大学或其他教育机构的学位或证书而使用过的材料。

本人授权南京航空航天大学可以将学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存、汇编学位论文。

(保密的学位论文在解密后适用本承诺书)

作者签名: 祝勇俊

日期: 2020-6-7



摘要

压缩感知（Compressed Sensing, CS）理论在信号处理上的应用打破了香农采样定理对于采样频率的限制，为图像处理技术的发展注入了新的动力。CS 以信号的稀疏表示为基础，可实现数字图像在稀疏测量情况下的高概率重构，因而在众多科研机构和技术行业中有着重要的研究和应用。随着社会发展和大数据时代的到来，图像处理遇到更多的大维度高清信号数据，而信息的网络传播又对数据处理有时效性要求，直接应用 CS 技术，虽然明显具有减少观测数据的优势，但依然存在单次数据处理量大、存储负担重以及时延等应用问题，以上因素促使具有分布式快速处理数据的分块压缩感知（Block Compressed Sensing, BCS）技术的诞生和发展。BCS 技术在图像处理中的应用解决了数据处理的时效和维度灾难问题，但是也带来如何设计和优化分块测量方案和重构算法来消除误差和块效应等应用问题，需要后续开展相关研究工作。

本文主要针对图像自适应分块压缩感知（Adaptive Block Compressed Sensing, ABCS）方法及应用问题展开研究，从分块策略选择、测量方案设计、重构算法优化、重构误差分析以及 ABCS 方法在图像压缩中的实际应用等方面开展了相关的研究工作。本文的主要研究内容和创新性如下：

1. 研究了图像 ABCS 方法中分块策略和测量方案两个关键环节的优化问题。针对固定分块（ $B \times B$ ）未考虑分块形态影响图像重构质量的缺点，提出了均熵最小化的定维度可变形态分块方法，通过降低分块图像的平均信息熵来优化分块；进一步考虑图像所具有的纹理特征，提出了加权均熵最小化的自适应形态分块方法，利用灰度共生矩阵的角二阶矩值加权均熵融合生成多特征显著性。针对自适应测量方案中的一维 CS 观测丢失图像二维特征和单一特征无法准确评估子图像信息量这两个问题，提出了一种基于方向纹理特征的块向量匹配生成方法和一种基于合成特征的自适应测量方案，分别用于生成保留了图像二维结构信息的一维观测数据和设置子图像块信息量对等的数据采样率。结合以上分块策略和测量方案提出了基于任务匹配多特征显著性的图像自适应分块测量方案，仿真实验表明所提方案能有效提升图像 ABCS 算法的性能指标。
2. 研究了基于 l_p 范数最小化 FOCUSS 重构算法的优化问题，分别解决了无噪和含噪两种背景下 FOCUSS 迭代公式的算法失效和提升问题。针对无噪 FOCUSS 算法的迭代过程出现权值矩阵奇异无法求逆问题，本文提出了构造含扰动因子的非奇异收敛权值矩阵和降维权值矩阵两种解决方案；针对含噪 FOCUSS 迭代公式存在设计合理的调和因子来平衡算法重构精度与解集稀疏性问题，本文提出了一种基于卡方分布的改进型 L-曲线法来约束以上调和问题，从而提升含噪条件下 FOCUSS 算法的综合性能，具体为采用目标信噪比和噪声先验信息来约束 FOCUSS 算法的拉格朗日乘子阈值区间。以上两点共同组成 FOCUSS 算法的两个约束参数（权

值矩阵和拉格朗日乘子)改进方案,该方案拓展了算法的适用条件和提升了算法的性能指标。仿真实验分别从无噪和有噪两个角度验证了所提基于约束参数优化的图像分块 FOCUSS 重构算法对范数重构算法的性能改进。

3. 研究了误差最小化约束下图像分块重构算法的重构稀疏度优化降噪问题。针对噪声背景下无法直接计算原始信号的重构误差,利用噪声满足高斯分布概率密度函数,分别设计了两种基于赤池信息准则和贝叶斯信息准则的重构误差计算模型,建立了噪声背景下的重构稀疏度与重构误差的关联模型,结合正交匹配算法提出了一种基于最佳重构稀疏度的图像分块降噪重构算法,该算法可通过约束重构稀疏度(迭代次数)来实现噪声条件下的重构误差最小化,从而弱化噪声对重构图像质量的影响。具体分析了图像压缩重构中的噪声来源和噪声对误差的影响模型;定义三种重构误差函数模型及分析其一致收敛性,并确定观测数据误差函数为优化目标;利用噪声强度先验信息和误差满足偏差-方差均衡问题,获得了重构误差最小化约束条件下的最佳重构稀疏度与噪声强度的对应关系模型。本文提出的最佳稀疏度重构算法一方面提高了含噪图像重构的降噪能力,另一方面也为 l_0 范数迭代重构算法提供了一种新的迭代停止条件。

4. 研究了 ABCS 理论在图像编解码算法中的应用。分析了 JPEG 和 JPEG2000 图像压缩算法的流程,提出了一种融合 ABCS 思想的图像压缩算法 JPEG-ABCS,该算法的优势在于利用了 ABCS 的自适应观测和稀疏度匹配降噪重构来消除图像心理视觉冗余、像素间相关冗余及提升实际噪声环境下的抗干扰能力。以显著性下的自适应分块观测方式代替 JPEG 的二维离散余弦变换和 JPEG2000 的二维离散小波变换,从而降低计算复杂度、减少冗余数据数量和量化数据维度;以最小误差重构代替 JPEG 的离散余弦逆变换和 JPEG2000 的离散小波逆变换,提升了图像压缩重构的抗干扰性能;引入新的码率控制因子,即增加采样环节来控制图像码率,提升了相同码率条件下的重构图像质量。

关键字: 自适应; 分块压缩感知; 显著性; 卡方分布; 稀疏度

ABSTRACT

The application of Compressed Sensing (CS) theory in signal processing breaks the limitation of the sampling frequency of Shannon's sampling theorem and injects new impetus into the development of image processing technology. CS is based on the sparse representation of the signal. It can achieve a high probability of reconstructing the original image signal when the digital image undergoes a sparse measurement. Therefore, it has important research and applications in many scientific research institutions and technology industries. With the development of society and the advent of big data era, image processing has encountered more large-scale high-definition signal data. At the same time, the spread of information on the network has time-critical requirements for data processing. Although the direct application of CS technology for image processing has obvious advantages of reducing observations, there are still application problems such as large amount of single data processing, increased storage burden, and time extension. The above factors lead to the birth and development of block compressed sensing (BCS) technology with ability of distributed fast processing data capability. The application of BCS technology in image processing solves the problem of timeliness and dimensional disasters in data processing, but also brings problems such as how to design a blocking method, how to construct a block measurement scheme, and how to optimize a reconstruction algorithm to eliminate errors and block effects. The resolution of above issues requires much related research.

This dissertation focuses on the methods and applications of adaptive block compressed sensing (ABCS), and conducts related research work from the selection of blocking strategy, design of measurement scheme, optimization of reconstruction algorithm, analysis of reconstruction error and practical application of ABCS theory in image compression. The main research contents and innovation of this thesis are as follows:

1. As the main part of image ABCS, the optimization of blocking strategy and measurement scheme is studied. The shortcoming of fixed blocking ($B \times B$) which did not consider the shape of the block to affect the image reconstruction quality was pointed out. A variable shape blocking method with fixed dimension was proposed based on minimum mean information entropy. The method optimizes the blocking strategy by reducing the mean information entropy of the subimages. Furthermore, considering the texture features of the image, an adaptive shape blocking method with weighted mean information entropy minimization is proposed, which fuses angle second-order moment of the gray level co-occurrence matrix and mean information entropy to generate multiple feature saliency. In order to solve the two problems that one-dimensional CS observation loss the two-dimensional feature of

image and single-feature cannot accurately evaluate the whole information of sub-image in the adaptive measurement scheme, a subblock vector matching generation method based on directional texture features is proposed to generate one-dimensional observation data that retains the two-dimensional structure information and an adaptive measurement scheme based on synthetic features is developed to set a sampling rate that is equivalent to the amount of sub-image's information. Combining the above blocking strategy and measurement scheme, an image adaptive blocking measurement scheme based on task matching and multiple feature saliency is proposed. Simulation results show that the proposed scheme can effectively improve the performance index of image ABCS algorithm.

2. The optimization problem of FOCUSS reconstruction algorithm based on l_p norm minimization is investigated, which solves the failure and promotion problem of FOCUSS iterative formula under noiseless and noisy background separately. In order to avoid the situation that the reconstruction process can not be completed due to the singularity of the weight matrix in the noiseless FOCUSS algorithm, this paper proposes two solutions, namely, constructing a non-singular convergence weight matrix with perturbation factor and a dimension reduction weight matrix. For the noisy FOCUSS algorithm, there is a problem of designing a reasonable tradeoff factor to balance the accuracy of the reconstruction algorithm and the sparsity of the solution set. The article uses an improved L-curve method based on the chi-square distribution to solve the above tradeoff problem. The specific implementation uses target signal-to-noise ratio and noise prior information to constrain the FOCUSS algorithm's L-curve threshold. The above two points together form the improvement scheme of the two constraint parameters (weight matrix and Lagrangian multiplier) of the FOCUSS algorithm, which expands its applicable conditions and improves its performance index. Simulation results verify the performance improvement of block FOCUSS reconstruction algorithm based on constraint parameter optimization from the perspective of noiseless and noisy.

3. The problem of reconstruction sparsity optimization for noise reduction in image block reconstruction algorithm under the constraint of reconstruction error minimization is discussed. In view of the fact that the reconstruction error of the original signal cannot be directly calculated under the noise background, two reconstruction error calculation models based on the Akaike information criterion and the Bayesian information criterion are designed using noise to satisfy the Gaussian distribution probability density function. The correlation model of reconstruction sparsity and reconstruction error under noisy background is established. Combined with the orthogonal matching algorithm, and an image block noise reduction reconstruction algorithm based on optimal reconstruction sparsity is proposed. This algorithm can minimize the reconstruction error under the condition of noise

by constraining the reconstruction sparsity (number of iterations), thereby weakening the influence of noise on the quality of the reconstructed image. The noise source and the effect model of noise on the image compression and reconstruction are analyzed concretely; three reconstruction error function models and consistent convergence are defined and analyzed, and the observation data error function is selected as the optimization target; the model of the correspondence between the best reconstruction sparsity and noise intensity under the constraint of reconstruction error minimization is obtained by using the noise intensity prior information and the error satisfaction bias-variance tradeoff problem. The best sparsity reconstruction algorithm proposed in this paper improves the noise reduction ability of noisy image reconstruction on the one hand, and provides a new iterative stopping condition for the l_0 norm reconstruction algorithm on the other hand.

4. The application of ABCS theory in image compression codec algorithm is studied. The workflows of JPEG and JPEG2000 image compression algorithms are analyzed, and an image compression algorithm JPEG-ABCS that incorporates ABCS idea is proposed. The advantage of this algorithm lies in the use of ABCS adaptive observation and sparsity matching denoising reconstruction to eliminate image psychological vision redundancy, pixel-to-pixel correlation redundancy, and improve anti-interference ability in real noise environments. This paper proposes to replace the two-dimensional discrete cosine transform of JPEG and the two-dimensional discrete wavelet transform of JPEG2000 with the adaptive observing method under the saliency, thereby reducing the computational complexity, the number of redundant data and the dimension of quantizing data; replacing the inverse discrete cosine transform of JPEG and the inverse discrete wavelet transform of JPEG2000 with the minimum error reconstruction which improves the anti-interference performance of image compression and reconstruction; introduce a new bit rate control factor, that is, use the mean sampling rate to control the bpp of the image, and improve the quality of reconstructed image under the same bit rate.

Key words: adaptive; block compressed sensing; saliency; chi-square distribution; sparsity

目 录

摘 要	I
ABSTRACT.....	III
目 录	VI
图表清单	IX
注释表	XI
缩略词	XII
第一章 绪论	1
1.1 研究背景和意义	1
1.2 国内外研究现状	2
1.2. 1 压缩感知理论研究概述.....	2
1.2. 2 分块压缩感知研究概述及难点问题.....	5
1.3 基于分块压缩感知的重构图像质量评价	8
1.4 论文主要创新及内容安排	10
第二章 CS 与 BCS 基础	13
2.1 引言	13
2.2 范数基础和 CS 模型基础	13
2.2. 1 范数概述.....	13
2.2. 2 CS 数学模型.....	15
2.3 测量矩阵设计	16
2.3. 1 RIP 与非相干特性	16
2.3. 2 典型测量矩阵构造.....	18
2.4 压缩感知重构方法	19
2.4. 1 基于学习优化的重构算法.....	19
2.4. 2 基于范数优化的重构算法.....	19
2.5 分块压缩感知基础	21
2.5. 1 MCS 算法	21
2.5. 2 BCS 算法	22
2.6 本章小结	23
第三章 基于任务匹配多特征显著性的图像自适应分块测量方案研究	24
3.1 引言	24
3.2 显著性模型及指标	24

3.2.1 基于数学计算方式的常规显著性模型.....	25
3.2.2 基于任务匹配的多特征融合显著性模型方案.....	28
3.3 基于加权均熵和方向纹理特征的图像自适应分块及向量化方案.....	31
3.3.1 基于加权均熵最小化的自适应形态分块方法.....	31
3.3.2 基于方向纹理特征的块向量匹配生成方法.....	33
3.4 基于合成特征的自适应测量方案	35
3.4.1 合成特征的设计及非一致自适应采样率的设置.....	35
3.4.2 自适应 OSTM 测量矩阵的构造.....	36
3.4.3 自适应分块测量重构算法.....	37
3.5 仿真实验及结果分析	38
3.5.1 所提自适应算法策略可行性验证.....	38
3.5.2 所提自适应算法策略的效果对比实验.....	42
3.6 本章小节	44
第四章 基于约束参数优化的图像分块 FOCUSS 重构算法研究.....	46
4.1 引言	46
4.2 FOCUSS 重构算法的基础分析及存在问题	46
4.2.1 l_0 、 l_1 和 l_2 范数重构算法的特点及改进	47
4.2.2 无噪背景下 FOCUSS 算法的迭代公式及存在问题	49
4.2.3 噪声背景下 FOCUSS 算法的迭代公式及存在不足	50
4.3 FOCUSS 重构算法的改进及在 BCS 中的应用	53
4.3.1 无噪背景下 FOCUSS 重构算法的改进及在 BCS 中的应用	53
4.3.2 噪声背景下 FOCUSS 重构算法的改进及在 BCS 中的应用	56
4.4 仿真实验及结果分析	57
4.4.1 无噪背景下算法的仿真实验及结果分析	58
4.4.2 噪声背景下算法的仿真实验及结果分析	61
4.5 本章小节	65
第五章 基于最佳重构稀疏度的图像分块降噪重构算法研究.....	66
5.1 引言	66
5.2 噪声类型及重构误差分析	66
5.2.1 设备噪声.....	66
5.2.2 背景噪声.....	67
5.2.3 重构误差分析.....	67

5.3 误差最小化约束下的重构算法优化	72
5.3.1 多种误差模型的一致性分析	72
5.3.2 误差最小化约束下的最佳重构稀疏度分析	73
5.3.3 基于最佳重构稀疏度的图像分块降噪重构算法	76
5.4 仿真实验及结果分析	79
5.5 本章小节	85
第六章 CS 理论在图像压缩方法中的应用	86
6.1 引言	86
6.2 常规图像压缩原理和类型	86
6.2.1 常规图像压缩基本原理和类型	86
6.2.2 JPEG 和 JPEG2000 图像压缩原理	87
6.3 基于 ABCS 方法的 JPEG 图像编解码改进方案	90
6.3.1 改进算法 JPEG-ABCS 的模型结构	90
6.3.2 JPEG-ABCS 算法的码率控制	91
6.3.3 JPEG-ABCS 算法的稀疏重构	93
6.4 仿真实验及结果分析	93
6.4.1 无噪条件下的仿真实验及结果分析	94
6.4.2 噪声条件下的仿真实验及结果分析	96
6.5 本章小节	98
总结与展望	99
参考文献	101
致谢	108
在学期间的研究成果及发表的学术论文	109

图表清单

图 1.1 两种信号压缩处理方式的对比.....	2
图 1.2 论文研究内容框架.....	11
图 2.1 R^2 空间上的多种 l_p 范数球.....	14
图 2.2 R^2 空间上 l_p 范数最佳逼近示意图	15
图 2.3 CS 压缩观测示意图.....	16
图 2.4 基于范数优化的重构算法及分类.....	20
图 3.1 多特征融合显著性.....	25
图 3.2 多尺度包围盒显著性模型.....	27
图 3.3 灰度共生矩阵的像素对.....	29
图 3.4 两幅 5×5 的灰度图 (4 灰度阶 0-3).....	30
图 3.5 块向量生成方位角示意图.....	34
图 3.6 显著性下自适应分块测量重构算法.....	37
图 3.7 图像均熵与分块方式关系.....	38
图 3.8 不同分块方式下原始数据与观测数据的均熵相关性.....	39
图 3.9 块向量生成角度(Θ)对角二阶矩(ASM)的影响	40
图 3.10 不同 ABCS 算法的图像重构效果对比	43
图 4.1 分块稀疏表示系数 $s_i (i=1,51,101,201)$ 迭代变化.....	59
图 4.2 分块稀疏表示系数 s_i 的 l_p 范数值 $\ s_i\ _p$ 的迭代收敛.....	59
图 4.3 无噪声背景下不同 FOCUSS 算法的实际重构效果图.....	61
图 4.4 FOCUSS 改进算法对 λ 选择区间的影响	62
图 4.5 不同噪声强度下 λ_{opt} 的变化趋势	63
图 4.6 重构效果对比图 ($\eta=0.5 \& \sigma=10$)	65
图 5.1 两种分块压缩感知算法流程: (a) BCS-T, (b) BCS-E.....	77
图 5.2 噪声条件下重构稀疏度 (v) 与重构图像性能 ($PSNR \& E(Z)$) 之间关系.....	80
图 5.3 不同迭代停止条件下的 PSB 与 $Noise-Std$ 和 TSR 关系	82
图 5.4 不同迭代停止条件下的 $PSGBC$ 与 $Noise-Std$ 和 TSR 关系	83
图 5.5 多幅测试图在不同迭代停止条件下的重构图 ($\sigma_w = 20 \& \eta = 0.5$)	84
图 5.6 最佳重构稀疏度与噪声强度及总体采样率相关性实验.....	85
图 6.1 图像压缩基本原理模型.....	87
图 6.2 JPEG 图像压缩标准编解码原理.....	88

图 6.3 JPEG2000 图像压缩标准编解码原理.....	88
图 6.4 二维 DWT 变换	89
图 6.5 JPEG-ABCS 算法的模型结构.....	90
图 6.6 不同 bpp 下平均采样率 η 与重构图像的合成性能指标 ($PSNR \times SSIM$) 的关系	92
图 6.7 量化系数 QF 的二次曲线拟合值与实际值的关系	93
图 6.8 三种 JPEG 类图像压缩算法的实验结果对比 ($bpp=0.25$)	95
图 6.9 不同 bpp 下三种 JPEG 类图像压缩算法的性能对比(Lena)	95
图 6.10 不同噪声条件下的两种图像压缩算法的实际输出对比结果 ($bpp=0.25$)	98
 表 2.1 SPL-BCS 重构算法.....	22
 表 3.1 灰度共生矩阵.....	29
表 3.2 条件 A 情况下二维块向量生成方式对图像重构的提升作用 ($\eta=0.3$)	40
表 3.3 条件 B 情况下不同块向量生成方式的对比效果	41
表 3.4 不同自适应采样依据策略的性能指标对比.....	41
表 3.5 不同条件下本文算法策略的稳定性.....	44
 表 4.1 OMP 压缩感知重构算法	47
表 4.2 GBP 压缩感知重构算法	48
表 4.3 三种重构算法的对比数据	49
表 4.4 本文求解 λ_{opt} 的改进型 L-曲线法	57
表 4.5 无噪声条件下三种重构算法 (OMP/BP/FOCUSS) 的比较	60
表 4.6 两种 FOCUSS 算法的性能对比 (在不同 η 情况下)	60
表 4.7 两种 FOCUSS 算法的性能对比 (在不同 p 情况下)	61
表 4.8 不同噪声条件下四种重构算法的比较	63
表 4.9 不同测试图像下四种重构算法的比较	64
 表 5.1 本文所提 BCS-E 算法伪代码	78
表 5.2 两种迭代停止条件下实验对比结果 ($\eta=0.4$)	81
表 5.3 多幅测试图像在不同迭代停止条件下的性能对比 ($\sigma_w = 20 \& \eta = 0.5$)	83
 表 6.1 三种 JPEG 类图像压缩算法的性能对比($bpp=0.25$).....	94
表 6.2 多幅测试图像不同码率条件下 JPEG2000 算法和 JPEG-ABCS 算法的对比结果	96
表 6.3 JPEG-ABCS 算法与 JPEG 算法的抗噪性能对比 (Monarch)	97

注释表

 a 元素 \mathbf{a} 向量 \mathbf{A} 矩阵 $\mathbf{A}_{m,n}$ \mathbf{A} 的第 m 行、第 n 列的元素 $\mathbf{a}^T, \mathbf{A}^T$ \mathbf{a} 的转置, \mathbf{A} 的转置 $\mathbf{a}^H, \mathbf{A}^H$ \mathbf{a} 的共轭转置, \mathbf{A} 的共轭转置 \mathbf{A}^{-1} \mathbf{A} 的逆 \mathbf{A}^L \mathbf{A} 的左逆 \mathbf{A}^R \mathbf{A} 的右逆 \mathbf{A}^\dagger \mathbf{A} 的伪逆 $\langle \mathbf{x}, \mathbf{y} \rangle$ \mathbf{x} 与 \mathbf{y} 的内积 $\|\mathbf{a}\|_0$ \mathbf{a} 的 l_0 范数 \otimes $\|\mathbf{a}\|_1$ \mathbf{a} 的 l_1 范数 $\|\mathbf{a}\|_p$ \mathbf{a} 的 l_p 范数 $\|\mathbf{a}\|_2, \|\mathbf{A}\|_2$ \mathbf{a} 的 l_2 范数, \mathbf{A} 的 l_2 范数 $\|\mathbf{A}\|_F$ \mathbf{A} 的 Frobenius 范数 $tr(\mathbf{A})$ \mathbf{A} 的迹 $\det(\mathbf{A})$ \mathbf{A} 的行列式 $\text{rank}(\mathbf{A})$ \mathbf{A} 的秩 $\text{vec}(\mathbf{A})$ \mathbf{A} 的矢量化 \otimes 克罗内克积

缩略词

缩略词	英文全称	中文全称
ABCS	Adaptive Block Compressed Sensing	自适应分块压缩感知
AIC	Akaike Information Criterion	赤池信息准则
ASM	Angle Second-order Moment	角二阶矩
BCS	Block Compressed Sensing	分块压缩感知
BIC	Bayesian Information Criterion	贝叶斯信息准则
BP	Basis Pursuit	基追踪
BPDN	Basis Pursuit De-Noising	基追踪去噪
BSBL	Block Sparse Bayesian Learning	块稀疏贝叶斯学习
CS	Compressed Sensing	压缩感知
CoSaMP	Compressive Sampling Matching Pursuit	压缩采样匹配追踪
DCB	Discrete Cosine Basis	离散余弦基
DCS	Distributed Compressive Sensing	分布式压缩感知
DCT	Discrete Cosine Transform	离散余弦变换
DFT	Discrete Fourier Transform	离散傅里叶变换
DWT	Discrete Wavelet Transform	离散小波变换
ERP	Exact Reconstruction Principle	精确重构准则
FOCUSS	Focal Undetermined System Solution	欠定系统局灶解法
GLCOM	Gray-level Co-occurrence Matrix	灰度共生矩阵
IDCT	Discrete Cosine Inverse Transform	离散余弦逆变换
IHT	Iterative Hard Thresholding	迭代硬阈值
IST	Iterative Soft Thresholding	迭代软阈值
IDWT	Discrete Wavelet Inverse Transform	离散小波逆变换
LASSO	Least Absolute Shrinkage and Selection Operator	最小绝对收缩和选择算子
LS	Least Square	最小二乘

缩略词	英文全称	中文全称
MMV	Multiple Measurement Vectors	多测量矢量
MSE	Mean Square Error	均方误差
NF	Noise Folding	噪声折叠
NSP	Null Space Property	零空间性质
OMP	Orthogonal Matching Pursuit	正交匹配追踪法
OSTM	Orthogonal Symmetric Toeplitz Matrices	正交对称托普利兹矩阵
RIP	Restricted Isometry Property	约束等距性质
ROMP	Regularized Orthogonal Matching Pursuit	正则化正交匹配追踪
SAMP	Sparsity Adaptive Matching Pursuit	稀疏自适应匹配追踪
SBL	Sparse Bayesian Learning	稀疏贝叶斯学习
StOMP	Stagewise Orthogonal Matching Pursuit	分段匹配追踪
SVD	Singular Value Decomposition	奇异值分解
UUP	Uniform Uncertain Principle	均匀不确定准则
WHT	Walsh-hadama Transformation	沃尔什-哈达玛变换

第一章 绪论

1.1 研究背景和意义

在信息化时代，图像是社会存储和传递数字化信息的主要载体之一。近年来，随着数码设备、智能手机等网络化设备的普及，以及社交网络、微信、微博、智能支付、智能出行等内容的共享平台的快速发展，特别是大数据技术的社会化应用，人们生活中的图像和视频数据呈现几何式的增长。目前作为最大的视频分享网站-YouTube 公司，每分钟新增约 400 小时的视频；作为世界上规模最大的照片存储分享网站-Facebook 公司已经有注册用户 14 亿，每天新增照片数超过 4 亿张；此外拥有近 14 亿人口的国内正火热发展的支付宝刷脸支付方式和客运无纸化乘车系统等都具有庞大的图像数据库。面对如此海量的图像和视频数据处理，要保证数据应用时效性和准确性，就迫切地需要有图像存储和图像压缩这两个关键技术的支持。图像存储和压缩的关键是如何用最小的数据量记录原始图像的完整信息以及用最小成本的代价得到失真最小的重构图像，另外为了突破海量数据增长带来的信息处理瓶颈，一方面需要改进图像压缩的方法，另一方面需聚焦和关注事件相关的图像信息或者图像中的重点部位，这样不仅可以合理分配计算和分析的资源，也可以提高数据处理的效率，这就需要图像显著性探测技术的支持。从实际应用角度出发，图像的压缩技术和显著性探测具有广泛的应用场景，如高清电视、机器人视觉、卫星遥感、目标探测、图像分割、视频压缩编码以及医学诊断和刑侦分析等方面。因而，图像压缩技术和显著性探测技术的研究在图像处理、计算机视觉和模式识别等领域具有重大的意义。

图像的压缩技术以图像编码技术为基础，图像编码技术主要根据是否失真分为无损编码和有损编码，其主要包括量化、压缩、编码、传输、解码、解压以及反量化过程。

传统图像的编解码方法以奈奎施特采样定理为基础，采样频率大于其最高频率的两倍以上才能确保由采样值完全重构原始图像信号；而压缩感知(Compressed Sensing, CS)理论能够将一个高维数的稀疏信号或可压缩信号通过低维数的测量值进行重构，突破了传统奈奎斯特采样定理的限制，即在信号采样的同时，进行数据压缩。直接应用图像压缩感知技术对于一维图像或者信息量不大的二维图像具有很好的效果和可实现性，但对于大数据量的二维图像或者三维图像，重构计算复杂度就呈几何式增长，不利于算法的实际可实现性，因而在满足重建后的图像质量下降不明显的条件下，尽量降低算法复杂度具有重要实际价值。在 2007 年 Gan Lu 从 JPEG 固定分块压缩编码算法中得到启发，在压缩感知理论中引入分块思想并应用于观测和重构算法的优化过程中，产生了空间域的分块压缩感知技术（Block Compressed Sensing, BCS）^[1]。

BCS 技术虽然通过分块处理解决了数据处理的时效和维度灾难问题，但是也同时带来如何设计分块方案、如何构建分块测量矩阵以及如何优化重构算法消除误差和块效应等研究问题^{[2][3]}。本课题研究就是在分块压缩感知技术上进行开展的，传统分块压缩感知技术没有对分块进行系统的分析和设计，也没有对分块后压缩采样进行采样值合理配置，故传统分块压缩感知技术虽较压缩感知技术在性能有一定的提高，但存在很多可以改善提高之处。本课题研究的目的就是结合图像显著性和重构算法优化思想对现有的传统分块压缩感知技术进行改进，提出一种基于显著性的自适应分块压缩感知方法，实现基于显著性的图像自适应分块、采样值自适应配置、测量矩阵自适应构建以及分块重构算法的优化，进一步构建了一种融合自适应压缩感知方法的 JPEG 图像压缩模型用于对 JPEG 和 JPEG2000 图像压缩算法的改进。最终设计的算法在计算复杂度、稳定性、快速性以及信噪比等综合指标方面具有较佳的性能，并且易于硬件实现和具备实用价值。

1.2 国内外研究现状

1.2. 1 压缩感知理论研究概述

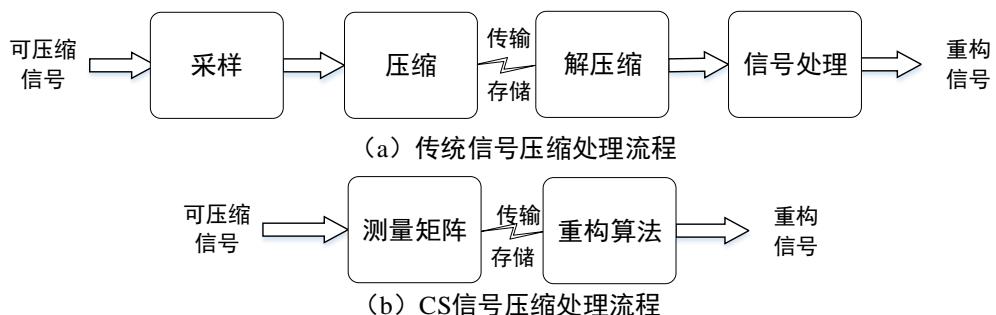


图 1.1 两种信号压缩处理方式的对比

传统信号压缩处理主要是建立在以 Nyquist 香农采样定理为基础的理论上的，采样频率必须满足不低于两倍的信号最高频率或者信号带宽，主要包括高速采样、压缩、存储传输、解压缩以及信号输出处理等环节，如图 1.1 (a) 所示。发送端由于高速采样环节产生的信号一般具有冗余度，需要将其压缩便于后续存储传输；接收端接收数据后需要先将数据解压后，再从解压的数据输出需要的相关信息。以上这种方式的数据采集与处理统治了信号处理领域近 70 年，直至压缩感知理论的出现^[4]。这种传统信号压缩处理的明显缺点在于信号采集过程中的频率限制，导致在处理高频信号时系统无法跟上采样频率要求。

信号稀疏特性是 CS 理论的基础所在，而 CS 理论框架下的信号压缩处理系统最大的特点是信号的采集和压缩在经过测量矩阵的降维观测环节同步完成，如图 1.1 (b) 所示。压缩感知理论最初是由 Candès 等在 2006 年证明了部分傅立叶变换系数可以精确重构原始信号基础上提

出的，其核心思想是将压缩与采样合并进行，使得投影测量值的数据量远远低于传统采样方式下的数据量，并能实现低维数据高概率重建原始高分辨率信号^[5]。Kashin 创立的范函分析和逼近论是 CS 数学理论的主要基础来源^[6]，以 Candès、Donoho 和 Romberg 为代表的前期 CS 方向科研人员，他们应用数学理论逐一地解决了该领域的一些关键问题^{[7][8]}，进而为完善和发展 CS 理论做出了巨大的贡献。该理论一经出现就得到了国内外学者和研究人员的普遍关注，并且相关的理论研究和技术应用层出不穷。首先，美国的空军实验室（Air Force Research Laboratory）和杜克大学（Duke University）在 2009 年联合举办了的第一届 CS 国际研讨会；此后涌现出众多涉及压缩感知理论相关研究的科研机构，并且信号处理和图像压缩领域的多数国际会议和期刊都在 CS 方向开辟了专题，以上工作的进行对 CS 理论的发展与实际应用起了很大程度上推动作用。虽然 CS 理论提出至今不足 15 年，但该理论已经衍生出了多个研究分支，具体包括结构化压缩感知理论^[9]、边缘压缩感知理论^[10]、分块压缩感知理论^[11]、模型化压缩感知理论^[12]、分布式压缩感知理论^[13]、Bayesian 压缩感知理论^[14]以及 1-bit 压缩感知理论^[15]等。同时 CS 在实际应用方面也初见成效，典型的 CS 应用成果有耶鲁大学（Yale University）开发的超谱成像仪，伊利诺伊州立大学（Illinois State University）研制的 DNA 微阵列传感器，莱斯大学（Rice University）研制的单像素 CS 相机，麻省理工学院（Massachusetts Institute of Technology）设计的编码相机等等；目前，医学图像处理^[16]、无线传感网络^[17]、信号采集^[18]以及雷达探测^[19]等领域都有 CS 技术的广泛应用。

总体来说，压缩感知理论研究的主要内容包括稀疏表示^{[20]-[39]}、压缩测量^{[40]-[54]}和优化重构^{[55]-[71]}等几个方面。1. 稀疏表示的主要任务是寻找一组能使信号稀疏表示的基，它是整个 CS 理论的前提和基础。2. 压缩测量的首要任务是设计一个与基向量不相关的线性测量矩阵，以获取降维测量样本，它是 CS 理论的关键内容。3. 优化重构是 CS 理论中难点，该过程的主要目标是通过逆向稀疏向量的寻优问题来实现原始信号的求解，一般的具体求解方式为约束优化方法。下文将详细地介绍关于 CS 理论以上 3 点方面的具体研究进展。

1.信号的稀疏表示

稀疏表示被广泛应用于视频和音频信号的压缩处理中，图像的 JPEG 和 JPEG2000 存储格式标准就是其中两个最为典型的稀疏表示应用实例^[20]。这两种格式的图像存储格式分别以满足正交特性的离散余弦基和离散小波基作为图像压缩的基础^[21]，由于采用小波变换基的图像表示系数往往更具稀疏性优势，因此相同质量的图像在 JPEG2000 存储格式下能获得更大的压缩比。文献[22]中提出了一种多阶小波变换算法，通过高低分辨率双字典实现一种具有稀疏表示能力的超分辨方法。文献[23]提出了一种用于解决图像中的方向性问题的多尺度几何分析方法。常用的稀疏基还包括 Curvelets 基^[24]和 Gabor 基^[25]等。此外，因单一正交基存在信号表示能力有限的缺点，Strarck J L 在文献[26]提出了具有更好的表示效果的组合正交基方法，同时文献[27]

在组合正交基的基础上进行分析并给出了最稀疏解的唯一性条件。以上构造的稀疏基均是完备字典，稀疏信号可通过完备字典中少量原子的线性组合来表示^[28]。近年来 CS 字典研究的出现两个新的热点：过完备字典和深度学习的字典训练方法。过完备字典的研究最早出现于 30 年前左右^[29]。相比完备字典，过完备字典具有更佳的灵活稀疏表示特性。过完备字典方向的研究主要集中在两个方向上^[30]，其一是过完备字典的具体设计，其二就是构造过完备字典下的重构算法，两者紧密相关。文献[31]中提出了将深度学习应用于字典训练的新算法，文献[32]中提出了一种新的 K-奇异值双字典训练算法，文献[33]提出了一种新的自适应字典训练算法。上述研究未考虑实际工程中信号内部存在的结构特性，近些年引起了学者们的广泛关注的结构性稀疏重点研究了信号的内部特征^{[34]-[37]}。总结这些特殊结构涵盖了块稀疏（Block Sparsity）、组稀疏（Group Sparsity）、联合稀疏（Joint Sparsity）、多测量矢量（Multiple Measurement Vectors, MMV）以及高维稀疏表示等等。这种考虑信号内部结构特征的稀疏表示也是目前 CS 理论研究的一大热点。此外字典的表示方式还有时频混合式、非本地和分布式的应用发展趋势^{[38]-[39]}。

2. 测量矩阵的构建

降维测量矩阵设计是压缩感知中的关键一环，其直接影响着感知稀疏信号的性能优劣。实际工程中测量矩阵的维度和形式受测量方式和信源信号共同影响。为保证稀疏重构获得一个确切解，则有必要对测量矩阵加以限定条件。Candès 和 Tao 针对高斯矩阵和任意正交矩阵分别提出精确重构性定理（Exact Reconstruction Principle, ERP）、一致不确定性定理（Uniform Uncertain Principle, UUP）以及约束等距（Restricted Isometry Property, RIP）条件^{[40]-[43]}，后者 RIP 条件得到学者们的广泛认同，但由于该条件为一个充分而非必要条件，实际操作中运用该准则难度较大^[44]。由于高斯矩阵非结构化本质使得其存储空间和计算复杂度上存在明显缺点的原因，在继续采用满足 RIP 准则之后，学者们设计了更多的确定性测量矩阵类别，典型的确定性测量矩阵包括伯努利随机矩阵^[45]、局部傅立叶矩阵^[46]、局部 Hadmard 矩阵^[47]、Chirp 测量矩阵^[48]、Toeplitz 测量矩阵^[49]以及 Chaotic 序列矩阵^[50]等。目前，确定性测量矩阵因其易存储和易物理实现得到广泛的关注和研究。优化测量矩阵可以提升重构性能，文献[51]-[54] 分别提出了四种不同的优化算法：互相干系数最小化法、阈值条件法、梯度下降法以及特征分解法，并且都取得了相应不错的优化效果。用于实际工程中的测量矩阵需针对不同的应用场景分别构造的不同测量矩阵，以达到匹配信号稀疏表示和测量手段，进而优化性能。由于信号重构结果直接受感知矩阵性能优劣的影响，因此测量矩阵优化问题仍然会是 CS 领域在当前和未来一段时间内的研究热点。

3. 重构算法的优化设计

重构算法直接影响重构图像的质量，因此重构算法的设计和改进一直占据 CS 技术的研究热点。常见的重构算法一般有空域和频域两种信号处理领域，而根据重构方式不同分为基于学

习和基于优化两种方式。基于学习的图像重构算法的主要思想是通过机器学习方式得到训练观测样本集与源图像样本集之间的对应关系，确立准确的感知网络结构，为测试样本恢复提供可行的方案。典型的优化重构算法包括凸优化算法^{[55]-[57]}、贪婪算法^{[45][58][59]}、阈值优化算法^{[60]-[62]}、混合优化算法^{[63]-[65]}和统计优化算法^{[66]-[73]}。基于 l_1 范数最小化的常规凸优化算法包括基本的基追踪(Basis Pursuit, BP)算法^[55]、用于噪声环境下的基追踪降噪(Basis Pursuit Denoising, BPDN)算法^[56]以及最小绝对收缩选择(Least Absolute Shrinkage and Selection Operator, LASSO)算法^[57]。基于 l_0 范数最小化的常用贪婪算法的主要包括有文献[58]所提的基础正交匹配追踪(Orthogonal Matching Pursuit, OMP)算法、文献[45]所提的改进型正则化正交匹配追踪(Regularized Orthogonal Matching Pursuit, ROMP)算法，以及文献[59]压缩采样匹配追踪(Compressive Sampling Matching Pursuit, CoSaMP)算法等多种，贪婪算法的核心就是利用感知矩阵与测量样本的相关性，逐次增加支撑向量进而迭代逼近稀疏信号，该型算法具有计算复杂度低和重构稀疏度可控性强的优点但其重构性能不如 l_1 范数下的重构算法。常规的阈值优化算法主要包括三种：文献[60]中介绍的迭代硬阈值(Iterative Hard Thresholding, IHT)算法、文献[61]中提出的迭代软阈值(Iterative Soft Thresholding, IST)算法以及文献[62]提出的复杂近似传递(Complex Approximate Message Passing, CAMP)算法。混合算法主要有稀疏傅立叶描述(Sparse Fourier Representation, SFR)算法^[63]、链追踪(Chaining Pursuit, CP)算法^[64]和 HHSP(Heavy Hitters on Steroids Pursuit, HHSP)算法^[65]。统计优化算法是一类基于统计数学模型的优化算法，并利用稀疏矢量的时序结构或空间结构来达到优化目标，从后验概率中获取稀疏矢量的最大似然估计。参考文献[66]-[68]中介绍了一种统计优化算法，即稀疏贝叶斯学习(Sparse Bayesian Learning, SBL)算法，参考文献[69]-[73]中提出了另一种统计优化算法，即结构贝叶斯学习算法。由于该类算法良好的重构估计效果，使其成为 CS 重构算法中的一个主要研究热点。

此外，块稀疏、半张量积、多度量值向量、分布式重构、双层优化重构以及深度学习等技术和方法应用于 CS 技术都使得压缩重构算法得到新的理论空间^{[74][75]}。

1.2. 2 分块压缩感知研究概述及难点问题

压缩感知应用到大型高清图像和视频处理中时，由于二维图像包含大量的信息，进行整体投影需要规模很大的观测矩阵，必然导致存储量过大和重建算法复杂度过高两大难题，以上问题限制了 CS 在图像处理方面的应用，分块压缩感知理论的出现很好的解决了这一难题，解决方案即为：将完整的图像切割成若干小单元块，独立观测后重建，再进行拼接还原和重构原始图像。

分块压缩感知根据分块领域不同可以分为两种：一种是基于小波域多尺度观测的分块压缩

感知 (Multiscale Compressed Sensing, MCS), 即先将原图像进行某类正交小波变换得到小波变换系数, 再对小波系数进行分块稀疏观测, 数据传输到接收端后进行反向操作, 先用某种重构算法恢复块小波系数, 再进行逆小波变换, 最后得到重构图像; 另一种是基于空间域的分块压缩感知 (BCS), 即直接对原图像进行分块采样, 然后用某种重建算法直接重构图像^[2]。比较以上两种压缩感知算法 (MCS 和 BCS), 可得到如下基本结论:

(1) 由于 MCS 需对整幅原始图像信号进行正交变换, 因此, 算法对数据发送端存储空间的要求高于 BCS 算法, 同时整个原始图像正交变换也带来处理时间的增加; 但算法的分块是针对小波系数领域的多尺度测量, 不会造成图像重构具有明显的块效应。

(2) 由于 BCS 的分块直接在空间域进行, 一方面降低了数据观测的复杂度和存储空间需求, 但是空间域上的分割带来了重构图像会有比较明显的块效应。

本文主要针对第二种类型开展分析研究, 这里仅介绍 BCS 理论的发展研究动态及相关技术。BCS 应用中普遍存在以下几个发展和研究方向: (1) 如何实现图像的合理分块; (2) 如何将二维子图像块像素矩阵生成一维块向量; (3) 如何设置合理的块采样率; (4) 如何进行分块重构; (5) 如何消除块效应。根据以上研究方向, 具体从以下三个方面进行展开介绍。

(1) 分块测量方案

文献[1]中提出了一种最基本的分块测量方式, 即将 N 维原始图像信号 (\mathbf{x}) 分为 T 个相同尺寸 ($B \times B$) 的 n 维子图像块 ($\mathbf{x}_i, i=1, \dots, T$), 然后通过相同的块测量矩阵 $\Phi_B \in R^{m \times n}$ 进行测量, 其中 m 表示块测量值 ($\mathbf{y}_i, i=1, \dots, T$) 的维度。以上分块测量方案是最常见的一种方案, 但该分块测量方案未考虑图像块本身的固有特性 (包括纹理、信息量等显著性特征), 不利于图像分块测量的优势体现。文献[76]提出以局部方差最小化为优化目标的多层次分块自适应压缩感知算法, 该方法将原先固定维度的分块方式变成自适应维度下的 BCS; 文献[77]提出将图像的分块信息熵用于标识不同类型图像块, 进行分类字典训练重构图像; 杨爱萍在文献[79]中采用局部块方差为图像的自适应采样率提供依据, 并根据不同块采样率的要求, 设计一种基于 OSTM 矩阵的快速测量矩阵生成方式; 文献[80]提出了基于视觉显著性的分块自适应压缩感知算法, 采样阶段每个子块的采样率依据显著信息自适应的变化, 重建阶段根据不同图像显著信息的差异自适应地滤波。以上这些都以图像本身的特征分别进行自适应分类、自适应分块、自适应采样以及自适应滤波, 故图像的显著性特征的选择对于分块测量方案至关重要。图像显著性特征是基于视觉显著性基础研究上的, 因而有必要将图像的显著性引入分块压缩感知改进算法自适应依据标准。文献[81]指出基于图像低层特征、自底向上的显著性模型主要分为两类, 包括面向计算方法和生物启发式方法。Harel 应用 IT 方法构建了包含融合纹理、颜色和边缘信息的综合特征图^[82], 最终通过归一化方法实现计算出相应的显著性区域。Hu 等人利用 Itti 模型, 提出了一种使用加权特征图的显著区域检测算法^[83], 该算法的主要思想是通过计算每类特征显

著图的综合显著性指标在最终显著图的贡献比实现显著区域检测。局部对比度下显著区域检测方法通过计算图像子区域同其周边小的局部邻域的对比度来评价该图像子区域的显著性程度。Ma 等人提出的一种显著性检测方法是通过模拟视觉感知的流程实现^[84], 最终通过局部像素对比度并结合模糊增长方式来检定图像显著性区域, 本方法将图像的显著性分为三个层次, 即关注点、关注单元和关注区域。文献[85]提出了一种使用最大对称环检测显著性; 文献[85]提出利用图论排序和全局-局部显著性模型进行多尺度突出目标检测; 文献[87]提出了凸包方法结合高斯混合模型进行凸目标检测; 文献[88]通过融合估计的前景线索来检测多个突出的目标。

(2) 分块重构算法

图像分块会破坏原先的完整的图像结构, 分块重构的难点在于既要恢复图像原有的纹理信息又不能引入块纹理噪声。文献[89]设计一种基于粒子群优化的分块压缩感知影像融合算法, 该算法以粒子群优化算法确定的最优融合权值系数, 并通过正交匹配追踪算法进行影像重构并消除分块效应, 得到了较好的效果; 文献[90]提出了一种依据分块图像频率特征加权测量矩阵的分块压缩感知算法; 文献[91]提出了基于误差分析的分块重构算法来减少重构误差。

(3) 块效应消除

针对图像分块重构后会产生块效应, 特别是在低采样率下, 这种块效应愈加明显。常用的去块效应方法主要有两种: 一种基于图像增强技术的方法; 一种是基于图像恢复的方法。其中图像增强的方法典型例子就是对图像进行块边缘滤波, 文献[92]提出了一种新的基于马尔可夫随机场最大后验估计(Markov Random Field-Maximum Posterior Estimation, MRF-MAP)的块效应消除算法, 通过线性回归给出了 MRF 算法中的 Huber 函数阈值的数学公式, 该公式所得阈值实现了保护图像边缘和提高图像质量之间有较好的折中; 罗雄科在文献[93]中以块间关系作为滤波处理的分类依据, 通过对相邻模块多个像素点的值进行计算, 提炼出 5 种块间关系, 并根据它们对图像质量影响程度的不同而采取强滤波、弱滤波或者不滤波等方法进行处理, 最终实现块效应的削弱; 文献[94]提出了基于图像边缘的点扩散函数(Point Spread Function, PSF), 并且设计了基于像素的方向性和边缘灰度级相结合的选择过程, 该算法可有效地消除低码率图像中的块效应, 同时对图像中的边缘细节还具有一定的恢复作用。

虽然 BCS 技术的发展解决了压缩感知算法的维度灾难问题, 具有所需运算存储空间小, 复杂度低以及实时性好等优点, 但依然存在以下需要解决的问题和难点。

(1) 常规的二维图像本身具有包括纹理、信息熵、能量等多种先验信息, 而传统 BCS 在观测和重构图像过程中均未利用图像的以上先验信息, 其次已有的 BCS 观测环节的改进方案多关注图像分块后的自适应采样率的优化问题, 少有相关研究关注利用图像的先验信息来优化 BCS 的分块方案, 从优化基础分块角度降低 BCS 算法的源图像块的平均信息量, 特别是结合图像纹理显著性来优化 BCS 的分块方案以及分析不同形状和大小分块方案对 BCS 算法的性能影

响。

(2) 传统的 BCS 算法对每个子图像块采用固定均一采样率，不利于含有多种结构特征的图像重构，不能做到合理地为不同结构的子图像块分配合适的采样率，进而导致简单稀疏块的过采样，而复杂结构块的欠采样。现有 BCS 算法中的自适应采样率优化方案多采用单一特征来为自适应采样率提供的依据，这种方式一定程度上改善子图像块均一采样率的缺点，但存在对子图像块信息量评价不全面的问题。因此如何构建一种能准确评估子图像块信息量的合成特征用于提供自适应采样率的分配依据是目前该方向上的一个研究热点。

(3) 传统 BCS 算法中的子图像块生成一维待观测原始信号过程中未考虑图像的二维结构信息，导致 BCS 算法的观测数据丢失图像二维结构信息。因此如何在 BCS 观测环节生成保留图像二维结构信息的观测信号是 BCS 算法研究中的一个难点问题。

(4) 传统的 BCS 算法都是基于无噪声背景环境进行的重构算法构建与优化，未能考虑实际噪声背景下的重构算法优化。因而增加噪声因素考虑下的重构算法优化设计是目前 BCS 重构算法的一个研究热点，其难点在于如何提升重构算法本身的去噪能力，同时平衡重构算法的精度和效率问题。

(5) 传统的 BCS 算法未能考虑不同图像间及同一图像的不同区域间的结构差异性，如自然图像具有较多的纹理和边缘细节、SAR 图像则含有大量的点线目标以及斑点噪声，因而其算法的普适性和鲁棒性不强。

(6) 传统 BCS 算法的滤波环节大多对整个图像或者子图像块进行，较少有单独考虑块拼接处的滤波问题来减少合成图像块效应的研究。

正由于 BCS 以上问题的存在促进了 BCS 改进算法的出现，目前改进 BCS 算法的方案主要都是集中于基于自适应算法，即自适应分块压缩感知技术(Adaptive Block Compressed Sensing, ABCS)。ABCS 的具体研究内容包括自适应分块算法、自适应测量算法以及自适应重构算法等几个方面。

1.3 基于分块压缩感知的重构图像质量评价

基于分块压缩感知算法的图像压缩重构方法的主要目的是从低维度的测量值高概率地重建高维度原始图像信号。因而，可以用重构图像的质量评价来评估其算法的性能，主要包括主观评价标准和客观评价标准。

本文所述主观评价标准主要从人们对于图像的视觉感知模型出发，选择以下几点考虑：

(1) 轮廓是否清晰。一般质量较好的重构图像应该具有清晰的轮廓，因而重构算法的优劣可以以图像重构结果的边缘轮廓是否清晰来判定。

(2) 细节是否丰富。图像的重构的主要目标是从欠采样的测量数据恢复丢失的细节信息。

因而，细节信息的恢复能力是压缩感知稀疏重构的一个重要评价标准。

(3)人工痕迹是否存在。目前已有的图像重构算法普遍认可的人工痕迹主要包括两个方面：

a) 块效应人工痕迹。块效应的出现主要是由许多图像重构算法是基于分块测量基础的，在分块重构时，块与块之间会形成块状人工痕迹。随着图像块内容不同，块效应也表现出不同形式，常见有以下两种：出现在图像的强边缘处的梯形块效应，该块效应是由于强边缘的高频信息没能在重构中完整恢复，进而引起不连续性的强边缘；出现于平坦区域的格形块效应，该块效应主要是由于平坦区域亮度变化小，量化取整时的取舍会导致部分系数超过量化判决阈值，从而引起边界区域的亮度突变，该亮度突变反映于视觉效果上就体现出片状轮廓。

b) 重影人工痕迹。由于图像的优化重构过程中的错误估计引入了一些非正常的纹理信息，导致一些本应当是平顺的图像区域有了一些边缘重影。

为了评价图像重构算法的客观性和公正性，客观评价标准建立在数学模型基础上，本文所述常用的重构图像质量客观评价方法选取了以下 5 个典型标准：峰值信噪比（*Peak Signal to Noise Rate, PSNR*）、结构相似度（*Structural Similarity, SSIM*）、梯度相似性偏差（*Gradient Magnitude Similarity Deviation, GMSD*）、边缘检测法块效应指数（*Edge Block Artifact Index, EBAI*）以及计算时间（*Computing Time, CT*）。

前 4 个评价指标的具体定义如下：

$$PSNR = 20 \times \log_{10} \left(\frac{255}{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x(i) - x^*(i))^2}} \right) \quad (1.1)$$

式(1.1)中， $x(i)$ 和 $x^*(i)$ 分别表示原始图像 I 和重构图像 I^* 中第 i 个像素点的像素值； N 表示图像所包含的像素数量。 $PSNR$ 表征重建图像与原图像之间的像素幅值信噪比，其值越大，损失越小，性能越好。

$$SSIM = \frac{(2\mu_x\mu_{x^*} + c_1)(2\sigma_{xx^*} + c_2)}{(\mu_x^2 + \mu_{x^*}^2 + c_1)(\sigma_x^2 + \sigma_{x^*}^2 + c_2)} \quad (1.2)$$

式(1.2)中， μ 和 σ 分别表示均值和标准差； c_1 和 c_2 为调和系数，其值分别为 $c_1 = (0.01N_h)^2$ 和 $c_2 = (0.03N_h)^2$ ，其中 N_h 为图像的灰度等级。 $SSIM$ 表征重建图像与原图像的结构相似性，其值越大，相似度越大，性能越好。

$$GMSD = std \left(\left\{ GMS(i) \right\}_{i=1}^N \right) = std \left(\left\{ \frac{2g_{x(i)}g_{x^*(i)} + c_3}{g_{x(i)}^2 + g_{x^*(i)}^2 + c_3} \right\}_{i=1}^N \right) \quad (1.3)$$

式(1.3)中， $std(*)$ 和 $GMS(*)$ 分别是标准差函数和梯度相似函数； $g_{x(i)}$ 和 $g_{x^*(i)}$ 分别表示像素点

$x(i)$ 和 $x^*(i)$ 通过 Prewitt 算子计算得到的梯度值; c_3 为校正系数。 $GMSD$ 表征重建图像与原图像的梯度相似性偏差量, 其值越大, 偏差量越大, 性能越差。

$$EBAI = \log_2 \left(\frac{\Gamma(\varepsilon^*) - \Gamma(\varepsilon) + \Gamma(|\varepsilon^* - \varepsilon|)}{2} \right) \quad (1.4)$$

$$\varepsilon^* = \text{edge}(I^*), \varepsilon = \text{edge}(I)$$

式(1.4)中, $EBAI$ 的定义采用边缘检测法定义, $\text{edge}(\cdot)$ 和 $\Gamma(\cdot)$ 分别表示边缘检测函数和求和函数。 $EBAI$ 表征重构图像的块效应严重程度, 数值越大表示重构图像的块效应越明显。

1.4 论文主要创新及内容安排

本课题受国家重点研发计划(2018YFB2003304)和国家自然科学基金项目(No. 61471191、No.61871218)的支持, 针对显著性引导下的分块压缩感知技术中的自适应测量方式和重构方法进行研究, 整个论文的主要创新如下所示: (一) 研究了图像自适应分块压缩感知方法中分块策略和测量方案两个关键环节的优化问题, 提出了基于任务匹配多特征显著性的图像自适应分块测量方案, 包括加权均熵最小化的自适应形态分块方法、基于方向纹理特征的块向量匹配生成方法和基于合成特征的自适应测量方法, 该方案有效地提升了分块压缩感知算法的性能指标。

(二) 研究了基于 L_p 范数最小化 FOCUSS 重构算法的约束参数优化问题, 提出了构造含扰动因子的非奇异收敛权值矩阵和降维权值矩阵两种方案解决无噪 FOCUSS 算法权值矩阵奇异而无法迭代计算问题; 提出了一种基于卡方分布的改进型 L-曲线法确定拉格朗日乘子, 采用目标信噪比和噪声先验信息约束阈值区间, 实现含噪 FOCUSS 算法效率和性能的提升。(三) 研究了误差最小化约束下图像分块重构算法的重构稀疏度优化降噪问题, 设计了两种基于赤池信息准则和贝叶斯信息准则的重构误差计算模型, 建立了噪声背景下的重构稀疏度与重构误差的关联模型, 结合正交匹配算法提出了一种基于最佳重构稀疏度的图像分块降噪重构算法, 一方面提高了含噪图像重构的降噪能力, 另一方面也为 L_0 范数重构算法提供了新的迭代停止条件。

(四) 研究了自适应分块压缩感知在图像编解码算法中的应用, 提出了一种融合自适应分块压缩感知思想的图像压缩算法 JPEG-ABCS; 以自适应分块观测代替二维 DCT 和 DWT; 以最小误差重构代替 IDCT 和 IDWT; 码率控制中增加平均采样率和量化系数两个可控因子; 最终实现减少量化数据维度、降低算法复杂度、提升重构图像的质量以及重构过程的抗干扰能力。

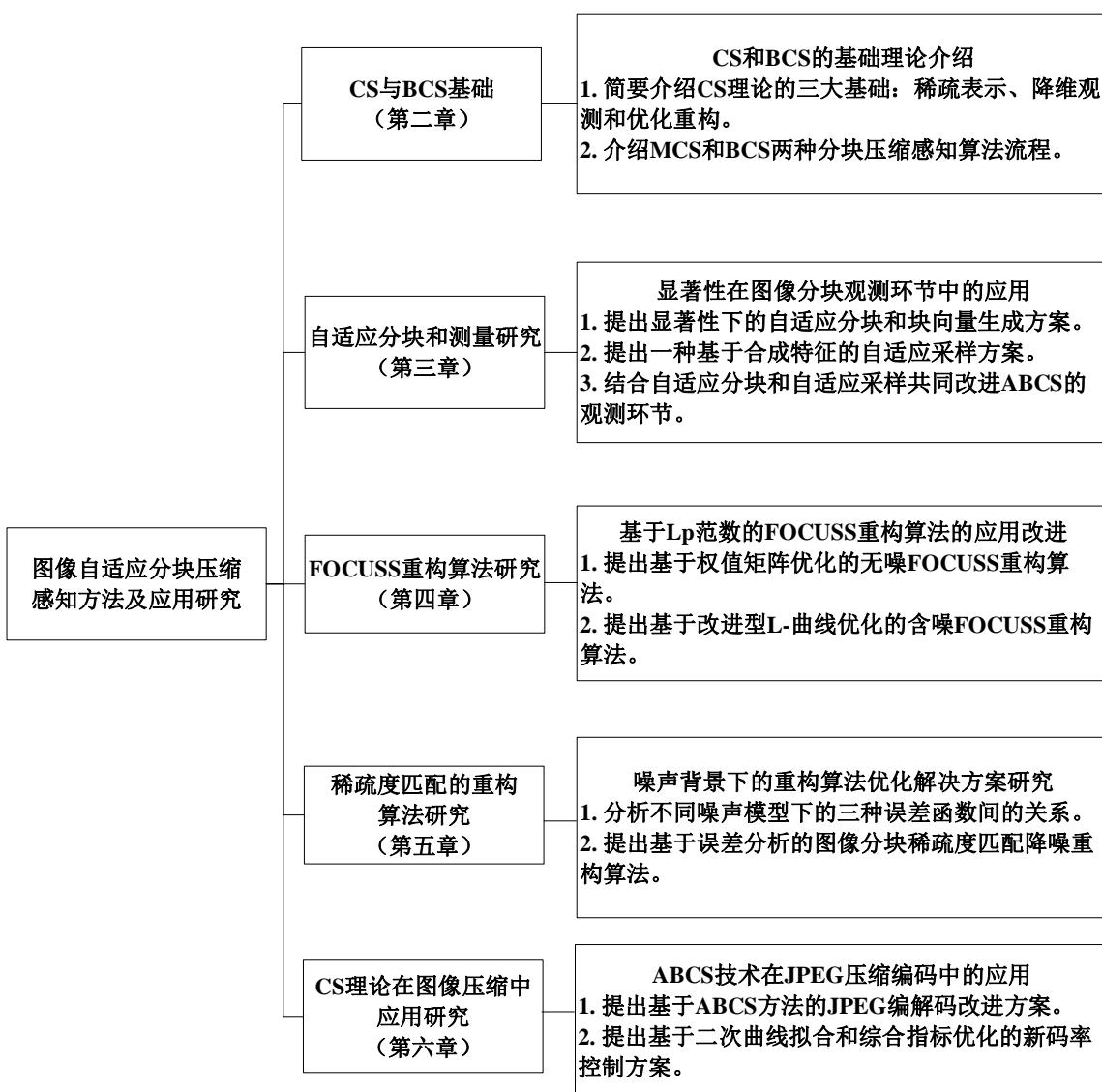


图 1.2 论文研究内容框架

本论文研究内容主要从块测量矩阵设计、重构算法优化、CS 理论在图像压缩中的应用研究这三个大的方向展开，如图 1.2 所示为本论文的具体内容框架。在具体的论文结构安排上，本论文分为七章：

第一章：说明和介绍本课题的研究背景和意义。论述了压缩感知理论和分块压缩理论在各个方向上的研究情况，按照 CS 技术的三大组成元素，具体论述了这三部分的研究内容和最新动态；按照 BCS 技术的研究方向，从分块测量方案、分块重构算法优化以及块效应消除三个方面进行研究动态的概述，提出了 BCS 算法的存在问题和难点，并就以上问题和难点提出本文可开展研究的方向。最后简要叙述了本论文的主体架构及各个章节的主要研究内容。

第二章：概要说明 CS 基础理论及分块压缩感知的两种模型算法，为后文展开研究的提供理论支撑。从三元素角度出发，论述了压缩感知理论中的稀疏表示数学模型、两类典型测量矩

阵的相关设计理论及特别是确定性测量矩阵的构造、重构优化算法的具体划分和优化方案；介绍了分块压缩感知算法包含小波域和空间域两种分块方式，并给出 MCS 和 BCS 两种算法的流程。

第三章：从块测量矩阵设计的角度，研究了分块压缩感知模型下的重构性能提升的方法。针对 BCS 算法中的分块方式和块向量生成研究不足，分别提出基于加权均熵最小化的自适应分块方式和基于方向纹理特征的块向量生成方式；分析不同单特征自适应采样率设定依据不佳的基础上，提出了基于合成特征的自适应采样率设置方式，并应用于确定性测量矩阵的构造中来改善信号重构的质量。最后通过仿真实验验证以上所提改进方案的合理性，特别是将以上方法两者（自适应分块和自适应测量）相结合能产生更好的综合效应。

第四章：从不同范数重构的优缺点出发，聚焦于综合性能较优的基于 l_p 范数的 FOCUSS 算法分析。利用加权最小二乘算法推导了无噪声背景下的 FOCUSS 迭代公式，并针对权值矩阵奇异情况下分别提出两种改进方案，扩大 FOCUSS 迭代算法的适用范围。利用贝叶斯后验概率分析框架推导了含噪声背景下的 FOCUSS 迭代公式，提出了基于改进型 L-曲线法的含噪 FOCUSS 迭代算法，具体为采用基于目标驱动和先验信息约束的 L-曲线方式，利用卡方分布置信区间设置拉格朗日乘子 λ 的阈值范围，达到缩小阈值区间和减少迭代次数的目标。最后，通过仿真实验验证以上两种所提算法的有效性和普适性。

第五章：从重构误差模型出发，研究噪声背景下重构稀疏度 v 对重构误差的影响。首先分析了不同噪声的产生原因以及其对信号重构的影响，进而将不同类型的噪声统一为测量值维度上的等效测量噪声，进而建立联合噪声分析模型。使用 l_2 范数定义了三种误差函数，并通过感知矩阵 Ω 满足 RIP 准则分析三者之间的关系，确定观测数据误差函数为优化目标函数。基于偏差-方差均衡问题的分析基础上求解最佳重构度数值，具体根据 AIC 准则和 BIC 准则推导出最佳重构稀疏度的显式计算公式。最后将以上理论分析结论应用于 BOMP 重构算法中，并以仿真实验验证该算法改进的合理性和有效性。

第六章：探讨了 CS 理论在图像压缩中的实际应用，分别针对 JPEG 和 JPEG2000 两种具体图像压缩格式中存有的不足之处（图像心理视觉冗余和像素间相关冗余考虑不足），提出了基于 ABCS 技术的 JPEG 类图像编解码改进方案。改进方案将 JPEG 的固定形态分割转变为定维度下的可变形态分块方式，将离散余弦变换（Discrete Cosine Transform, DCT）和离散小波变换（Discrete Wavelet Transform, DWT）转变为降维自适应采样方式，该方式减少量化信号的维度，将平均采样率作为码率控制因子引入图像压缩过程，提升了压缩算法的压缩比，最后将误差分析引入图像的输出重构环节，提高了重构算法的抗干扰性能。本章最后通过多种算法对比仿真实验验证本文所提改进型算法 JPEG-ABCS 对图像压缩性能的提升以及对重构图像质量的改善。

第七章：总结了本论文的主要工作内容及成果，提出论文研究可继续深入部分。

第二章 CS 与 BCS 基础

2.1 引言

传统的奈奎斯特采样定理指出，信号的采集频率必须是其最高频率的两倍以上，才能保证原始信号可以完全由采样值重建出来，而压缩感知理论突破了奈奎斯特采样定理在信号采集中传统局限性，其可以实现从低维测量中重构出高维稀疏信号或可压缩信号。作为奈奎斯特采样定理的一种替代方法，CS 理论正在被广泛的研究，尤其是在当前的图像处理领域。

当前对 CS 的研究主要关注 CS 理论的三大块：稀疏表示、压缩测量和优化重构。稀疏表示的主要研究热点是如何构造正交系统的稀疏字典和用于次优近似的超完备字典。测量矩阵的构造主要包括通用随机测量矩阵和改进的确定性测量矩阵。重建算法的研究主要集中在次优解问题和基于自学习的训练算法。此外，由于 CS 应用领域的不断拓展和加深，很多高清和大尺寸图像的处理进入 CS 图像处理范畴，这时就需要将 CS 算法进行改造，一方面提升算法的处理速度，另一方面也为数据的分布式处理奠定基础，即产生分块压缩感知技术（BCS），BCS 算法相对于 CS 算法的突出问题就需要解决如何分块和如何采样做到合理。因而本章的重点是详细分析 CS 基础理论和 BCS 中的优化问题，相关结论可为后续章节提供理论支撑。

本章以规范的 CS 数学表述模型为基础，概述了 CS 理论的组成、具体分析了 CS 三元素、引出了 BCS 模型及分析了存在的问题。本章架构如下，第 2.2 节主要讲解了信号的稀疏表示和 CS 数学模型；第 2.3 节主要介绍 CS 理论中测量矩阵的设计；第 2.4 节介绍了两类 CS 重构算法的基本思想；第 2.5 节介绍了两种分块压缩感知算法流程；最后，第 2.6 节总结了本章的内容。

2.2 范数基础和 CS 模型基础

2.2.1 范数概述

本文中所述的图像原始信号 \mathbf{x} 定义为欧式空间 R^N 中的 N 维向量或矩阵。本文中定义矢量的 l_p 范数如下式所示

$$\|\mathbf{x}\|_p = \left(\sum_{i=1}^N |x_i|^p \right)^{\frac{1}{p}}, \quad p \in [1, \infty) \quad (2.1)$$

上式 (2.1) 定义中有 $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_N]^T \in R^N$, $p \geq 1$ 。由上式可知，如常用的 l_∞ 范数可等效为

$\|\mathbf{x}\|_\infty = \max_{i=1,2,\dots,N} |x_i|$ 。本文将以上矢量的 l_p 范数定义范围扩展至 $p \geq 0$ ，此时对于 $0 < p < 1$ 情况，仍

然可以采用式 (2.1) 进行计算；而对于 $p = 0$ 情况下的非标准 l_0 范数计算式取为 $\|\mathbf{x}\|_0 = |\text{supp}(\mathbf{x})|$ 。

这里的 $\text{supp}(\mathbf{x}) = \{K | x_i \neq 0, i = 1, \dots, K\}$ 即为信号 \mathbf{x} 的支撑，而 $|\text{supp}(\mathbf{x})|$ 即为信号 \mathbf{x} 的支撑集中所含非零元的个数。此外，分析矢量的非标准 l_0 范数计算式，其数值可由式（2.1）定义的计算式加权计算极限值给出，即：

$$|\text{supp}(\mathbf{x})| = \lim_{p \rightarrow 0} \left(\sum_{i=1}^N |x_i|^p \right) \quad (2.2)$$

p 值不同导致 l_p 范数具有很大差异。下面举一个 R^2 空间上的简单例子说明以上这点，定义在二维欧式空间 R^2 上的单位圆信号 ($\|\mathbf{x}\|_p = 1$)，其在不同的 4 种范数约束条件的结果如图 2.1 所示，即不同条件呈现出了不同的特点。

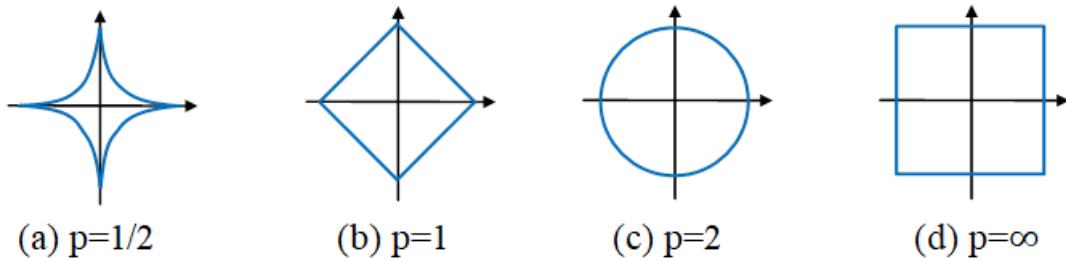
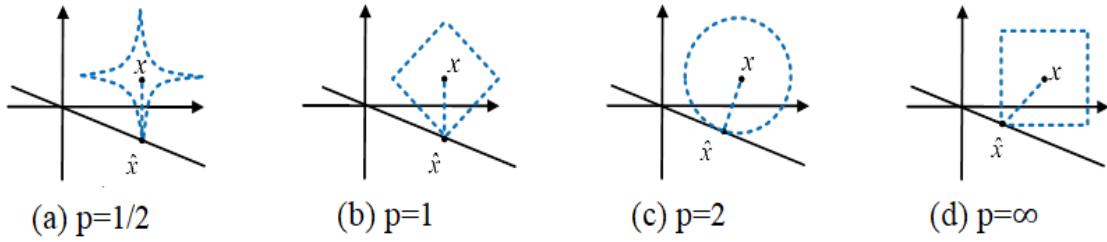


图 2.1 R^2 空间上的多种 l_p 范数球

范数常用于表征信号相似度差异的尺度工具。假设在二维欧式空间 R^2 上存在一个点 \mathbf{x} ，求解一个位于一维仿射空间 B 内的点 $\hat{\mathbf{x}}$ 来逼近它。以两点之间的 l_p 范数差异作为约束条件，则有此时可将以上问题描述为数学形式：求解一个极值点 $\hat{\mathbf{x}} \in B$ ，满足条件 $\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\mathbf{x}^*} \left\{ \|\mathbf{x} - \mathbf{x}^*\|_p \right\}$ 。求解以上优化问题，会发现 p 的取值不同导致产生了巨大差异的逼近结果，结果展示为图 2.2 所示。逼近过程可以以 \mathbf{x} 为中心，以 l_p 范数球为半径，缓慢增大半径直至范数球与一维仿射空间 B 相交于一点 $\hat{\mathbf{x}}$ 为止，此时 $\hat{\mathbf{x}}$ 即为一维仿射空间 B 内的在 l_p 范数约束下离 \mathbf{x} 最近的点。进一步分析图 2.2 所示的结果，得到如下结论： $p < 1$ 时， l_p 范数球内凸导致相交点 $\hat{\mathbf{x}}$ 只能位于以 \mathbf{x} 为原点新坐标系的两轴上，解向量满足稀疏特性；而当 $p > 1$ 时， l_p 范数球外凸使得相交点 $\hat{\mathbf{x}}$ 不可能位于以 \mathbf{x} 为原点新坐标系的两轴上，解向量不满足稀疏条件；而 $p=1$ 时，属于临界状态，其解向量也表现为稀疏特性。再有将应用环境由 R^2 空间推广至 R^N 空间中，以上结论依然成立，且有该结论是 CS 理论分析的关键基础。

图 2.2 R^2 空间上 l_p 范数最佳逼近示意图

2.2. 2 CS 数学模型

定义 R^N 空间上的一个子集 $\{\psi_i\}_{i=1}^N$ ，若子集 $\{\psi_i\}_{i=1}^N$ 中的各个向量满足相互独立且线性无关，即为线性无关组。则称该子集 $\{\psi_i\}_{i=1}^N$ 为 R^N 空间的基。同时可以定义矩阵 $\Psi = [\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_N] \in R^{N \times N}$ 为基矩阵（也称稀疏矩阵），此时显然存在以下结论，即 R^N 空间内的任一向量 $x \in R^{N \times 1}$ ，可由基矩阵与一个 N 维系数向量的乘积来表示，即：

$$x = \Psi s \quad (2.3)$$

上式 (2.3) 中，稀疏表示系数 $s = [s_1, s_2, \dots, s_N] \in R^{N \times 1}$ 。取对应基矩阵为CS中应用最广泛的规范正交基，此时有：

$$\langle \psi_i, \psi_j \rangle = \begin{cases} 0 & , i \neq j \\ 1 & , i=j \end{cases} \quad (2.4)$$

而以上内积形式可用于表达稀疏表示系数 $s = [s_1, s_2, \dots, s_N] \in R^{N \times 1}$ ，即： $s_n = \langle \psi_n, x \rangle$ 。特别地，若稀疏表示系数 s 中含有不超过 K 个非零元素，即满足 $|\text{supp}(s)| \leq K$ ，此时则称向量 x 为基矩阵 Ψ 下的 K 稀疏向量。

在实际信号处理中，信号其本身常常表现为非稀疏特性，但在某些变化域上却是稀疏或者近似稀疏，并称该信号为可压缩信号。假定 $|s|_{(i)}$ 为 s 中第 i 个最大模值元素，即有

$|s|_{(N)} \leq |s|_{(N-1)} \leq \dots \leq |s|_{(1)}$ 。那么可以推导出 s 的可压缩性条件为

$$|s|_{(n)} \leq C_r n^{-r} \quad (2.5)$$

上式 (2.5) 中 $r > 1$ ， C_r 为一个与 r 相关的常数。 s 的可压缩性条件表示 s 中含有大量的近“0”元素，而大元素较少。可通过 $\{|s|_{(i)}\}_{i=1}^N$ 中的前 K 个系数与稀疏矩阵中的对应向量相乘求和生成 x_K 来逼近 x ，则在 l_p 范数下的逼近误差为：

$$e_K(x)_p = \min_{\hat{x} \in \Sigma_K} \|x - \hat{x}\|_p = \|x - x_K\|_p \quad (2.6)$$

上式 (2.6) 中的 Σ_K 代表 $R^{N \times 1}$ 维子空间内所有 K 稀疏信号的集合。则对于原始信号 x 满足可压缩条件，则存在仅与 C_r 和 r 有关的常数 C_q 和 $q > 1$ ，使得下式成立

$$e_K(x)_2 \leq C_q K^{-q} \quad (2.7)$$

上式可知在 l_p 范数约束下，逼近误差随着 K 增大呈指数衰减的趋势。

CS理论就是建立在上述稀疏表示基础上的，CS理论指出可通过一个随机观测过程获取 $M(K < M < N)$ 维观测数据，然后从这 M 维观测数据中高概率的重构出原始稀疏矢量 s ，进而恢复出原始信号 x 。下式表示了CS中的随机观测过程

$$y = \Phi x = \Phi \Psi s = \Omega s \quad (2.8)$$

式 (2.8) 中， $y \in R^{M \times 1}$ 为 M 维观测信号， $\Phi \in R^{M \times N}$ 为 $M \times N$ 维随机测量矩阵， $\Omega = \Phi \Psi$ 为 $M \times N$ 感知矩阵。式 (2.8) 描述了压缩感知中的经典数学模型，而压缩感知中的压缩观测过程如图 2.3 所示。

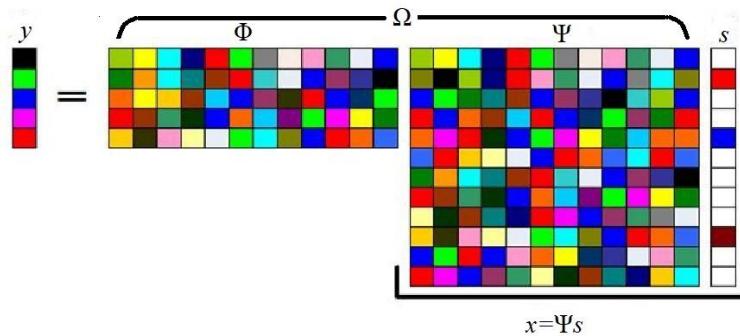


图 2.3 CS 压缩观测示意图

2.3 测量矩阵设计

2.3.1 RIP 与非相干特性

上节分析的稀疏特性保证了式 (2.8) 中的逆向问题有唯一解，本节接着利用核空间性质 (*Null Space Property, NSP*) 来定义式 (2.8) 有唯一解的充要条件。定义式子 $\ker(\Omega) = \{s \in R^N | \Omega s = 0\}$ 为感知矩阵 Ω 的核空间，取索引集 $\Lambda \subset \{1, 2, \dots, N\}$ 和向量 $v \in R^N$ ，定义 v_Λ 为一个新向量，其由向量 v 中处于索引集 Λ 中所有元素线性组合构成。 Λ^c 表示为 Λ 的补集，且 $\|\Lambda\|_0 = K$ ，若有对于任意属于感知矩阵 Ω 的核空间的向量即 $v \in \ker(\Omega)$ 满足下式

$$\|v_\Lambda\|_1 < \|v_{\Lambda^c}\|_1 \quad (2.9)$$

则称感知矩阵 Ω 满足 K 阶 NSP 条件。此条件是保证式 (2.8) 中的逆向欠定问题有唯一解的有效方式。

由于 NSP 条件提供的唯一解验证条件难以在实际的工程中用计算机快速检验。接着学者们

又研究其他简便易于计算操作的替代条件来实现快速检验，即产生了约束等距性质（Restricted Isometry Property, RIP）。RIP条件主要用于判断测量矩阵 Φ 和稀疏矩阵 Ψ 间的非相干特性，由于稀疏矩阵 Ψ 本身具有正交特性，所以以上条件即等价于感知矩阵 Ω 列向量间的互相关特性验证。RIP条件的数学描述如下

$$(1 - \delta_K) \|s\|_2^2 \leq \|\Omega s\|_2^2 \leq (1 + \delta_K) \|s\|_2^2 \quad (2.10)$$

上式 (2.10) 中 δ_K 为一个微小正数，且满足 $\delta_K < 1$ 。若有式 (2.10) 成立，即可称 Ω 满足 K 阶约束等距准则。RIP条件满足情况下，表明 s 不属于 Ω 的零空间内，否则重构算法不能实现从低维观测数据中有效重构数据 s 。

若感知矩阵 Ω 中的任意 K 个列向量均满足近似的正交特性，则此时等同于满足 RIP 条件。总而言之，若独立同分布的测量矩阵或者感知矩阵符合如下式所述条件

$$M \geq CK \log\left(\frac{N}{K}\right) \quad (2.11)$$

则称感知矩阵 Ω 以概率1满足约束等距条件，式中 C 为确定常数。

RIP条件的另一种等价替代条件可用测量矩阵 Φ 与稀疏矩阵 Ψ 间的非相干特性来描述。即可用测量矩阵 Φ 的第 i 个行向量 ϕ_i^T 和稀疏矩阵 Ψ 的第 j 个列向量 ψ_j 的归一化相关系数绝对值的最大值来定义测量矩阵 Φ 与稀疏矩阵 Ψ 间的非相干特性，具体如下式所示

$$\mu(\Omega) = \max \frac{|\langle \phi_i^T, \psi_j \rangle|}{\|\phi_i^T\|_2 \|\psi_j\|_2}, \quad i=1,2,\dots,M; j=1,2,\dots,N \quad (2.12)$$

上式 (2.12) 中， $\mu(\Omega)$ 值越小表明感知矩阵的互相干特性越弱，将有助于信号重构效果。当测量维数满足下式所示关系时

$$M \geq C \mu^2(\Omega) K \log N \quad (2.13)$$

感知矩阵 Ω 以概率1满足RIP条件，式中 C 为常数项。另有，约束等距条件也可用感知矩阵 Ω 内列向量间相关系数来描述。该系数的定义采用感知矩阵 Ω 的列向量完成，具体如下式 (2.14) 所示，即

$$\rho(\Omega) = \max_{p \neq q} \left| \frac{\langle \omega_p, \omega_q \rangle}{\|\omega_p\|_2 \|\omega_q\|_2} \right|, \quad p=1,2,\dots,N; q=1,2,\dots,N \quad (2.14)$$

式中， ω_p 和 ω_q 分别表示 Ω 中的第 p 个和 q 个列向量，同理， $\rho(\Omega)$ 的值越小表明感知矩阵的互相干特性越弱。在CS优化感知矩阵的过程中， $\rho(\Omega)$ 比 $\mu(\Omega)$ 应用得更广泛。基于以上条件下，参考文献[78]还指出，无噪情况下，若测量矩阵与稀疏度满足如下关系

$$K < \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{1}{\rho(\Omega)} \right) \quad (2.15)$$

则此时信号的压缩观测值可以高概率还原原始稀疏信号。

2.3.2 典型测量矩阵构造

上一小节给出了 CS 感知矩阵需满足的必要条件，本节重点介绍用于实际工程中的不同类型感知矩阵设计方法。工程应用中，一般是先确定了参数 N （信源信号维度）和 M （观测值维度），然后构造大概率满足约束等距条件的感知矩阵，常用的测量矩阵分为如下两类。

1. 随机测量矩阵

文献[95]列出了几种常见的满足约束等距准则的随机测量矩阵：如傅立叶矩阵和高斯矩阵等。文献[40]提出并证明了维度为 $M \times N$ 的随机测量矩阵 Φ 的 K 阶约束等距条件。

文献[96]指出，随机测量矩阵的优点具体涵盖以下两方面：其一，测量过程具有遍历性，即每个测量数据样本都包含了待重构信号的部分信息。因而保证了随机测量情况下，可实现极大地压缩测量样本数目；其二，随机矩阵具有同一性。即若 Φ 和 Ψ 分别为随机矩阵和正交基，此时有感知矩阵 $\Omega = \Phi\Psi$ 也必然是一个随机矩阵，同时高概率满足约束等距条件。因此，CS 中设计感知矩阵等价于构造测量矩阵 Φ 。

随机测量矩阵的不足之处在于随机特性带来的高计算复杂度，硬件可实现性差，并且存储空间占用较大，以上不足一定程度上限制了随机测量矩阵的使用范围。

2. 确定性测量矩阵

典型确定性测量矩阵的代表有 Hadmard 矩阵、Chirp 矩阵、Toeplitz 矩阵以及 Chaotic 序列矩阵，该型矩阵都能以高概率满足约束等距准则。硬件可实现性强、存储单元占用少及构造相对容易这些优势是选择确定性测量矩阵的主要考虑因素，但是其存在的缺点也很明显——多样性下降导致的重构精度不足。

现以文献[79]的步骤说明一个典型的确定性测量矩阵构造流程（ $M \times N$ 维 Toeplitz 测量矩阵）。

步骤 1：根据 N 的奇偶性确定符号序列 $\eta = (\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_N)$ ，当 N 为奇数 ($N = 2k + 1 \geq 3$) 时，
 $(\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_N) = (\gamma, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_k, \varepsilon_k, \dots, \varepsilon_1)$ ，参数 $(\gamma, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_k) = \{-1, 1\}^{k+1}$ ；当 N 为偶数
($N = 2k \geq 4$) 时，符号序列 $(\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_N) = (\gamma, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_k, \beta, \varepsilon_k, \dots, \varepsilon_1)$ ，参数
 $(\gamma, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_k, \beta) = \{-1, 1\}^{k+1}$ ；

步骤 2：取符号序列的 IFFT 变换结果为 OSTM 测量矩阵的第一行，即 $\phi_1^H = \text{IFFT}(\eta)$ ；

步骤 3：通过循环移位产生剩下的 $N-1$ 行，即 $\phi_i^H = \text{circshift}(\phi_1^H, [0, i-1])$ ，进而得到
 $F_N = [\phi_1^H; \phi_2^H; \dots; \phi_N^H]$ ；

步骤 4：取 $\Phi_N = F_N^H \times \Sigma \times F_N$ ，其中 $\Sigma = \text{diag}[\eta]$ ；

步骤 5：随机选取 Φ_N 的 M 行并进行归一化作为 $M \times N$ 维 OSTM 测量矩阵，即 $\Phi_M = \sqrt{N/M} \Phi_{M^*}$ ，

这里 M^* 表示 Φ_N 中随机选取的 M 行。

上述两类均为非自适应测量矩阵，目前CS感知矩阵优化方向上出现了一个新研究热点——自适应测量矩阵^{[51]-[54]}，该类矩阵的特点是通过学习方式迭代更新测量矩阵。

2.4 压缩感知重构方法

图像压缩感知重构方法是CS研究中最为广泛的领域，它主要研究如何从一个欠采样的低维观测结果恢复出高维的原始信号。从重构算法的本质不同出发，可以将重构算法主要分为两种，一种是基于学习优化方式的重构算法，另一种是基于范数优化方式的重构算法。

2.4.1 基于学习优化的重构算法

基于学习的图像重构算法的主要思想是通过机器学习方式得到训练观测样本集与源图像样本集之间的对应关系，确立准确的感知网络结构，为测试样本恢复提供可行的方案。特别是近些年深度学习技术的兴起，可实现深层非线性网络结构对任意复杂函数的逼近，并通过大数据自主学习，挖掘数据特征，实现多层网络的有效训练。其中Mousavi等人采用堆叠去噪自编码（Stacking Denosing AutoEncoder，SDAE）技术学习压缩感知观测矩阵向量与图像块之间的映射关系；Kulkarni等人搭建了一个卷积神经网络（Rcon Net），进行非迭代的压缩感知图像重构；Yao等人将深度残差重构网络（Deep Residual Reconstruction Network，DR2-Net）应用于压缩感知重构算法进一步提高了图像重构的性能。特别重要的是基于学习方式的重构算法，在低采样率的情况下依然能保持良好的重构效果。

2.4.2 基于范数优化的重构算法

基于范数最小化的重构算法主要有贪婪追踪算法（ l_0 范数）、凸松弛法（ l_1 范数）、非凸最小化算法（ l_p 范数， $p < 1$ ）、迭代阈值算法及混合算法等。按照不同范数优化准则，现将常见的重构算法归纳五类如下图所示。

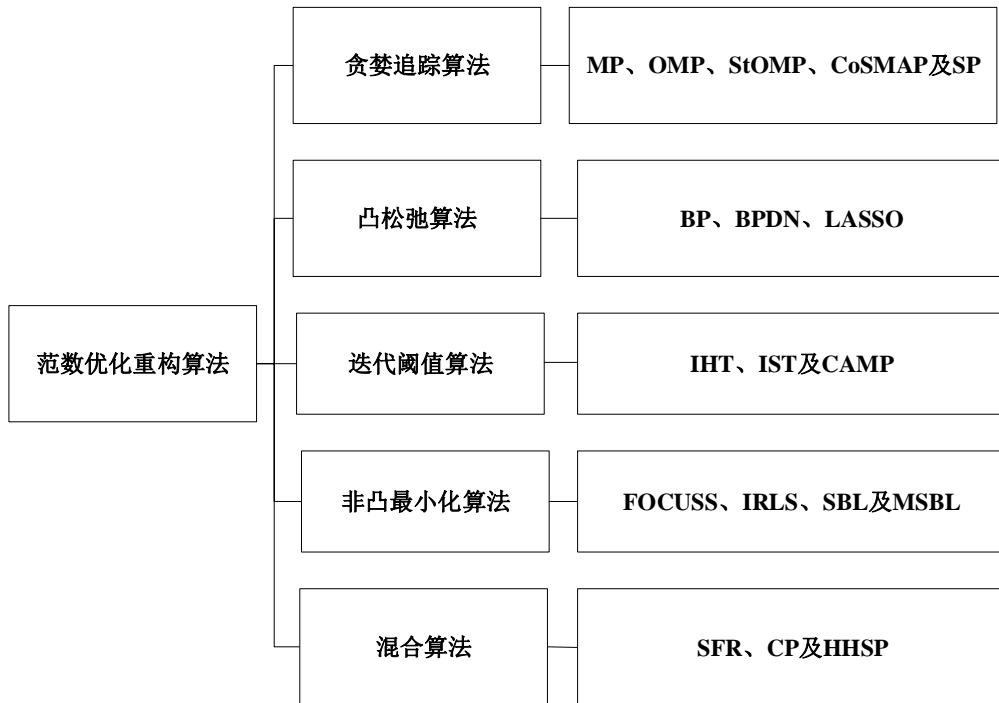


图 2.4 基于范数优化的重构算法及分类

以上这些方法中最经典的就是采用 Least Square (LS) 求逆问题方式求解 $\mathbf{y} = \boldsymbol{\Omega}\mathbf{s}$ ，即

$$\hat{\mathbf{s}} = \arg \min_{\mathbf{s}} \|\mathbf{s}\|_2 \quad s.t. \quad \boldsymbol{\Omega}\mathbf{s} = \mathbf{y} \quad (2.16)$$

上述问题往往通过 $\hat{\mathbf{s}} = \boldsymbol{\Omega}^H (\boldsymbol{\Omega}\boldsymbol{\Omega}^H)^{-1} \mathbf{y}$ 获得一个非常方便的闭式解，但由于该解是基于 l_2 范数最小化下求解的，故其解往往是稀疏的。由式 (2.8) 求解稀疏矢量的过程可转化为一个求解非凸优化的问题，稀疏解向量可按照如下式所示范数优化问题获得

$$\hat{\mathbf{s}} = \arg \min_{\mathbf{s}} \|\mathbf{s}\|_0 \quad s.t. \quad \boldsymbol{\Omega}\mathbf{s} = \mathbf{y} \quad (2.17)$$

考虑实际应用过程，测量过程往往含噪条件下进行的，即使信号 \mathbf{s} 是 K 稀疏的，解集也会变成非稀疏，甚至解集维度达到 M 维。因此，在存有噪声背景干扰条件下，为了获取一个的稳定解，必须对式 (2.17) 进行如下修正，即

$$\hat{\mathbf{s}} = \arg \min_{\mathbf{s}} \|\mathbf{s}\|_0 \quad s.t. \quad \|\boldsymbol{\Omega}\mathbf{s} - \mathbf{y}\|_2 \leq \varepsilon \quad (2.18)$$

上式中， ε 表示为噪声容限。上述范数逼近算法可认为已知噪声容限 ε 的条件下进行的修正，而在另外一些条件下，噪声容限可能未知，仅有稀疏度的设计要求，此时以上范数优化问题应修改为如下式所示

$$\hat{\mathbf{s}} = \arg \min_{\mathbf{s}} \|\boldsymbol{\Omega}\mathbf{s} - \mathbf{y}\|_2 \quad s.t. \quad \|\mathbf{s}\|_0 \leq K \quad (2.19)$$

对于上式所示的带约束条件优化问题，一般可应用数学中的拉格朗日乘子方法将其转化成非约束优化问题来求解，具体如下

$$\hat{s} = \arg \min_s \left\{ \|s\|_0 + \lambda \|\Omega s - y\|_2 \right\} \quad (2.20)$$

式中 λ 为拉格朗日乘子。同时由于 $M < N$, 该优化过程为NP-hard难题, 往往无法精确求解。解决该问题的关键是找到非凸优化函数项 $\|s\|_0$ 的替代项, 即借助线性规划算法找到替代项进而实现求解。文献[1][95]表明, 在满足特定的条件下, 可以用 l_1 范数下的凸优化问题求解方法来替代求解 l_0 范数下的非凸优化问题, 即此时式 (2.17) 可修改为

$$\hat{s} = \arg \min_s \|s\|_1 \quad s.t. \quad \Omega s = y \quad (2.21)$$

式 (2.21) 表述了所谓的BP求解算法。同时相应地, 式 (2.18) 修改为

$$\hat{s} = \arg \min_s \|s\|_1 \quad s.t. \quad \|\Omega s - y\|_2 \leq \varepsilon \quad (2.22)$$

式 (2.22) 也就是噪声下的BPDN求解算法。分析以上两个式子可知, BP和BPDN实际为一个常见的线性规划问题, 目前该问题的求解可以有很多种算法来处理优化。一般情况下, 求解以上问题是将寻优问题等效替换为一个带约束条件的二次规划问题来实施的, 即

$$\hat{s} = \arg \min_s \left\{ \|y - \Omega s\|_2^2 + \lambda \|s\|_1 \right\} \quad (2.23)$$

上式 (2.23) 中的 λ 为平衡重构质量的拉格朗日乘子。

2.5 分块压缩感知基础

CS技术不仅将图像信号采样和压缩过程同步进行, 而且可实现了由极少量观测数据恢复源图像信号, 极大地降低了信号的采样率。但是随着CS技术应用二维或者高维图像重建, 数据量呈现出几何式的增长(维度灾难问题), CS的观测和重建就变得异常复杂, 且不易于实时实现, 因而此种情况促进了快速CS重构算法的诞生和发展, 其中最为重要的就是Gan Lu于2007年在文献[1]中提出分块压缩感知技术, 该方法的提出主要参考了JPEG图像中块离散余弦变换编码思想。

根据执行分块的领域不同, 分块压缩感知总的来说分为两种: 一种是基于小波变换的多尺度压缩感知(Multiscale Compressed Sensing, MCS)框架下的分块压缩感知, 该算法的思想就是先对图像信号进行某种类型的小波变换, 接着对小波域的变换系数进行分块观测, 再者采用重构算法对变换系数进行重建, 最后对重建系数进行逆小波变换得到重构图像信号; 另一类就是基于图像空间域分块的分块压缩感知(Block Compressed Sensing, BCS), 即直接将原图像进行合理分块和降维采样, 然后根据得到的观测值利用重构算法进行块信号重建, 最后拼接图像块得到原图像。下面具体介绍以上两种分块压缩感知模型的典型算法流程。

2.5. 1 MCS 算法

小波域多尺度分块压缩感知以多分辨率分析理论为基础, 将原图信号分解成一系列不同分

分辨率的尺度子空间和小波子空间下的分块系数。以文献[47]中所述方法说明MCS算法流程如下所示：

步骤1：对原图信号 \mathbf{x} 执行 L 层小波变换，得到下式：

$$[\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\alpha}] = \boldsymbol{\Psi}_L \mathbf{x} \quad (2.24)$$

式中， $\boldsymbol{\Psi}_L$ 表示小波变换， $\boldsymbol{\alpha}$ 和 $\boldsymbol{\beta}$ 分别代表小波变换后的高频系数和低频系数；

步骤2：低频系数 $\boldsymbol{\beta}$ 直接传输，将不同尺度的高频系数 $\boldsymbol{\alpha}$ 分成不重叠的 T 个 $B \times B$ 的子系数块

$$\{\boldsymbol{\alpha}_i\}_{i=1}^T;$$

步骤3：用同一块测量矩阵 $\boldsymbol{\Phi}_B$ 对各个高频子系数块进行观测，得到测量值集合 $\{\mathbf{y}_i\}_{i=1}^T$ ：

$$\mathbf{y}_i = \boldsymbol{\Phi}_B \boldsymbol{\alpha}_i \quad , \quad i = 1, 2, \dots, T \quad (2.25)$$

步骤4：对步骤3中所得的测量值用重构算法恢复出各个高频子系数块 $\{\hat{\boldsymbol{\alpha}}_i\}_{i=1}^T$ ，将 $\hat{\boldsymbol{\alpha}}$ 与直接传输

过来得到的 $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ 合并，并对所有系数进行逆小波变换，得到最终的重构图像信号 $\hat{\mathbf{x}}$ 。

$$\hat{\mathbf{x}} = \boldsymbol{\Psi}_L [\hat{\boldsymbol{\beta}}, \hat{\boldsymbol{\alpha}}] = \boldsymbol{\Psi}_L [\hat{\boldsymbol{\beta}}, \hat{\boldsymbol{\alpha}}_1, \hat{\boldsymbol{\alpha}}_2, \dots, \hat{\boldsymbol{\alpha}}_L] \quad (2.26)$$

2.5. 2 BCS 算法

图像空间域的分块压缩感知算法，根据其所用的重构算法不同具有多种类型，以 Sungkwang M 等人提出的基于平滑投影 Landweber 重构为基础的分块压缩感知算法（Smoothed Projected Landweber BCS，SPL-BCS）说明该类算法。

SPL-BCS 算法的测量过程，将图像信号 \mathbf{x} 分成 T 个不重叠的 $B \times B$ 子图像块，对每个子图像块进行同一观测，得到观测向量集合 $\{\mathbf{y}_i = \boldsymbol{\Phi}_B \mathbf{x}_i\}_{i=1}^T$ ；而其重构过程，采用子图像块 Landweber 投影和整图 Wiener 滤波交替迭代操作的方式，一方面能减少算法的运行成本实现快速重构，另一方面也能去除部分块效应噪声。其算法的重构过程如下表 2.1 所示。

表 2.1 SPL-BCS 重构算法

函数：SPL-BCS 重构算法
输入：测量值 \mathbf{y} ，块测量矩阵 $\boldsymbol{\Phi}_B$ ，稀疏矩阵 $\boldsymbol{\Psi}$ ，稀疏度 k

迭代过程：迭代停止条件为 $\|\mathbf{x}^{(j)} - \mathbf{x}^{(j+1)}\| < \varepsilon$ 或 $j > N_{th}$

$$\mathbf{x}^{(0)} = \{\mathbf{x}_i^{(0)}\}_{i=1}^T = \{\boldsymbol{\Phi}_B^T \mathbf{y}_i\}_{i=1}^T;$$

$$\hat{\mathbf{x}}^{(j)} = \text{Wiener}(\mathbf{x}^{(j)});$$

for($i=1:1:T$)

$$\tilde{\mathbf{x}}_i^{(j)} = \hat{\mathbf{x}}_i^{(j)} + \boldsymbol{\Phi}_B^T (\mathbf{y}_i - \boldsymbol{\Phi}_B \hat{\mathbf{x}}_i^{(j)});$$

表 2.1 (续)

函数：SPL-BCS 重构算法

end for

$$\hat{\mathbf{x}}^{(j)} = \Psi \bar{\mathbf{x}}^{(j)};$$

$$\bar{\mathbf{x}}^{(j)} = \text{Threshold}(\hat{\mathbf{x}}^{(j)}, k);$$

$$\bar{\mathbf{x}}^{(j)} = \Psi^{-1} \hat{\mathbf{x}}^{(j)};$$

for($i=1:1:T$)

$$\mathbf{x}_i^{(j+1)} = \bar{\mathbf{x}}_i^{(j)} + \Phi_B^T (y_i - \Phi_B \bar{\mathbf{x}}_i^{(j)});$$

end for

输出： $\hat{\mathbf{x}} = \text{Wiener}(\mathbf{x}^{(j+1)})$

分析 SPL-BCS 算法的流程可知，构成 BCS 的基础，除了 CS 理论中三大块：稀疏表示、压缩测量和优化重构，还包括分块测量方案的设计以及重构图像滤波方式的设计。

2.6 本章小结

本章首先主要针对 CS 基础理论进行了系统的介绍，具体包括稀疏表示、测量矩阵以及重构算法三个方面；其次引出用于解决维度灾难和计算复杂度提升问题的分块压缩感知技术，根据执行分块的领域不同，分别介绍了 MCS 和 BCS 两种分块压缩感知算法流程；以上基础部分为本文后续研究工作开展奠定理论基础。

第三章 基于任务匹配多特征显著性的图像自适应分块测量方案研究

3.1 引言

论文第二章已探讨了 CS 理论的三个关键组成部分，即稀疏表示、压缩测量和优化重构；同时提出了因 CS 维度灾难问题衍生出来 BCS 算法，并分析了传统 BCS 的缺陷。本章主要从分块压缩测量的角度来开展研究，利用图像显著性特征，为图像压缩中 BCS 算法设计合理的分块和测量方案提供依据，提出了一种基于任务匹配多特征融合显著性的图像自适应分块测量方案，改进常规固定分块模式下的自适应测量方案。

本章所述多特征显著性特征主要是以灰度共生矩阵为分析基础；所述分块方案主要考虑分块维度和分块形态两个关键因素，其中重点考虑现有的相关研究很少提及的分块形态；所述分块图像的向量化方案以图像方向纹理特征和二维结构特征为设计依据；而所述自适应测量方案重在保持平均采样率不变情况下，提出了基于合成特征的非单一多采样率设置方式来优化测量矩阵维度。

本章的内容安排如下：第 3.2 节主要介绍显著性模型及指标，第 3.3 节描述了一种自适应分块（Adaptive Blocking, AB）及元素向量化方案的基本思想，第 3.4 节介绍了基于合成特征的非一致自适应采样率设置以及变维度正交对称托普利兹测量矩阵的构造，并最终给出多特征显著性下的自适应分块测量方案。第 3.5 节仿真实验及结果分析中主要通过仿真实验验证以上策略和方案的可行性和改进效果；最后一小节总结了本章内容。

3.2 显著性模型及指标

显著性模型是建立在人眼视觉注意力模型研究基础上的，当前视觉注意力模型主要分为两类：（1）基于数据驱动和特征提取的自下而上快速模型；（2）基于目标驱动和任务匹配的自上而下的慢速模型^{[98][99]}。前者基于自下而上的显著性线索，认为视觉显著性来源于视觉场景中的独特性、不确定性、突然性以及稀有性，可将图像区域间某些特征的对比强度作为依据，通常采用前馈方式实现；而后者基于自上而下的目标线索，注意力机制会根据实时目标的变化进行适应性的选择，且该注意力机制很大程度上受人类大脑初级皮层的控制。由于目前医学对人类高层感知过程的研究还处于初级阶段，故其模型的发展还受限于一定程度。因此，近些年基于显著性线索的自下而上的视觉注意力模型的得到更多地关注和深入研究，该领域以特征提取为基础，并结合显著性表达形成了多种显著性模型。根据显著性评价方法，将显著性分为三类：基于生物学的方法^[100]，基于数学计算的方法^{[101][102]}，以及将两则结合的方法^[82]。本文研究的显著性模型主要是基于纯粹数学计算的方法，该方法是目前研究的一个热点，近些年该方向上有很多有效的显著性模型被提出。

3.2.1 基于数学计算方式的常规显著性模型

基于数学计算方式的常规显著性模型主要有：多特征融合显著性模型、多尺度谱残差显著性模型、多尺度包围盒显著性模型以及纹理粗糙度显著性模型等。

1. 多特征融合显著性模型

张巧荣等在文献[103]提出图像区域像素的视觉显著性可从局部显著性、全局显著性以及稀少性3个方面来计算，再将以上3个特征进行加权整合得到显著图。具体算法流程如下图：

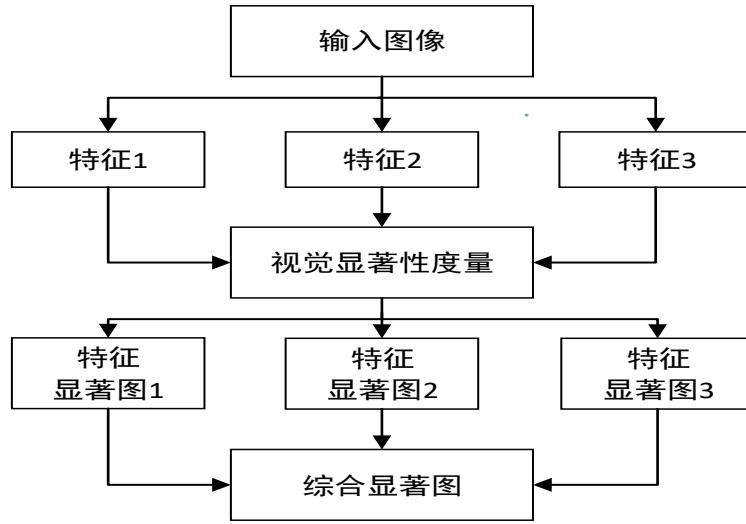


图 3.1 多特征融合显著性模型

图中特征1，2，3分别为局部显著性、全局显著性和稀少性。在该文献中，局部显著性采用基于傅里叶变换的相位谱计算获得，因幅度谱仅包含图像像素特征值大小，而相位谱不仅包含图像结构特征还反映了图像特征值的变换情况，故重构过程仅采用相位谱，具体计算方法如下式所示：

$$\left\{ \begin{array}{l} F(u,v) = \frac{1}{MN} \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N f(x,y) e^{-(\frac{j2\pi ux}{M} + \frac{j2\pi vy}{N})} = |F(u,v)| e^{j\phi(u,v)} \\ |F(u,v)| = [R^2(u,v) + I^2(u,v)]^{1/2} \\ \phi(u,v) = \arctan(\frac{I(u,v)}{R(u,v)}) \\ S_{Local}(x,y) = \frac{1}{MN} \sum_{u=1}^M \sum_{v=1}^N \phi(u,v) e^{(\frac{j2\pi ux}{M} + \frac{j2\pi vy}{N})} \end{array} \right. \quad (3.1)$$

式中， $f(x,y)$ 表示像素点的特征值， MN 表示图像尺寸大小， $|F(u,v)|$ 和 $\phi(u,v)$ 分别表示傅里叶变换后的图像幅度谱和相位谱，而 $S_{Local}(x,y)$ 即为图像各个像素点的局部显著性值。全局显著性考虑整幅图像从像素域来定义，该全局显著性特征值的表达式如下：

$$\begin{cases} S_{Global}(x, y) = e^{\frac{|f(x, y) - f_{avg}(x, y)|}{f_{avg}(x, y)}} \\ f_{avg}(x, y) = \frac{1}{MN} \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N f(x, y) \end{cases} \quad (3.2)$$

式中, $S_{Global}(x, y)$ 即为图像各个像素点的全局显著性值。该文中稀少性主要以像素域的特征直方图来建立, 具体定义如下:

$$S_{Rarity} = \frac{1}{hist(f(x, y))} \quad (3.3)$$

式中, $hist(f(x, y))$ 即为图像的特征直方图, $S_{Rarity}(x, y)$ 即为图像各个像素点的稀少性度量值。

最后根据以上 3 个显著性构成元素对综合显著性的贡献大小以及人眼视觉模型特点设置权重系数, 经融合算法生成各个像素点的综合显著性。

$$S_f = W \left(w_1 S_{Local} + w_2 S_{Global} + w_3 S_{Rarity} \right) \quad (3.4)$$

式中, w_i 表示各个显著性构成因子的权值系数, W 则表示人眼视觉模型的加权系数, 其主要考虑显著点的数量、中心距以及相对位置。

2. 多尺度谱残差显著性模型

张立保等在文献[104]中提出了一种多尺度谱残差显著性模型, 该模型的具体实现方法如下:

步骤1: 对于原始图像 I , 使用高斯金字塔方式得到 L 个不同尺度下的图像 $I_\delta, \delta=1, \dots, L$;

步骤2: 将 $I_\delta(x, y)$ 进行傅里叶变换, 得到 L 个尺度下的图像幅值谱 $A_\delta(u, v)$ 和相位谱 $\phi_\delta(u, v)$:

$$\begin{cases} F_\delta(u, v) = \frac{1}{MN} \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N I_\delta(x, y) e^{-\left(\frac{j2\pi ux}{M} + \frac{j2\pi vy}{N}\right)} = A_\delta(u, v) e^{j\phi_\delta(u, v)} \\ A_\delta(u, v) = [R_\delta^2(u, v) + I_\delta^2(u, v)]^{1/2} \\ \phi_\delta(u, v) = \arctan\left(\frac{I_\delta(u, v)}{R_\delta(u, v)}\right) \end{cases} \quad (3.5)$$

步骤3: 对幅度谱 $A_\delta(u, v)$ 做对数运算, 得到对数幅度谱 $L_\delta(u, v)$:

$$L_\delta(u, v) = \lg[A_\delta(u, v)] \quad (3.6)$$

步骤4: 将对数幅度谱 $L_\delta(u, v)$ 进行均值滤波(5×5 滤波域)得到 $\bar{L}_\delta(u, v)$, 再与对数幅度谱 $L_\delta(u, v)$ 做比较, 分别得到 L 个尺度下的谱残差 $E_\delta(u, v)$:

$$E_\delta(u, v) = L_\delta(u, v) - \bar{L}_\delta(u, v) \quad (3.7)$$

步骤5: 将 $E_\delta(u, v)$ 和 $\phi_\delta(u, v)$ 组合进行傅里叶逆变换得到 $I'_\delta(x, y)$, 并用高斯滤波器 $g(x, y)$ 对其进行滤波处理, 分别得到 L 个尺度下的显著特征图 S_δ :

$$\begin{cases} F'_\delta(u, v) = \exp[E_\delta(u, v) + \phi_\delta(u, v)] \\ I'_\delta(x, y) = \frac{1}{MN} \sum_{u=1}^M \sum_{v=1}^N F'_\delta(u, v) e^{\left(\frac{j2\pi ux}{M} + \frac{j2\pi vy}{N}\right)} \\ S_\delta(x, y) = I'_\delta(x, y) * g(x, y) \end{cases} \quad (3.8)$$

步骤6: 对不同尺度下的显著特征图 S_δ 用融合算法进行综合得到最终的显著图 S ，融合权重 w_δ 取为显著性特征图中的显著区域与全图的对比度差异的平方，最后根据最终的显著图 S 生成二值图，并用于标定显著区域和非显著区域。

$$\begin{cases} \mathbf{w}_\delta = [f_{Max}(S_\delta) - f_{Mean}(S_\delta)]^2, \quad \delta = 1, 2, \dots, L \\ S = \sum_{\delta=1}^L (\mathbf{w}_\delta \times S_\delta) \end{cases} \quad (3.9)$$

3. 多尺度包围盒显著性模型

多尺度包围盒显著性模型是由闵华清等人在文献[105]中提出的，该模型是在以最大对称包围矩阵为基础的Achanta视觉显著性模型上改进而来的，其具体显著性模型如图3.2所示。

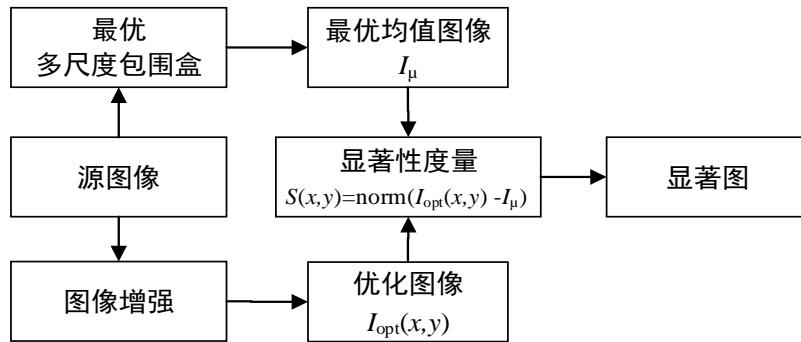


图 3.2 多尺度包围盒显著性模型

该模型中最关键的是最优多尺度包围盒和最优均值图像的确定。最优多尺度包围盒具体算法思想是：

(1) 首先按照式 (3.10) 计算当前像素点的显著性；

$$\begin{cases} S_\delta(x, y) = \|I_\delta(x, y) - \bar{I}_\delta\|, \quad \delta = 1, 2, \dots, L \\ \bar{I}_\delta = \frac{1}{A(R_\delta)} \sum_{(i,j) \in R_\delta} I(i, j) \end{cases} \quad (3.10)$$

其中， δ 表示包围盒的不同尺度且最大尺度为 L ， R_δ 为 δ 尺度包围盒下的领域，而 $A(*)$ 则表示 δ 尺度包围盒下像素数量。

(2) 其次按照式 (3.11) 计算显著性特征的阈值 $\zeta(x, y)$ ；

$$\begin{cases} \zeta(x, y) = \|I_{opt}(x, y) - \bar{I}_{opt}\| \\ \bar{I}_{opt} = \frac{1}{MN} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N I_{opt}(i, j) \end{cases} \quad (3.11)$$

(3) 根据最大对称包围盒的显著性与阈值的关系确定最优多尺度包围盒的领域。

$$\begin{cases} R_{best} = \left\{ R_\delta \mid \arg \max_\delta [S_\delta(x, y)] \right\} & S_L(x, y) > \zeta(x, y) \\ R_{best} = \left\{ R_\delta \mid \arg \min_\delta [S_\delta(x, y)] \right\} & S_L(x, y) < \zeta(x, y) \end{cases} \quad (3.12)$$

最优均值图像的各个像素点数值的计算表达式则采用如下形式：

$$I_{\mu}(x, y) = \frac{1}{A(R_{best})} \sum_{(i, j) \in R_{best}} I(x, y) \quad (3.13)$$

最后可以通过下式 (3.14) 得到与源图像相同尺寸和分辨率的单通道显著图。

$$S_{\mu}(x, y) = \|I_{opt}(x, y) - I_{\mu}(x, y)\| \quad (3.14)$$

4. 纹理粗糙度显著性模型

Tamura等^[106]在对人类纹理视觉感知的心理学研究基础上，提出了Tamura纹理特征模型，该纹理特征主要包括粗糙度、对比度、方向度、线性度、规整度以及粗略度6种属性，并且以粗糙度最为关键的纹理特征。进而从狭义的角度直接认为纹理即粗糙度。Tamura纹理粗糙度显著性模型计算步骤如下：

步骤1：计算图像中 k 尺度窗口（窗口大小为 $2^k \times 2^k$ ）内的各像素平均强度值：

$$A_k(x, y) = \frac{1}{2^{2k+1}} \sum_{i=x-2^{k-1}}^{x+2^{k-1}-1} \sum_{j=y-2^{k-1}}^{y+2^{k-1}-1} f(i, j) / 2^{2k} \quad (3.15)$$

步骤2：分别计算每个像素在水平和垂直方向上互不重叠的窗口之间的平均强度差：

$$\begin{cases} E_{k,h}(x, y) = |A_k(x + 2^{k+1}, y) - A_k(x - 2^{k+1}, y)| \\ E_{k,v}(x, y) = |A_k(x, y + 2^{k+1}) - A_k(x, y - 2^{k+1})| \end{cases} \quad (3.16)$$

步骤3：取每一像素点的最佳尺寸为最大平均强度差值对应的尺寸，即有：

$$\begin{cases} E_{k'} = E_{max} = \max(E_{k,h}, E_{k,v}) \\ S_{best} = 2^{k'} \end{cases} \quad (3.17)$$

步骤4：图像的粗糙度则为所有 $S_{best}(x, y)$ 的均值，即有：

$$S_{crs} = \frac{1}{MN} \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N S_{best}(x, y) \quad (3.18)$$

从以上模型的计算步骤能看出，该Tamura模型仅能提取整幅或者较大图像块的粗糙度，不能进行精细的局部纹理粗糙度度量。

Novianto 等在文献[107]中提出用 3×3 窗口及最佳毯子尺度计算局部部分形维数，得到图像的局部粗糙度来提高算法适用条件；金左轮等在文献[108]中提出一种最佳尺寸计算局部纹理粗糙度的算法来改进 Tamura 纹理粗糙度显著性模型。

3.2.2 基于任务匹配的多特征融合显著性模型方案

本文所建显著性模型的目标在于为图像的自适应分块和自适应测量任务提供依据，具体包括如何实现优化分块和块向量生成方案、如何配置最佳分块采样率，主要从图像纹理结构（包括粗糙度、方向性和对比度）、信息量和局部显著性等几个角度来进行设计实现本文所述基于任务匹配多特征融合的显著性模型。

Haralick 等在文献[109]中以灰度共生矩阵为基础来表征图像纹理结构的各个属性。灰度共

生矩阵定义为在一幅 $I_r \times I_c$ 灰度图像中，从灰度为 i 的像素点出发，统计与其距离为 $d_{(r,c)} = \sqrt{d_r^2 + d_c^2}$ 且灰度为 j 的像素出现频数 $P(i,j|d,\theta)$ ，如表 3.1 所示，并且表 3.1 中矩阵元素的计算表达式为：

$$P(i,j|d,\theta) = \text{num}\{(r,c)|h(r,c)=i, h(r^*,c^*)=j\} \quad (3.19)$$

其中， (r,c) 和 (r^*,c^*) 是图像中的像素对所在坐标，取值范围分别为 $[0, I_r-1]$ 和 $[0, I_c-1]$ ； $d_\rho = (d_r, d_c)$ 表示图像的位移矢量， d_r 和 d_c 分别表示行和列的位移； i 和 j 表示像素点的灰度值，取值范围为 $[0, N_h-1]$ ， N_h 为最大灰度阶； θ 表示像素间方向，常用方向的角度为 $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ 以及 135° 。

表 3.1 灰度共生矩阵

Gray-level	$j=0$	$j=1$...	$j=N_h-1$
$i=0$	$P(0,0)$	$P(0,1)$...	$P(0,N_h-1)$
$i=1$	$P(1,0)$	$P(1,1)$...	$P(1,N_h-1)$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
$i=N_h-1$	$P(N_h-1,0)$	$P(N_h-1,1)$...	$P(N_h-1,N_h-1)$

图 3.3 所示为灰度共生矩阵计算所用的像素对示意图， $h(r,c)$ 和 $h(r^*,c^*)$ 是像素对 (r,c) 和 (r^*,c^*) 所在位置的图像灰度值。

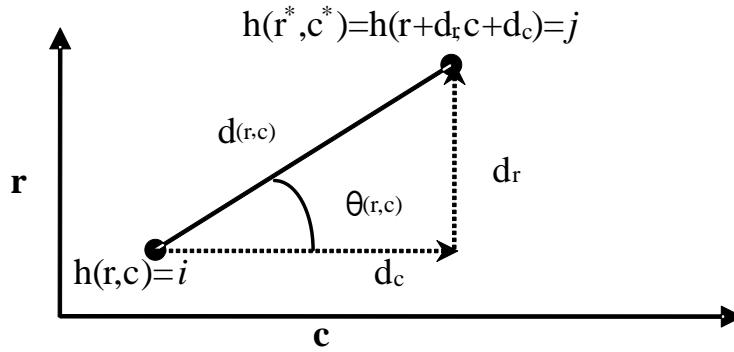


图 3.3 灰度共生矩阵的像素对

图 3.4 所示为两幅 5×5 不同纹理的 4 灰度阶图像。当取条件 $d=1 \& \theta=0^\circ, 45^\circ$ 时，根据公式 (3.19) 对图 3.4 中 A 和 B 两灰度图计算出其相应的灰度共生矩阵结果如下式(3.20)和(3.21)所示。

$$P_A(0^\circ) = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 0 & 5 \\ 5 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 5 \\ 5 & 0 & 5 & 0 \end{bmatrix}, P_A(45^\circ) = \begin{bmatrix} 8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

$$P_B(0^\circ) = \begin{bmatrix} 12 & 3 & 0 & 0 \\ 3 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 4 \end{bmatrix}, P_B(45^\circ) = \begin{bmatrix} 8 & 2 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

根据式(3.20)和(3.21)并结合图 3.4 可以看出：图 A 的 45° 纹理结构明显，则相应的灰度共生矩阵只有对角线上有非零元；图 B 在的 0° 方向上的纹理比图 A 要粗糙，相应灰度共生矩阵的对角线元素值较大；此外，同一图像不同角度灰度共生矩阵的对角线的元素大小也反应图像的纹理分布方向。因此，灰度共生矩阵综合反映图像的纹理粗细、分布方向及幅度变化等信息，可以为图像的分割和块向量的生成提供依据。

3	2	1	0	3
2	1	0	3	2
1	0	3	2	1
0	3	2	1	0
3	2	1	0	3

A

3	3	2	2	2
3	3	2	2	2
1	1	0	0	0
1	1	0	0	0
1	1	0	0	0

B

图 3.4 两幅 5×5 的灰度图 (4 灰度阶: 0-3)

本文显著性特征模型的另外一个考虑从图像所含信息量的大小出发为自适应采样提供基础，在已有文献[79][110][111]多采用信息熵、方差以及边缘检测等方法检定图像所含信息量的多少，这些特征在一定程度上反映了图像整体所含信息量的大小，具体计算公式如下所示：

$$S(\mathbf{x}) = E\left(\{-\log_2 p_i\}_{i=0}^{N_h-1}\right) = -\sum_{i=0}^{N_h-1} p_i \log_2 p_i \quad (3.22)$$

$$D(\mathbf{x}) = \text{var}(\mathbf{x}) = E(\mathbf{x} - E(\mathbf{x}))^2 \quad (3.23)$$

$$B(\mathbf{x}) = \text{sum}(\text{edge}(\mathbf{x})) \quad (3.24)$$

其中， $S(\mathbf{x})$ 、 $D(\mathbf{x})$ 和 $B(\mathbf{x})$ 分别代表图像信号 \mathbf{x} 的信息熵、方差和边缘总量， p_i 代表图像信号 \mathbf{x} 中灰度值为 i 的像素点占全体灰度值像素点的比率， $\text{edge}(\mathbf{x})$ 代表求取图像信号 \mathbf{x} 边缘的函数，可以设定不同条件（包括不同边缘算子，阈值和方向）进行求值。

以上两项（纹理和信息量）虽然能整体上全面地反映信号的相关特征，但也存在未考虑每个像素所处领域的局部显著性特征。肖德贵等人在文献[112]中结合著名的韦伯定理^[113]提出显著因子的概念来描述局部特征的显著性表达，将局部显著因子定义为领域内所有像素值和中心像素值差的总和再与中心像素值的比例关系，即有：

$$G(x_c) = \frac{\sum_{i=1}^q (\Delta x_i)}{x_c} = \frac{\sum_{i=1}^q (x_i - x_c)}{x_c} \quad (3.25)$$

其中， $G(x_c)$ 代表局部显著因子， x_c 代表中心像素点的灰度数值， x_i 是中心像素点 x_c 所在领域 R_c 内第 i 个像素点的灰度值， q 是领域内像素点个数， R_c 领域的常用算子选择为方形算子或者圆形算子，如 3×3 方形算子。

本文依据图像自适应分块测量方案的两个任务要求，分别建立两个多特征融合显著性模型

用于匹配自适应分块任务和自适应采样任务。

自适应分块任务主要考虑利于后续的信号采样和重构，以减少分块图像的平均信息熵为基础，并结合纹理显著性分析实现减少块效应的加权均熵最小化分块，同时考虑图像信号的二维特征和压缩感知的一维算法之间的匹配问题，即图像块向量生成过程需要增加考虑方向纹理特征因素，最后设计了融合信息熵和纹理特性的加权均熵最小化自适应分块策略和块向量匹配生成方式，具体方案设计在3.3节中展开。

自适应采样任务主要考虑利于后续信号重构，即使得重构过程具有足够的测量信息，该测量信息不仅包括图像的灰度分布信息，同时包括图像的像素空间分布信息，也还考虑了每个像素点的局部显著性，实现按照图像块信息量的大小合理地匹配采样率。该任务所对应的显著性模型的建立以全局特征方差和局部特征显著因子为基础，并结合指数加权策略构建了一种合成特征显著性模型方案，而加权策略的权值以合成特征中单个特征对重构图像综合评价指标的贡献比来确定，具体方案设计在3.4节中展开。

3.3 基于加权均熵和方向纹理特征的图像自适应分块及向量化方案

自适应分块压缩感知的前提是实现自适应分块，本文应用图像的显著性特征设计了一套自适应分块方案。本文具体分块方案提出了加权均熵最小化自适应分块策略、方向纹理特征约束下的子图像块向量化方法。

3.3.1 基于加权均熵最小化的自适应形态分块方法

自适应测量方案的基础是图像分块，其主要包括块维度和块形状的确定，而分块的策略直接影响算法的性能，因此这就很有必要研究和设计一套合理的图像自适应分块方案。

本文设计的自适应分块方法是建立在分块压缩感知算法（BCS）基础上，主要包括基于均熵最小化的自适应分块方法和纹理特征修正两个部分。自适应分块方案则包括分块维度以及块形态的确定，即不同分块维度对分块重构的影响以及不同块形态对分块重构的影响；纹理特征修正主要根据图像的横纵方向上的纹理显著性特点修正图像的最佳分块形态。

本文自适应分块及块向量生成方案所涉及的显著性特征值包括基于像素灰度值分布概率的图像块平均信息熵（即均熵）和基于灰度共生矩阵下的角二阶矩（Angle Second-order Moment, ASM）。

基于分块方式下的整幅图像的均熵计算表达式如下：

$$g_{MIE}(\mathbf{x}) = g_{MIE}(\{\mathbf{x}_i\}_{i=1}^T) = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T \left(- \sum_{k=0}^{N_h-1} e_k \log_2 e_k \right)_i \quad (3.26)$$

其中, T 为分块数, N_h 为最大灰度阶, e_k 为子图像块中灰度为 k 的像素所占比例, $\left\{ -\sum_{k=0}^{N_h-1} e_k \log_2 e_k \right\}_i$

为第 i 个子图像块的信息熵。

本文定义基于灰度共生矩阵的角二阶矩用于评价图像的方向显著性和计算图像的纹理特征, 具体如下式:

$$g_{ASM}(i, j|d, \theta) = \sum_{i=0}^{N_h-1} \sum_{j=0}^{N_h-1} \left\{ p(i, j|d, \theta) \right\}^2 = \sum_{i=0}^{N_h-1} \sum_{j=0}^{N_h-1} \left\{ P(i, j|d, \theta) / R \right\}^2 \quad (3.27)$$

式中, $P(i, j|d, \theta)$ 是灰度共生矩阵中的第 (i, j) 项, $p(i, j|d, \theta)$ 是 $P(i, j|d, \theta)$ 的归一化形式, $(i, j|d, \theta)$ 是图像中距离 d 、方向 θ 和灰度值 (i, j) 的相邻像素对, R 为所选条件下的理想最大像素对数量。

图像分块主要包括块维度和块形状的确定。本文自适应分块方案采用统一维度可变形态方式, 即所有图像块的维度一致, 而维度大小和几何形状可变。块维度受限于实际系统的数据并行处理能力, 故本文最终的分块算法为定维度下的自适应形态分块方式(即长宽可调的矩形)。

最优分块集的选取策略为最小平均信息熵下的分块, 算法如下:

$$L \times H = \arg \min_{l_j \times h_j} \left\{ g_{MIE}(\mathbf{x}_{l_j \times h_j}) \right\}_{j=1}^{T_1} \text{s.t. } l_j \times h_j = n \quad (3.28)$$

其中, $L \times H$ 为均熵下的最优图像分块形状, n 为子图像块的维度, $l_j \times h_j$ 子图像块的形状, T_1

为不同形状下图像分块方式的数量, $g_{MIE}(\mathbf{x}_{l_j \times h_j})$ 为图像块子集 $\mathbf{x}_{l_j \times h_j}$ 的均熵。

此外, 引导图像分块的特征均熵仅考虑图像的像素级, 即灰度分布, 而没有考虑空间上即纹理结构的优化。事实上, 纹理信息对于图像分块算法也非常重要, 特别是有利于减少分块重构的块效应, 本文考虑采用纹理显著性特征修正基础均熵分块策略。因此, 本文采用 g_{MIE} 与 g_{ASM} 相结合的方法, 为自适应分块提供了基础, 即加权均熵, 其定义如下:

$$g_{WM} = c_w \times g_{MIE} = f_c(g_{ASM}) \times g_{MIE} \quad (3.29)$$

其中, c_w 是权重系数, $f_c(*)$ 是权重系数函数, 并且它的值与角二阶矩 g_{ASM} 和分块形状有关。

具体权重系数函数的设计, 本文考虑到分块形态取为矩形, 故纹理特征显著性加权函数仅通过水平和垂直两个方向上的角二阶矩对角线元素对比情况来进行加权函数设计, 定义权重系数 c_w 的相关函数为:

$$c_w = f_c(g_{ASM}) = \left\{ (f_c(g_{ASM}))_j, 1, \dots, T_1 \right\} = \left\{ (f_c([g_{ASM}^H, g_{ASM}^V]))_j, 1, \dots, T_1 \right\}$$

$$= \begin{cases} \text{ones}(1, T_1) & g_{TS}^H \leq \zeta_{th} \& g_{TS}^V \leq \zeta_{th} \\ [\log_2 n, \dots, 2, 1, 0] / \log_2 \sqrt{n} & g_{TS}^H \leq \zeta_{th} \& g_{TS}^V > \zeta_{th} \\ [0, 1, 2, \dots, \log_2 n] / \log_2 \sqrt{n} & g_{TS}^H > \zeta_{th} \& g_{TS}^V \leq \zeta_{th} \\ [\log_2 n, \log_2^{(n/2+2)}, \log_2^{(n/4+4)}, \dots, \log_2^{(4+n/4)}, \log_2^{(2+n/2)}, \log_2 n] & g_{TS}^H > \zeta_{th} \& g_{TS}^V > \zeta_{th} \end{cases} \quad (3.30)$$

$$\log_2 \sqrt{n} + 1$$

其中，水平方向角二阶矩的对角线元素特征值 $g_{TS}^H = \{g_{ASM}(i, j|d, \theta) | i = j, d = 1, \theta = 0^\circ\}$ ，垂直方向角二阶矩的对角线元素特征值 $g_{TS}^V = \{g_{ASM}(i, j|d, \theta) | i = j, d = 1, \theta = 90^\circ\}$ ， ζ_{th} 为角二阶矩的显著性阈值。

最终形成本文的基于均熵和纹理特征的加权均熵最小化下的自适应分块策略：

$$L \times H = \arg \min_{l_j \times h_j} \left\{ g_{WM}(\mathbf{x}_{l_j \times h_j}) \right\} \quad \text{s.t. } l_j \times h_j = n \quad (3.31)$$

3.3.2 基于方向纹理特征的块向量匹配生成方法

块向量的生成方式主要考虑如何将二维图像数据转化一维向量数据，同时最大程度保持原二维数据信息量以及降低一维向量数据的复杂度。传统的块向量生成方式是将二维图像进行列或者行扫描转化成一维向量，该方式简单易于实现，但存在明显的缺点就是不能有效地保留二维图像横纵两个维度上的相关信息。本文受 JPEG 图像压缩中的二维 DCT 启发并结合图像方向纹理特征检测提出了一种基于方向纹理特征的块向量匹配生成方法（即二维块向量生成方式和 Zigzag 块向量生成方式中二选一）。具体方法为采用灰度共生矩阵下的具有最大角二阶矩（值大：均质性差，高频少）的像素方向 (θ^*) 为块向量生成的参考方向，同时设置块向量生成方式判定条件，并最终按照不同条件分两种方式生成块向量。

最大角二阶矩下的像素方向的求解方式如下式所示：

$$\theta^* = \arg \max_{\theta} \left\{ g_{ASM}(i, j|d, \theta) \right\} \quad (3.32)$$

求解 θ^* 时常取的参数条件为 $i = j$ ， $d = 1$ 和 $\theta \in \{0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ\}$ 。

块向量生成方式判定条件主要考虑图像块的水平和垂直两方向上的角二阶矩乘积相对于其他正交的两方向（本文以主副对角线方向为例）上的角二阶矩乘积是否具有优势，即：若图像块的水平和垂直方向的角二阶矩乘积大于主副对角线方向上的角二阶矩乘积，则采用二维块向量生成方式；若图像块的水平和垂直方向的角二阶矩乘积小于主副对角线方向上的角二阶矩乘积，则采用以最大角二阶矩像素方向为基础的 Zigzag 块向量生成方式。

1) 二维块向量生成方式

该方式重点在于如何生成由图像块元素组成的具有二维信息特征的一维块向量，本文通过分块压缩感知算法的稀疏基和图像二维 DCT 变换基的对应转换关系来实现。子图像块 (\mathbf{I}_i) 的二维 DCT 变换等效为如下矩阵形式：

$$DCT2(\mathbf{I}_i) = \mathbf{C}_{dct2} \mathbf{I}_i \mathbf{R}_{dct2}^T \quad (3.33)$$

其中， \mathbf{C}_{dct2} 和 \mathbf{R}_{dct2} 分别为对应等效的子图像块的二维 DCT 列变换和行变换。而分块压缩感知测量过程为如下形式：

$$\mathbf{y}_i = \boldsymbol{\Phi}_i \mathbf{x}_i = \boldsymbol{\Phi}_i \boldsymbol{\Psi}_i \mathbf{s}_i = \boldsymbol{\Omega}_i \mathbf{s}_i \quad (3.34)$$

分析以上两式并结合块向量生成的目的在于将 \mathbf{I}_i 转化成 \mathbf{x}_i 且使得 \mathbf{x}_i 具有 \mathbf{I}_i 的二维结构，直接的扫描方式显然不行。分块压缩感知算法的重构信号求逆解法一般有 $\hat{\mathbf{x}}_i = \Psi_i \hat{\mathbf{s}}_i = \Psi_i \Omega_i^+ \mathbf{y}_i = \Psi_i \Omega_i^+ \Omega_i \mathbf{s}_i$ ，即信号的重构仅与稀疏表示系数 \mathbf{s}_i 相关，若稀疏表示系数 \mathbf{s}_i 具有 \mathbf{I}_i 的二维结构信息就相当于图像重构的原始输入信号 \mathbf{x}_i 带有了 \mathbf{I}_i 的二维结构信息。因而取分块压缩感知的稀疏基为二维 DCT 变换下的对应矩阵就可以实现等效的二维块向量生成方式。

$$\mathbf{C}_{dct2} \mathbf{I}_i \mathbf{R}_{dct2}^T \Leftrightarrow \Psi_i^+ \mathbf{x}_i = \mathbf{s}_i \quad (3.35)$$

分析上式可得到稀疏基 Ψ_i 的逆矩阵 Ψ_i^+ 与 \mathbf{C}_{dct2} 和 \mathbf{R}_{dct2} 之间的对应关系为如下式所示：

$$\Psi_i^+ = \mathbf{R}_{dct2} \otimes \mathbf{C}_{dct2} \quad (3.36)$$

上式中， \otimes 表示克罗内克积，此外上式成立的条件中要求向量 \mathbf{x}_i 是图像块 \mathbf{I}_i 严格按照列扫描生成。进一步推导上式可以得到稀疏基 Ψ_i 的构成方式如下：

$$\Psi_i = (\mathbf{R}_{dct2} \otimes \mathbf{C}_{dct2})^+ = \mathbf{R}_{dct2}^T \otimes \mathbf{C}_{dct2}^T \quad (3.37)$$

结合上节所述分块形状为 $L \times H$ ，则有 \mathbf{R}_{dct2} 为 $L \times L$ 离散余弦基， \mathbf{C}_{dct2} 为 $H \times H$ 离散余弦基。总结该块向量生成方式的关键在于构造了一个具有保留图像二维特征的稀疏基 Ψ_i 。

2) Zigzag 块向量生成方式

该方式以 θ^* 为参考方向，按照 Zigzag 方式生成块向量。选取图 3.4(A)为例，得 $\theta^* = 45^\circ$ ，生成块向量的元素依次对应 A 图像素位置为：(1,1),(2,1),(1,2),(1,3),(2,2),…，即沿主对角线方向由左上角至右下角方向生成块向量如下图 3.5 所示。同理若得 $\theta^* = 135^\circ$ ，则图像块向量由右上角至左下角 Zigzag 方式生成。

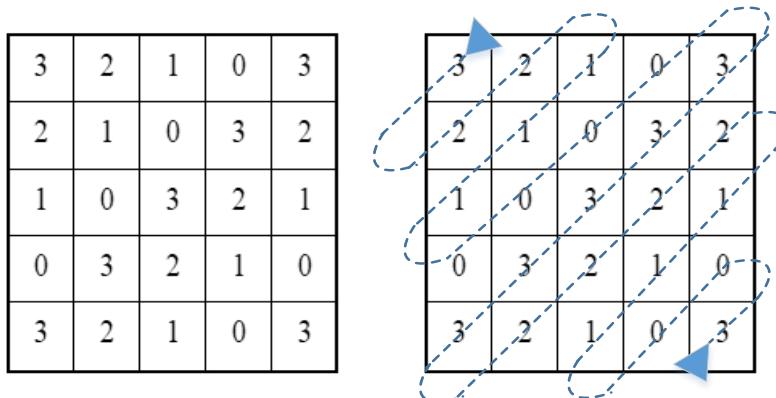


图 3.5 块向量生成方位角示意图

总结以上两种块向量生成方式的具体应用条件为：条件 A，即图像的横纵方向上的显著性

强 ($g_{ASM}(i=j|1,0^\circ) \times g_{ASM}(i=j|1,90^\circ) > g_{ASM}(i=j|1,45^\circ) \times g_{ASM}(i=j|1,135^\circ)$ 或 $g_{TS}^H > \zeta_{th}$ 或 $g_{TS}^V > \zeta_{th}$) 则采用二维块向量生成方式; 条件 B, 即图像的主副对角线方向上的显著性 ($g_{ASM}(i=j|1,0^\circ) \times g_{ASM}(i=j|1,90^\circ) \leq g_{ASM}(i=j|1,45^\circ) \times g_{ASM}(i=j|1,135^\circ)$) 则采用 Zigzag 块向量生成方式。此外, 在条件 A 情况下, 若 $g_{TS}^H > \zeta_{th} \& g_{TS}^V < \zeta_{th}$ 即有 $L=1 \& H=n$, 块向量按照行向生成, 同理若 $g_{TS}^H < \zeta_{th} \& g_{TS}^V > \zeta_{th}$ 即有 $L=n \& H=1$, 块向量按照列向生成; 在条件 B 情况下, 若 $\theta^*=0^\circ$ 或 90° 时, 则 Zigzag 块向量生成方式就弱化为按照行或者列方向生成块向量。

3.4 基于合成特征的自适应测量方案

自适应分块压缩感知的首要环节是自适应测量, 本文应用图像的显著性特征设计了一种自适应测量方案。其具体设计包括以灰度共生矩阵和韦伯定律为基础, 采用确定性正交对称托普利兹矩阵对目标图像进行测量, 提出了合成特征依据下的自适应采样率设置。本章所设计的自适应采样算法将用图像整体信息和局部信息相结合的方式来为设置非一致的自适应采样率提供先验信息。

3.4.1 合成特征的设计及非一致自适应采样率的设置

常规的自适应采样率设置多采用单一图像特征为依据, 具体有熵、方差、能量等。然而这些单一图像特征不能综合反映图像所具有的信息量, 或者反映不准确。具体来说, 熵仅反映了图像灰度分布的概率, 方差也仅与像素的离散程度有关, 能量则仅体现图像灰度值总体强度, 而局部标准差仅关注于像素的空间分布。因此, 本文采用合成特征指标来为自适应采样率的设置提供基础, 该合成特征的数值采用方差和局部显著因子的加权乘积对数值, 具体如式(3.38)所示, 该合成特征既能体现图像整体像素灰度值的离散分布情况, 同时也能体现像素的局部空间对比显著性。二维图像信号 \mathbf{x} 经上一节自适应分块和块向量生成步骤后, 生成 T 个 n 维 $L \times H$ 形态的子图像块向量信号 $\{\mathbf{x}_i\}, i=1, 2, \dots, T$, 接着需要对以上块向量信号进行观测, 本文设计的观测方案为非一致观测矩阵, 该观测矩阵的设计的关键是观测维度设置问题, 即观测环节的采样率设置问题, 本文设计了一种基于合成特征的自适应采样方案, 具体设计步骤如下所示。

(1) 计算图像块局部信息量的合成特征指标 $J(\mathbf{x}_i)$, 其定义如下式(3.38)所示。

$$\begin{cases} J(\mathbf{x}_i) = \log_2 \left\{ \rho G(\mathbf{x}_i)^\alpha \times D(\mathbf{x}_i)^\beta \right\} \\ G(\mathbf{x}_i) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \frac{\sum_{k=1}^{q_j} |x_{ij}^k - \bar{x}_{ij}|}{x_{ij}}, D(\mathbf{x}_i) = \text{var}(\mathbf{x}_i) \end{cases} \quad (3.38)$$

其中, $G(\mathbf{x}_i)$ 和 $D(\mathbf{x}_i)$ 分别表示第 i 个子图像块的局部显著因子和方差, α 和 β 表示图像块局部显著因子和方差的加权因子, ρ 表示合成特征调节系数, q_j 表示子图像块 \mathbf{x}_i 中第 j 个元素 x_{ij} 所在局部最佳领域 R_{ij}^{best} 内元素个数, 而 R_{ij}^{best} 的确定采用 3.2.1 节的多尺度包围盒方式确定。

(2) 根据合成特征指标 $J(\mathbf{x}_i)$ 和图像的平均采样率 η 为各个子图像块设置自适应采样率。

$$\eta(\mathbf{x}_i) = \frac{J(\mathbf{x}_i)}{\bar{J}(\mathbf{x})} \times \eta = \frac{J(\mathbf{x}_i)}{\frac{1}{T} \sum_{i=1}^T J(\mathbf{x}_i)} \times \eta \quad (3.39)$$

(3) 判断所有子图像块的自适应采样率 $\{\eta(\mathbf{x}_i)\}_{i=1}^T$ 是否存在小于最小采样率 η_{min} 情况并进行处理。若有, 则对 $\{\eta(\mathbf{x}_i)\}_{i=1}^T$ 进行修正, 得到修正后的自适应采样率 $\{\eta^*(\mathbf{x}_i)\}_{i=1}^T$, 修正方法见公式(3.40); 若无, 直接取 $\{\eta^*(\mathbf{x}_i)\}_{i=1}^T = \{\eta(\mathbf{x}_i)\}_{i=1}^T$ 。

$$\begin{cases} \eta^*(\mathbf{x}_i) = \eta_{min} & i \in Z_{min} \\ \eta^*(\mathbf{x}_i) = \frac{T''J(\mathbf{x}_i)}{\sum\limits_{\substack{i=1 \\ i \notin Z_{min}}}^T J(\mathbf{x}_i)} \left[\eta + \frac{T'_1}{T''_2} (\eta - \eta_{min}) \right] & i \notin Z_{min} \end{cases} \quad (3.40)$$

其中, Z_{min} 表示 $\eta(\mathbf{x}_i) < \eta_{min}$ 的子图像块序号集, T' 和 T'' 分别是属于 Z_{min} 和不属于 Z_{min} 的子图像块数量。

(4) 判断一次修正后的自适应采样率 $\{\eta^*(\mathbf{x}_i)\}_{i=1}^T$ 是否都满足不小于 η_{min} , 若满足结束, 若不满足则按照步骤(3)进行多次修正直到满足为止。

3.4.2 自适应 OSTM 测量矩阵的构造

为提升算法性能和物理可实现性, 本文选用正交对称托普利兹矩阵 (Orthogonal Symmetric Toeplitz Matrices, OSTM) 作为测量矩阵, OSTM 是 Bottcher 提出的一类新的确定性测量矩阵 [114]。

本文中的 $m_i \times n$ 维 OSTM 块测量矩阵 $\Phi_{LH}(\mathbf{x}_i)$ 具体构建过程如下:

- (1) 确定 n 维符号序列 $\boldsymbol{\varphi} = (\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n)$, 当 $n=2k+1$ 为奇数时, $\boldsymbol{\varphi} = (\gamma, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_k, \varepsilon_k, \dots, \varepsilon_1)$, 参数 $(\gamma, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_k) = \{-1, 1\}^{k+1}$; 当 $n=2k$ 为偶数时, 符号序列 $\boldsymbol{\varphi} = (\gamma, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_k, \lambda, \varepsilon_k, \dots, \varepsilon_1)$, 参数 $(\gamma, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_k, \lambda) = \{-1, 1\}^{k+1}$ 。

- (2) 取符号序列的 IFFT 变换结果为 OSTM 块测量矩阵的第一行, 即 $\boldsymbol{\varphi}_1 = \text{IFFT}(\boldsymbol{\varphi})$ 。
- (3) 通过循环移位产生剩下的 $n-1$ 行, 即 $\boldsymbol{\varphi}_i = \text{circshift}(\boldsymbol{\varphi}_1, [0, i-1])$, 进而得到 $\mathbf{F}_n = [\boldsymbol{\varphi}_1; \boldsymbol{\varphi}_2; \dots; \boldsymbol{\varphi}_n]$ 。
- (4) 构造 OSTM 矩阵 $\boldsymbol{\Phi}_n = \mathbf{F}_n^H \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{F}_n$, 其中 $\boldsymbol{\Sigma} = \text{diag}[\boldsymbol{\varphi}]$, \mathbf{F}_n^H 表示 \mathbf{F}_n 的共轭转置。
- (5) 随机选取 $\boldsymbol{\Phi}_n$ 的 m_i 行并进行归一化作为 $m_i \times n$ 维 OSTM 块测量矩阵, 即 $\boldsymbol{\Phi}_{LH}(x_i) = \sqrt{n/m_i} \boldsymbol{\Phi}_{m_i}$, 这里 $\boldsymbol{\Phi}_{m_i}$ 表示 $\boldsymbol{\Phi}_n$ 中随机选取的 m_i 行, 而 $m_i = \eta^*(x_i) \times n$ 。

3.4.3 自适应分块测量重构算法

综合 3.3 节的自适应分块和块向量生成方法以及 3.4.1 和 3.4.2 节所述的自适应采样算法可以形成本文所述的 BCS 下的自适应测量方案, 再结合基础重构算法可以得到本文的显著性下自适应分块测量重构算法, 具体算法流程如下图 3.6 所示。

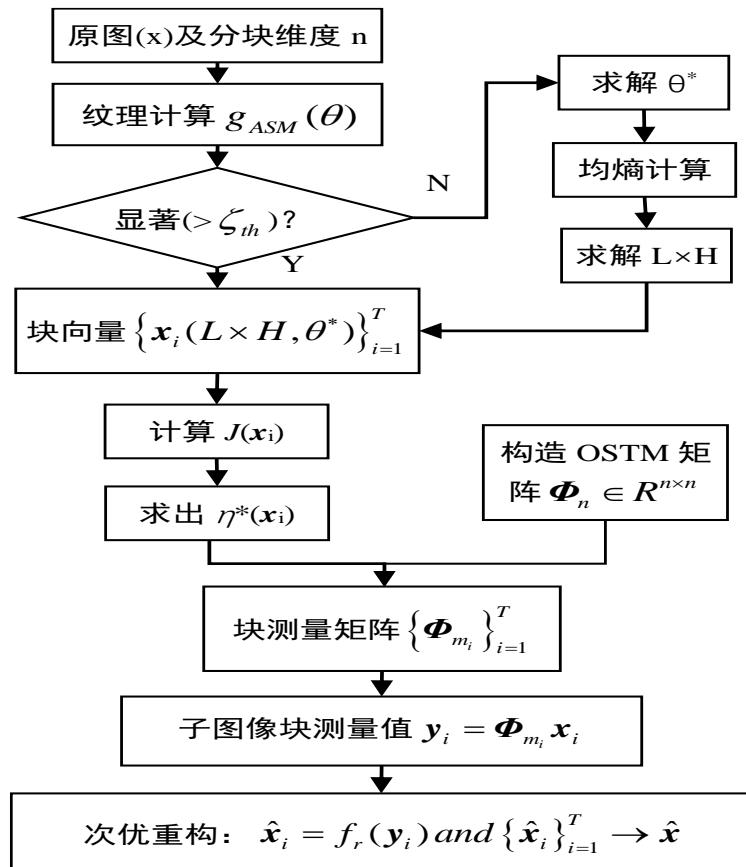


图 3.6 显著性下自适应分块测量重构算法

图中显著指标大于阈值 ζ_{th} 表示, 图像具有明显的一维方向纹理特性, 故该情况下块向量的

生成可直接按照纹理方向生成；图中的函数 $f_r(\cdot)$ 表示基础次优块重构算法，其中根据块向量生成方式不同选取不同的稀疏基生成方式； $\{\hat{x}_i\}_{i=1}^T \rightarrow \hat{x}$ 表示由 T 个子图像重构块拼接成完整的重构图。

3.5 仿真实验及结果分析

为了验证本文提出的基于显著性的自适应分块压缩感知算法的性能，在 MATLAB2016b 基础上对测试图像进行了仿真实验。测试图像选择标准测试图像库（SIPI image database, LIVE image database, BSD500 image database 等图像库)中的典型测试图像以及多幅自选实际图像，原始二维图像设置为标准的 256×256 维度且灰度阶为 256 的测试图像，子图像块信号的基准维度固定为 2 为底数的偶数次幂形式，即 $n = 2^b$ 且 b 为偶数，稀疏表示时选用的稀疏基为标准正交的离散余弦基。此外，为了准确评价不同算法间的性能优劣，引入评价指标峰值信噪比(*PSNR*)、结构相似度(*SSIM*)和梯度相似性偏差(*GMSD*)进行客观评价。

3.5.1 所提自适应算法策略可行性验证

本文自适应算法策略可行性验证主要包括：自适应分块向量生成策略和自适应采样依据选择策略，本节实验中选用正交匹配追踪算法（OMP）和迭代最小二乘法(IRLS)作为基础重构算法。

(1) 通过仿真实验验证同维度下不同矩形分块对图像块平均信息熵的影响，即合理的分块方式可以降低整体图像的均熵。图 3.7 展示了本文实验中部分标准测试图在子图像块维度 $n=256$ 时的不同矩形分块方式下均熵变化情况，显然不同图像在最小均熵条件下的矩形分块是不同的，这就为自适应测量分块压缩感知算法的合理分块提供了可行方案：均熵最小化下的自适应分块。

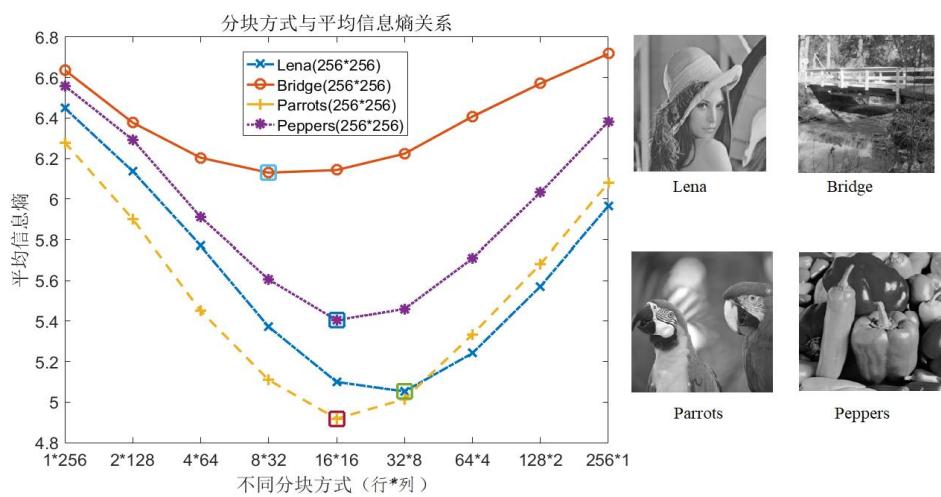


图 3.7 图像均熵与分块方式关系

其次，验证不同分块方式下的原始信号均熵与观测信号均熵具有一致相关性，确保均熵最小化自适应分块方案适用于自适应分块压缩感知算法，即合理的分块方式降低压缩感知重构算法的输入信号（观测信号）信息熵，利于感知矩阵的稀疏表达实现。图 3.8 展示了本文采用 Lena 测试图像进行观测信号与原始信号的均熵一致相关性实验的部分数据结果（该处均熵已经去除平均分量），具体选择不同采样率为实验条件：即 $\eta=0.5, 0.6, 0.7$ 。从实验数据可以看出，观测信号的均熵与原始信号的均熵在不同的分块方式具有较好的一致性，特别是最小均熵约束下的最佳分块方式都是一致的，从而验证了本文所提均熵最小化分块策略的可行性。

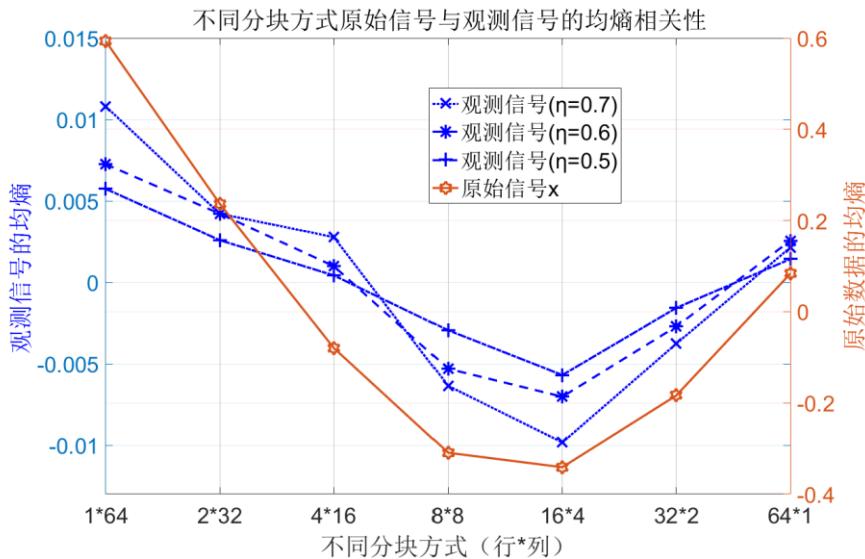


图 3.8 不同分块方式下原始数据与观测数据的均熵相关性

此外，本文所提自适应分块策略除了主要考虑降低整体图像的均熵，还考虑纹理特征因素，即考虑用纹理显著性加权均熵作为整体分块算法的依据。该因素的主要考虑是图像信号处理中的一些典型纹理图像，用纹理显著性辅助分块来实现典型的列块、行块以及方块。

(2) 分块图像信号的处理常转化为一维向量形式，通过前期研究分析知图像纹理特征可以辅助块向量的生成，降低块向量元素间的局部差异性，为后续自适应采样降低块向量的高频成分；同时二维块向量生成方式可有效地获取原图像的二维信息。图 3.9 是四幅标准测试图像在 4 个块向量生成角度下的角二阶矩分布情况，且角二阶矩最大值所对应块向量生成角度与图像纹理特征一致，故以角二阶矩最大化的像素角度为导向的块向量生成方式具有可行性。

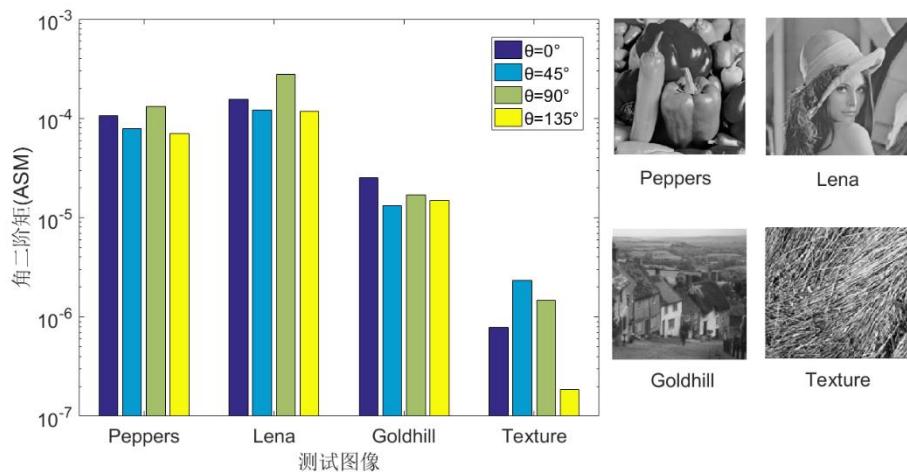
图 3.9 块向量生成角度(θ)对角二阶矩(ASM)的影响

表 3.2 是条件 A 情况下采用本文所提二维块向量生成方式对图像重构质量的提升对比实验结果, 重构算法采用分块 OMP 迭代算法, 基础算法中的块向量生成采用列扫描方式。由 3.3.2 节的分析可知, 可通过构造两个不同的离散余弦稀疏基矩阵用于测试以上两种块向量生成方式对重构算法的性能影响。基础算法的稀疏基采用一维离散离散余弦基 (维度为 $L \times H$), 即 $\Psi_i = (dctmtx(L \times H))^T$; 本文所提改进算法的稀疏基采用二维离散离散余弦基, 即 $\Psi_i = \mathbf{R}_i^T \otimes \mathbf{C}_i^T$, 其中, $\mathbf{R}_i^T = (dctmtx(L))^T$ 和 $\mathbf{C}_i^T = (dctmtx(H))^T$ 。从实验数据可以看出在条件 A 情况下, 二维块向量生成方式比起列扫描块向量生成方式具有明显的优势。

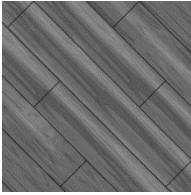
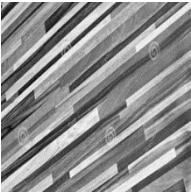
表 3.2 条件 A 情况下二维块向量生成方式对图像重构的提升作用 ($\eta=0.3$)

不同块向量生成方式:		基础算法 (列扫描块向量)		改进算法 (二维块向量)
测试图	$L \times H$	PSNR/SSIM/GMSD		
Lena	64×4	30.69/0.8907/0.2414		32.11/0.9402/0.1923
	32×8	31.39/0.9150/0.2196		32.74/0.9477/0.1740
	16×16	31.72/0.9227/0.1996		32.87/0.9470/0.1730
	8×32	31.68/0.9248/0.2008		32.02/0.9325/0.1975
	4×64	31.07/0.9221/0.2112		31.64/0.9321/0.2080
Gold-hill	64×4	29.12/0.8783/0.2346		29.71/0.9211/0.2046
	32×8	29.45/0.8977/0.2210		30.21/0.9251/0.1897
	16×16	29.83/0.9134/0.1967		30.35/0.9335/0.1835
	8×32	30.02/0.9113/0.1961		30.28/0.9288/0.1868
	4×64	29.98/0.9102/0.1985		30.17/0.9191/0.1983
Peppers	64×4	29.73/0.9031/0.2728		30.90/0.9547/0.2266
	32×8	30.09/0.9068/0.2668		31.67/0.9585/0.2040
	16×16	30.77/0.9309/0.2402		32.02/0.9638/0.1931
	8×32	30.91/0.9413/0.2317		31.36/0.9565/0.2123
	4×64	30.38/0.9421/0.2258		30.6287/0.9506/0.2234

表 3.3 是条件 B 情况下采用本文所提一维块向量生成方式对图像重构质量的提升对比实验结果, 对比算法分别采用了列扫描块向量生成方式和二维块向量生成方式。即以 θ^* 为参考方向, 按照 Zigzag 方式生成块向量。从实验数据可以看出在条件 B 情况下块向量生成方式 2) 具有明显的优势。

综合方式 1) 和方式 2) 可知, 本文所提的基于方向纹理特征的块向量生成方式能够在确定分块方式下通过合理的块向量生成方式提升自适应分块压缩感知算法的重构性能, 且该改进方法在应用中具有一定的普适性。

表 3.3 条件 B 情况下不同块向量生成方式的对比效果

块向量生成方式:			列扫描块向量	二维块向量	Zigzag 块向量
测试图	η	$L \times H$	PSNR/SSIM/GMSD		
	0.3	32×8	30.92/0.7101/0.1792	31.52/0.7461/0.1806	32.43/0.8244/0.1432
		16×16	31.50/0.7620/0.1696	32.04/0.7878/0.1662	33.06/0.8407/0.1358
		8×32	31.39/0.7433/0.1794	31.54/0.7439/0.1768	32.55/0.8291/0.1433
	0.4	32×8	32.05/0.8195/0.1571	32.51/0.8276/0.1517	33.97/0.8846/0.1149
		16×16	32.53/0.8430/0.1449	32.91/0.8497/0.1424	34.01/0.8823/0.1161
		8×32	32.39/0.8377/0.1511	32.27/0.8256/0.1551	33.87/0.8851/0.1158
	0.3	32×8	28.47/0.8046/0.2542	28.84/0.8715/0.2304	29.14/0.9033/0.2066
		16×16	28.62/0.8179/0.2495	29.01/0.8834/0.2222	29.17/0.8967/0.2037
		8×32	28.53/0.8113/0.2473	28.90/0.8740/0.2281	29.25/0.9119/0.1965
	0.4	32×8	28.84/0.8659/0.2393	29.44/0.9261/0.1982	29.69/0.9365/0.1809
		16×16	29.04/0.8817/0.2308	29.65/0.9329/0.1913	29.74/0.9353/0.1755
		8×32	29.08/0.8941/0.2250	29.34/0.9220/0.2039	29.67/0.9354/0.1788

(3) 本节对自适应采样依据分别采用单一特征(熵和方差)和合成特征(实验中 $\alpha=1$, $\beta=3$)两种方式进行了对比实验, 验证其对图像重建性能的影响, 部分实验数据记录于表 3.4。表 3.4 中的实验数据是在块维度为 256 且采用 $B \times B$ 分块+列扫描块向量生成+IRLS 重构算法基础上采用不同自适应采样率设置依据得到的, 显而易见, 采用本文所提的合成特征策略相对于采用另外两种单一特征策略, 在 3 项性能指标上都具有明显的优势。

表 3.4 不同自适应采样依据策略的性能指标对比

采样率依据:		熵	方差	合成特征
测试图	η		PSNR/SSIM/GMSD	
Lena	0.3	31.69/0.956/0.16	31.98/0.959/0.15	32.28/0.962/0.15
	0.4	33.04/0.971/0.14	33.21/0.976/0.13	33.53/0.977/0.12
	0.5	34.38/0.982/0.11	34.75/0.985/0.10	35.07/0.987/0.09

表 3.4 (续)

采样率依据:		熵	方差	合成特征
测试图	η	PSNR/SSIM/GMSD		
Gold-hill	0.3	29.79/0.943/0.17	29.73/0.944/0.17	29.83/0.946/0.17
	0.4	30.60/0.960/0.15	30.68/0.962/0.15	30.71/0.963/0.15
	0.5	31.39/0.971/0.13	31.54/0.974/0.13	31.61/0.976/0.12
Camera-man	0.3	31.48/0.949/0.22	31.61/0.965/0.21	31.77/0.967/0.20
	0.4	32.63/0.968/0.21	32.81/0.982/0.17	32.86/0.984/0.16
	0.5	33.15/0.980/0.19	33.98/0.981/0.13	34.66/0.992/0.12
Parrots	0.3	32.71/0.965/0.15	32.83/0.972/0.14	32.95/0.976/0.13
	0.4	34.05/0.979/0.13	34.59/0.985/0.11	34.64/0.987/0.10
	0.5	35.27/0.987/0.10	36.20/0.992/0.08	36.60/0.993/0.08

3.5.2 所提自适应算法策略的效果对比实验

为了综合评价本文算法策略的性能，本节对本文所提的算法策略进行综合对比仿真实验，主要包括：与传统自适应分块压缩感知的对比实验和不同条件（包括不同重构算法和不同采样率）下的本文算法性能提升的稳定性验证实验。

(1) 在 IRLS 重构算法下进行传统 ABCS 算法与本文所提 ABCS 算法对比实验，验证本文所提算法策略的优势。

传统 ABCS 算法采用固定分块($B \times B$)+熵自适应采样率设置；本文 ABCS 算法采用加权均熵自适应分块($L \times H$)+ASM 块向量生成+合成特征自适应采样率设置。本文对以上两种算法进行了在不同平均采样率下多幅图像（含标准测试图像和实际图像）的对比实验，图 3.10 为选取子图像块维度为 256 且平均采样率为 0.5 条件下的 3 幅图像（Parrots, Peppers, OPT(东方明珠塔)）对比结果。从图 3.9 可以看出，不管从重构图像的性能指标还是从直观感受，本文所提 ABCS 算法较传统 ABCS 算法都有一定的提升。其中 GMSD 指标改善最为明显，3 幅测试图像依次分别改进了 45%，35% 和 35%；PSNR 指标改善也都在 1dB 以上，多的达到 2.75dB；此外，3 幅测试图像的 SSIM 指标改善也很明确。

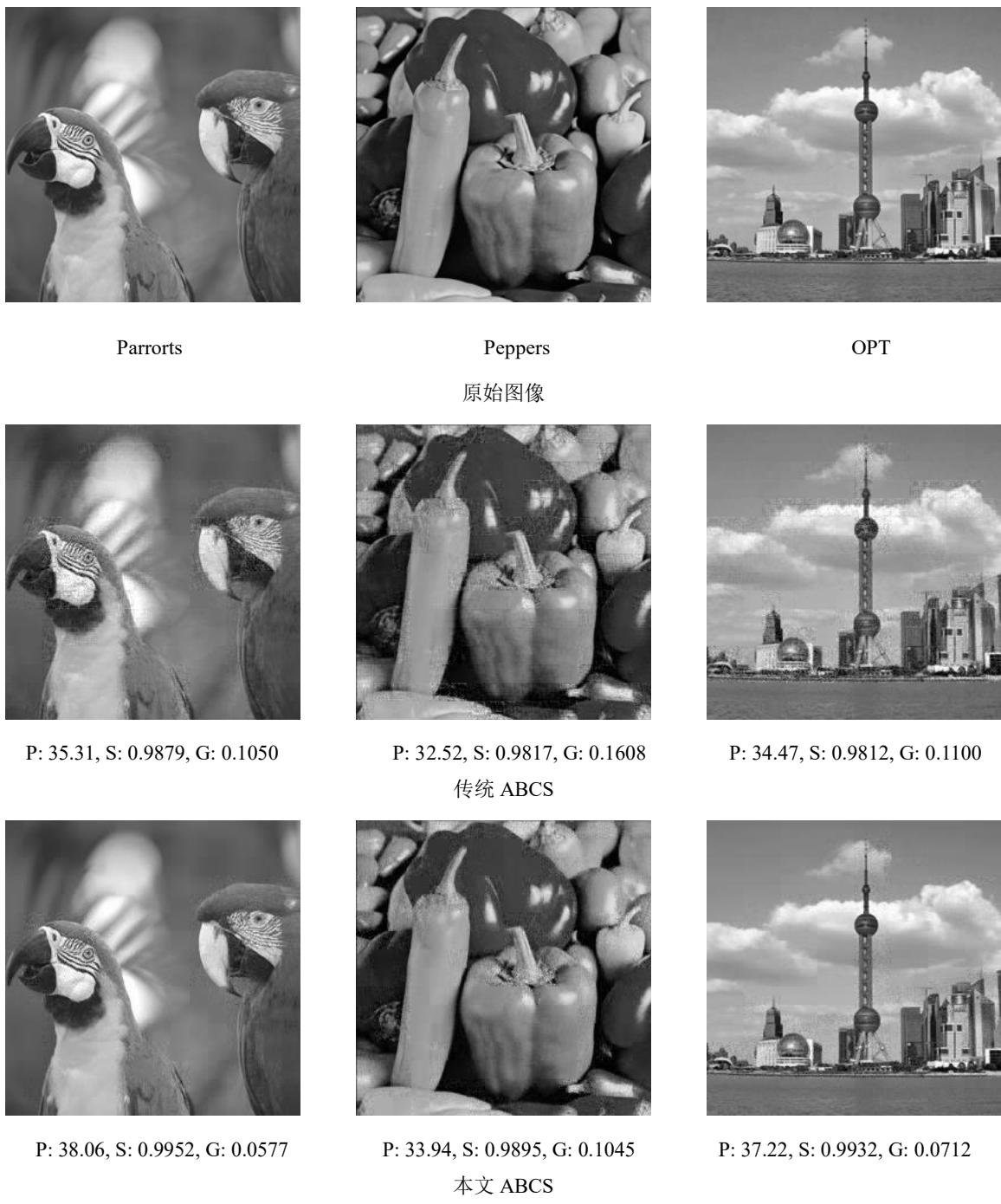


图 3.10 不同 ABCS 算法的图像重构效果对比

(2) 本文所提自适应分块、块向量生成及采样率设置策略对于重构算法的性能提升具有一定的普适性，在多种重构算法下都能提高 ABCS 算法的性能指标，并且在不同总体采样率(η)下都是有效的。

表 3.5 展示了本文所提算法策略在 IRLS、OMP 和 BP 这 3 种重构算法条件和多种平均采样

率条件下的性能指标相对于传统算法的对比结果。从表 3.5(a)可以看出，本文所提 ABCS 策略应用于此 3 种重构算法较传统 ABCS 都有明显的提升，其中实际测试图 OPT 的 PSNR 指标在 $\eta=0.5$ 条件下分别提高 8.0%，2.9% 和 7.6%；从表 3.5(b)可以看出本文所提策略在多组平均采样率下相较于传统 ABCS 也有明显的改善，其中 PSNR 指标在 $\eta=0.3$, 0.4 和 0.5 情况下分别提升了 0.2dB, 0.74dB 和 1.34dB。

总体而言，本文所提算法相较于传统 ABCS 算法在 PSNR, SSIM 和 GMSD 指标上都有较大的提高，但算法的提升也带来一定的计算量增加，因而本文所提算法比传统 ABCS 算法在计算时间（CT）是稍微有所增加。

表 3.5 不同条件下本文算法策略的稳定性

(a) 不同基础重构条件下 ($n=256$)

平均采样率(η): 0.5		性能指标: PSNR/SSIM/GMSD/CT	
重构算法	测试图	传统 ABCS	本文 ABCS
IRLS	Lena	34.33/0.982/0.11/ 9.71	35.67/0.989/0.08/11.59
	Peppers	32.57/0.982/0.16/ 10.04	33.74/0.989/0.11/11.90
	Parrots	35.31/0.987/0.10/ 10.06	38.08/0.995/0.06/13.40
	OPT	34.41/0.981/0.11/ 10.11	37.17/0.993/0.07/13.56
OMP	Lena	33.74/0.973/0.15/ 1.27	34.65/0.981/0.11/1.58
	Peppers	32.35/0.976/0.19/ 1.29	33.25/0.984/0.14/1.71
	Parrots	34.82/0.981/0.14/ 1.34	36.39/0.989/0.09/1.72
	OPT	34.01/0.974/0.14/ 1.56	34.98/0.983/0.11/2.04
BP	Lena	34.12/0.981/0.11/ 49.02	35.46/0.988/0.08/53.39
	Peppers	32.34/0.980/0.16/ 47.19	33.55/0.989/0.11/50.87
	Parrots	35.19/0.987/0.11/ 49.09	37.86/0.995/0.06/55.23
	OPT	34.28/0.980/0.11/ 49.98	36.87/0.993/0.07/55.95

(b) 不同平均采样率(η)条件下($n=256$)

重构算法: IRLS	性能指标: PSNR/SSIM/GMSD/CT	
测试图: Lena	传统 ABCS	本文 ABCS
$\eta=0.3$	31.86/0.952/0.16/ 4.32	32.06/0.963/0.14/4.72
$\eta=0.4$	33.04/0.971/0.13/ 6.74	33.78/0.979/0.11/8.12
$\eta=0.5$	34.33/0.982/0.11/ 9.71	35.67/0.989/0.08/11.5

3.6 本章小节

针对自适应测量环节，本章将图像的多特征显著性应用于图像的分块压缩重构算法，提出了一种新的基于任务匹配多特征显著性的自适应分块测量方案用于 BCS 算法中。本章所提自适

应分块测量方案采用确定性测量矩阵中的 OSTM，一方面提高算法的 *PSNR* 性能，另一方面降低实用中测量矩阵的构建难度；本章所提自适应分块测量方案采用了图像的纹理显著性和均熵，为图像自适应形态分块和匹配块向量生成提供依据；本章自适应分块测量方案用图像的局部显著因子和全局方差构造合成特征，该合成特征用于确定非一致自适应采样率的大小，从而改善图像的重构质量。最后，本章分别用不同测试图像和不同测试条件下的对比实验验证了所提自适应分块测量方案的可行性和稳定性。

第四章 基于约束参数优化的图像分块 FOCUSS 重构算法研究

4.1 引言

图像重构技术是图像压缩感知技术中最关键的部分，一直以来得到广泛的关注和深入的研究。其重构算法划分在第二章中已有具体的介绍，总体来说分为基于学习方式和基于范数优化两种类型的重构算法，其中基于范数优化算法是本文研究的主要内容之一。基于范数优化的重构算法从范数不同类型来划分主要分为：基于 l_0 范数最小化算法（如 OMP, SP）、基于 l_1 范数最小化算法（如 BP、LASSO）、基于 l_2 范数最小化算法（如 Least Square, LS）、以及基于 l_p ($0 \leq p \leq 1$) 范数最小化算法（如 Focal Undetermined System Solution, FOCUSS）。此外，实际工程应用中，由于高清图像和多维图像数据带来的重构过程中的维度灾难问题，以上算法应用于实际图像重构时，基本上都是在分块压缩感知（BCS）基础上进行的。本章研究的图像分块 FOCUSS 重构算法正是基于 l_p 范数最小化的非凸优化算法在 BCS 中的应用，FOCUSS 算法从本质上讲即为一种迭代加权最小二乘法，利用加权因子实现重构信号的 l_p 范数最小化。

本章所提基于约束参数（权值矩阵和拉格朗日乘子）优化的图像分块 FOCUSS 重构算法研究主要从无噪声和有噪声两种情况展开，分别讨论 FOCUSS 算法在以上两种情况下的存在问题以及解决改进方案。无噪声条件下 FOCUSS 算法研究主要包括：对比传统 l_0 , l_1 , l_2 范数重构算法，说明 FOCUSS 算法提出的目的和意义；分析了传统 FOCUSS 迭代重构算法的权值矩阵奇异问题；针对以上问题提出可行的解决方案；此外分析了初值设定对算法的影响；最终在本章中提出两种解决方案，即基于含渐近衰减扰动因子权值矩阵的 FOCUSS 迭代重构算法和基于降维权值矩阵的 FOCUSS 迭代重构算法。噪声条件下的 FOCUSS 算法研究主要包括介绍基础算法的贝叶斯概率最大化推导过程和拉格朗日乘子的选择和优化问题，最终提出噪声背景下的 FOCUSS 改进算法，通过优化 L-曲线法中的拉格朗日乘子来改进 FOCUSS 算法，即为本文中所提的基于目标驱动和先验信息的 L-曲线拉格朗日乘子优化方法来实现 FOCUSS 算法改进。

本章内容的框架如下，4.2 节介绍了无噪声条件下 FOCUSS 迭代算法的推导过程及存在问题，分析 FOCUSS 算法在噪声条件的应用，利用贝叶斯最大概率模型建立噪声背景下的 FOCUSS 基础算法，并提出 L-曲线法确定拉格朗日乘子方法中的不足；4.3 节基于上节两种条件下 FOCUSS 算法应用中的所有问题，分别推出无噪条件下新的普适性 FOCUSS 迭代重构算法和噪声条件下改进型 L-曲线确定拉格朗日乘子的 FOCUSS 算法改进方案；4.4 节进行仿真实验验证本文所提算法可行性和有效性并进行结果分析；4.5 节总结了本章内容。

4.2 FOCUSS 重构算法的基础分析及存在问题

FOCUSS 算法可等价为一种加权迭代的 l_p 范数最小化算法，其主要依据引入权值矩阵 \mathbf{W} 实

现重构信号 $\hat{\mathbf{x}}$ 在 l_p 范数下的最小化。相比传统的 l_0 、 l_1 和 l_2 范数重构算法，该方法实现性能和成本上的一个有效平衡，即同等条件下重构误差优于 l_0 重构算法但不如 l_2 重构算法，计算速度则优于 l_1 重构算法但慢于 l_0 重构算法（取 $p=1$ ），且重构信号的稀疏性比起 l_2 范数重构算法有优势，但稀疏稳定性其不如 l_0 重构算法。此外，FOCUSS 算法应用于 BCS 过程中，对分块重构中的块效应具有一定抑制，即 FOCUSS 分块重构算法的块效应指数优于 l_0 和 l_1 重构算法。本节首先介绍传统 l_0 、 l_1 和 l_2 范数重构算法的不足；其次基于其中不足之处提出基于 l_p 范数的 FOCUSS 重构算法，并分析无噪声条件下传统 FOCUSS 迭代重构算法的存在问题；最后引入噪声观测模型于 FOCUSS 算法中，建立噪声条件下的 FOCUSS 迭代重构算法，并分析了其中 L 曲线法确定拉格朗日乘子方式的不足。

4.2. 1 l_0 、 l_1 和 l_2 范数重构算法的特点及改进

本文第二章中已经对范数优化算法的约束优化问题进行了介绍和分析，对其中 l_0 、 l_1 和 l_2 范数重构算法简单总结如下形式：

$$\hat{\mathbf{s}} = \arg \min_{\mathbf{s}} \|\mathbf{s}\|_p \quad s.t. \quad \Phi \mathbf{x} = \Phi \Psi \mathbf{s} = \Omega \mathbf{s} = \mathbf{y} \quad (4.1)$$

其中， p 取 0, 1 和 2 分别对应 l_0 、 l_1 和 l_2 范数重构算法的数学模型， $\mathbf{x} \in R^N$, $\mathbf{y} \in R^M$, $\mathbf{s} \in R^N$ 分别表示原始信号，观测信号和稀疏信号。

l_0 范数重构算法中应用最为广泛就是 MP 算法^[115]和 OMP 重构算法^[58]，OMP 重构算法的主要思想在感知矩阵 $\Omega = [\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_N]$ 中依次找到观测信号 \mathbf{y} 的最大相关度的列向量组 $\Omega(:, \Gamma)$ ，然后通过伪逆运算求得重构稀疏表示系数 $\hat{\mathbf{s}}(\Gamma)$ 进而得到重构信号 $\hat{\mathbf{x}}$ ，其算法伪代码如下表 4.1 所示：

表 4.1 OMP 压缩感知重构算法

函数：OMP 重构算法
输入：测量值 \mathbf{y} ，测量矩阵 Φ ，稀疏矩阵 Ψ ，感知矩阵 $\Omega = \Phi \Psi$
初始化：索引集 $\Gamma = \emptyset$ ，差值 $\mathbf{r} = \mathbf{y}$ ，稀疏表示 $\mathbf{s} = \mathbf{0} \in R^N$
迭代过程：
<pre> While (\ r\ \geq \varepsilon & num_iter \leq N_{th}) // \varepsilon 和 N_{th} 分别表示迭代误差阈值和迭代次数阈值 i = arg max_{j \in \{1, 2, \dots, N\}} (r, \omega_j) ; \Gamma = \Gamma \cup \{i\}; r = y - \Omega(:, \Gamma) [\Omega(:, \Gamma)]^+ y ; end while \hat{S}(\Gamma) = [\Omega(:, \Gamma)]^+ y 输出： \hat{x} = \Psi \hat{s} </pre>

从表 4.1 可以看出, OMP 算法具有稳定稀疏度输出, 但其存在初值敏感性强的缺点, 该算法在选取第 1 个相关列向量 ω_j 后, 算法就陷入局部优化, 不能实现 K 稀疏度下的索引集 Γ 下全局最优。

l_1 范数重构算法中较为常用的算法就是 BP 算法^[55]和 GBP 重构算法^[117], 其中 GBP 算法是建立在线性规划基础上, 利用了过完备字典稀疏表示和 l_1 范数最小化的几何计算实现算法, 具有基追踪和贪婪算法的共同优点。其典型代表算法 GBP 的伪代码如下表所示:

表 4.2 GBP 压缩感知重构算法

函数: GBP 重构算法

输入: 测量值 y , 测量矩阵 Φ , 稀疏矩阵 Ψ , 感知矩阵 $\Omega = \Phi \Psi$

初始化: 索引集 $\Gamma = \emptyset$, 差值 $r = y$, 稀疏表示 $s = \theta \in R^N$

算法过程:

$n = y / \|y\|$;

$i = \arg \max_{j \in \{1, 2, \dots, N\}} |\langle n, \omega_j \rangle|$;

$\Gamma = \Gamma \cup \{i\}$;

$\hat{s}(i) = \langle y, \omega_i \rangle$;

$\hat{y}(i) = \hat{s}(i)\omega_i$;

While ($\|r\| \geq \varepsilon \& num_iter \leq N_{th}$)

// ε 和 N_{th} 分别表示迭代误差阈值和迭代次数阈值

$\hat{y}_H = (\langle \omega_{\Gamma(1)}, n \rangle / \langle \hat{y}, n \rangle) \hat{y}$;

$r = y - \hat{y}$;

$v = \frac{r - \langle r, n \rangle n}{\|r - \langle r, n \rangle n\|}$;

$k = \arg \min_j (\arctan(\langle \omega_j - \hat{y}_H, n \rangle / \langle \omega_j - \hat{y}_H, v \rangle))$;

$\Gamma = \Gamma \cup \{k\}$;

$n = (-\langle \omega_k - \hat{y}_H, n \rangle v + \langle \omega_k - \hat{y}_H, v \rangle n) / \|-\langle \omega_k - \hat{y}_H, n \rangle v + \langle \omega_k - \hat{y}_H, v \rangle n\|$

$\hat{s}(i) = \langle y, \tilde{\omega}_i^\perp \rangle$; $i \in \Gamma$

// 其中: $\langle \omega_i, \tilde{\omega}_i^\perp \rangle = 1$; $\langle \omega_i, \tilde{\omega}_j^\perp \rangle = 0, if i \neq j$

$\hat{y} = \Omega \hat{s}$

end while

输出: $\hat{x} = \Psi \hat{s}$

从表 4.2 可以看出, GBP 算法的计算复杂度和计算量要比 OMP 大, 故其算法的时间成本角度

不占优势。

l_2 范数重构算法的典型就是最小二乘算法 (LS)，该算法主要利用伪逆运算来计算重构信号，具体表达式如下式所示：

$$\begin{cases} \mathbf{s} = \mathbf{\Omega}^+ \mathbf{y} = \mathbf{\Omega}^T (\mathbf{\Omega} \mathbf{\Omega}^T)^{-1} \mathbf{y} \\ \mathbf{x} = \mathbf{\Psi} \mathbf{s} \end{cases} \quad (4.2)$$

上式中采用伪逆运算能保证所求结果具有较佳的误差精度，但是该算法的重构稀疏表示系数中存在较多小数值数据问题，不利于信号重构的稀疏度特性。因而最小二乘算法常加入加权因子构成迭代加权最小二乘算法 (IRLS) 来改进算法的稀疏度性能指标。

为了更好地说明以上问题，这里进行一项简单的验证实验。取分辨率为 256*256 的标准测试图 Lena 在以上三种重构算法下进行 16*16 分块下采样率 η 为 0.3 时进行实验，得到如下表 4.3 所示结果。

表 4.3 三种重构算法的对比数据

重构算法：	OMP	BP	IRLS	
测试图	η 性能指标 PSNR/SSIM/GMSD/EBAI/TIME			
Lena	0.3	31.34/0.919/0.202/10.8/ 1.29	31.66/0.943/0.167/10.6/22.54	31.50/0.942/0.169/10.6/3.26

从表 4.3 可以看出，基于 l_1 范数的 BP 重构算法在 4 项性能指标 (PSNR/SSIM/GMSD/EBAI) 具有相对优势，但是在时间成本上的耗费较大；此外，基于 l_0 范数的 OMP 重构算法虽有算法快速优势，但在 EBAI 指标上相对另外两种算法明显具有劣势。因而，针对以上算法的不同特点进行合理的优化组合，即利用 l_2 范数重构算法（迭代加权最小二乘法）实现 l_1 范数重构算法的性能指标，这样既可以实现算法的快速性，也可以保证重构图像的质量优势，而该方法即衍生出本章重点研究和分析的基于 l_p 范数最小化的 FOCUSS 重构算法。

4.2.2 无噪背景下 FOCUSS 算法的迭代公式及存在问题

FOCUSS 算法本质是一种改进型的迭代加权最小二乘法^[118]，通过设置权值矩阵和拉格朗日乘子来实现算法的迭代逼近 l_p 范数最小化，达到解集能量的局部化^{[119]-[121]}。传统 FOCUSS 算法在无噪声背景下应用于图像压缩感知实现 l_p 范数最小化的具体过程如下所述。

首先，引入权值矩阵 \mathbf{W} ，将式 (4.1) 转化为如下约束优化问题：

$$\hat{\mathbf{q}} = \arg \min_{\mathbf{q}} \|\mathbf{q}\|_2^2 \text{ s.t. } \mathbf{y} = \mathbf{\Omega} \mathbf{s} = \mathbf{\Omega} \mathbf{W} \mathbf{q} \quad (4.3)$$

其次，根据 FOCUSS 算法渐近收敛于 \mathbf{s} 的 l_p 范数最小值^[122]，即有 \mathbf{s} 的重构值 $\hat{\mathbf{s}} = \arg \min_{\mathbf{s}} \|\mathbf{s}\|_p$ ，

再联合式 (4.3) 推导得到权值矩阵 \mathbf{W} 的具体表达形式：

$$\mathbf{W} = \text{diag}\left(\left|s[i]\right|^{1-\left(\frac{p}{2}\right)}\right) \quad (4.4)$$

接着验证加入权值矩阵 \mathbf{W} 通过求解 $\arg \min_{\mathbf{q}} \|\mathbf{q}\|_2^2$ 即实现了 s 的 l_p 范数最小值。

$$\begin{aligned} \arg \min_{\mathbf{q}} \|\mathbf{q}\|_2^2 &= \arg \min_s \|\mathbf{W}^{-1}\mathbf{s}\|_2^2 = \arg \min_s \left\| \text{diag}\left(\left|s[i]\right|^{-1+\left(\frac{p}{2}\right)}\right) \mathbf{s} \right\|_2^2 \\ &= \arg \min_s \left\| \begin{bmatrix} (s[1])^{\frac{p}{2}} & (s[2])^{\frac{p}{2}} & \cdots & (s[N])^{\frac{p}{2}} \end{bmatrix}^T \right\|_2^2 \quad (4.5) \\ &= \arg \min_s \sum_{i=1}^n |s[i]|^p = \arg \min_s \|s\|_p^p \end{aligned}$$

而上式表明 $\arg \min_{\mathbf{q}} \|\mathbf{q}\|_2^2$ 与 $\arg \min_s \|s\|_p^p$ 具有一致性，而 $\arg \min_s \|s\|_p^p$ 与 $\arg \min_s \|s\|_p$ 是等效的，即

说明 $\arg \min_{\mathbf{q}} \|\mathbf{q}\|_2^2$ 与 $\arg \min_s \|s\|_p$ 在满足 $\mathbf{W} = \text{diag}\left(\left|\hat{s}[i]\right|^{1-\left(\frac{p}{2}\right)}\right)$ 是可以相互替换的。即有式 (4.3)

等效于下式：

$$\hat{s} = \arg \min_s \|s\|_p \text{ s.t. } \mathbf{y} = \boldsymbol{\Omega} \mathbf{s} = \boldsymbol{\Omega} \mathbf{W} \mathbf{q} \quad (4.6)$$

即说明通过式 (4.3) 中的 \mathbf{q} 的 l_2 范数最小化求解实现了式 (4.6) 中的 s 的 l_p 范数最小化。

最后求得 FOCUSS 算法迭代解为：

$$\begin{aligned} \hat{s}_{(k+1)} &= \mathbf{W}_{(k+1)} \left(\boldsymbol{\Omega} \mathbf{W}_{(k+1)} \right)^+ \mathbf{y} \\ &= \mathbf{W}_{(k+1)} \mathbf{W}_{(k+1)}^T \boldsymbol{\Omega}^T \left(\boldsymbol{\Omega} \mathbf{W}_{(k+1)} \mathbf{W}_{(k+1)}^T \boldsymbol{\Omega}^T \right)^{-1} \mathbf{y} = \mathbf{U}_{(k+1)} \boldsymbol{\Omega}^T \left(\boldsymbol{\Omega} \mathbf{U}_{(k+1)} \boldsymbol{\Omega}^T \right)^{-1} \mathbf{y} \quad (4.7) \end{aligned}$$

其中， $\mathbf{W}_{(k+1)} = \text{diag}\left(\left|\hat{s}_{(k)}[i]\right|^{1-\left(\frac{p}{2}\right)}\right)$ ， $\mathbf{U}_{(k+1)} = \text{diag}\left(\left|\hat{s}_{(k)}[i]\right|^{2-p}\right)$ ，+ 表示伪逆运算，下标 $(k+1)$ 表示第 $k+1$ 次迭代。

以上即为无噪声条件下 FOCUSS 算法如何实现原始信号 \mathbf{x} 的稀疏表示系数 s 的 l_p 范数最小化下重构。然而仔细分析以上求解过程，传统 FOCUSS 重构算法的 l_p 范数最小稀疏解 \hat{s} 存在需满足一个必要条件： $\text{rank}(\mathbf{W}) = M$ ，即要求 $\boldsymbol{\Omega} \mathbf{U}_{(k+1)} \boldsymbol{\Omega}^T$ 是可逆的，这显然与 s 为稀疏解（含有多个 0 元素或者小元素）相矛盾。

4.2.3 噪声背景下 FOCUSS 算法的迭代公式及存在不足

FOCUSS 算法应用于实际图像处理系统中，往往存在着随机测量噪声和传输噪声，即信号测量值为加入噪声的情况下之所得（即 $\mathbf{y} = \bar{\mathbf{y}} + \mathbf{w}$ ， \mathbf{w} 为所加随机噪声， $\bar{\mathbf{y}}$ 为理想无噪信号测量

值), 则原第二章中式 (2.8) 所述 CS 数学模型转化如下含噪形式:

$$\mathbf{y} = \Phi \mathbf{x} + \mathbf{w} = \Omega \mathbf{s} + \mathbf{w} \quad (4.8)$$

此时分析式 (4.8) 所示 CS 含噪模型, 如再直接采用式 (4.1) 所示方式 (即: $\hat{\mathbf{s}} = \arg \min_{\mathbf{s}} \|\mathbf{s}\|_p$) 求解重构源信号 $\hat{\mathbf{x}}$, 则该方式由于欠考虑噪声信号的影响, 显然不适用此处的优化求解。此处重构方法应是充分考虑噪声模型影响下的源信号 \mathbf{x} 的最佳逼近求解方法, 这里引入数学上的贝叶斯最大后验概率 (Maximum A Posterior, MAP) 估计模型^[125], 同时假定所加随机噪声 \mathbf{w} 为与源信号 \mathbf{x} 不相关的高斯随机信号, 且噪声信号 \mathbf{w} 中的各个子元素 $\mathbf{w}[i], i=1,2,\dots,M$ 为独立同分布高斯信号。

(1) 确定服从高斯分布的噪声信号 \mathbf{w} 中各个子元素 $\mathbf{w}[i], i=1,2,\dots,M$ 的概率密度函数 (Probability Density Functions, PDF)。

$$f(\mathbf{w}[i]: \hat{p}, \mu_i, \sigma_i) = \frac{\hat{p}}{2^{\hat{p}/2} \sigma_i \Gamma(1/\hat{p})} \exp\left(-(\mathbf{w}[i] - \mu_i)^{\hat{p}} / 2\sigma_i^{\hat{p}}\right) \quad (4.9)$$

其中, $\Gamma(*)$ 表示标准伽马函数, \hat{p} 表示高斯噪声分布族的形态控制系数, μ_i 表示噪声信号中第 i 个子元素的均值, σ_i 表示噪声信号中第 i 个子元素的标准差。本文中讨论和分析中, 对以上模型限定为: 噪声信号 \mathbf{w} 中各个子元素 $\mathbf{w}[i]$ 服从零均值标准正态分布的高斯分布, 即模型中系数 $\hat{p}=2$ 和均值 $\mu_i=0$ 。

(2) 根据 MAP 模型对源信号 \mathbf{x} 进行重构估计。

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}} &= \mathbf{x}_{MAP} = \arg \max_{\mathbf{x}} (\ln p(\mathbf{x} | \mathbf{y})) \\ &= \arg \max_{\mathbf{x}} (\ln p(\mathbf{y} | \mathbf{x}) + \ln p(\mathbf{x})) \\ &= \arg \max_{\mathbf{x}} (\ln p_w(\mathbf{y} - \Phi \mathbf{x}) + \ln p(\mathbf{x})) \end{aligned} \quad (4.10)$$

其中, $p(*)$ 和 $p(*|*)$ 分别表示无条件概率函数和条件概率函数。分析上式 (4.10) 可知, 由于待重构源信号 \mathbf{x} 本身不稀疏, 其无条件约束下概率函数 $\ln p(\mathbf{x})$ 最大值表达式难于准确表述, 本文选取具有 l_p 范数最小化约束的稀疏表示系数 \mathbf{s} 的最大概率估计来对源信号 \mathbf{x} 进行重构。即将上式转化如下形式:

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{x}} = \mathbf{x}_{MAP} = (\Psi \mathbf{s})_{MAP} = \Psi \mathbf{s}_{MAP} \\ \mathbf{s}_{MAP} = \arg \max_{\mathbf{s}} (\ln p_w(\mathbf{y} - \Omega \mathbf{s}) + \ln p_s(\mathbf{s})) \end{cases} \quad (4.11)$$

上式 (4.11) 求极值问题为典型的调和 (Tradeoff) 问题, 其中 $\ln p_w(\mathbf{y} - \Omega \mathbf{s})$ 这项为噪声信号 \mathbf{w} 的概率函数, 由于噪声信号 \mathbf{w} 满足 M 维高斯分布, 其最大概率值点在最靠近 $\mathbf{0}^{M \times 1}$ 点处取得, 即有 $\|\mathbf{y} - \Omega \mathbf{s}\|_{\hat{p}}$ (本文中 $\hat{p}=2$) 越小, $\ln p_w(\mathbf{y} - \Omega \mathbf{s})$ 值越大; $\ln p_s(\mathbf{s})$ 这项跟源信号 \mathbf{x} 的性质密

切相关，这里假定源信号 \mathbf{x} 中各元素是满足独立同分布的零均值高斯随机信号，则由于 $\mathbf{s} = \boldsymbol{\Psi}\mathbf{x}$ 且 $\boldsymbol{\Psi}$ 为规范正交基，因而 \mathbf{s} 就为满足独立同分布的 N 维零均值高斯随机信号，此时即有 $p_s(\mathbf{s})$ 满足如下形式：

$$p_s(\mathbf{s}) = p_s(s[1], \dots, s[N]) = \left(\frac{\bar{p}}{2^{\bar{p}/2} \beta \Gamma(1/\bar{p})} \right)^N \exp\left(-\frac{1}{2\beta^N} \operatorname{sgn}(\bar{p}) \sum_{i=1}^N |s[i]|^{\bar{p}} \right) \quad (4.12)$$

在稀疏系数 \mathbf{s} 满足 l_p 范数最小化约束条件下分析上式 (4.12)，即有 $\bar{p} = p$ 和 $\sum_{i=1}^N |s[i]|^{\bar{p}} = \|\mathbf{s}\|_p^p$ ，而

上式中 $p_s(\mathbf{s})$ 的最大值也是在 $\|\mathbf{s}\|_p^p$ 最小化下取得。因此将上式 (4.12) 可转化为下式 (4.13) 求极值。

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{x}} = \mathbf{x}_{MAP} = \boldsymbol{\Psi}\mathbf{s}_{MAP} \\ \mathbf{s}_{MAP} = \arg \min_{\mathbf{s}} \left(\|\mathbf{y} - \boldsymbol{\Omega}\mathbf{s}\|_2^2 + \gamma \|\mathbf{s}\|_p^p \right) \end{cases} \quad (4.13)$$

其中，调和因子 γ 与噪声均方差 σ 、稀疏系数均方差 β 及 p 相关。再者引入 4.2.1 节中的权值矩阵 $\mathbf{W} = diag(|s[i]|^{1-(p/2)})$ 得到 \mathbf{q} 的重构值 $\hat{\mathbf{q}}$ ：

$$\hat{\mathbf{q}} = \arg \min_{\mathbf{q}} \left\{ \|\mathbf{y} - \boldsymbol{\Omega}\mathbf{W}\mathbf{q}\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{q}\|_2^2 \right\} \quad (4.14)$$

其中， λ 即为拉格朗日乘子，调和重构算法两项性能指标(重构精度和解集稀疏性)。对式(4.14)中 $C(\mathbf{q}) = \|\mathbf{y} - \boldsymbol{\Omega}\mathbf{W}\mathbf{q}\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{q}\|_2^2 = J(\mathbf{q}) + \lambda S(\mathbf{q})$ 求关于 \mathbf{q} 的偏导数，并令其等于 0，得到噪声情况下 FOCUSS 基础算法的显式表达式：

$$C'(\mathbf{q}) = 2(-\boldsymbol{\Omega}\mathbf{W})^T (\mathbf{y} - \boldsymbol{\Omega}\mathbf{W}\mathbf{q}) + 2\lambda\mathbf{q} = 0 \quad (4.15)$$

$$\hat{\mathbf{q}} = \left((\boldsymbol{\Omega}\mathbf{W})^T \boldsymbol{\Omega}\mathbf{W} + \lambda \mathbf{I}_N \right)^{-1} (\boldsymbol{\Omega}\mathbf{W})^T \mathbf{y} = (\boldsymbol{\Omega}\mathbf{W})^T \left(\boldsymbol{\Omega}\mathbf{W} (\boldsymbol{\Omega}\mathbf{W})^T + \lambda \mathbf{I}_M \right)^{-1} \mathbf{y} \quad (4.16)$$

然后得到 \mathbf{q} 和 \mathbf{s} 的迭代输出表达式：

$$\mathbf{q}_{k+1} = (\boldsymbol{\Omega}\mathbf{W}_{k+1})^T \left(\boldsymbol{\Omega}\mathbf{W}_{k+1} \mathbf{W}_{k+1}^T \boldsymbol{\Omega}^T + \lambda_{k+1} \mathbf{I}_M \right)^{-1} \mathbf{y} \quad (4.17)$$

$$\mathbf{s}_{k+1} = \mathbf{W}_{k+1} \mathbf{W}_{k+1}^T \boldsymbol{\Omega}^T \left(\boldsymbol{\Omega}\mathbf{W}_{k+1} \mathbf{W}_{k+1}^T \boldsymbol{\Omega}^T + \lambda_{k+1} \mathbf{I}_M \right)^{-1} \mathbf{y} = \mathbf{U}_{k+1} \boldsymbol{\Omega}^T \left(\boldsymbol{\Omega}\mathbf{U}_{k+1} \boldsymbol{\Omega}^T + \lambda_{k+1} \mathbf{I}_M \right)^{-1} \mathbf{y} \quad (4.18)$$

其中， $\mathbf{U}_{k+1} = \mathbf{W}_{k+1} \mathbf{W}_{k+1}^T$ 和 $\mathbf{W}_{k+1} = diag(|s_k[i]|^{1-(p/2)})$ ， λ 参数的确定常采用 L-曲线法^{[126][127]}。

最后，求出原始信号 \mathbf{x} 的重构值 $\hat{\mathbf{x}} = \boldsymbol{\Psi}\hat{\mathbf{s}}$ ，其中 $\hat{\mathbf{s}}$ 为上式 (4.18) 迭代求解的最终值。

以上即为噪声背景下 FOCUSS 算法的迭代计算公式，其中最关键的就是 L-曲线法确定约束参数 λ 。分析 L-曲线法可知：该方法仅强调约束参数 λ 为重构误差和稀疏度的调和优化值，没有明确的重构误差值和稀疏度值控制，该点成为传统 L-曲线法应用于 FOCUSS 重构算法中的不足之处。

4.3 FOCUSS 重构算法的改进及在 BCS 中的应用

本节分别针对无噪背景和噪声背景两种条件下的 FOCUSS 算法的存在问题和不足进行分析，提出相关的改进方案，具体分为权值矩阵优化的无噪 FOCUSS 重构算法改进和拉格朗日乘子优化的噪声 FOCUSS 重构算法改进两个部分进行展开。

4.3.1 无噪背景下 FOCUSS 重构算法的改进及在 BCS 中的应用

针对上一节 4.2.2 中所述无噪声背景下传统 FOCUSS 重构算法要求 \mathbf{W} 需要满足必要条件 $\text{rank}(\mathbf{W}) = M$ 且 $\mathbf{W} = \text{diag}\left(\left[s[i]\right]^{1-\frac{p}{2}}\right)$ 由稀疏解 s 构造，而充分条件更是要求 $\text{rank}(\mathbf{W}) = N$ ，然而这与 s 为稀疏解（含有多个 0 元素或者小元素）相矛盾，解决以上矛盾问题常用的求解办法主要有两种：(1) 构造非奇异的权值矩阵 \mathbf{W} ^[123]；(2) 设计权值矩阵 \mathbf{W} 奇异下的新的 FOCUSS 迭代算法。本节就以上两种办法进行分别分析和研究，提出本文的具体改进方案。

(1) 构造具有渐近衰减扰动因子的非奇异的权值矩阵 \mathbf{W}

该方案即在由稀疏解 \hat{s} 构造对角矩阵 \mathbf{U} 时加入微小单位扰动矩阵 (ξ 为微小正系数)，即有

对角矩阵 \mathbf{U} 迭代结果取为： $\mathbf{U}_{(k+1)} = \text{diag}\left(\left(\left|\hat{s}_{(k)}[i]\right|^2 + \xi_{(k)}\right)^{1-p/2}\right)$ ，并通过上式 (4.7) 迭代求解，

此时即有当 $\xi_{(k)} \rightarrow 0$ ， $\hat{s}_{(k+1)} \rightarrow \hat{s}$ 。该思路最关键的是设计一个迭代收敛趋近于 0 的系数 $\xi_{(k)}$ ，

具体方案如下：

步骤1：设置微小单位扰动矩阵系数的初值 ($\xi_{(0)}$)，通常取该初值 $\xi_{(0)} = 1$ ；

步骤2：按照迭代公式 (4.7) 计算信号的稀疏表示系数 $\hat{s}_{(k)}$ ，并计算 $\hat{\mathbf{e}}_{(k)} = \left\| \hat{s}_{(k)} - \hat{s}_{(k-1)} \right\|_2$ ；

步骤3：若 $\hat{\mathbf{e}}_{(k)} < \sqrt{N \times \xi_{(k-1)}}$ ，更新微小单位扰动矩阵系数 $\xi_{(k)} = \xi_{(k-1)} / 10$ ，若 $\hat{\mathbf{e}}_{(k)} \geq \sqrt{N \times \xi_{(k-1)}}$ ，保持扰动单位矩阵系数 $\xi_{(k)} = \xi_{(k-1)}$ ；

步骤4：循环执行以上步骤 2 和 3，直到迭代停止条件满足为止。

将该改进方案应用于图像分块压缩感知 (BCS) 算法中，只需将整体图像信号分割为 T 个子图像块信号后分别进行 FOCUSS 重构即可，其中微小单位扰动矩阵系数的更新条件变成了 $\sqrt{n \times \xi_{(k-1)}}$ 。

(2) 设计权值矩阵 \mathbf{W} 奇异下的新的 FOCUSS 迭代算法。

本节针对 $\|s\|_0 < n$ 情况下 FOCUSS 重构算法进行重新推导和改进，并具体按照

$M \leq k_s = \|s\|_0 < N$ 和 $k_s = \|s\|_0 < M$ 两种稀疏状态下进行讨论。

(a) $M \leq k_s = \|s\|_0 < N$

在此情况下，即为待重构信号的稀疏度不低于测量信号的维度，此时参考文献[124]用拉格朗日乘子法求解式(4.1)的约束优化问题，将其转换为非约束问题如下：

$$\hat{s} = \arg \min_s (F(s, \alpha)) = \arg \min_s (\|s\|_p^p + \alpha^T (\Omega s - y)) \quad (4.19)$$

其中 $\alpha \in R^{M \times 1}$ 是拉格朗日乘子向量。以上非约束问题有解的必要条件为：

$$\begin{cases} \frac{\partial F(s, \alpha)}{\partial s} = p \cdot \text{diag}(|s[i]|^{p-2})s + \Omega^T \alpha = pU^{-1}s + \Omega^T \alpha = 0 \\ \frac{\partial F(s, \alpha)}{\partial \alpha} = \Omega s - y = 0 \end{cases} \quad (4.20)$$

在 $p < 2$ 时，由于 $\|s\|_0 < N$ ，则向量 s 的元素 $\{s[i]\}_{i=1}^n$ 必然存在部分元素为 0，这使得上式中 $\text{diag}(|s[i]|^{p-2})$ 这一项无法计算。因此，需要重新分析式(4.19)的求解问题。不失一般性，我们假定向量 s 中的 k 个非零元是 $s[n_1], s[n_2], \dots, s[n_k]$ ，且令 $s^\kappa = [s[n_1], s[n_2], \dots, s[n_k]]^T$ ，则

$s^o = [s[O_1], s[O_2], \dots, s[O_{n-k}]]^T = \theta_{(N-k) \times 1}$ 表示剩下的 $N-k$ 个零元； $\Omega^\kappa = [\omega_{n_1}, \omega_{n_2}, \dots, \omega_{n_k}]$ 是感知矩阵 Ω 中的第 n_1, n_2, \dots, n_k 列， $\Omega^o = [\omega_{o_1}, \omega_{o_2}, \dots, \omega_{o_{N-k}}]$ 为 Ω 去除 Ω^κ 后剩下的部分组成的矩阵。进一步得到 $s = \begin{bmatrix} s^\kappa \\ s^o \end{bmatrix}$ 和 $\Omega = \begin{bmatrix} \Omega^\kappa & \Omega^o \end{bmatrix}$ ，则式(4.19)在以上假设下变成如下式所示：

$$\hat{s}^\kappa = \arg \min_{s^\kappa} (F(s, \alpha)) = \arg \min_{s^\kappa} (\|s^\kappa\|_p^p + \alpha^T (\Omega^\kappa s^\kappa - y)) \quad (4.21)$$

再对上式列写极值问题存在的必要条件：

$$\begin{cases} \frac{\partial F(s^\kappa, \alpha)}{\partial s^\kappa} = p \cdot \text{diag}(|s^\kappa[i]|^{p-2})s^\kappa + (\Omega^\kappa)^T \alpha = p(U^\kappa)^{-1}s^\kappa + (\Omega^\kappa)^T \alpha = 0 \\ \frac{\partial F(s^\kappa, \alpha)}{\partial \alpha} = \Omega^\kappa s^\kappa - y = 0 \end{cases} \quad (4.22)$$

由于 s^κ 不含有零元素，故上式可以求解，进而得到：

$$s^\kappa = -\frac{1}{p} U^\kappa (\Omega^\kappa)^T \alpha \quad (4.23)$$

又有 $y = \Omega^\kappa s^\kappa$ ，故有：

$$\begin{aligned} y &= \Omega^\kappa s^\kappa = \Omega^\kappa \left(-\frac{1}{p} U^\kappa (\Omega^\kappa)^T \alpha \right) = -\frac{1}{p} \Omega^\kappa U^\kappa (\Omega^\kappa)^T \alpha \\ &\Rightarrow \alpha = -p (\Omega^\kappa U^\kappa (\Omega^\kappa)^T)^{-1} y \end{aligned} \quad (4.24)$$

将式 (4.24) 代入 (4.23) 得到式 (4.21) 的非约束优化问题解:

$$\hat{\mathbf{s}}^\kappa = \mathbf{U}^\kappa (\boldsymbol{\Omega}^\kappa)^T \left(\boldsymbol{\Omega}^\kappa \mathbf{U}^\kappa (\boldsymbol{\Omega}^\kappa)^T \right)^{-1} \mathbf{y} \quad (4.25)$$

最后将 $\hat{\mathbf{s}}^\kappa$ 与 $\hat{\mathbf{s}}^O = \mathbf{0}_{(N-k) \times 1}$ 合成重构的稀疏表示系数 $\hat{\mathbf{s}} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{s}}^\kappa \\ \hat{\mathbf{s}}^O \end{bmatrix}$ 以及重构的原始信号 $\hat{\mathbf{x}} = \boldsymbol{\Psi} \hat{\mathbf{s}}$ 。

以上部分的结果应用于分块压缩感知 (BCS), 就可得到在 $m \leq k_s = \|\mathbf{s}\|_0 < n$ 条件下分块压缩感知 FOCUSS 迭代算法如下:

$$\begin{cases} \mathbf{U}_{i(k+1)}^\kappa = \text{diag}(\|\hat{\mathbf{s}}_{i(k)}^\kappa\|^{2-p}) \\ \hat{\mathbf{s}}_{i(k+1)}^\kappa = \mathbf{U}_{i(k+1)}^\kappa (\boldsymbol{\Omega}^\kappa)^T \left(\boldsymbol{\Omega}_i^\kappa \mathbf{U}_{i(k+1)}^\kappa (\boldsymbol{\Omega}_i^\kappa)^T \right)^{-1} \mathbf{y}_i \\ \hat{\mathbf{s}}_{i(k+1)} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{s}}_{i(k+1)}^\kappa \\ \hat{\mathbf{s}}_{i(k+1)}^O \end{bmatrix}, \hat{\mathbf{x}}_{i(k+1)} = \boldsymbol{\Psi}_i \hat{\mathbf{s}}_{i(k+1)} \end{cases} \quad (4.26)$$

式中下标 $i(k+1)$ 表示第 i 个分块的第 $k+1$ 次迭代计算的结果。

$$(b) \quad k_s = \|\mathbf{s}\|_0 < M$$

在该情况下, 即为待重构信号的稀疏度少于测量信号的维度, 则此时 $\text{rank}(\mathbf{U}^\kappa) = \text{rank}(\text{diag}(\|\mathbf{s}^\kappa\|^{2-p})) = k$, 进而 $\text{rank}(\boldsymbol{\Omega}^\kappa \mathbf{U}^\kappa (\boldsymbol{\Omega}^\kappa)^T) \leq k < M$, 故式 (4.25) 中 $(\boldsymbol{\Omega}^\kappa \mathbf{U}^\kappa (\boldsymbol{\Omega}^\kappa)^T)^{-1}$ 项无法计算, 因此无法用式 (4.25) 进行重构稀疏表示系数 $\hat{\mathbf{s}}^\kappa$ 。下面就在上述 $k_s = \|\mathbf{s}\|_0 < M$ 情况下重新分析和推导式(4.1)的优化问题。

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= \boldsymbol{\Psi} \mathbf{x} = \boldsymbol{\Omega} \mathbf{s} = \boldsymbol{\Omega} \mathbf{W} \mathbf{q} \\ \Rightarrow \mathbf{y} &= \boldsymbol{\Omega}^\kappa \mathbf{s}^\kappa + \boldsymbol{\Omega}^O \mathbf{s}^O = \boldsymbol{\Omega}^\kappa \mathbf{W}^\kappa \mathbf{q}^\kappa + \boldsymbol{\Omega}^O \mathbf{W}^O \mathbf{q}^O \\ \Rightarrow \mathbf{y} &= \boldsymbol{\Omega}^\kappa \mathbf{s}^\kappa = \boldsymbol{\Omega}^\kappa \mathbf{W}^\kappa \mathbf{q}^\kappa \quad (\text{由于 } \mathbf{s}^O = \mathbf{0}^{N-k}) \end{aligned} \quad (4.27)$$

分析上式可知, 由于测量值 \mathbf{y} 的维度大于稀疏表示系数 \mathbf{s} 中非零元的数目 (\mathbf{s}^κ 的维度), 不存在一个重构的稀疏表示系数 $\hat{\mathbf{s}}^\kappa$ 使得上式 (4.27) 等式成立。故此条件下讨论的问题只能修正原先的优化问题本身, 即一般在该种情况考虑误差最小化修正方案, 即使得原始测量值和重构测量值的误差最小, 又或者使得原始信号与重构源信号的误差为最小。针对以上问题具体的常用方法有最小均方误差法 (MMSE), 如下式 (4.28) 所示, 另外本文在第五章将对误差框架下的优化重构进行更深入的研究分析。

$$\text{MMSE}: \hat{\mathbf{s}}^\kappa = \mathbf{W}^\kappa \left((\mathbf{W}^\kappa)^T (\boldsymbol{\Omega}^\kappa)^T \boldsymbol{\Omega}^\kappa \mathbf{W}^\kappa + (\mathbf{R} \mathbf{q}^\kappa)^{-1} \right)^{-1} (\boldsymbol{\Omega}^\kappa \mathbf{W}^\kappa)^T \mathbf{y} \quad (4.28)$$

式中, $\mathbf{R} \mathbf{q}^\kappa$ 表示 \mathbf{q}^κ 的自相关函数。

结合图像分块压缩感知（BCS）算法，就可得到在 $k_s = \|\mathbf{s}_i\|_0 < m$ 条件下分块压缩感知 FOCUSS 迭代算法如下：

$$\hat{\mathbf{s}}_i^\kappa = \mathbf{W}_i^\kappa \left((\mathbf{W}_i^\kappa)^T (\boldsymbol{\Omega}_i^\kappa)^T \boldsymbol{\Omega}_i^\kappa \mathbf{W}_i^\kappa + (\mathbf{R} \cdot \mathbf{q}_i^\kappa)^{-1} \right)^{-1} (\boldsymbol{\Omega}_i^\kappa \mathbf{W}_i^\kappa)^T \mathbf{y}_i \quad (4.29)$$

式中， $\mathbf{R} \cdot \mathbf{q}_i^\kappa$ 表示第 i 个子图像块所对应 \mathbf{q}_i^κ 的自相关函数。

4.3.2 噪声背景下 FOCUSS 重构算法的改进及在 BCS 中的应用

考虑第 4.2.3 节中所提噪声背景下 FOCUSS 基础算法中的拉格朗日乘子 λ 的重要性以及 L 曲线法的不足，本节算法的改进主要从确定拉格朗日乘子 λ 的 L 曲线法优化角度进行。优化过程主要考虑两个方面：（1）设计目标（目标信噪比）；（2）先验信息，包括噪声背景强度（即噪声方差）和图像块的信息量特征（信息熵）。

将子图像块向量的信息量特征（信息熵）应用于 FOCUSS 重构算法的拉格朗日乘子 λ 的阈值约束条件。限定子图像块中的平滑块（小信息熵）的 λ 阈值处较大值区间，提高重构信号的稀疏性；而细节块（大信息熵）的 λ 阈值处较小区间，提高重构信号的精确性。

将图像测量过程的噪声背景强度（噪声方差）用于设置拉格朗日乘子 λ 的阈值上下限，主要根据噪声模型属于高斯随机信号，采用噪声卡方分布置信区间要求（本文取 $\tau=0.9$ ）设置；再有可根据重构算法的目标信噪比来设置拉格朗日乘子 λ 的阈值上下限。

改进算法中拉格朗日乘子 λ 的阈值上下限采用噪声卡方分布置信区间 ($J(\lambda) = \|\mathbf{y} - \boldsymbol{\Omega} \mathbf{W} \mathbf{q}\|_2^2 \sim \chi_m^2$) 设置具体如下式所示：

$$\begin{cases} \lambda_{\min}^1 = \left\{ \lambda \mid \chi_m^2(J(\lambda)/\sigma^2) = (1-\tau)/2 \right\} \\ \lambda_{\max}^1 = \left\{ \lambda \mid \chi_m^2(J(\lambda)/\sigma^2) = (1+\tau)/2 \right\} \end{cases} \quad (4.30)$$

改进算法中拉格朗日乘子 λ 的阈值上下限采用目标信噪比(SNR)约束，其中信噪比的要求的上下限指标表示为 $X \pm \Delta$ dB，则 λ 的阈值具体设置公式如下：

$$\begin{cases} \lambda_{\min}^2 = \left\{ \lambda \mid \chi_m^2(J(\lambda)) = 10^{-(X-\Delta)/10} \|\mathbf{y}\|_2^2 \right\} \\ \lambda_{\max}^2 = \left\{ \lambda \mid \chi_m^2(J(\lambda)) = 10^{-(X+\Delta)/10} \|\mathbf{y}\|_2^2 \right\} \end{cases} \quad (4.31)$$

本文中最终改进算法中的拉格朗日乘子 λ 的阈值上下限采用式 (4.30) 和 (4.31) 的交集作为阈值条件，即 $\lambda_{\max} = \min \{\lambda_{\max}^1, \lambda_{\max}^2\}$ 和 $\lambda_{\min} = \max \{\lambda_{\min}^1, \lambda_{\min}^2\}$ 。

因此，基于以上分析可以得到，噪声背景下图像分块 FOCUSS 重构算法中的拉格朗日乘子优化值 λ_{opt} 的求解伪代码如下：

表 4.4 本文求解 λ_{opt} 的改进型 L-曲线法

输入: m 维测量值 \mathbf{y}_i , 感知矩阵 $\boldsymbol{\Omega}_i$, 步数 N_λ , 噪声方差 σ^2 , 目标信噪比 X

初始化:

$$\text{块权值矩阵 } \mathbf{W}_i = \text{diag} \left[\left(\boldsymbol{\Omega}_i^T \mathbf{y}_i \right)^{1-(p/2)} \right]$$

$$\lambda \text{ 阈值范围 } [\lambda_{\min}, \lambda_{\max}] \leftarrow \max_min(\mathbf{y}_i, \sigma^2, X) // \text{阈值条件函数}$$

$$\lambda \text{ 步长和初值 } \Delta\lambda = (\lambda_{\max} - \lambda_{\min}) / (N_\lambda - 1), \lambda_0 = \sigma \sqrt{2 \log_2 m}$$

L-曲线寻优:

$$\lambda = \lambda_0, \mathbf{s}_i = \mathbf{J} = \mathbf{S} = zeros(N_\lambda, 1)$$

While (迭代停止条件)

for ($j=1:1:N_\lambda$)

$$\{\lambda(j) = \lambda_{\min} + (j-1)\Delta\lambda$$

$$\mathbf{s}_i(j) = \mathbf{W}_i \mathbf{W}_i^T \boldsymbol{\Omega}_i^T \left(\boldsymbol{\Omega}_i \mathbf{W}_i \mathbf{W}_i^T \boldsymbol{\Omega}_i^T + \lambda(j) \mathbf{I}_m \right)^{-1} \mathbf{y}_i$$

$$\mathbf{J}(j) = \log_{10} \|\mathbf{y}_i - \boldsymbol{\Omega}_i \mathbf{s}_i(j)\|_2^2; \quad \mathbf{S}(j) = \log_{10} \|\mathbf{W}_i^{-1} \mathbf{s}_i(j)\|_2^2$$

}

end for

$$\mathbf{F}_1 = \text{polyfit}(\lambda, \mathbf{J}); \quad \mathbf{F}_2 = \text{polyfit}(\lambda, \mathbf{S})$$

$$\mathbf{K} = \frac{\left| \mathbf{F}_1' \cdot \mathbf{F}_2'' - \mathbf{F}_1'' \cdot \mathbf{F}_2' \right|}{\left((\mathbf{F}_1')^2 + (\mathbf{F}_2')^2 \right)^{\frac{3}{2}}}$$

$$[\sim, \text{Flag_max}] = \max \{ \mathbf{K} \}$$

$$\lambda_{\text{opt}} = \lambda(\text{Flag_max})$$

$$\mathbf{s}_{i,\text{opt}} = \mathbf{W}_i \mathbf{W}_i^T \boldsymbol{\Omega}_i^T \left(\boldsymbol{\Omega}_i \mathbf{W}_i \mathbf{W}_i^T \boldsymbol{\Omega}_i^T + \lambda_{\text{opt}} \mathbf{I}_m \right)^{-1} \mathbf{y}_i$$

$$\mathbf{W}_i = \text{diag}_{j=1,2,\dots,n} \left(\left| \mathbf{s}_{i,\text{opt}}(j) \right|^{1-\frac{p}{2}} \right)$$

end while

输出: $\{\lambda_i\}_{\text{opt}} = \lambda_{\text{opt}}; \hat{\mathbf{s}}_i = \mathbf{s}_{i,\text{opt}}$

4.4 仿真实验及结果分析

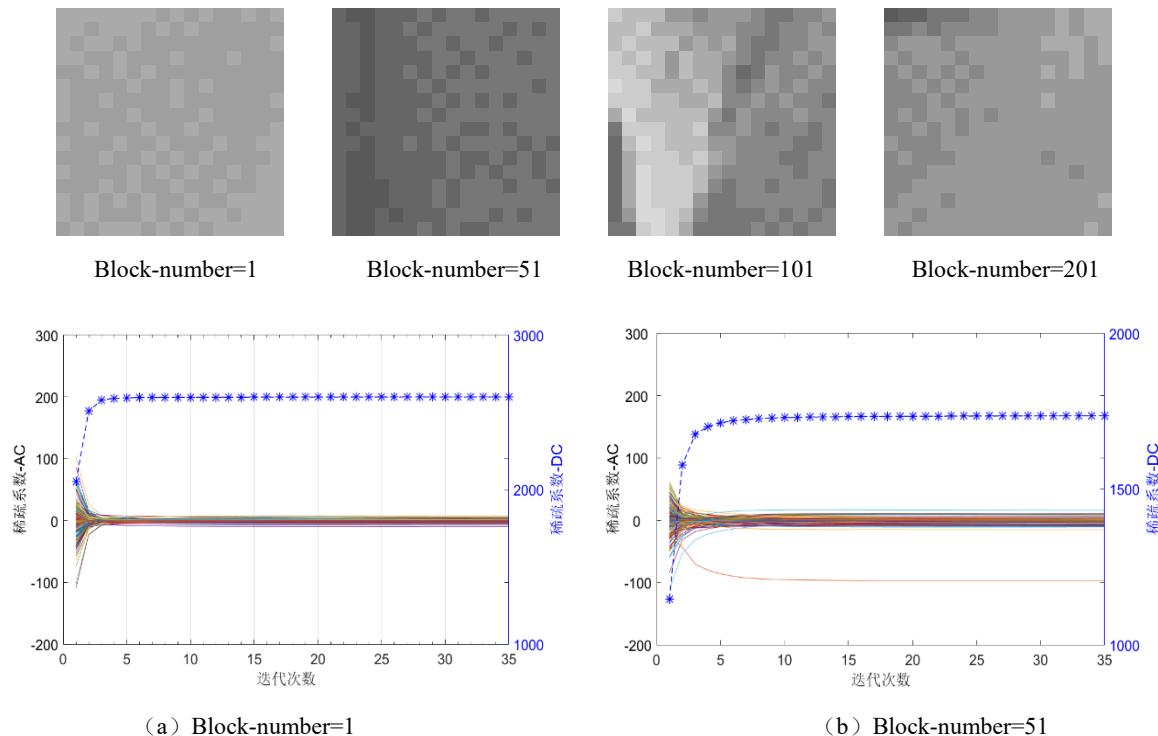
本节主要围绕 4.3 节所提的两种基于约束参数优化的图像分块 FOCUSS 重构改进算法进行仿真实验, 验证算法的可行性和有效性, 并进行结果分析。

4.4.1 无噪背景下算法的仿真实验及结果分析

为验证 4.3.1 节所提无噪声条件下 FOCUSS 改进算法的有效性，使用 MATLAB2016b 对本节所提算法性能进行仿真，测试图像选择同上一章相同的标准测试图像库（分辨率 256*256），采用 16*16 分块方式的 BCS 基础算法，稀疏矩阵和测量矩阵分别采用离散余弦基（Discrete Cosine Basis, DCB）和 OSTM 矩阵。实验具体包括：（1）稀疏表示系数 s 的收敛性验证；（2）FOCUSS 算法与 OMP 和 BP 算法的性能对比验证；（3）两种所提方案性能对比验证。

（1）稀疏表示系数 s 的收敛性验证

为了验证 FOCUSS 算法的收敛性，即收敛于 s 的 l_p 范数，本文选择上节 4.3.1 中构造了非奇异权值矩阵 \mathbf{W} 的 FOCUSS 改进算法（即 FOC-1）进行仿真实验，实验中采用 Lena 标准测试图像并设定 $p=1 \& \eta=0.3$ ，将实验中稀疏表示系数 s 的部分数据（取第 1、51、101 和 201 分块）的原始迭代变化记录和分析结果于图 4.1 和图 4.2 中。从图 4.1 可以看出，分块稀疏表示系数 $s_i = [s_i(1), s_i(2), \dots, s_i(256)]^T$ 中的各个系数随着迭代次数的增加趋于稳定，其中的较大值的蓝色虚线 $s_i(1)$ 表示稀疏表示系数中的直流分量；分别选取第 1, 51, 101, 201 个子图像块的稀疏表示系数可以看出，不同的子图像块具有不同的稀疏度，图（a）稀疏度较小，而图（d）稀疏度较图（a）要大一些。从图 4.2 可以看出，分块稀疏表示系数 s_i 经过多次迭代后其 $\|s_i\|_p$ 趋于稳定值，且迭代的快速收敛性也是较好，基本上从所选的 4 个子图像块可以看出当迭代次数大于 5 次就基本趋于稳定。



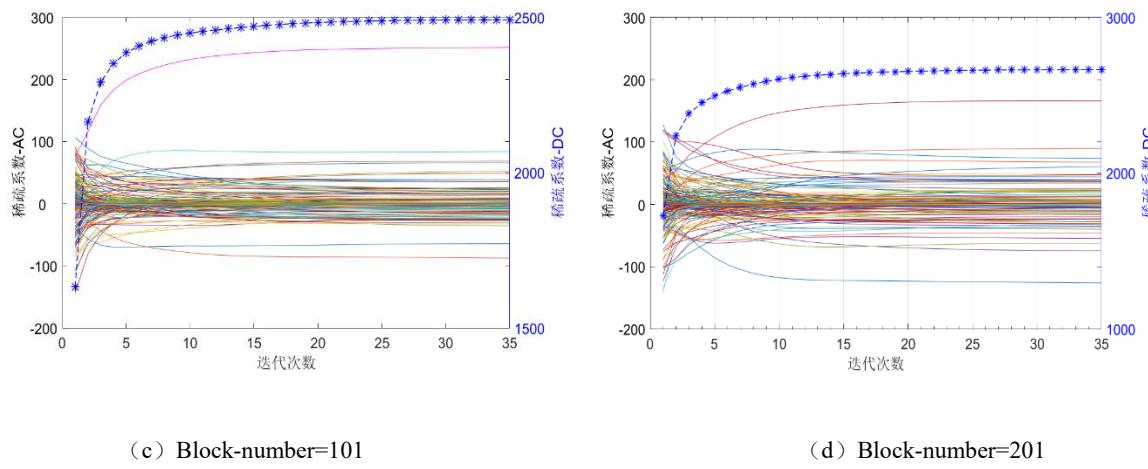


图 4.1 分块稀疏表示系数 s_i ($i=1, 51, 101, 201$) 迭代变化

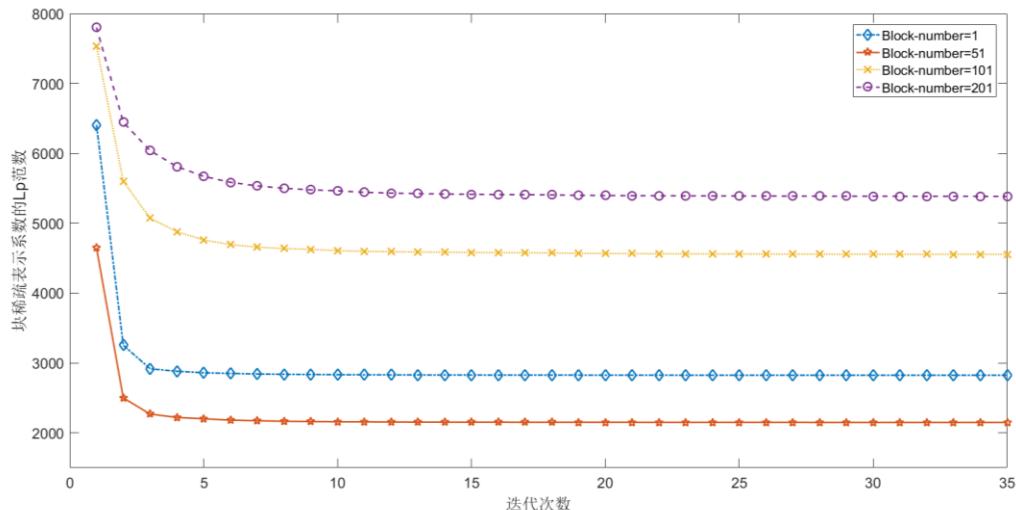


图 4.2 分块稀疏表示系数 s_i 的 l_p 范数值 $\|s_i\|_p$ 的迭代收敛

(2) FOCUSS 算法与 OMP 和 BP 算法的性能对比验证

本节实验主要测试无噪声条件下 OMP、BP 以及 FOCUSS（取 $p=1$ ）三种算法对不同标准测试图像在不同采样率 (η) 的重构效果。实验过程对以上过程进行数据记录，部分实验数据如表 4.5 所示。

表 4.5 可以看出, FOCUSS 算法应用于 Lena 和 Bridge 两幅测试图像的重构中, 在不同采样率 ($\eta=0.4, 0.5, 0.6$) 下的 4 个重构性能指标 ($PSNR$, $SSIM$, $GMSD$ 和 $EBAI$) 都优于另外两种算法。1) BP 算法和 FOCUSS 算法对重构图像的块效应抑制性能明显优于 OMP 算法, 其中 BP 和 FOCUSS 算法在 $\eta=0.4$ 对 Lena 重构, 块效应指数 $EBAI$ 相对于 OMP 分别减少了 2.8% 和 4.0%; 2) FOCUSS 算法对 $GMSD$ 性能的改进最明显, 在 $\eta=0.5$ 对 Lena 重构时, 相比前两种算

法分别减少了 28.1% 和 10.9% 的偏差量；3) FOCUSS 算法对比前两种算法在 *PSNR* 和 *SSIM* 两项性能也有一定程度的提高，但是在重构的时间成本 (*CT*) 不如基于 l_0 范数的 OMP 算法，但明显优于同为 l_1 范数优化的 BP 算法。

表 4.5 无噪声条件下三种重构算法 (OMP/BP/FOCUSS) 的比较

重构算法:		OMP	BP	FOCUSS
测试图	η	性能指标 <i>PSNR/SSIM/GMSD/EBAI/CT</i>		
Lena	0.4	32.43/0.948/0.182/10.53/ 1.16	32.49/0.962/0.148/10.24/35.83	32.64/0.963/0.137/10.11/6.32
	0.5	33.31/0.965/0.160/10.15/ 1.29	33.46/0.974/0.129/9.76/49.55	33.99/0.976/0.115/9.66/9.46
	0.6	34.24/0.976/0.137/9.75/ 1.50	34.61/0.983/0.104/9.35/70.81	35.03/0.984/0.094/9.33/14.97
Bridge	0.4	29.43/0.917/0.197/10.10/ 1.09	29.43/0.939/0.171/9.91/35.29	29.49/0.945/0.161/9.71/6.27
	0.5	29.92/0.942/0.177/9.70/ 1.28	30.11/0.957/0.152/9.51/49.83	30.22/0.961/0.141/9.33/9.87
	0.6	30.56/0.959/0.155/9.44/ 1.50	30.85/0.971/0.131/9.16/66.83	31.14/0.973/0.119/9.03/14.63

(3) 两种所提方案性能对比验证

本节对 4.3.1 节中所提的两种 FOCUSS 改进算法进行比较，将非奇异的权值矩阵 \mathbf{W} 下 FOCUSS 算法记为 FOC1，将第二种奇异的权值矩阵 \mathbf{W} 下新迭代 FOCUSS 算法记为 FOC2，对比实验主要在不同采样率 η 和不同范数 p 下进行两个算法的重构性能指标对比实验，部分实验结果和数据记录于表 4.6 和 4.7 中。

从表 4.6 可以看出，在不同采样率 η 下且测试不同的标准图像，FOC1 算法的性能质量指标都优于 FOC2 算法，但在计算复杂度即计算成本上，FOC2 算法占优。通过分析这两种算法和实验结果不同可以得出以下结论：FOC1 算法由于每次迭代运算均是取满秩的权值矩阵 \mathbf{W} 进行，故算法计算量大，但是计算精度高；而 FOC2 算法的迭代运算采用降维权值矩阵 \mathbf{W} ，因此计算复杂度降低，同时也损失了一部分有效信息，性能指标有所下降。

观察表 4.7 的数据，纵向方向上可以看出，随着范数 p 在 0-1 之间的增加，两个算法的性能指标都有不同程度的提高，横向方向上看，不管针对不同测试图像还是不同范数 p 约束条件下，FOC1 算法的性能质量指标都优于 FOC2 算法，但其时间耗费大于 FOC2 算法。

表 4.6 两种 FOCUSS 算法的性能对比 (在不同 η 情况下)

重构算法:		FOC1	FOC2
$p=1$	η	性能指标 <i>PSNR/SSIM/GMSD/EBAI/CT</i>	
Lena	0.4	32.53/0.961/0.147/10.20/8.14	32.23/0.959/0.150/10.21/ 5.58
	0.5	33.47/0.975/0.126/9.75/13.28	33.12/0.973/0.128/9.79/ 9.06
	0.6	34.63/0.983/0.104/9.31/20.88	34.18/0.981/0.109/9.39/ 14.85
Boats	0.4	31.39/0.957/0.174/10.24/7.97	30.76/0.950/0.178/10.33/ 5.47
	0.5	32.02/0.969/0.154/9.84/12.92	31.79/0.970/0.156/9.85/ 8.66
	0.6	33.12/0.981/0.127/9.46/22.42	32.79/0.980/0.131/9.53/ 14.67

表 4.7 两种 FOCUSS 算法的性能对比（在不同 p 情况下）

重构算法:		FOC1	FOC2
$\eta=0.6$	p	性能指标 PSNR/SSIM/GMSD/EBAI/CT	
Lena	0.2	31.20/0.949/0.171/10.36/20.73	30.19/0.935/0.187/10.49/13.91
	0.5	33.02/0.973/0.131/9.71/21.36	31.36/0.959/0.156/10.09/14.45
	1	34.63/0.983/0.104/9.31/20.88	34.18/0.981/0.109/9.39/ 14.85
Boats	0.2	30.05/0.950/0.191/10.18/21.70	29.70/0.940/0.198/10.40/14.12
	0.5	31.42/0.966/0.161/9.94/20.41	30.38/0.952/0.180/10.16/13.71
	1	33.12/0.981/0.127/9.46/22.42	32.79/0.980/0.131/9.53/ 14.67

下图为测试图像 Lena 和 Boats 在采样率 $\eta=0.6$ 时采用 l_p ($p=0.5$) 范数约束条件下的重构效果图，从主观和客观两个方面都能看出采用 FOC1 算法的重构图像质量优于 FOC2 算法，其中信噪比 (PSNR) 在两幅测试图像中都相差 1dB 以上，另外从 EBAI 指标和直观视觉角度，FOC1 算法对块效应的消弱要强于 FOC2 算法。



图 4.3 无噪声背景下不同 FOCUSS 算法的实际重构效果图

4.4.2 噪声背景下算法的仿真实验及结果分析

针对 4.3.2 节所提的噪声背景下 FOCUSS 重构改进算法，本次实验在标准图像测试库（包

括 SIPI Image Database, BSDS500 及 LIVE Database 等) 进行测试, 验证本文设计的算法的可行性和有效性。

实验在 Matlab2016b 软件环境下运行, 主要对正交匹配追踪 (OMP)、基追踪 (BP)、局灶基础解法 (Focuss-basic, FOC-B) 和本文所提的局灶改进算法 (Focuss-modified, FOC-M) 四种算法进行了对比实验, 测试图像选取以上所提标准图像库中的 256×256 灰度图像, 以上四种重构算法采用分块重构策略, 子图像块限定为维度 256 的 16×16 分块方式。另外本实验中的 FOCUSS 算法逼近 l_p 范数最小化的过程中, 取 $p=1$, 主要进行了两部分实验: 1) 验证改进算法对参数 λ 选择的提升; 2) 改进算法的有效性和普适性。

1) 拉格朗日乘子 λ 的选择对比实验

图 4.4 表示 Lena 的第 i 个子图像块在 $\sigma=20$ 条件下以上两种算法对 λ 的选择, 从图可以看出 FOC-M 算法相对 FOC-B 算法, 其 λ 取值范围更加集中, 且 λ 的最佳值精度也更高。分析可知, 由于改进算法 FOC-M 限定参数 λ 的取值范围, 使得相同计算数据量情况下 FOC-M 算法的计算点数可以做到更加的密集, 而 FOC-B 算法没有关于参数 λ 的寻优范围, 为保证 L-曲线法能够找到一个最大曲率点, 则必须在更宽广的 λ 取值区间进行寻优, 进而导致寻优过程无法保证算法的精度和效率。

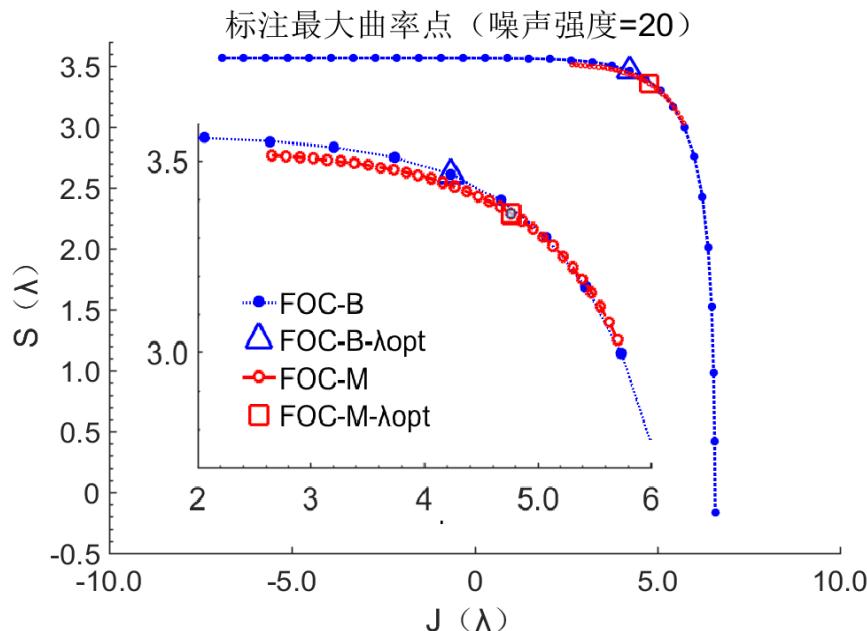
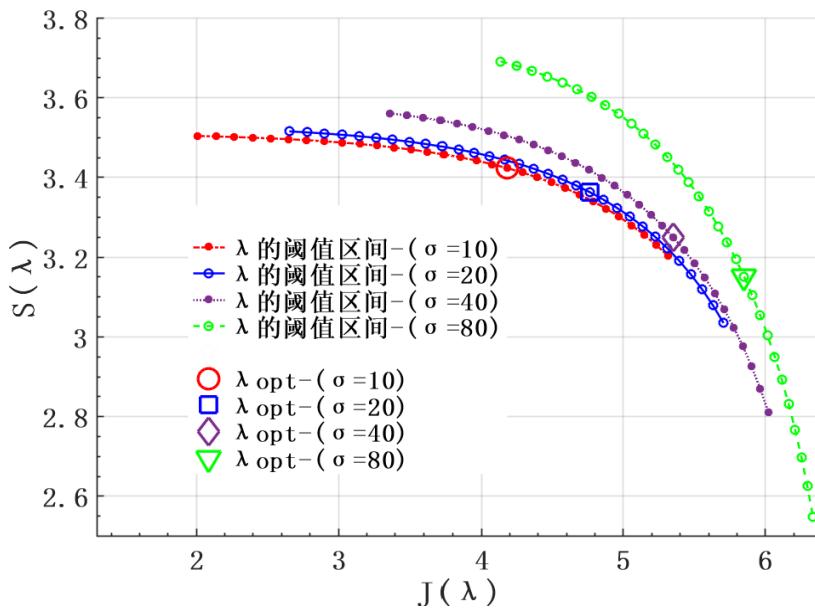


图 4.4 FOCUSS 改进算法对 λ 选择区间的影响

图 4.5 给出了 FOC-M 重构算法下不同噪声强度对拉格朗日乘子的影响。从图中看出, 随着噪声强度 σ 的增加, 重构误差 $J(\lambda)$ 和稀疏性 $S(\lambda)$ 都增大, 同时 λ_{opt} 也随之增加; 即 λ_{opt} 与 σ 呈正相关。

图 4.5 不同噪声强度下 λ_{opt} 的变化趋势

2) 不同噪声条件下的对比实验及算法的普适性

本文采用多幅测试图像在不同噪声条件下进行实验验证设计的 FOC-M 算法的普适性，对比实验选取 Barbara 标准测试图在噪声强度分别为 10, 20 和 40 环境下进行，实验结果如表 4.8 所示。从表 4.8 可以看出本文所提算法 FOC-M 在 PSNR, SSIM 以及 GMSD 指标上都优于其余 3 种算法，在 EBAI 指标上随着噪声的增加，后段表现不如 FOC-B 算法，究其原因是 FOC-M 算法中设定 λ 与 σ 正相关，随着 σ 增加， λ 的阈值也较大，提升重构图像的相对稀疏性，进而引起 EBAI 指标增加。

表 4.8 不同噪声条件下四种重构算法的比较

测试图: Barbara	$\sigma=10$	$\sigma=20$	$\sigma=40$
	$\eta=0.5$ 性能指标 PSNR/SSIM/GMSD/EBAI		
OMP	30.68/0.9473 /0.1905/10.11	29.31/0.9011 /0.2403/10.10	28.29/0.7542 /0.2917/10.20
	30.74/0.9592 /0.1618/9.944	29.47/0.9276 /0.2119/9.964	28.25/0.8182 /0.2751/10.08
BP	31.19/0.9640 /0.1522/9.867	29.66/0.9320 /0.2032/ 9.916	28.26/0.8303 /0.2700/ 10.04
	31.99/0.9671 0.1293/9.806	30.70/0.9566 /0.1477/9.931	29.50/0.9282 /0.1966/10.24
FOC-B			
FOC-M			

表 4.9 给出了以上 4 种重构算法在 3 幅标准测试图下重构结果数据，在采样率为 0.3 和噪声为 10 的条件下，本文所提 FOC-M 算法在以下 4 个性能指标上都优于其余 3 种算法，特别是对比 FOC-B 算法，说明本文对局灶解法的改进是有效的。

此外，在 FOC-M 算法执行迭代过程中设定了两个迭代停止条件：1) λ_{opt} 求取结束条件为 5

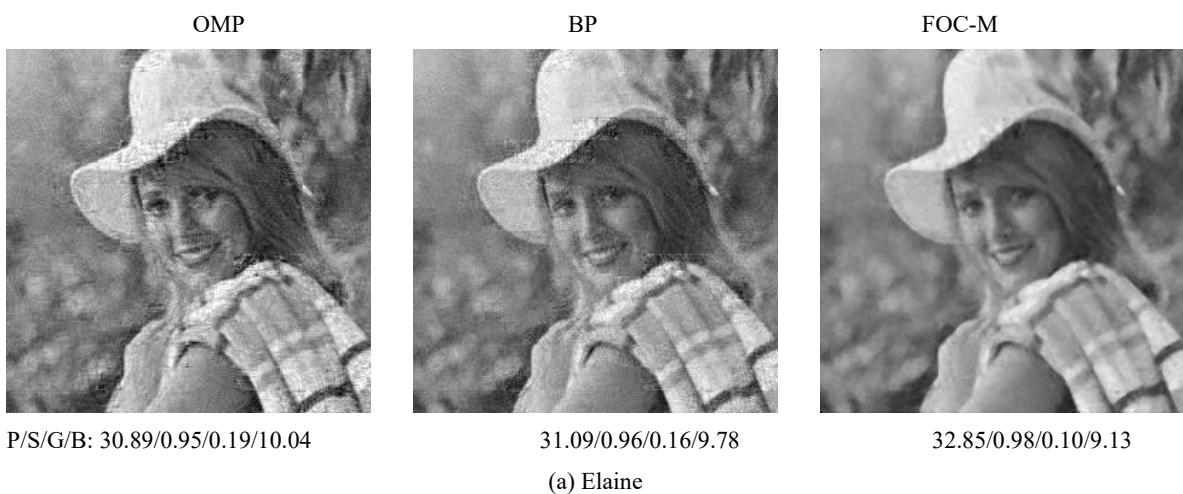
次解相同即结束；2) \hat{s} 的求取结束为两次迭代结果之差的模值小于 Δ 的 $1/100$ ，即 $|\hat{s}_{k+1} - \hat{s}_k| \leq \Delta/100$ 。该方式使得 FOC-M 算法相对于 FOC-B 算法计算时间成本节约了 8.5%。

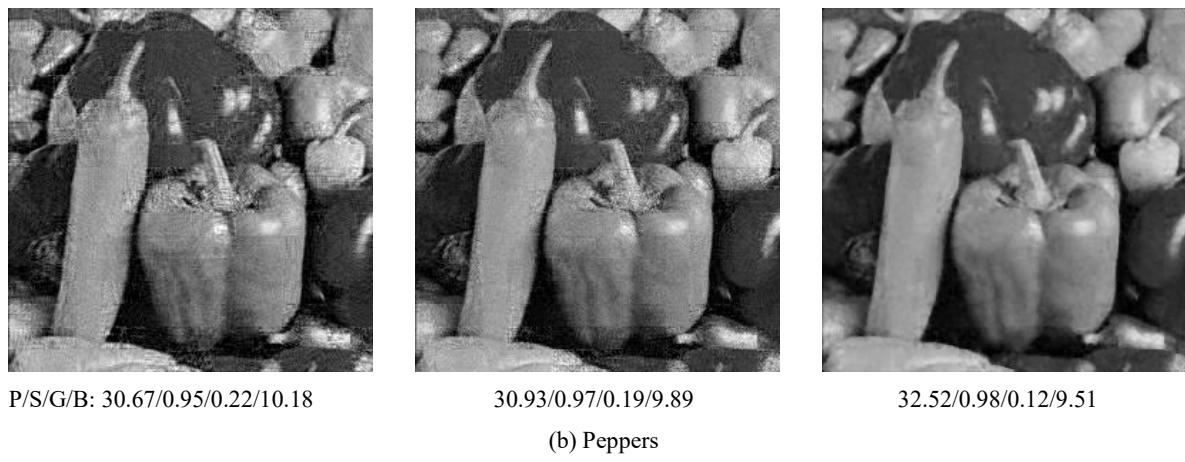
表 4.9 不同测试图像下四种重构算法的比较

采样率: $\eta=0.3$	Lena	Monarch	Boats
噪声 $\sigma=10$	性能指标 PSNR/SSIM/GMSD/EBAI		
OMP	30.73/0.9093 /0.2117/10.81	30.10/0.7648 /0.2455/11.02	30.06/0.8974 /0.2338/10.87
	30.71/0.9333 /0.1771/10.59	30.06/0.8192 /0.2178/10.78	29.93/0.9221 /0.2028/10.73
BP	30.88/0.9365 /0.1690/10.61	30.10/0.8241 /0.2131/10.75	30.01/0.9278 /0.1951/10.70
	31.19/0.9505 0.1527/10.24	30.57/0.8320 0.1960/10.40	30.67/0.9504 0.1799/10.25

综合表 4.8 和表 4.9 的数据分析，本文所提算法对局灶算法的性能提高在不同噪声和不同图像环境下具有一定的普适性。

以上两点都从重构算法的指标数据角度客观地展示了本文所提算法对 FOCUSS 算法改进的有效性，而图 4.6 从主观直觉角度对比了 3 种重构算法，展示本文所设计算法对图像重构的改进效果。图 4.6 所示实验在 ($\eta=0.5 & \sigma=10$) 条件下进行，本文 FOC-M 算法在 PSNR 指标上相对于 OMP 算法在测试图 Peppers 上提高了 1.85dB，Elaine 上也提高了近 1dB；两幅测试图在 GMSD 指标上相对于 OMP 算法分别下降了 47.4% 和 45.5%，相比于 BP 算法也减少了 37.5% 和 36.8%；此外，从主观视觉感受角度上 FOC-M 算法下的重构图像质量强于 OMP 和 BP 两者。



图 4.6 重构效果对比图 ($\eta=0.5$ & $\sigma=10$)

4.5 本章小节

本章主要研究和分析了基于约束参数优化的图像分块 FOCUSS 重构算法，首先推导了无噪背景和有噪背景两种条件下的 FOCUSS 算法迭代计算公式，并分别分析了其应用中的存在问题；其次针对无噪条件下权值矩阵的奇异问题，提出了构造非奇异的权值矩阵和设计权值矩阵奇异下的新的 FOCUSS 迭代算法两种解决改进方案；再者在噪声条件下，利用噪声强度先验信息和设计目标要求，应用卡方分布规律改进 L-曲线法来约束拉格朗日乘子，并增加了双误差停止条件改进算法的计算效率。最后通过多组实验验证本文所提 FOCUSS 优化算法的有效性和普适性，特别是所提噪声条件下的 FOCUSS 优化算法在主观和客观性能上都对 FOCUSS 基础算法有了一个较大的提升。

第五章 基于最佳重构稀疏度的图像分块降噪重构算法研究

5.1 引言

近些年来，重构算法的研究一直是压缩感知理论中的研究热点，而重构算法的研究主要集中在新重构算法的提出和不同类型重构算法的融合，少有文章研究重构算法本身的迭代逼近优化问题。本章主要从误差分析框架下的重构算法泛函逼近角度来研究重构算法的优化问题，重点考虑泛函逼近过程中的迭代优化问题。实际图像压缩和重构技术的应用多在噪声背景下进行，因而本章研究的关键在于含噪观测图像的最佳迭代重构，使得源图像的重构误差最小。

本章所提算法主要建立在图像的稀疏表示和范数优化基础上，首先根据压缩感知框架结构建立不同阶段的图像噪声表示模型，进而分析不同噪声对图像重构误差的影响；其次在图像稀疏度 K 先验信息未知的情况下，确立噪声背景下以重构误差最小化为目标和重构稀疏度（ v ）匹配为手段的优化方法；再有在基于 l_0 范数贪婪算法基础上建立重构优化算法的最佳迭代次数求解模型；最后通过仿真验证优化算法的可行性及普适性。

本章内容安排如下，第 5.2 节主要介绍了噪声类型和重构误差产生及分析。5.3 节介绍了误差最小化约束下的最佳重构稀疏度问题及提出具体的解决方案。5.4 节设计仿真实验验证算法的有效性并对结果进行分析。5.5 节总结了本章的内容。

5.2 噪声类型及重构误差分析

本小节介绍压缩感知模型下的重构图像信号的误差产生原因及分析相关模型。压缩感知模型下的图像压缩重构系统主要包括稀疏表示，压缩测量和优化重构三个部分，因而误差的产生都与之相关。本文将以上三个过程中导致误差产生的原因来源不同归为 3 类：设备噪声、背景噪声和重构算法，其中重构算法既是误差产生的原因，同时也可以通过优化重构算法来减弱或消除噪声带来的系统误差。

5.2.1 设备噪声

设备噪声指图像信号采集、观测过程中由于设备因素而产生的噪声，主要包含两个部分，即与目标图像源信号 \mathbf{x} 同维度的采集设备噪声 \mathbf{v}_1 和与观测值 \mathbf{y} 同维度的观测设备噪声 \mathbf{w}_1 。其中采集设备噪声 \mathbf{v}_1 的产生原因主要与信号采集设备的稳定性和数据数字化量化过程有关；测量噪声 \mathbf{w}_1 的产生原因则跟观测设备的稳定性、精度和结构有关。将理想情况下无偏差的目标图像源信号记为 $\bar{\mathbf{x}}$ ，建立具有设备噪声情况下的 CS 观测模型如下式所示。

$$\mathbf{y} = \Phi\mathbf{x} + \mathbf{w}_1 = \Phi(\bar{\mathbf{x}} + \mathbf{v}_1) + \mathbf{w}_1 = \Phi\Psi(s + \mathbf{n}_1) + \mathbf{w}_1 = \Omega s + \Omega\mathbf{n}_1 + \mathbf{w}_1 = \Omega s + \mathbf{e}_1 \quad (5.1)$$

其中， s 和 \mathbf{n}_1 分别是 $\bar{\mathbf{x}}$ 和 \mathbf{v}_1 在正交基 Ψ 下的系数，而 $\mathbf{e}_1 = \Omega\mathbf{n}_1 + \mathbf{w}_1$ 为采集观测中产生的总设备

噪声。

5.2.2 背景噪声

背景噪声指在图像信号采集、观测、传输过程中由于所处环境引起的信号波动的噪声，主要包括两个部分：(1) N 维信号源端所处环境产生的背景噪声 \mathbf{v}_2 ，(2) M 维降维观测和传输过程中产生的背景噪声 \mathbf{w}_2 。同 5.2.1 节一样可以建立具有背景噪声情况下的 CS 观测模型如下式所示。

$$\mathbf{y} = \Phi \mathbf{x} + \mathbf{w}_2 = \Phi(\bar{\mathbf{x}} + \mathbf{v}_2) + \mathbf{w}_2 = \Phi \Psi(s + \mathbf{n}_2) + \mathbf{w}_1 = \Omega s + \Omega \mathbf{n}_2 + \mathbf{w}_2 = \Omega s + \mathbf{e}_2 \quad (5.2)$$

其中， \mathbf{n}_2 是 \mathbf{v}_2 在正交基 Ψ 下的系数，而 $\mathbf{e}_2 = \Omega \mathbf{n}_2 + \mathbf{w}_2$ 为环境引起的总背景噪声。

5.2.3 重构误差分析

下面重点介绍重构误差的产生以及建立相关模型。重构误差指的是图像源信号的重构值 $\hat{\mathbf{x}}$ 与源信号 \mathbf{x} 之间的差异性，而源信号 \mathbf{x} 不具有稀疏性，故本文选取图像源信号 \mathbf{x} 在正交基 Ψ 的稀疏系数 s 与其对应的重构值 \hat{s} 之间的差异性来评价重构误差。为了评价的准确性，这里引入 l_2 范数来定义 s 与 \hat{s} 之间差异的特征值，并称为稀疏系数误差函数，具体表达式如下。

$$e_s = \frac{1}{N} \|s - \hat{s}\|_2^2 \quad (5.3)$$

其中计算 e_s 的关键是求解 \hat{s} ，而 \hat{s} 一般可由式 (4.1) 所示优化算法求得，即求解显式 $\hat{s} = f(\Omega, \mathbf{y})$ ， $f(*)$ 表示某一种重构优化算法。因此由以上可知，影响 \hat{s} 的因素主要是3个：观测值 \mathbf{y} 是否包含源信号 \mathbf{x} 的所有信息及是否含噪声、感知矩阵 Ω （包括稀疏矩阵 Ψ 和测量矩阵 Φ ）设置是否合理，以及优化算法是否合理。本章主要从观测值 \mathbf{y} 含有噪声条件下分析如何通过优化重构算法来降低和消除噪声的影响，本节重点分析了各种噪声对稀疏系数误差函数 e_s 的影响。

将设备和环境背景两个因素引起的噪声信号合并构成联合噪声条件下的 CS 观测模型如下所示：

$$\mathbf{y} = \Phi(\bar{\mathbf{x}} + \mathbf{v}) + \mathbf{w} = \Phi \Psi(s + \mathbf{n}) + \mathbf{w} = \Omega s + \Omega \mathbf{n} + \mathbf{w} = \Omega s + \mathbf{e} \quad (5.4)$$

其中， \mathbf{v} 和 \mathbf{w} 分别表示 CS 观测模型中的信源噪声和测量噪声， \mathbf{n} 是信源噪声 \mathbf{v} 通过正交基 Ψ 变换后的稀疏域信源噪声，而 $\mathbf{e} = \Omega \mathbf{n} + \mathbf{w}$ 为模型中两类噪声的等价总和^[128]。

在上述联合噪声条件下，以白化角度分析联合噪声对重构误差函数 e_s 的性能影响^[129]。为了分析以上性能的影响，首先假定信源噪声 \mathbf{v} 和测量噪声 \mathbf{w} 都属于服从高斯分布的零均值高斯噪声，且有其对应方差分别为 σ_v^2 和 σ_w^2 ，而 $\mathbf{n} = \Psi^{-1} \mathbf{v}$ 且 Ψ^{-1} 为正交基，所以 \mathbf{n} 也为服从高斯分布的零均值高斯噪声，且其方差 σ_n^2 与 σ_v^2 正相关。下面简要介绍白化分析的具体方法。联

合噪声 \boldsymbol{e} 的协方差矩阵即为:

$$\boldsymbol{Q} = \sigma_w^2 \boldsymbol{I} + \sigma_n^2 \boldsymbol{\Omega} \boldsymbol{\Omega}^T \quad (5.5)$$

一般而言, 由于感知矩阵 $\boldsymbol{\Omega}$ 的影响 \boldsymbol{Q} 不再是单位矩阵形式, 即联合噪声 \boldsymbol{e} 不再满足高斯分布进而使得重构算法分析复杂化。这里为了简化以上分析, 进一步假设测量矩阵 $\boldsymbol{\Phi} = [\boldsymbol{\varphi}_1 \ \boldsymbol{\varphi}_2 \ \cdots \ \boldsymbol{\varphi}_N]$ 是满足列向量归一化和正交化的循环矩阵, 即 $\|\boldsymbol{\varphi}_i\|_2 = 1$ 且 $\boldsymbol{\Phi}_M^j (\boldsymbol{\Phi}_M^j)^T = \boldsymbol{I}$,

其中 $\boldsymbol{\Phi}_M^j = [\boldsymbol{\varphi}_{j+1} \ \boldsymbol{\varphi}_{j+2} \ \cdots \ \boldsymbol{\varphi}_{j+M}]$ 。此时有

$$\boldsymbol{\Omega} \boldsymbol{\Omega}^T = \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\Psi} \boldsymbol{\Psi}^T \boldsymbol{\Phi}^T = \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\Phi}^T = \sum_{r=1}^{N/M} \boldsymbol{\Phi}_M^r (\boldsymbol{\Phi}_M^r)^T = \frac{N}{M} \boldsymbol{I} = R \boldsymbol{I} \quad (5.6)$$

再将式 (5.6) 代入 (5.5), 可得

$$\boldsymbol{Q} = \left(\sigma_w^2 + \frac{N}{M} \sigma_n^2 \right) \boldsymbol{I} \quad (5.7)$$

若此时记联合噪声 \boldsymbol{e} 的等效总方差为 σ_e^2 , 则有 $\sigma_e^2 = \sigma_w^2 + \frac{N}{M} \sigma_n^2$ 。而在压缩感知领域普遍存在 $N \gg M$, 这就会导致总的噪声会大大增加, 也就是 CS 领域中的 Noise Folding (NF) 现象。

按照噪声维度不同, 分别分析 M 维测量噪声 \boldsymbol{w} 和 N 维信源噪声 \boldsymbol{n} 对稀疏系数误差函数 e_s 的性能影响。

(1) 测量噪声 \boldsymbol{w} 对误差函数 e_s 的影响分析

在分析测量噪声 \boldsymbol{w} 对重构误差函数 e_s 的影响过程中, 做如下假定: 1) 测量噪声 \boldsymbol{w} 满足高斯分布, 即 $\boldsymbol{w} \sim N(0, \sigma_w^2)$; 2) 测量矩阵 $\boldsymbol{\Phi} = [\boldsymbol{\varphi}_1 \ \boldsymbol{\varphi}_2 \ \cdots \ \boldsymbol{\varphi}_N]$ 为满足列向量归一化和正交化的循环矩阵, 即 $\|\boldsymbol{\varphi}_i\|_2 = 1$ 且 $\boldsymbol{\Phi}_M^j (\boldsymbol{\Phi}_M^j)^T = \boldsymbol{I}_M$; 3) 感知矩阵 $\boldsymbol{\Omega}$ 满足 RIP 准则。

定义 $\lambda_i(\boldsymbol{\Omega})$ 为矩阵 $\sqrt{\boldsymbol{\Omega}^T \boldsymbol{\Omega}}$ 的第 i 个特征值 (从大到小排序), $\varepsilon_i(\boldsymbol{\Omega})$ 为矩阵 $\boldsymbol{\Omega}$ 的第 i 个奇异值 (从大到小排序), 故有 $\lambda_i(\boldsymbol{\Omega}) = \varepsilon_i(\boldsymbol{\Omega})$ 。由假定 2) 结合式 (5.6) 可知 $\boldsymbol{\Omega} \boldsymbol{\Omega}^T = (N/M) \boldsymbol{I}$ 。

由于不同重构算法对稀疏表示系数 s 的恢复具有不同的精度, 此处误差分析过程假定重构过程为理想情况, 即实现最优重构; 同时假定源信号 \boldsymbol{x} 在正交基 $\boldsymbol{\Psi}$ 的稀疏性 (数量 K 和位置) 已知, 即已知 $\Lambda = \text{supp}(s)$ 。选取最小二乘法 (LS) 为基础重构算法基础上, 则式 (4.1) 所示的优化重构问题可以转化为如下形式:

$$\begin{cases} \hat{s} = \arg \min_s \| \boldsymbol{\Omega} s - \mathbf{y} \|_2 \quad s.t. \quad supp(s) = \Lambda \\ \hat{s}_\Lambda = \boldsymbol{\Omega}_\Lambda^L(\mathbf{y}) = (\boldsymbol{\Omega}_\Lambda^T \boldsymbol{\Omega}_\Lambda)^{-1} \boldsymbol{\Omega}_\Lambda^T (\boldsymbol{\Omega}_\Lambda s_\Lambda + \mathbf{w}) = s_\Lambda + \boldsymbol{\Omega}_\Lambda^L \mathbf{w} \\ \hat{s} = \begin{bmatrix} \hat{s}_\Lambda \\ \hat{s}_{\bar{\Lambda}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{s}_\Lambda \\ \mathbf{0}_{\bar{\Lambda}} \end{bmatrix}, s = \begin{bmatrix} s_\Lambda \\ s_{\bar{\Lambda}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_\Lambda \\ \mathbf{0}_{\bar{\Lambda}} \end{bmatrix} \end{cases} \quad (5.8)$$

上式中, $\bar{\Lambda}$ 表示 Λ 的补集, 即全集 $\{1, \dots, N\}$ 中去除索引集 Λ 中含有元素后剩下元素集合, $\boldsymbol{\Omega}_\Lambda^L = (\boldsymbol{\Omega}_\Lambda^T \boldsymbol{\Omega}_\Lambda)^{-1} \boldsymbol{\Omega}_\Lambda^T$ 表示 $\boldsymbol{\Omega}_\Lambda$ 的左逆矩阵。再者根据假定 1) 可知测量噪声 \mathbf{w} 满足高斯分布, 因此可以推得误差函数 e_s 的期望值为:

$$\begin{aligned} E\{e_s\} &= E\left\{\frac{1}{N}\|s - \hat{s}\|_2^2\right\} = E\left\{\frac{1}{N}\|\boldsymbol{\Omega}_\Lambda^L \mathbf{w}\|_2^2\right\} = \frac{1}{N}E\left\{tr\left\{\boldsymbol{\Omega}_\Lambda^L \mathbf{w} \mathbf{w}^T (\boldsymbol{\Omega}_\Lambda^L)^T\right\}\right\} \\ &= \frac{1}{N}tr\left\{\boldsymbol{\Omega}_\Lambda^L E\left\{\mathbf{w} \mathbf{w}^T\right\} (\boldsymbol{\Omega}_\Lambda^L)^T\right\} = \frac{\sigma_w^2}{N}tr\left\{\boldsymbol{\Omega}_\Lambda^L (\boldsymbol{\Omega}_\Lambda^L)^T\right\} = \frac{\sigma_w^2}{N}tr\left\{(\boldsymbol{\Omega}_\Lambda^L)^T \boldsymbol{\Omega}_\Lambda^L\right\} \\ &= \frac{\sigma_w^2}{N} \sum_{k=1}^K \left\{\lambda_k(\boldsymbol{\Omega}_\Lambda^L)\right\}^2 = \frac{\sigma_w^2}{N} \sum_{k=1}^K \left\{\varepsilon_k(\boldsymbol{\Omega}_\Lambda^L)\right\}^2 \end{aligned} \quad (5.9)$$

为了继续推导上式, 先介绍引理[5.1]如下:

引理[5.1]: 假设一个 $M \times N (M < N)$ 矩阵 $\boldsymbol{\Omega}$, 其下标集合 Λ 满足 $|\Lambda|_0 \leq K < M$ 。如果 $\boldsymbol{\Omega}$ 满足常数为 δ_K 的RIP条件, 则下式成立

$$\frac{1}{\sqrt{1+\delta_K}} \leq \varepsilon_k(\boldsymbol{\Omega}_\Lambda^L) \leq \frac{1}{\sqrt{1-\delta_K}}, \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (5.10)$$

式中 $\boldsymbol{\Omega}_\Lambda$ 表示 $\boldsymbol{\Omega}$ 中满足索引值于下标集合 Λ 中的所有列向量组成的矩阵。

证明: 由矩阵奇异值分解 (Singular Value Decomposition, SVD) 的知识可知, $\boldsymbol{\Omega}_\Lambda$ 可由分解为如下形式, 即:

$$\boldsymbol{\Omega}_\Lambda = \mathbf{U} \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{V}^H \quad (5.11)$$

其中, $\mathbf{U} \in R^{M \times M}$ 为正交矩阵, $\mathbf{V} \in R^{K \times K}$ 为酉矩阵, $\boldsymbol{\Sigma} \in R^{M \times K}$ 为对角阵, 对角线上的值 $\varepsilon_i(\boldsymbol{\Omega}_\Lambda)$ 为第 i ($i = 1, 2, \dots, K$) 个奇异值。由于 $\boldsymbol{\Omega}$ 的RIP准则, 因此对于任何 $\mathbf{r} \in R^{K \times 1}$, 均有:

$$(1 - \delta_K) \mathbf{r}^H \mathbf{r} \leq \mathbf{r}^H \boldsymbol{\Omega}_\Lambda^H \boldsymbol{\Omega}_\Lambda \mathbf{r} \leq (1 + \delta_K) \mathbf{r}^H \mathbf{r} \quad (5.12)$$

因此, 对于特征向量 \mathbf{r} , 则有其特征值应满足:

$$\varepsilon_i(\boldsymbol{\Omega}_\Lambda) \in [\sqrt{1 - \delta_K}, \sqrt{1 + \delta_K}] \quad , \quad i = 1, 2, \dots, K \quad (5.13)$$

由于 $\boldsymbol{\Sigma} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Sigma}^{K \times K} \\ \boldsymbol{\theta}^{(M-K) \times K} \end{bmatrix}$ 且为实数，则 $\boldsymbol{\Sigma}^H = \boldsymbol{\Sigma}^T = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Sigma}^{K \times K} & \boldsymbol{\theta}^{K \times (M-K)} \end{bmatrix}$ 且 $\boldsymbol{\Sigma}^{K \times K} = \text{diag}[\varepsilon_i(\boldsymbol{\Omega}_\Lambda)]$ ，进而有

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Omega}_\Lambda^L &= \left((\boldsymbol{U}\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{V}^H)^H \boldsymbol{U}\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{V}^H \right)^{-1} \left(\boldsymbol{U}\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{V}^H \right)^H = \left(\boldsymbol{V}\boldsymbol{\Sigma}^H \boldsymbol{U}^H \boldsymbol{U}\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{V}^H \right)^{-1} \boldsymbol{V}\boldsymbol{\Sigma}^H \boldsymbol{U}^H \\ &= \left(\boldsymbol{V}\boldsymbol{\Sigma}^H \boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{V}^H \right)^{-1} \boldsymbol{V}\boldsymbol{\Sigma}^H \boldsymbol{U}^H = \boldsymbol{V} \left(\boldsymbol{\Sigma}^H \boldsymbol{\Sigma} \right)^{-1} \boldsymbol{V}^H \boldsymbol{V}\boldsymbol{\Sigma}^H \boldsymbol{U}^H = \boldsymbol{V} \left(\boldsymbol{\Sigma}^H \boldsymbol{\Sigma} \right)^{-1} \boldsymbol{\Sigma}^H \boldsymbol{U}^H \quad (5.14) \\ &= \boldsymbol{V} \left(\left(\boldsymbol{\Sigma}^{K \times K} \right)^{-1} \boldsymbol{\theta}^{K \times (M-K)} \right) \boldsymbol{U}^H = \boldsymbol{V} \left(\text{diag}[1/\varepsilon_i(\boldsymbol{\Omega}_\Lambda)] \boldsymbol{\theta}^{K \times (M-K)} \right) \boldsymbol{U}^H \end{aligned}$$

也就是说， $\boldsymbol{\Omega}_\Lambda^L$ 的奇异值为 $1/\varepsilon_i(\boldsymbol{\Omega}_\Lambda)$ ，再结合式 (5.13) 看出，引理 [5.1] 成立。

结合引理 [5.1] 和式 (5.9) 可以求得测量噪声 \boldsymbol{w} 的影响下误差函数 e_s 期望值的边界为：

$$\frac{K\sigma_w^2/N}{1+\delta_K} \leq E\{e_s\} \leq \frac{K\sigma_w^2/N}{1-\delta_K} \quad (5.15)$$

上式 (5.15) 为理想情况下误差函数 e_s 期望值的最佳阈值范围，其只与测量噪声 \boldsymbol{w} 的功率强度和源信号 \boldsymbol{x} 的稀疏比 (K/N) 有关。此外也可以看出，在源信号稀疏情况确定状态下，测量噪声 \boldsymbol{w} 的功率越大，信号重构的误差越大，即重构的性能越差。

(2) 信源噪声 \boldsymbol{n} 对误差函数 e_s 的影响分析

上文式 (5.7) 表明信源噪声 \boldsymbol{n} 经过感知矩阵 $\boldsymbol{\Omega}$ 观测后，其噪声方差被放大了 N/M 倍。针对以上噪声被放大的 NF 现象，本文从对误差函数 e_s 和噪声功率增益两个角度进行分析。

首先根据上文测量噪声 \boldsymbol{w} 对误差函数 e_s 的影响分析方法，将信源噪声 \boldsymbol{n} 对误差函数 e_s 的影响分析做如下假定：1) 测量噪声 \boldsymbol{n} 满足高斯分布，即 $\boldsymbol{n} \sim N(0, \sigma_n^2)$ ；2) 测量矩阵 $\boldsymbol{\Phi} = [\boldsymbol{\varphi}_1 \ \boldsymbol{\varphi}_2 \ \cdots \ \boldsymbol{\varphi}_N]$ 为满足列向量归一化和正交化的循环矩阵，即 $\|\boldsymbol{\varphi}_i\|_2 = 1$ 且 $\boldsymbol{\Phi}_M^j (\boldsymbol{\Phi}_M^j)^T = \boldsymbol{I}_M$ ；3) 感知矩阵 $\boldsymbol{\Omega}$ 满足 RIP 准则。

由假定条件 1) 和 2) 可知， $\boldsymbol{\Omega}\boldsymbol{\Omega}^T = \frac{N}{M} \boldsymbol{I}$ 和 $\boldsymbol{\Omega}\boldsymbol{n}$ 是一个零均值高斯过程，且其信号功率为：

$$E\{\boldsymbol{\Omega}\boldsymbol{n}(\boldsymbol{\Omega}\boldsymbol{n})^T\} = \boldsymbol{\Omega}E\{\boldsymbol{n}\boldsymbol{n}^T\}\boldsymbol{\Omega}^T = \frac{N\sigma_n^2}{M} \boldsymbol{I} = R\sigma_n^2 \boldsymbol{I} \quad (5.16)$$

即有 $\sigma_e^2 = N\sigma_n^2/M$ 。因此，在假定源信号得稀疏表示系数 \boldsymbol{s} 的非零元素已知情况下，即 $\Lambda = \text{supp}(\boldsymbol{s})$ ，选取最小二乘法为重构算法得的最优估计为：

$$\begin{cases} \hat{s} = \arg \min_s \|\Omega s - y\|_2 \quad s.t. \quad supp(s) = \Lambda \\ \hat{s}_\Lambda = \Omega_\Lambda^L(y) = (\Omega_\Lambda^T \Omega_\Lambda)^{-1} \Omega_\Lambda^T (\Omega_\Lambda s_\Lambda + \Omega n) = s_\Lambda + \Omega_\Lambda^L \Omega n \\ \hat{s} = \begin{bmatrix} \hat{s}_\Lambda \\ \hat{s}_{\bar{\Lambda}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{s}_\Lambda \\ \boldsymbol{0}_{\bar{\Lambda}} \end{bmatrix}, s = \begin{bmatrix} s_\Lambda \\ s_{\bar{\Lambda}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_\Lambda \\ \boldsymbol{0}_{\bar{\Lambda}} \end{bmatrix} \end{cases} \quad (5.17)$$

进而可以推得信源噪声 n 下的误差函数 e_s 的期望值为:

$$E\{e_s\} = \frac{R\sigma_n^2}{N} \sum_{k=1}^K \left\{ \varepsilon_k(\Omega_\Lambda^L) \right\}^2 \quad (5.18)$$

结合引理[5.1]和式 (5.18) 可以求得信源噪声 n 影响下误差函数 e_s 期望值的边界为:

$$\frac{N}{M} \frac{K\sigma_n^2/N}{1+\delta_K} \leq E\{e_s\} \leq \frac{N}{M} \frac{K\sigma_n^2/N}{1-\delta_K} \quad (5.19)$$

上式 (5.19) 可以看出, 相比于测量噪声 w 对误差函数 e_s 的影响, 信源噪声 n 对误差函数 e_s 的响应被放大了 N/M 倍。

这里定义噪声功率增益为重构噪声功率与原信号噪声的功率之比, 即:

$$Gain_{noise} = \frac{E\{\|\hat{s}_\Lambda - s_\Lambda\|_2^2\}}{E\{\|n_\Lambda\|_2^2\}} \quad (5.20)$$

在 $\delta_K \rightarrow 0$ 时, 由于 $E\{\|\hat{s}_\Lambda - s_\Lambda\|_2^2\} = \frac{NK\sigma_n^2}{M}$ 和 $E\{\|n_\Lambda\|_2^2\} = K\sigma_n^2$, 因此上式中的噪声功率增益即为:

$$Gain_{noise} = \frac{N}{M} \quad (5.21)$$

上式表明信源噪声 n 经过感知矩阵 Ω 观测后, 信号中的噪声被放大的 N/M 倍, 分析原因主要是由于感知矩阵 Ω 的只进行了列的归一化, 进而导致其行向量的非正交特性, 进而引起信号能量和噪声能量的重新分布, 使得噪声强度增加。

以上重构误差的分析都是以源信号稀疏表示系数 s 的稀疏特性 ($\Lambda = supp(s)$) 已知为先验条件, 而实际工程中重构图像的稀疏特性往往是未知。此种情况下, 图像的重构误差不仅包括以上所述噪声引起的重构误差, 还包括重构算法本身产生的重构误差 (由于稀疏性未知情况下可导致重构算法的欠拟合或者过拟合, 进而引起误差)。

接着本文重点针对 Λ 未知情况下分析多种重构误差表示模型, 并提出通过稀疏度匹配优化重构算法来降低信源重构误差, 进而提高噪声背景下图像重构算法的性能。

5.3 误差最小化约束下的重构算法优化

5.3.1 多种误差模型的一致性分析

根据上节分析的结果可知, N 维信源噪声 \mathbf{n} 经感知矩阵 $\boldsymbol{\Omega} = [\omega_1, \dots, \omega_N]$ 可等效成 M 维测量噪声模型, 为了后续分析过程需要, 这里重新进行了一些定义和条件假定。上节中的两种不同类型噪声 (本节重新定义信源噪声为 \mathbf{n}_1 和测量噪声为 \mathbf{w}_2) 可以建立统一的 CS 噪声模型 (等效成一种噪声模型), 即如下式所示:

$$\mathbf{y} = \boldsymbol{\Phi}(\mathbf{x}) + \mathbf{w}_2 = \boldsymbol{\Phi}(\bar{\mathbf{x}} + \mathbf{v}_1) + \mathbf{w}_2 = \boldsymbol{\Phi}\Psi\mathbf{s} + \boldsymbol{\Phi}\Psi\mathbf{n}_1 + \mathbf{w}_2 = \boldsymbol{\Omega}\mathbf{s} + \mathbf{w}_1 + \mathbf{w}_2 = \boldsymbol{\Omega}\mathbf{s} + \mathbf{w} \quad (5.22)$$

其中, $\bar{\mathbf{x}}$ 表示无噪原始信号, \mathbf{w}_1 表示信源噪声 \mathbf{n}_1 在感知矩阵 $\boldsymbol{\Omega}$ 下的 M 维等效测量噪声, \mathbf{w}_2 表示测量噪声, \mathbf{w} 表示等效合成噪声, 且假定其为服从零均值的高斯噪声, 方差为 σ_w^2 。其次假定稀疏系数 \mathbf{s} 的稀疏度为 K 但未知 (即 $\mathbf{s} = [s_1, \dots, s_N]^T$ 的元素含有 K 个非零元), 同时不失一般性, 假定 \mathbf{s} 的元素中的前 K 个元素为非零元。即有:

$$\mathbf{s} = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_K \\ \mathbf{s}_{N-K} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_K \\ \mathbf{0}_{N-K} \end{bmatrix} \quad (5.23)$$

其中, \mathbf{s}_K 表示 \mathbf{s} 中前 K 个元素组成的向量, \mathbf{s}_{N-K} 表示 \mathbf{s} 中后 $N-K$ 个元素组成的向量。

此时, 根据式 (5.22) 和 (5.23) 可以得到实际观测值 \mathbf{y} 的表达形式:

$$\mathbf{y} = \bar{\mathbf{y}} + \mathbf{w} = \boldsymbol{\Omega}\mathbf{s} + \mathbf{w} = [\boldsymbol{\Omega}_K \quad \boldsymbol{\Omega}_{N-K}] \begin{bmatrix} \mathbf{s}_K \\ \mathbf{s}_{N-K} \end{bmatrix} + \mathbf{w} = \boldsymbol{\Omega}_K \mathbf{s}_K + \boldsymbol{\Omega}_{N-K} \mathbf{s}_{N-K} + \mathbf{w} \quad (5.24)$$

其中, $\bar{\mathbf{y}}$ 表示无噪观测信号, $\boldsymbol{\Omega}_K$ 为感知矩阵 $\boldsymbol{\Omega}$ 的前 K 个列向量所构成的矩阵, $\boldsymbol{\Omega}_{N-K}$ 表示 $\boldsymbol{\Omega}$ 中后 $N-K$ 个列向量组成的矩阵。

为了准确估计重构算法的误差, 本文使用 l_1 范数定义了 3 个误差函数表示模型:

$$\text{原始数据误差函数: } e_x = \frac{1}{N} \|\bar{\mathbf{x}} - \hat{\mathbf{x}}\|_2^2 \quad (5.25)$$

$$\text{观测数据误差函数: } e_y = \frac{1}{M} \|\bar{\mathbf{y}} - \hat{\mathbf{y}}\|_2^2 \quad (5.26)$$

$$\text{稀疏数据误差函数: } e_s = \frac{1}{N} \|\mathbf{s} - \hat{\mathbf{s}}\|_2^2 \quad (5.27)$$

其中, $\hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{y}}, \hat{\mathbf{s}}$ 分别代表 $\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{s}$ 的重构值。由上一节分析知道, 信号噪声引起的误差与信号本身的稀疏度 K 密切相关, 因而本节重点从设定重构信号的不同稀疏度 v (一般 $v < M$) 来优化误差函数。若以上 3 个重构值是通过使用基于 l_0 范数最小化的正交匹配追踪(OMP)重构算法获得, 则可设定 OMP 重构算法中的迭代次数 (同稀疏度) 为 v , 即在以上假定条件下用于求解重构值 $\hat{\mathbf{s}}$ 的基向量的个数也为 v 。最终可以采用 OMP 等重构算法求得重构值 $\hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{y}}, \hat{\mathbf{s}}$, 具体表达式如下:

$$\hat{\mathbf{s}} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{s}}_v \\ \hat{\mathbf{s}}_{N-v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Omega}_v^+ \mathbf{y} \\ \boldsymbol{\theta}_{N-v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Omega}_v^+ (\boldsymbol{\Omega}_v \mathbf{s}_v + \boldsymbol{\Omega}_{N-v} \mathbf{s}_{N-v} + \mathbf{w}) \\ \boldsymbol{\theta}_{N-v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_v + \boldsymbol{\Omega}_v^+ (\boldsymbol{\Omega}_{N-v} \mathbf{s}_{N-v} + \mathbf{w}) \\ \boldsymbol{\theta}_{N-v} \end{bmatrix} \quad (5.28)$$

$$\hat{\mathbf{x}} = \boldsymbol{\Psi} \hat{\mathbf{s}} \quad (5.29)$$

$$\hat{\mathbf{y}} = \boldsymbol{\Omega} \hat{\mathbf{s}} \quad (5.30)$$

其中, $\boldsymbol{\Omega}_v^+$ 是 $\boldsymbol{\Omega}_v$ 的伪逆, 其表达式为 $\boldsymbol{\Omega}_v^+ = (\boldsymbol{\Omega}_v^T \boldsymbol{\Omega}_v)^{-1} \boldsymbol{\Omega}_v^T$ 。

将式 (5.28) - (5.30) 代入 (5.25) - (5.27) 所示的 3 个误差函数模型, 可得到如下结果:

$$e_x = \frac{1}{N} \left\| -\boldsymbol{\Psi}_v \boldsymbol{\Omega}_v^+ (\boldsymbol{\Omega}_{N-v} \mathbf{s}_{N-v} + \mathbf{w}) + \boldsymbol{\Psi}_{N-v} \mathbf{s}_{N-v} \right\|_2^2 \quad (5.31)$$

$$e_y = \frac{1}{M} \left\| -\boldsymbol{\Omega}_v \boldsymbol{\Omega}_v^+ (\boldsymbol{\Omega}_{N-v} \mathbf{s}_{N-v} + \mathbf{w}) + \boldsymbol{\Omega}_{N-v} \mathbf{s}_{N-v} \right\|_2^2 \quad (5.32)$$

$$e_s = \frac{1}{N} \left\| \begin{bmatrix} -\boldsymbol{\Omega}_v^+ (\boldsymbol{\Omega}_{N-v} \mathbf{s}_{N-v} + \mathbf{w}) \\ \mathbf{s}_{N-v} \end{bmatrix} \right\|_2^2 \quad (5.33)$$

其中, $\boldsymbol{\Psi}_v$ 为稀疏矩阵 $\boldsymbol{\Psi}$ 的前 v 个列向量所构成的矩阵, $\boldsymbol{\Psi}_{N-v}$ 表示 $\boldsymbol{\Psi}$ 中后 $N-v$ 个列向量组成的矩阵。

根据稀疏矩阵 $\boldsymbol{\Psi}$ 和感知矩阵 $\boldsymbol{\Omega}$ 的定义, 及满足 RIP 准则, 可知:

$$e_s = e_x \quad (5.34)$$

$$(1 - \delta_K) e_s \leq e_y \leq (1 + \delta_K) e_s \quad (5.35)$$

其中, $\delta_K \in (0,1)$ 为与 $\boldsymbol{\Omega}$ 和 K 相关的系数。根据 Gershgorin circle 定理^[130], 对于所有 $K < \mu(\boldsymbol{\Omega})^{-1}$, $\delta_K = (K-1)\mu(\boldsymbol{\Omega})$, 而 $\mu(\boldsymbol{\Omega})$ 表示 $\boldsymbol{\Omega}$ 的相干性, 具体计算式如下:

$$\mu(\boldsymbol{\Omega}) = \max_{1 \leq i < j \leq N} \frac{|\langle \boldsymbol{\omega}_i, \boldsymbol{\omega}_j \rangle|}{\|\boldsymbol{\omega}_i\|_2 \|\boldsymbol{\omega}_j\|_2} \quad (5.36)$$

由式 (5.34) 和 (5.35) 可得原始数据的边界如下:

$$\frac{1}{(1 + \delta_K)} e_y \leq e_x \leq \frac{1}{(1 - \delta_K)} e_y \quad (5.37)$$

因此, 根据以上的分析, 本文可以得出如下结论: e_x 、 e_y 及 e_s 这 3 个误差函数具有一致性, 并且这 3 个误差的极小化值是相等的。本文综合考虑计算复杂性和可靠性(e_x -大维度计算复杂, e_s -小维度精度不够), 在重构算法的优化函数中将 e_y 用作优化目标。

5.3.2 误差最小化约束下的最佳重构稀疏度分析

本节讨论在重构误差最小化约束条件下的图像迭代重构优化, 具体为分析如何选取最佳重

构稀疏度 v 来实现优化重构算法，降低图像的噪声影响。为了达到以上优化目的，本文通过对观测值误差函数 e_y 取 l_2 范数下的极小值方式来实现，具体算法如下：

$$v_{opt} = \left\{ v \mid \arg \min_v e_y \right\} \quad (5.38)$$

其中 e_y 的定义如下式所示。

$$\begin{cases} e_y = \frac{1}{M} \| \mathbf{G}_v \mathbf{\Omega}_{N-v} \mathbf{s}_{N-v} - \mathbf{C}_v w \|_2^2 \\ \mathbf{G}_v = \mathbf{I} - \mathbf{\Omega}_v \mathbf{\Omega}_v^+ \\ \mathbf{C}_v = \mathbf{\Omega}_v \mathbf{\Omega}_v^+ \end{cases} \quad (5.39)$$

上式中， \mathbf{G}_v 是秩为 $M-v$ 的投影矩阵， \mathbf{C}_v 是秩为 v 的投影矩阵。分析式 (5.39) 中的矩阵 \mathbf{G}_v 和 \mathbf{C}_v 可知， \mathbf{G}_v 和 \mathbf{C}_v 两矩阵是正交矩阵，即有向量 $\mathbf{G}_v \mathbf{\Omega}_{N-v} \mathbf{s}_{N-v}$ 和 $\mathbf{C}_v w$ 的内积为零，因此观测值误差函数 e_y 可表述为如下形式：

$$e_y = \frac{1}{M} \| \mathbf{C}_v w \|_2^2 + \frac{1}{M} \| \mathbf{G}_v \mathbf{\Omega}_{N-v} \mathbf{s}_{N-v} \|_2^2 = e_y^w + e_y^s \quad (5.40)$$

根据文献[131]，观测数据误差函数 e_y 是一个自由度为 v 的卡方随机变量，其期望值和方差如下式 (5.41) 所示：

$$\begin{cases} \frac{M}{\sigma_w^2} e_y \sim \chi_v^2 \\ E(e_y) = \frac{v}{M} \sigma_w^2 + \frac{1}{M} \| \mathbf{G}_v \mathbf{\Omega}_{N-v} \mathbf{s}_{N-v} \|_2^2 \\ \text{var}(e_y) = \frac{2v}{M^2} (\sigma_w^2)^2 \end{cases} \quad (5.41)$$

上式 (5.41) 中，观测数据误差函数 e_y 的期望值有两个部分。第 1 个部分 $\frac{v}{M} \sigma_w^2$ 与噪声强度密切相关，同时它也与重构稀疏度 v 呈正相关特性；第 2 部分 $\frac{1}{M} \| \mathbf{G}_v \mathbf{\Omega}_{N-v} \mathbf{s}_{N-v} \|_2^2$ 的值是关于不确定向量 \mathbf{s}_{N-v} 的 l_2 范数函数，其随着重构稀疏度 v 的增加而减少。因此，观测数据误差函数 e_y 的这种数学形式通常被称为偏差-方差均衡(bias-variance tradeoff)问题。

分析以上问题，由于 e_y 中存在不确定项 e_y^s ，导致直接通过求解 e_y 的最小值方法无法找到有效最佳迭代次数 v_{opt} 。因此，这里借助引入了另一个观测数据的误差函数 e_y^* 来为 e_y^s 上提供概率边界，误差函数 e_y^* 本身也是一种偏差-方差均衡函数，其定义中采用实际的含噪观测输出向量 \mathbf{y} 代替原观测值误差函数 e_y 定义中用到的无噪输出向量 $\bar{\mathbf{y}}$ ，即：

$$e_y^* = \frac{1}{M} \|y - \hat{y}\|_2^2 = \frac{1}{M} \|\mathbf{G}_v \boldsymbol{\Omega}_{N-v} s_{N-v} + \mathbf{G}_v w\|_2^2 \quad (5.42)$$

根据文献[132], 第 2 个定义的观测数据误差函数 e_y^* 也是一个服从卡方分布的随机变量, 但其自由度为 $M - v$, 其期望值和方差如下式 (5.43) 所示:

$$\begin{cases} \frac{M}{\sigma_w^2} e_y^* \sim \chi_{M-v}^2 \\ E(e_y^*) = \frac{M-v}{M} \sigma_w^2 + \frac{1}{M} \|\mathbf{G}_v \boldsymbol{\Omega}_{N-v} s_{N-v}\|_2^2 = \frac{M-v}{M} \sigma_w^2 + e_y^s \\ \text{var}(e_y^*) = \frac{2(M-v)}{M^2} (\sigma_w^2)^2 + \frac{4\sigma_w^2}{M^2} \|\mathbf{G}_v \boldsymbol{\Omega}_{N-v} s_{N-v}\|_2^2 \end{cases} \quad (5.43)$$

本文进而运用以上两个卡方随机变量的概率分布推导出观测数据误差函数 e_y 的概率边界:

$$\underline{e_y(p_1, p_2)} \leq e_y \leq \overline{e_y(p_1, p_2)} \quad (5.44)$$

上式中, p_1 是观测数据误差函数 e_y 这个随机变量的置信概率, p_2 是定义的第 2 观测数据误差函数 e_y^* 这个随机变量的有效概率。由于两个误差函数都满足卡方分布, 因此可以使用高斯分布概率密度函数法来进行数值估计。置信概率 p_1 和有效概率 p_2 可通过下式计算:

$$p_1 = Q(\alpha) = \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx \quad (5.45)$$

$$p_2 = Q(\beta) = \int_{-\beta}^{\beta} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx \quad (5.46)$$

其中 α 和 β 分别是置信概率和有效概率的调节参数。此外, 本文在计算 e_y 的最小值时考虑最差的情况, 即通过计算上确界的最小值来确定重构稀疏度的最佳值 v_{opt} :

$$\begin{aligned} v_{opt} &= \left\{ v \mid \arg \min_v \overline{e_y} \right\} = \left\{ v \mid \arg \min_v \overline{e_y(p_1, p_2)} \right\} = \left\{ v \mid \arg \min_v \overline{e_y(\alpha, \beta)} \right\} \\ &= \left\{ v \mid \arg \min_v \left(\frac{2v-M}{M} \sigma_w^2 + e_y^s + \alpha \frac{\sqrt{2v}}{M} \sigma_w^2 + \beta \text{var}(e_y^s) \right) \right\} \end{aligned} \quad (5.47)$$

最后可以根据赤池信息准则 (Akaike Information Criterion, AIC) 或贝叶斯信息准则 (Bayesian Information Criterion, BIC) 来对式 (5.47) 所示优化问题进行求解, 上述两个准则的具体参数设置如下:

AIC 准则: 令 $\alpha = \beta = 0$

$$\overline{e_y} = \overline{e_y(\alpha=0, \beta=0)} = \left(\frac{2v}{M} - 1 \right) \sigma_w^2 + e_y^s \quad (5.48)$$

BIC 准则: 令 $\alpha = \sqrt{v \log M}$; $\beta = 0$

$$\overline{e_y} = \overline{e_y}(\alpha = \sqrt{v \log M}, \beta = 0) = \left(\frac{(2 + \sqrt{2 \log M})v}{M} - 1 \right) \sigma_w^2 + e_y^* \quad (5.49)$$

将以上设计的误差最小化下最佳重构稀疏度优化算法应用于图像的分块压缩感知中，需将上式（5.47）分块变形后得到应用于分块压缩感知的计算式（5.50）如下所示：

$$\begin{aligned} v_{opt}^i &= \left\{ v^i \mid \arg \min_{v^i} \overline{e_{y_i}} \right\} = \left\{ v^i \mid \arg \min_{v^i} \overline{e_{y_i}(p_1^i, p_2^i)} \right\} = \left\{ v^i \mid \arg \min_{v^i} \overline{e_{y_i}(\alpha_i, \beta_i)} \right\} \\ &= \left\{ v^i \mid \arg \min_{v^i} \left(\frac{2v^i - m^i + \alpha_i \sqrt{2v^i}}{m^i} \right) \sigma_w^2 + \beta_i \operatorname{var}(e_{y_i}^*) + e_{y_i}^* \right\} \end{aligned} \quad (5.50)$$

其中， $i = 1, 2, \dots, T$ 代表所有子图像块的序列号。类似地， α_i 和 β_i 的值分别是根据 AIC 和 BIC 准则定义的子图像块的置信概率和有效概率的调节参数。

5.3.3 基于最佳重构稀疏度的图像分块降噪重构算法

经过上一节的分析，图像重构误差的优化目标取观测数据误差函数上确界 $\overline{e_y}$ 的极小值，该优化目标 $\overline{e_y}$ 求解极小值过程中只与噪声强度 σ_w^2 、观测数据维度 M 以及重构稀疏度 v 相关，特别是在环境噪声一定 (σ_w^2 为确定恒值) 条件下，影响 $\overline{e_y}$ 的因素就只有观测数据维度 M 和重构稀疏度 v ，因而本节将在分析观测数据维度 M 和重构稀疏度 v 基础上提出一种误差最小化的最佳迭代重构算法。

首先分析观测数据维度 M 对优化目标 $\overline{e_y}$ 的影响，由上式（5.41）可知， $\frac{M}{\sigma_w^2} e_y$ 满足自由度

为 v 标准卡方分布，即 $\frac{M}{\sigma_w^2} e_y \sim \chi_v^2$ 。显然 M 越大， e_y 值越小，即在同等条件下提高观测数据的

维度可降低图像重构误差。

其次分析重构稀疏度 v 对优化目标 $\overline{e_y}$ 的影响，由上式（5.40）可知， e_y 由 e_y^w 和 e_y^s 两项构成，其中 e_y^w 随着 v 增加而增加， e_y^s 随着 v 增加而减少，因此，需要设计一个合理的重构稀疏度来平衡以上两项误差，达到极小化 $\overline{e_y}$ 的目的，上节中提供了分别根据 AIC 和 BIC 准则两种求解重构稀疏度最佳值 v_{opt} 的方法。

结合图像分块压缩感知理论，将以上两点优化策略应用于具体的子图像块中得到以下结论：

- (1) 按照式（5.50）设置每个子图像块所对应源信号 x_i 的最佳重构稀疏度 v_{opt}^i 。
- (2) 设置每个子图像块的采样率 η_i ，实际图像的分块重构算法对整图的总体采样率 η 是有限制的，即 η 为一个确定值。以上分析子图像块的观测数据维度越大越能消弱重构误差，而不同图像块之间明显存在信息量大小的差异性，即有此时可依据子图像块的信息量特征给具有较大信息量的细节块分配较大的采样率来大幅降低重构误差，而给包含较少信息量的平滑块分配

较少的采样率不使误差增加过大。再有合理的图像块分割方法可降低整体图像的子图像块的平均信息量 g_{MIE} ，减少误差输出，进而提高同等采样率条件下重构算法的性能。

综合以上，本文设计的基于误差框架下的 BCS 优化算法主要包括自适应分块、自适应采样以及最佳稀疏度重构三个方面，现将以上基于误差框架下三点改进的分块压缩感知算法（BCS-E）流程和传统分块压缩感知算法（BCS-T）流程对比结果如下图所示：

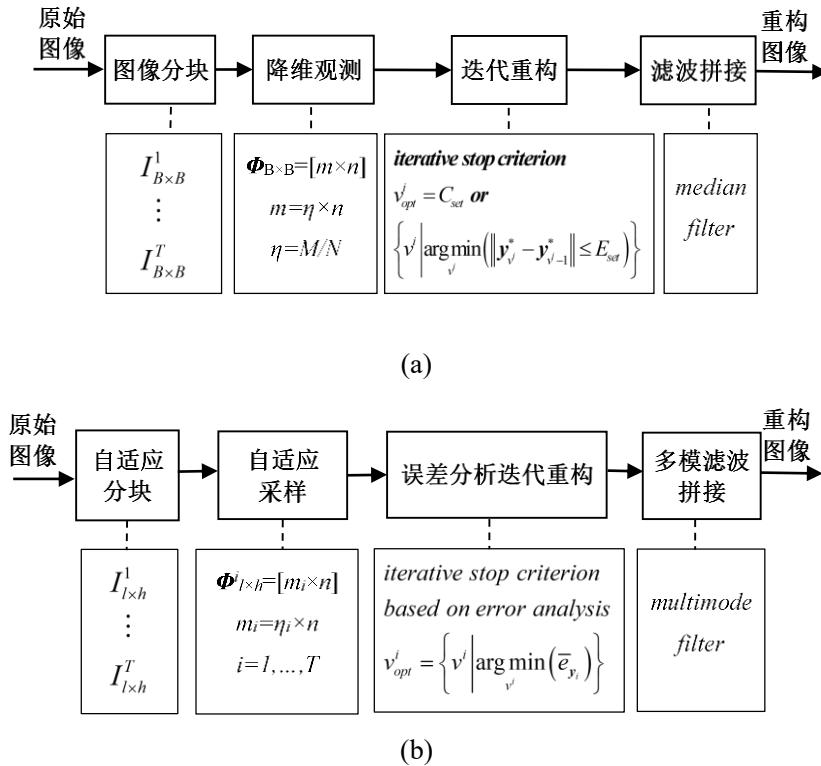


图 5.1 两种分块压缩感知算法流程：(a) BCS-T, (b) BCS-E

根据图 5.1, 与传统的 BCS-T 算法相比，本文所述的 BCS-E 主要创新可以体现在以下几点：

- (1) 自适应分块：使用加权均熵作为图像分块基础，以降低像素域和空间域中子图像块的平均复杂度；
- (2) 自适应采样：采用合成特征构造自适应采样依据，确保每个子图像块分配合理的采样率；
- (3) 最佳稀疏度重构：使用误差估计方法，确保在噪声背景下误差最小化方式重构图像的输出。

进一步分析，图 5.1 中所述的误差最小化的最佳稀疏度重构算法更适用于基于 l_0 范数的贪婪算法，主要原因在于贪婪算法（如 MP、OMP 以及 ROMP）迭代求解过程中的迭代次数 (n_{iter}) 刚好等同于重构稀疏度 v ，此时有以上算法等效为最佳迭代重构算法，即为本章所提的基于最佳重构稀疏度的图像分块降噪重构算法。因而，不失一般性，本节结合图像分块处理方案选用

分块正交匹配追踪（BOMP）算法作为本章所提改进算法的基础算法，最终将以上所提优化算法实际应用于图像处理中，得到 BOMP 算法下的误差最小化的分块压缩感知算法（BCS-E），其算法的伪代码如下表 5.1 所示。

表 5.1 本文所提 BCS-E 算法伪代码

基于 BOMP 的 BCS-E 算法

1: 输入: 原始图像 I , 维度 N , 总体采样率 TSR ;	第 3 步: 基于误差分析的迭代重构
子图像块维度 n ($n = 2^b, b = 2, 4, 6, \dots$);	18: $\{\tilde{\mathbf{y}}_i, i = 1, \dots, T_1\} = \{\mathbf{y}_i + \mathbf{w}_i, i = 1, \dots, T_1\}$;
稀疏矩阵 $\Psi \in R^{n \times n}$, 基础测量矩阵初值 $\Phi \in R^{n \times n}$	// \mathbf{w}_i : m_i 维白噪声
2: 初始化: $\{\mathbf{x} \mathbf{x} \leftarrow I \text{ and } \mathbf{x} \in R^N\}$;	19: $\{\Omega_i, i = 1, \dots, T_1\} = \{\Phi_i \cdot \Psi, i = 1, \dots, T_1\}$;
$T_1 = N/n$; // 子图像块数量	20: for $i = 1, \dots, T_1$ do
$T_2 = 1 + \log_2 n$; // 分块方式数量	21: $\Omega_i = \{\omega_{i1}, \dots, \omega_{in}\}, \mathbf{r} = \tilde{\mathbf{y}}_i, A = \emptyset, s^* = \mathbf{0}$;
第 1 步: 自适应分块	// $\{\omega_{ij}, j = 1, \dots, n\}$ -- 表示 Ω_i 的列向量
3: for $j = 1, \dots, T_2$ do	22: $v_{opt}^j = \left\{ v^j \mid \arg \min_{v^j} \overline{e}_{y_i} \right\}$;
4: $l_j \times h_j = 2^{j-1} \times 2^{T_2-j}; \{I_i, i = 1, \dots, T_1\}_j \leftarrow I$;	// 计算子图像块的最佳迭代次数
$\{\mathbf{x}_i, i = 1, \dots, T_1\}_j \leftarrow \mathbf{x}$;	23: for $j = 1, \dots, v_{opt}^i$ do
5: $g_{MIE}^j = MIE(\{\mathbf{x}_i, i = 1, \dots, T_1\}_j)$;	24: $\wedge = \arg \min_j \langle \mathbf{r}, \mathbf{w}_{ij} \rangle $;
$c_{TS}^j = (f(g_{TS}))_j = (f([g_{TS}^H, g_{TS}^V]))_j$;	25: $A = A \cup \{\wedge\}$;
6: $g_{FB}^j = c_{TS}^j \cdot g_{MIE}^j$;	26: $\mathbf{r} = \tilde{\mathbf{y}}_i - \Omega_i(:, A) \cdot [\Omega_i(:, A)]^+ \cdot \tilde{\mathbf{y}}_i$;
// 根据纹理显著性加权均熵	27: end for
7: end for	28: $s_i^* = [\Omega_i(:, A)]^+ \cdot \tilde{\mathbf{y}}_i$;
8: $j_{opt} = \arg \min_j (\{g_{FB}^j, j = 1, \dots, T_2\})$;	// s_i^* 为重构的稀疏表示系数
9: $l \times h = 2^{j_{opt}-1} \times 2^{T_2-j_{opt}}$; $\{I_i, i = 1, \dots, T_1\} \leftarrow I$;	29: $\mathbf{x}_i^* = \Psi \cdot s_i^*$;
$\{\mathbf{x}_i, i = 1, \dots, T_1\} \leftarrow \mathbf{x}$;	// \mathbf{x}_i^* 为重构的原始图像信号
第 2 步: 自适应采样	30: end for
10: for $i = 1, \dots, T_1$ do	31: $\mathbf{x}^* = \{\mathbf{x}_i^*, i = 1, \dots, T_1\}, I_r^* = \{\mathbf{x}^*, l, h\}$;
11: $D(\mathbf{x}_i) \leftarrow \mathbf{x}_i; G(\mathbf{x}_i) \leftarrow I_i; J(\mathbf{x}_i) = G(\mathbf{x}_i)^{A_1} \cdot D(\mathbf{x}_i)^{A_2}$;	// I_r^* 为拼接后的重构图像
// 合成特征构建, 方差 $D(\mathbf{x}_i)$, 局部显著因子 $G(\mathbf{x}_i)$	第 4 步: 多模滤波
12: end for	32: if $(BAI \geq BAI^*)$; // BAI^* 为块效应阈值
13: $\eta(\{\mathbf{x}_i, i = 1, \dots, T_1\}) = \frac{\log_2 J(\{\mathbf{x}_i, i = 1, \dots, T_1\})}{\frac{1}{T_1} \sum_{i=1}^{T_1} \log_2 J(\mathbf{x}_i)}$;	33: $I_r^* = deblock(I_r^*)$; // 块滤波
14: $c_{SR}(\{\mathbf{x}_i, i = 1, \dots, T_1\}) = \eta(\{\mathbf{x}_i, i = 1, \dots, T_1\}) \cdot TSR$;	34: end if
// . c_{SR} 为子图像块自适应采样率	35: if $(TSR \geq TSR^*)$;
$\{m_i, i = 1, \dots, T_1\} = c_{SR}(\{\mathbf{x}_i, i = 1, \dots, T_1\}) \cdot n$;	// TSR^* 滤波方式选择阈值
15: $\Phi = (\phi_1, \dots, \phi_n)^T, \chi_i = randperm(n), \Phi_{\chi_i} = \Phi(\chi_i, :)$;	36: $I_F^* = wienerfilter(I_r^*)$;
16: $\{\Phi_i, i = 1, \dots, T_1\} = \{\Phi_{\chi_i}([1, \dots, m_i], :), i = 1, \dots, T_1\}$;	37: else $I_F^* = medfilter(I_r^*)$;
17: $\{\mathbf{y}_i, i = 1, \dots, T_1\} = \{\Phi_i \cdot \mathbf{x}_i, i = 1, \dots, T_1\}$;	38: end if
	39: $I^* = I_F^*$ // I^* -- 多模滤波后的重构图像

5.4 仿真实验及结果分析

本节针对以上所提基于误差分析的图像分块稀疏度匹配降噪重构算法设计验证实验，验证所提算法的有效性和普适性，同时为保证实验数据的正确性，采用蒙特卡洛实验方法进行验证。

实验是在 Matlab2016b 软件环境中进行的，使用了具有 256x256 分辨率的典型灰度图像进行测试，具体从 LIVE 图像质量评估数据库、SIPI 图像数据库、BSDS500 数据库和其它标准数字图像处理数据库中选择。性能指标主要采用 $PSNR$ 、 $SSIM$ 、 $GMSD$ 、 $EBAI$ 和 CT 这五个指标。

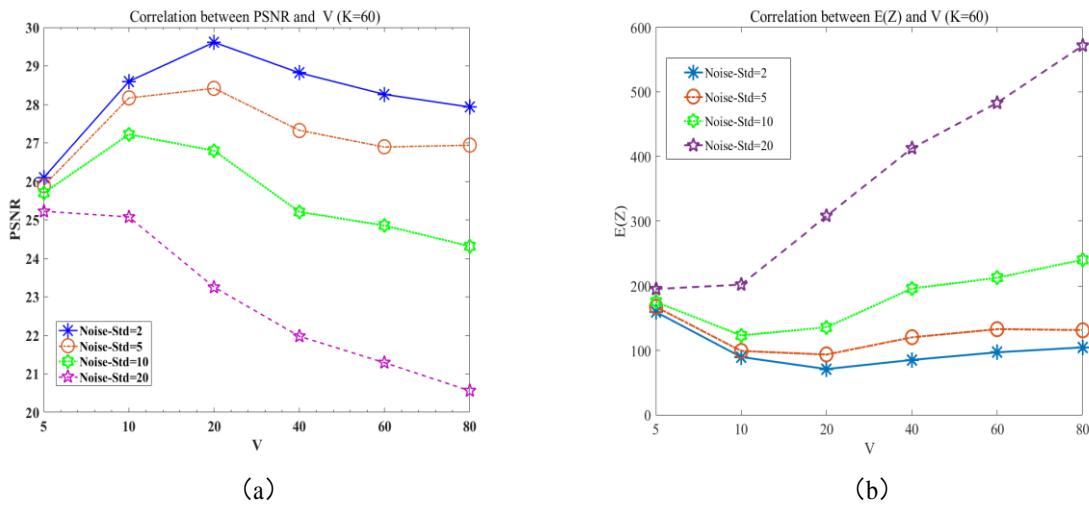
仿真实验具体包括三个部分的实验：(1) 最佳重构稀疏度 v_{opt} 有效性验证实验；(2) 不同迭代停止条件对图像重构质量的影响验证实验；(3) 最佳重构稀疏度 v_{opt} 与噪声强度 σ_w^2 及总体采样率 η 关联性验证实验。

(1) 最佳重构稀疏度 v_{opt} 有效性验证实验

本实验意在验证噪声条件下重构稀疏度 v 对信号重构的影响。1) 实验对象选取确定稀疏度 K 的标准测试图像进行，由于标准测试图像库的图像没有准确稀疏度的先验信息，因而本实验首先构建了固定稀疏度 K 的测试图像，本文具体方法为将图像信号在正交基下的稀疏系数按绝对值大小排序后截断前 K 个元素，再将截断稀疏系数经过反正交变换生成 K 稀疏测试图像；2) 实验方法为选取多组标准测试图像在不同块稀疏度的多点测量取均值方式。

下图 5.2 为选取以上实验方法，对 Lena 测试图像 (256*256) 在稀疏度 $K=60$ 情况的验证实验，实验中图像采用传统 BOMP 算法，以列向量分块方式进行分块重构，重构过程中选择不同的重构稀疏度 (v , BOMP 算法中等价于迭代次数 n_{iter})，验证重构稀疏度 v 对重构图像原始数据误差 $e_x = E(Z) = \|\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}\|_2^2 / N$ 以及性能指标 $PSNR$ 的影响，显然原始数据误差 $E(Z)$ 越小和 $PSNR$ 越大表示图像重构质量好。

实验结果表明：1) 不同噪声等级下，不同重构稀疏度 v 直接影响图像重构质量，并且存在最佳值点 v_{opt} ，而且该点的位置由于噪声的影响往往不在源信号的稀疏度 K 处；2) 不同噪声强度下，一般有存在以下不等式成立，即 $v_{opt} < K$ ；3) 最佳重构稀疏度 v_{opt} 随着噪声强度（以噪声标准差 σ_w 定义，图 5.2 中以 $Noise-Std$ 表示）增加而减少。

图 5.2 噪声条件下重构稀疏度 (v) 与重构图像性能 (PSNR& $E(Z)$) 之间关系

(2) 不同迭代停止条件对图像重构质量的影响验证实验

本实验意在将最佳重构稀疏度 v_{opt} 引入图像的迭代重构算法中，并以此提出一种新的含噪声条件下 BCS 迭代重构算法的停止条件。由于 BOMP 重构算法的迭代次数 (n_{iter}) 刚好与重构稀疏度 v 一致，故本实验选用 BOMP 重构算法作为基础算法，验证不同迭代停止条件对图像重构质量的影响。常规迭代重构算法的停止条件主要有两类：1) 固定迭代次数方式，常用办法就是取迭代次数限定为观测数据维度 m 与迭代系数 ζ 的乘积作为停止条件，即固定迭代次数为 $n_{iter}^{stop1} = \zeta \times m$ ；2) 图像迭代重构值之间的差分值小于阈值 γ 作为停止条件，即两个相邻迭代重构值差的 l_2 范数小于阈值 $n_{iter}^{stop2} = \left\{ n_{iter} \mid \arg \min_{n_{iter}} (\|\hat{y}_{n_{iter}-1} - \hat{y}_{n_{iter}}\|_2 \leq \gamma) \right\}$ 。由于以上两种方法不能保证在含噪背景下原始信号的最佳重构，因此本文 BCS-E 算法的创新在于弥补上述的不足，提出了一种基于误差分析的约束条件来保证最佳迭代重建，即为自适应迭代停止条件（第 3 类）：

$$n_{iter}^{stop3} = v_{opt} = \left\{ v \mid \arg \min_v \left(\frac{2v-M}{M} \sigma_w^2 + e_y^* + \alpha \frac{\sqrt{2v}}{M} \sigma_w^2 + \beta \text{var}(e_y^*) \right) \right\} \quad (5.51)$$

(a) 本小节将固定迭代次数停止条件方式 (n_{iter}^{stop1}) 和自适应迭代停止方式 (n_{iter}^{stop3}) 进行对比实验，表 5.2 记录了测试图像 Lena 在不同噪声背景下选择迭代停止条件 1 和 3 的具体图像重构实验对比结果，表 5.2 中的纵向值表示所加随机高斯噪声的标准差 σ_w 。从表 5.2 的总体趋势来看，随着噪声强度的增加，选择 n_{iter}^{stop3} 比选择 n_{iter}^{stop1} (其中 ζ 分别选择了不同的数值) 作为迭代重建停止条件的性能会更好；此外，综合性能指标 ($PSB = PSNR \times SSIM / EBAI$) 在不同噪声强度下本文所提方法具有总体普适性相对优势。

表 5.2 两种迭代停止条件下实验对比结果 ($\eta=0.4$)

标准差 σ_w	停止条件	$n_{\zeta=0.1}^{stop1}$	$n_{\zeta=0.2}^{stop1}$	$n_{\zeta=0.3}^{stop1}$	$n_{\zeta=0.4}^{stop1}$	$n_{\zeta=0.5}^{stop1}$	n_{opt}^{stop3}	指标
5		32.95	32.71	32.39	32.12	31.96	32.48	PSNR
		0.961	0.965	0.961	0.957	0.955	0.960	SSIM
		10.63	10.25	10.04	9.92	9.98	10.09	EBAI
		2.979	3.080	3.100	3.099	3.058	3.090	PSB
10		32.40	31.81	31.30	31.07	30.92	32.23	PSNR
		0.957	0.955	0.949	0.941	0.937	0.956	SSIM
		10.29	10.04	10.14	10.15	10.20	10.21	EBAI
		3.013	3.026	2.929	2.880	2.840	3.018	PSB
15		31.63	30.87	30.46	30.27	30.12	31.81	PSNR
		0.948	0.937	0.926	0.917	0.912	0.949	SSIM
		10.32	10.25	10.32	10.38	10.39	10.25	EBAI
		2.906	2.822	2.733	2.674	2.644	2.945	PSB
20		30.97	30.08	29.83	29.66	29.61	31.48	PSNR
		0.936	0.916	0.898	0.887	0.879	0.941	SSIM
		10.45	10.34	10.39	10.43	10.43	10.50	EBAI
		2.774	2.665	2.578	2.522	2.495	2.821	PSB
30		30.03	29.34	29.04	28.94	28.89	30.75	PSNR
		0.901	0.862	0.832	0.816	0.803	0.920	SSIM
		10.59	10.52	10.54	10.55	10.67	10.62	EBAI
		2.555	2.404	2.292	2.238	2.174	2.664	PSB
40		29.38	28.77	28.57	28.50	28.45	30.14	PSNR
		0.856	0.795	0.756	0.734	0.717	0.899	SSIM
		10.79	10.57	10.71	10.68	10.67	10.72	EBAI
		2.331	2.164	2.017	1.959	1.912	2.528	PSB

另外,为了全面评估两种不同迭代停止条件对重构图像性能的影响,本文结合以上三个单项性能指标,形成了综合性能指标 PSB 来评估重构图像的质量。本文研究了不同迭代停止条件下重构图像的综合指标 PSB 与噪声强度 ($Noise-std=\sigma_w$) 之间的关系、综合指标 PSB 和总体采样率 ($TSR=\eta$) 之间的关系。图 5.3 显示了 Lena 图在上述六种不同迭代停止条件下 PSB、Noise-std 和 TSR 之间的对应关系。从图 5.3 (a) 可以看出,与其它五种基于稀疏 ζ 的重建算法相比,基于 v_{opt} 的误差分析重建算法在不同噪声背景下通常具有较好的性能。类似地,图 5.3 (b) 也展示出在不同的总采样率下,基于 v_{opt} 的误差重构算法比其他算法具有优势。综合以上本文所提算法中的迭代停止条件方式 n_{iter}^{stop3} 比选择 n_{iter}^{stop1} 具有明显优势,而且随着噪声强度和采样率的增加,

这种优势呈现增长特征。此外，将以上六种不同迭代停止条件对不同标准图像库的标准测试图像进行验证实验，具有与图 5.3 一致的结果，说明本文所提迭代停止条件算法的优势具有普适性和稳定性。

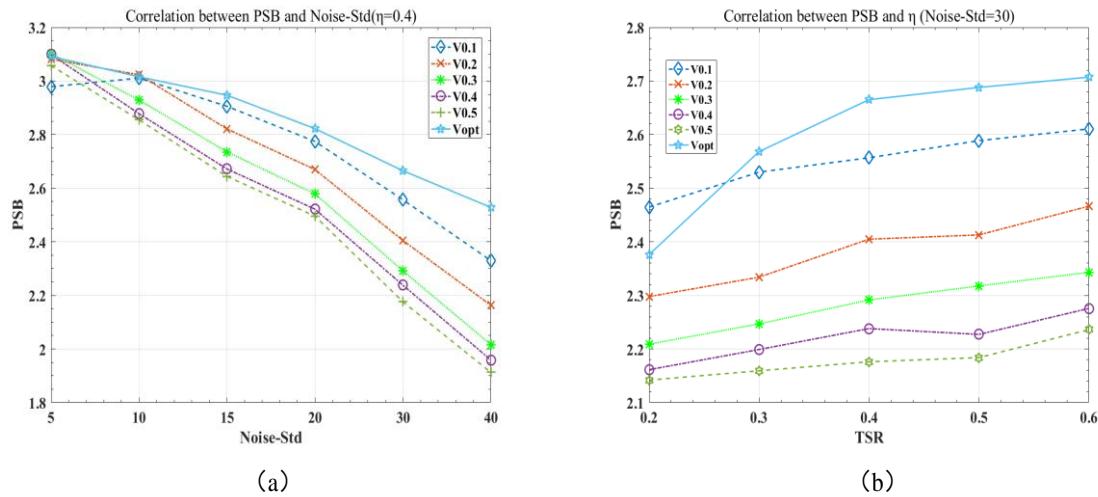


图 5.3 不同迭代停止条件下的 PSB 与 Noise-Std 和 TSR 关系

(b) 本小节重点比较了基于差分阈值迭代次数停止条件方式(n_{iter}^{stop2})和基于误差分析自适应迭代停止方式(n_{iter}^{stop3})的重建算法。首先实验设定在噪声标准差 $Noise-std=20$ 和总体采样率 $TSR=0.5$ 的条件下，采用两个标准测试图像和两幅真实图像进行对比实验，并将实验数据记录于表 5.3 中。表 5.3 中 n_{iter}^{stop2} 迭代停止方式实验数据只列写了差分阈值条件中较小值($\gamma=1$)和较大值($\gamma=300$)的部分，其余 γ 值的实验数据跟这两点数据呈现一致性，即：差分阈值满足 $1 < \gamma < 300$ 条件下时其对应的性能指标也在这两个极值点之间，而当 $\gamma < 1$ 或 $\gamma > 300$ 时性能指标也呈现出一致延展性。根据表 5.3 所示实验结果数据表明：基于误差分析自适应迭代的重建算法在单项指标 $PSNR$ 和综合指标 $PSGBC$ ($PSGBC=PSNR \times SSIM/GMSD/EBAI/CT$)上都明显优于机基于差分阈值迭代的重建算法，且以上性能提升特性针对不同图像都具有有效性。

图 5.4 显示了 Lena 图在上述两类不同迭代停止条件(共选择 5 组情况)下 $PSGBC$ 、 $Noise-std$ 和 TSR 之间的对应关系。从图 5.4 (a) 可以看出，与其它 4 种基于差分阈值 γ 的重建算法相比，基于 v_{opt} 的误差分析重建算法在不同噪声背景下通常具有较好的性能。类似地，图 5.4 (b) 也展示出在不同的总体采样率下，基于 v_{opt} 的误差重构算法比其他 4 种算法具有优势。综合以上本文所提算法中的迭代停止条件方式 n_{iter}^{stop3} 比选择 n_{iter}^{stop2} 具有明显优势。此外，将以上 5 种不同迭代停止条件对不同标准图像库的标准测试图像进行验证实验，具有与图 5.4 一致的结果，说明本文所提迭代停止条件算法的优势具有普适性和稳定性。

表 5.3 多幅测试图像在不同迭代停止条件下的性能对比 ($\sigma_w = 20$ & $\eta = 0.5$)

停止条件 \ 测试图	Lena	Baboon	Flowers	Oriental Gate	指标
$\gamma = 300$	32.17	29.84	31.40	33.05	PSNR
	0.9562	0.8703	0.9744	0.9698	SSIM
	0.1661	0.2095	0.1812	0.1636	GMSD
	10.16	10.72	9.866	8.845	EBAI
	0.8310	0.8550	0.8440	1.050	CT
	21.93	13.52	20.28	21.09	PSGBC
$\gamma = 1$	31.99	29.75	31.50	32.66	PSNR
	0.9574	0.8731	0.9768	0.9693	SSIM
	0.1638	0.1738	0.1571	0.1459	GMSD
	10.01	10.58	9.583	8.745	EBAI
	2.905	2.704	2.823	3.578	CT
	6.429	5.224	7.240	6.934	PSGBC
v_{opt}	32.75	30.03	31.78	33.15	PSNR
	0.9603	0.8729	0.9771	0.9637	SSIM
	0.1471	0.1956	0.1538	0.1471	GMSD
	9.898	10.68	9.693	9.025	EBAI
	0.7630	0.8900	0.8500	0.8740	CT
	28.31	14.10	24.50	27.53	PSGBC

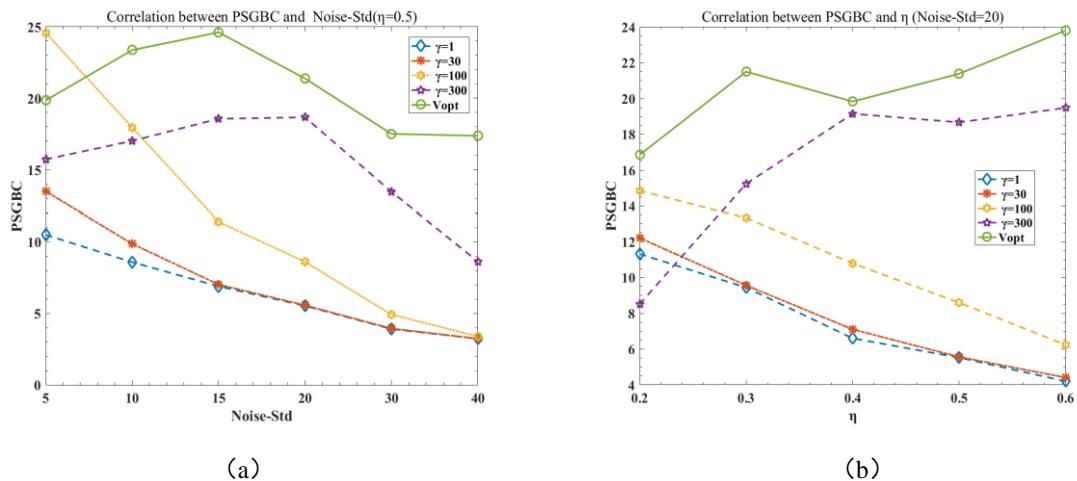
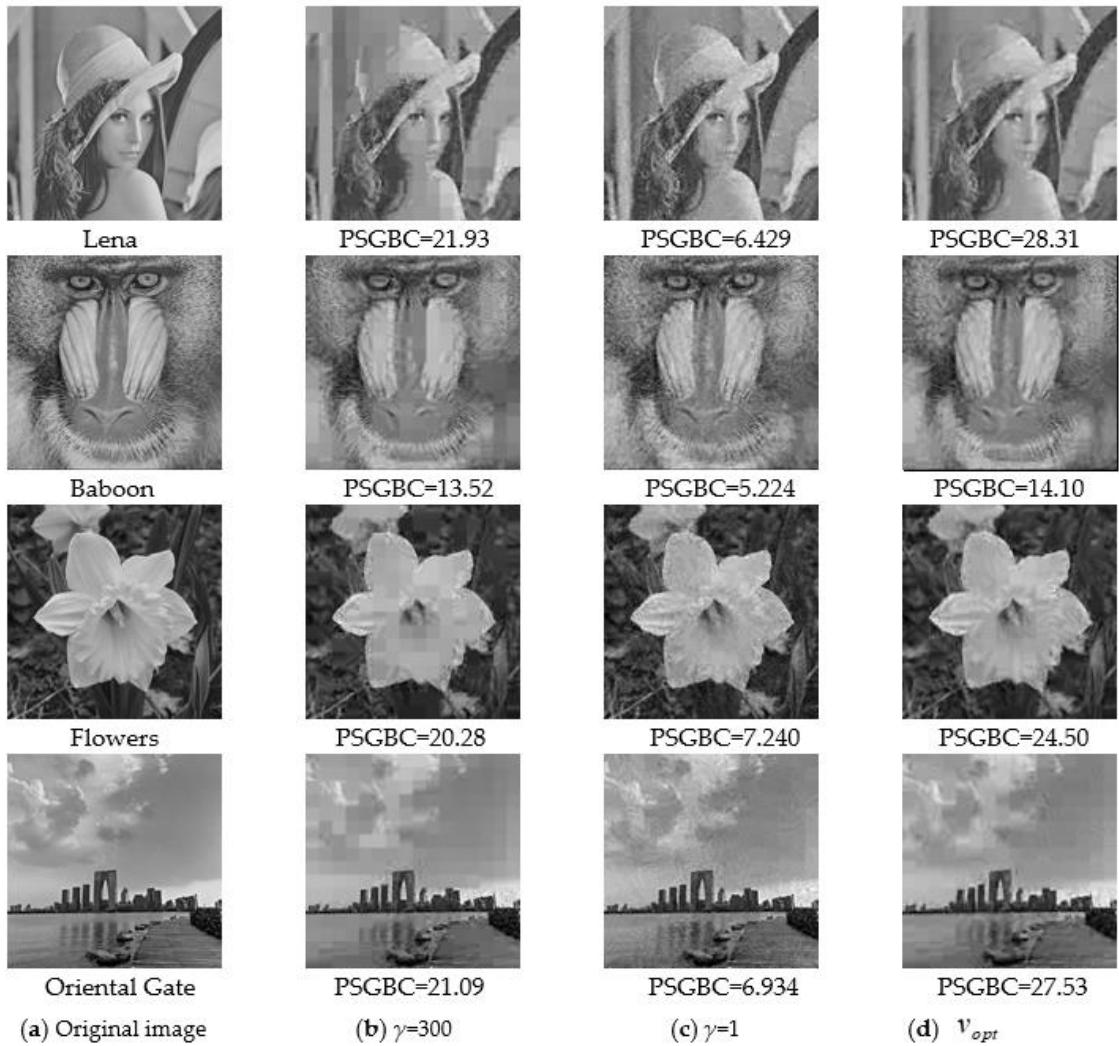
图 5.4 不同迭代停止条件下的 PSGBC 与 Noise-Std 和 η 关系

图 5.5 展示了 4 幅测试图像分别在基于迭代差分阈值 γ 和基于误差分析 v_{opt} 迭代停止条件下的重建结果，其中前两幅选择标准测试图像 Lena 和 Baboon，后两幅选择实际测试图像花朵 (Flowers) 和东方之门 (Oriental Gate)。实验结果表明：本文所提迭代算法相比于基于迭代差分阈值算法对于标准图像和实际图像的重构都具有较优的效果，以上结论可以从重构图像的综合性能指标 (PSGBC) 和直观视觉感受两方面都能明显体现出来。

图 5.5 多幅测试图在不同迭代停止条件下的重构图 ($\sigma_w = 20 \& \eta = 0.5$)(3) 最佳重构稀疏度 v_{opt} 与噪声强度 σ_w 及总体采样率 η 关联性验证实验

因最佳重构稀疏度 v_{opt} 对本文所提算法的重要性, 故有必要分析其影响因素。根据式(5.47), v_{opt} 主要取决于信号的观测数据维度 M 和等效合成噪声强度 σ_w , 因此本节仅对最佳重构稀疏度 v_{opt} 与噪声强度 σ_w 及总体采样率 η 是否存在关联性进行验证实验。此外由于本章所提算法均采用分块重构思想, 故本节实验实际验证的是分块最佳重构稀疏度 v_{opt}^i 与总体采样率 η 及噪声强度 σ_w 的相关性。在本实验中, 将测试图像 Lena 分为 256 个子图像块 (块维度 $n=256$), 分析每个子图像的最佳迭代恢复停止条件 v_{opt}^i 与总体采样率 TSR 和噪声强度 $Noise-std$ 之间的关系, 并将实验结果记录在图 5.6 中。从图 5.6 (a) 中可以看出, v_{opt}^i 和 TSR 之间的相关性很小, 但从图 5.6 (b) 可以看出, v_{opt}^i 与 $Noise-std$ 有一定的相关性, 即 $Noise-std$ 越大, v_{opt}^i 越小。

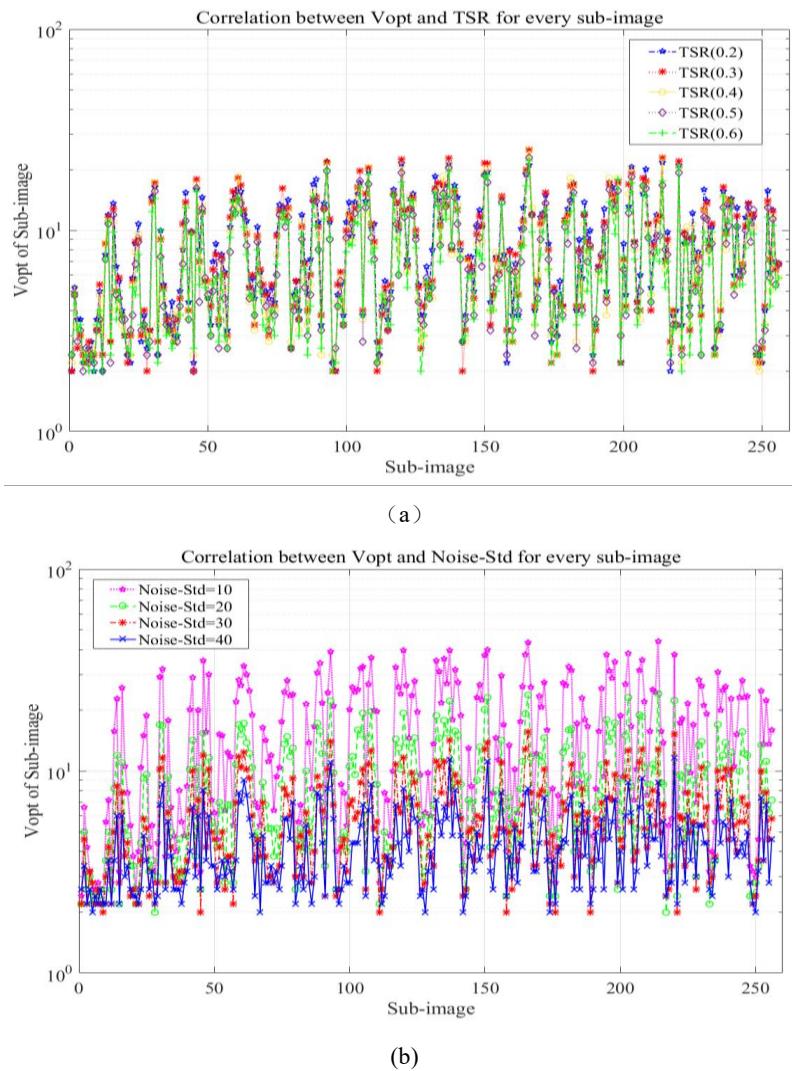


图 5.6 最佳重构稀疏度与噪声强度及总体采样率相关性实验

5.5 本章小节

本章介绍了 CS 模型下的噪声类型和误差模型，并在此基础上提出了一种基于最佳重构稀疏度的图像分块降噪重构算法。首先构建噪声联合模型，接着利用卡方分布概率函数分析方法和偏差-方差均衡问题分析方法对重构稀疏度进行优化设计，再者根据 AIC 准则或 BIC 准则对上述优化问题进行求解，最后结合分块压缩感知思想以及贪婪算法构建基于误差最小化约束的最佳迭代（重构稀疏度）重构算法。仿真实验表明，所提算法相比较于固定次数迭代和差分阈值迭代方法，在不同信噪比条件下和不同总体采样率条件下都具有重构质量性能指标上的显著优势，明显弱化了噪声对图像重构的影响。所提算法对不同类型的图像的性能改善具有普适性和稳定性。此外本章所提最佳重构稀疏度与噪声强度的相关性还为常规 l_0 范数压缩感知算法提供设计依据和改进方向。

第六章 CS 理论在图像压缩方法中的应用

6.1 引言

随着社会的信息化发展以及大数据时代的到来，社会信息量呈现几何式的增长，而人类大量信息的获取主要是通过眼睛的视觉来完成，即以图像形式呈现的信息。因此，图像处理技术一直以来是计算机科学和图像学领域的研究热点，特别是近些年来在高清图像和大尺度图像的出现以及海量视频信息冲击下，图像压缩处理技术就显得格外引人注目。图像压缩技术一方面可以利用有限的存储空间保存更大规模的图像数据，另一方面降低同一质量图像的数据流可以有效提高网络数据传输效率。传统的图像压缩技术包含图像采集和图像压缩两个相互独立环节，限制两个环节压缩技术的融合改进方法。CS理论的出现打破了以上图像压缩的框架，它将图像的采集和压缩合成在测量环节一步完成，一方面简化了图像处理的流程，另一方面也为图像融合压缩技术提供了新的研究领域。

图像压缩的基础是数据冗余，其主要包括：心理视觉冗余、编码冗余和像素相关冗余这三类^[133]，可以通过压缩技术消除或者减少其中一种或者多种来提高数据的压缩比。常规图像压缩技术（如JPEG、JPEG2000和JPEG-XR）重在编码冗余和像素相关冗余上进行压缩，而对图像的心理视觉冗余研究较少或者不够深入^{[134]-[133][137]}。然而就人类视觉感知系统而言，最先和最重要处理的冗余是心理视觉冗余。本章正是在以上问题的引导下，引入基于显著性分析的ABCS技术来改进图像压缩技术。

本章内容安排如下：第 6.2 节主要介绍了传统图像压缩原理和类型；6.3 节提出了基于 ABCS 理论的 JPEG 类图像编解码改进方案；6.4 节仿真实验及结果分析；6.5 节总结了本章的内容。

6.2 常规图像压缩原理和类型

6.2. 1 常规图像压缩基本原理和类型

常规图像压缩技术的基本原理模型都包含以下图6.1所示的基本处理过程。发送端：首先将图像进行分块采集，接着将图像信号在变换域下进行信源编码，再者进行信道编码，最后通过信道将压缩数据发送出去；接收端：首先接收来自信道的压缩数据，接着进行信道解码，再者将信道解码的数据由信源编码器进行解码，最后拼接重构出原始信号。其中信源编码主要以减少原始信号的冗余量为目标，而信道编码是以提高信号传输恢复的抗干扰能力为准者，两者算法和目的截然不同，本章所述CS理论在图像压缩技术中的应用既有对发送端信源编码的改进，也有对接收端信道编码的抗噪重构能力的提升。

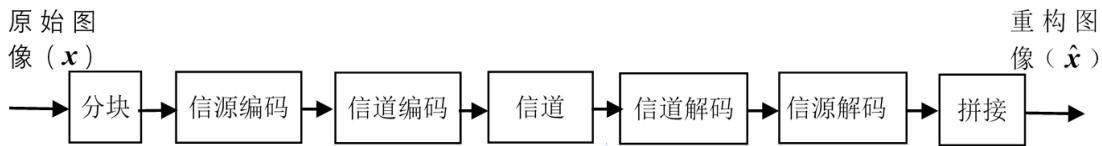


图 6.1 图像压缩基本原理模型

常规图像压缩技术根据重建后的图像是否存在信息丢失分为两类：无损压缩和有损压缩。

无损压缩的主要目的是使得表示原图像样本所需位数最小而没有任何信息损失。无损压缩主要适用于一些图像保真度有特殊要求的场合，如医学应用为避免图像引入误差带来显著性改变引起法律上的争议，常采用无损压缩；卫星成像为保证收集的数据具有高精度性，也常采用无损压缩。无损压缩的常用编码方式包括行程长度编码、哈夫曼编码和熵编码等。

有损压缩是一种通过降低重建图像的准确度，来换取高压缩比的压缩方法，同时需保证产生的失真在人眼可接受范围内，这样换取压缩能力增加才是有效的。其基本思想是将原始信号的空间域表示系数通过一定的变换方式转化为频域表示系数，再将频率域上的大量小系数信号舍去以达到减少数据量的目的。有损压缩中常用到的变换方式有离散余弦变换、离散小波变换以及沃尔什-哈达玛变换（Walsh-hadama Transformation，WHT）等。

原始信号经过不同的压缩手段生成不同格式的压缩图像类型，常见的图像压缩格式有JPEG、JPEG2000、JPEG-XR、TIFF、GIF以及PCX等，本章中将具有与JPEG相似原理架构的算法统称为JPEG类图像压缩算法。本章重点对JPEG和JPEG2000两种图像压缩格式的原理进行分析，并在以上基础架构上结合ABCS算法进行图像压缩算法的优化设计。

6.2. 2 JPEG 和 JPEG2000 图像压缩原理

JPEG编码标准常用于静态图像的编码，其是第一个适用于连续色调静态图像编码的国际标准，其标准的制定是在1991年由国际电报电话咨询委员会和国际标准化组织联合组建的图像专家组(Joint Photographic Experts Group, JPEG)建立并通过的^[133]。JPEG图像压缩主要是以离散余弦变换为基础，主要包括图像分割、DCT变换、量化和系数编码4个部分组成，完整的JPEG图像编解码过程如下图6.2所示。其中图像分割通常是以8×8或者16×16作为最小单元进行分割；DCT变换采用二维离散余弦变换，对最小单元DCT变换后，原图信号的多数能量集中在DCT变换系数的低频部分；量化过程主要通过JPEG亮度标准量化表对图像变换后数据进行整除运算；系数编码主要包括对直流分量采用DPCM编码，对其他分量进行霍夫曼编码。此外，JPEG图像解码过程正是以上过程的逆过程。JPEG编码根据DCT变换是否采用整数DCT变换将JPEG编码分为有损和无损两种，采用整数方式的就是无损JPEG编码。JPEG图像编码方式虽然在高码率具有稳定的高压缩性能，然而在低码率情况下会出现严重的方块效应，以上缺点使其无法适用网络图像传输的高质量低码率要求，再有JPEG图像编码方式缺乏面向对象特性，不能适应多应用场合。

的需求，即该编码方式不具有普适性^[138]。

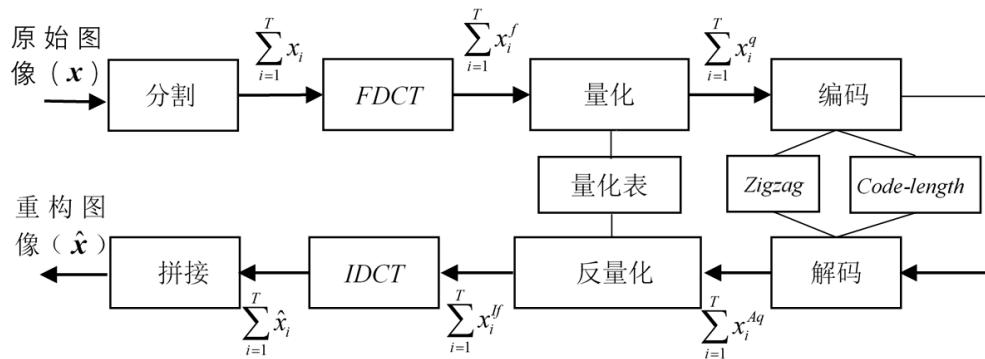


图 6.2 JPEG 图像压缩标准编解码原理

JPEG2000是JPEG专家组在1998年瑞士日内瓦召开的WGI会议上提议的新静止图像压缩标准^[133]，其标准号为ISO/IEC15444|ITU-T.T800。相比较JPEG图像压缩技术，JPEG2000具有如下主要优点：

- (1) 高压缩比。JPEG2000图像压缩后的数据量比JPEG减少近1/3，而且解码后的图像具有更好的重构性能。
- (2) 支持无损压缩和有损压缩兼容方式。JPEG2000可以在不改动编码框架下根据需求选择无损和有损任一形式的编码，并且在最后生成嵌入式码流阶段过程中灵活地实现有损图像到无损图像的渐近性恢复。
- (3) 渐近传输。JPEG2000在解码端依据用户自身对图像质量需求渐近控制码流接受率，只要达到图像质量即可终止码流传输。
- (4) 优秀的低比特率压缩性能指标。JPEG2000在比特率不足0.25bps情况下仍然具有良好的图像保真性，特别适合网络数据传输和移动通信等限定带宽的应用场合。
- (5) 支持用户感兴趣区域（Region of Interest, ROI）编码。JPEG2000可在用户选定的ROI区域进行数据的优先和优质编码操作。

下图6.3为JPEG2000编解码原理的具体流程，归纳起来主要包括4个部分：

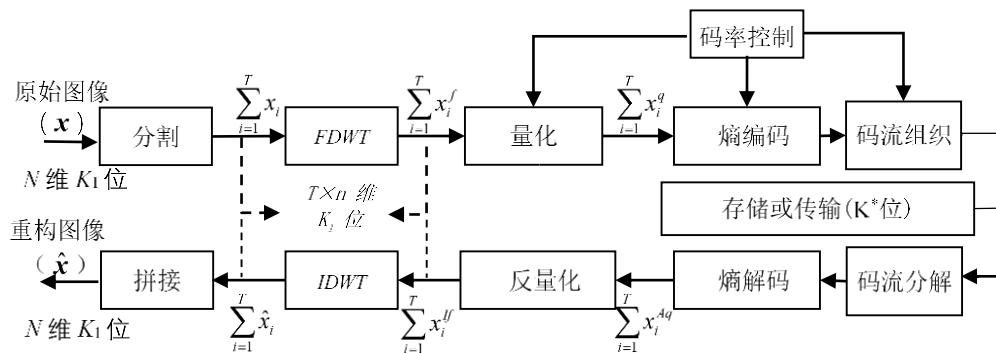


图 6.3 JPEG2000 图像压缩标准编解码原理

(1) 预处理和后处理部分

该部分主要包括图像的分块和拼接、数据偏移处理、数据归一化处理以及分量变换等，其中分块处理时JPEG2000不需要强制图像进行固定块方式分割，数据偏移处理就是将数据在0点位置进行了对称分布，数据归一化处理指在有损压缩（采用实数型离散小波变换）情况下需要将偏移数据进行归一化，分量变换一般指在彩色图像场景下需要进行。

(2) 小波变换

JPEG2000中选用二维DWT变换作为基础变换，通过一系列的低通滤波和高通滤波，将图像的原始输入信号划分为4个子带，分别是HH子带、HL子带、LH子带和LL子带，如图6.4所示，其中，HH、HL、LH分别代表水平和垂直方向都是高频信息的部分、水平高频信息和垂直低频信息的部分、水平低频信息和垂直高频信息的部分以及水平和垂直都是低频信息的部分，而且LL子带是信息量最大的部分，因此每下一级小波变换只需对上一级的LL部分进行变换就行。图像信号经过多级离散小波变换后，图像的大部分低频信息存储在最高级LL中。

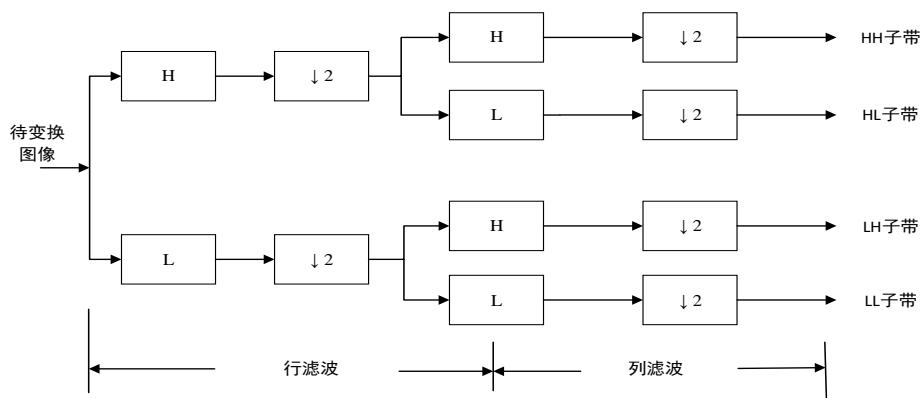


图 6.4 二维 DWT 变换

(3) 量化

JPEG2000的量化过程使用标量死区量化方法，而且一般和码率控制同时进行。无损压缩时使用量化步长1，有损压缩时协议中指出其量化步长与量化小波所在子带有关。

(4) EBCOT编码

EBCOT编码作为算法的核心部分，首先将经过量化后的数据分为多个独立单元的编码块，然后分别经过熵编码和码流组织完成两级编码过程，如图6.3所示。其中熵编码用的是基于二元算术编码的多次扫描编码方法，包括内嵌比特平面编码和MQ编码两个环节，进而得到内嵌码流，再经过码流组织环节进行专门的码流控制，并完成优化截取、打包等过程，最终形成所需的完整码流和完成整个编码过程。

6.3 基于 ABCS 方法的 JPEG 图像编解码改进方案

从 6.2 节的 JPEG 和 JPEG2000 编解码原理可以看出, 此类图像压缩过程中仅仅利用了图像数据内部的编码冗余, 没有太多考虑图像本身显著性特征带来的像素冗余和基于人眼观测模型的心理视觉冗余。故本章在以上分析的基础上提出了 JPEG 图像编解码算法的改进方案, 即将显著性下的 ABCS 技术引入 JPEG 图像压缩算法中, 进而提高这类图像压缩方式的性能指标。

6.3.1 改进算法 JPEG-ABCS 的模型结构

本章所设计的 JPEG 图像编解码改进算法的模型结构具体如下图 6.5 所示, 主要加入自适应分块压缩感知 (ABCS) 算法的思想, 为了便于跟其他常规 JPEG 类算法对比说明, 这里将所提改进算法记为 JPEG-ABCS。其具体改进环节主要有: (1) 以可变形态分块方式代替原先的固定分块方式 (如 JPEG 中 8×8 分割方式); (2) 以自适应观测代替原先 DCT 和 DWT 变换; (3) 以最小误差重构代替原先的 IDCT 和 IDWT 变换; (4) 引入新的码率控制因子。

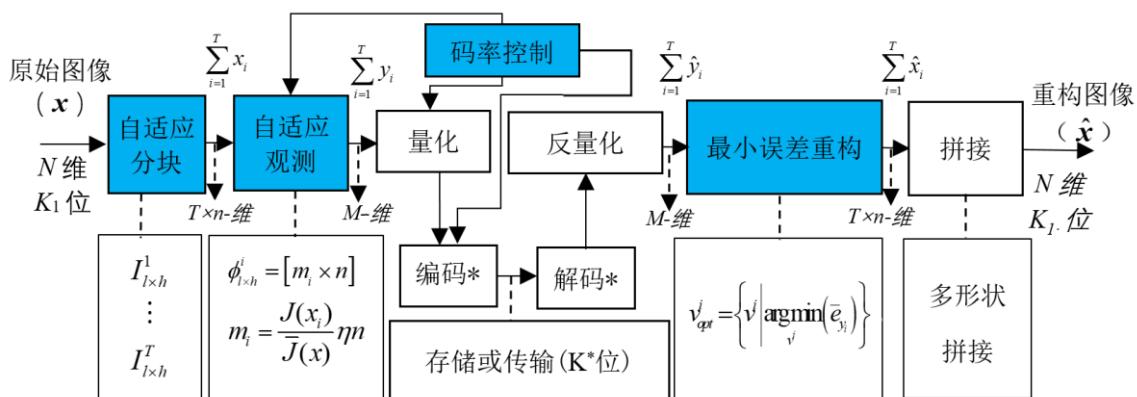


图 6.5 JPEG-ABCS 算法的模型结构

(1) 以可变形态分块方式代替原先的统一的固定分块方式

该环节利用第 3 章中所提的均熵最小化定维度可变形态分块方式提升子图像块内的元素相似性, 降低子图像块集的平均信息熵, 进而为自适应观测奠定基础。

(2) 以自适应观测代替原先 JPEG 中的 DCT 变换和 JPEG2000 中的 DWT 变换

该环节以自适应降维观测方式代替 JPEG 和 JPEG2000 中二维变换, 一方面由一维观测代替二维变化, 降低了算法的复杂度, 另一方面保证信息不丢失的情况下简化了后续量化处理的数据量, 具体方法采用第 3 章中所提的块向量匹配生成方法和自适应测量方案。

(3) 以最小误差重构代替原先 JPEG 中的 IDCT 变换和 JPEG2000 中的 IDWT 变换

考虑噪声背景条件下, 所提改进算法采用最小误差重构代替 IDCT 和 IDWT, 使得原先的 JPEG 图像压缩算法具有了一定的抗噪声能力, 相关分析见本文第 5 章中的最佳重构稀疏度分析; 无噪背景条件下, 基础重构中引入 FOCUSS 算法可以实现重构过程低时间成本下的高性能

指标输出。

(4) 引入新的码率控制因子

针对已有的 JPEG 类图像压缩算法缺乏考虑图像心理视觉冗余问题, JPEG-ABCS 算法引入新的码率控制因子, 即引入自适应分块压缩感知算法中的平均采样率 η 来提高图像压缩比。子图像块的自适应采样率设置方案 ($\eta_i = \eta J(\mathbf{x}_i)/\bar{J}(\mathbf{x})$) 一方面可以减少量化过程的输入信号维度, 另一方面可以根据图像块的显著性特点在不增加总体采样成本条件下提高细节块的观测维度和平滑块的稀疏表达。此外 JPEG-ABCS 算法中的编解码单元不仅实现信号的熵编码, 还需要有一定码流截断功能, 从而实现 JPEG-ABCS 算法的精确码率控制。

6.3. 2 JPEG-ABCS 算法的码率控制

常规的 JPEG 和 JPEG2000 图像压缩算法的码率控制主要通过量化过程, 编码过程以及码流截断三种办法实现, 而本文所提的 JPEG-ABCS 算法在以上基础上增加了平均采样率 η 这个控制因子来辅助码率控制。根据以上分析可以得到本文所提算法的码率控制算法如下:

$$R_{bpp} = \eta C_{r1} C_{r2} C_{r3} \quad (6.1)$$

$$bpp = K_1 R_{bpp} / N = n_p R_{bpp} \quad (6.2)$$

式 (6.1) 中, R_{bpp} 表示 JPEG-ABCS 算法的综合压缩率, C_{r1} 、 C_{r2} 和 C_{r3} 表示 JPEG-ABCS 算法中量化过程、编码过程和截断过程的等效压缩率; 式 (6.2) 中 bpp 表示目标码率(用每像素所占比特数方式表示), K_1 表示原始图像信号的码流位数(比特数), 数值为原始图像维度和每像素灰度值所占比特数的乘积, N 表示表示原始图像的维度, n_p 表示图像原始信号每像素所占比特数。

对于给定的图像压缩算法, 其编码算法和截断方法就确定了, 故本节重点考虑码率控制中的可控因子平均采样率 η 和量化系数 QF 的匹配优化设计。

1) 平均采样率 η 的选择

首先, 平均采样率 η 需要合适的设定值, 这是因为 η 偏小会导致原始图像信号的采样不足而丢失图像信息, 偏大则达不到提升码率控制效果的作用; 其次, 平均采样率 η 的优化值以目标重构图像的评价性能指标最大化来实现。下图 6.6 为选取不同平均采样率的 JPEG-ABCS 算法在码率变化条件下的合成性能指标 ($PSNR \times SSIM$) 变化的实验, 从图中可以看出随着 bpp 的增加, 以合成指标最大为优化目标函数时, 最佳平均采样率的数值也在增大。将以上实验进行总结, 可以得到 η 与 bpp 之间的一个较佳的经验函数关系如下:

$$\eta = \begin{cases} 0.3 & bpp < 0.15 \\ 0.4 + \left\lfloor \frac{bpp - 0.15}{0.05} \right\rfloor \times 0.1 & 0.15 \leq bpp \leq 0.3 \\ 0.7 & bpp > 0.3 \end{cases} \quad (6.3)$$

其中， $\lfloor * \rfloor$ 表示向下取整函数。

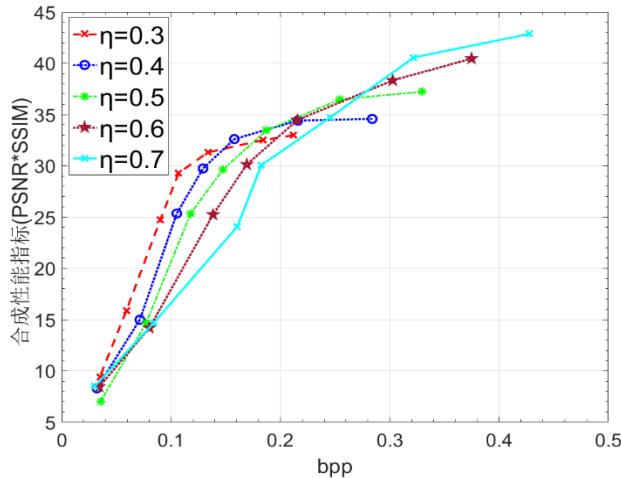


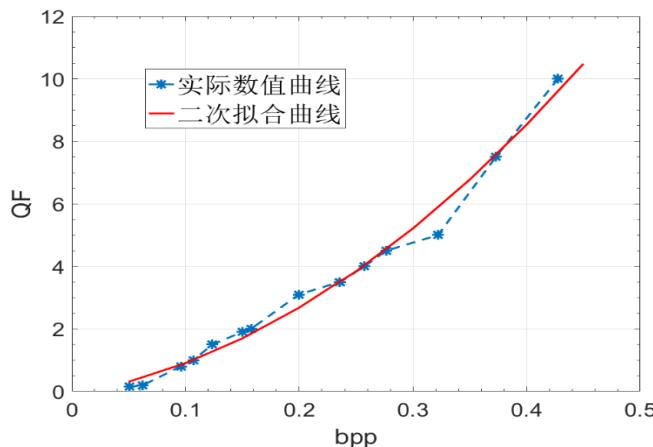
图 6.6 不同 bpp 下平均采样率 η 与重构图像的合成性能指标 ($PSNR \times SSIM$) 的关系

2) 量化系数 QF 的匹配设计

平均采样率 η 确定之后，要实现图像的码率控制就需要设计一个匹配的灰度值量化表来实现整个图像的观测编码过程^[139]。本章设计的量化表以量化系数为基础采用自适应匹配方式，即根据码率控制要求设计匹配的量化表，具体设计的量化表如下式：

$$\begin{cases} lighttable = \lfloor (QFS \times \text{ones}(m_i) + 50) / 100 \rfloor \\ QFS = \begin{cases} 5000/QF & QF \leq 50 \\ 200 - 20QF & QF > 50 \end{cases} \\ QF = \lambda_2 \times bpp^2 + \lambda_1 \times bpp + \lambda_0 \end{cases} \quad (6.4)$$

其中， $lighttable$ 表示设计的量化表， m_i 表示子图像块的观测信号维度， QF 表示量化系数，是通过二次拟合曲线方式获取。下图 6.7 展示了以上设计的量化系数理论值与实际量化系数要求值之间的对比关系，从图中两条曲线的相关程度可以看出，本文设计的量化系数较好满足了实际码率控制中对量化表的设计要求。

图 6.7 量化系数 QF 的二次曲线拟合值与实际值的关系

6.3. 3 JPEG-ABCS 算法的稀疏重构

本章所提 JPEG-ABCS 算法的第二个改进之处在于引入稀疏重构用于图像的压缩恢复，通过自适应分块感知算法三个主要环节来改进既有的 JPEG 类图像压缩算法：

(1) 均熵和纹理特征下的自适应分块

以子图像块集的平均信息熵最小化为约束条件选择最佳图像分割块来降低总体信息熵；引入图像的整体纹理方向特征辅助图像分块后向量化过程；采用克罗内克积生成具有二维特征的稀疏基来实现子图像块信号与对应向量间转换。

(2) 合成特征下的自适应观测

自适应观测中采用全局特征方差和局部显著因子构成的显著性特征引导平均采样率的设置，使得同等观测数据总量条件下观测数据分配更加合理；其次引入平均采样率使得原始信号的维度下降可以提供后续更多的量化空间和编码选择。

(3) 最小误差下的稀疏重构

考虑实际信号传输中的噪声背景，噪声条件下的优化重构主要引入了本文第五章讨论的误差分析模型下的最佳稀疏度重构，使得重构过程在稀疏表达和重构误差两个约束条件下达到一个最佳的平衡。

6.4 仿真实验及结果分析

通常，图像压缩算法的评估是通过码率失真性能(Rate-distortion Performance)来表示的。为了比较改进方案 JPEG-ABCS 与 JPEG 和 JPEG2000 图像压缩算法的性能，本章实验采用了 $PSNR$ 、 $SSIM$ 和 $GMSD$ 指标来具体评价客观性能，同时使用 MATLAB2016b 对本节对比算法性能进行仿真验证，测试图像选择同第五章相同的标准测试图像库（分辨率 256*256），JPEG-ABCS 算法中的稀疏矩阵和测量矩阵分别采用 DCT 和 OSTM 矩阵。具体实验的开展分为两个部分：(1)

无噪条件下 3 种 JPEG 类压缩算法的对比实验; (2) 噪声条件下 3 种 JPEG 类压缩算法的对比实验。

6.4.1 无噪条件下的仿真实验及结果分析

为验证 6.3 节所提的 JPEG-ABCS 算法在无噪条件下的有效性, 实验具体包括: (1) 验证在不同测试图像下改进算法对 JPEG 类图像压缩算法性能的提升; (2) 验证在不同码率控制条件下改进算法对 JPEG 类图像压缩算法性能的提升。

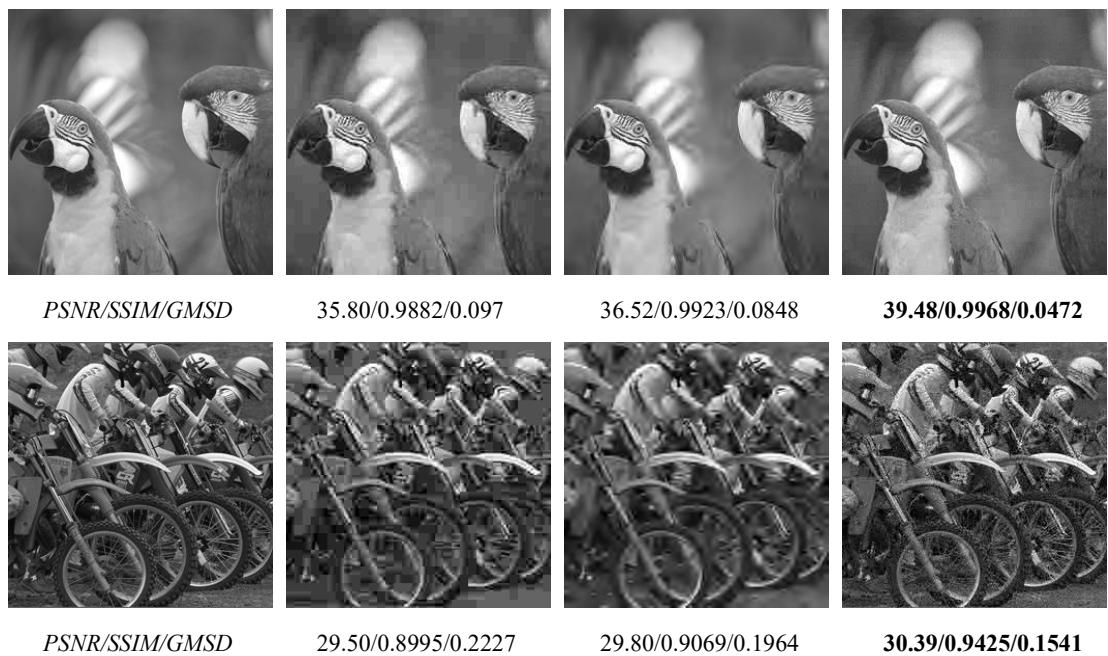
(1) 不同测试图像条件下的算法提升对比实验

该对比实验主要验证了 JPEG-ABCS 算法在不同标准测试图像对 JPEG 类图像压缩算法的提升, 实验中采用了包括 Lena 等多幅测试图像在控制同一码率 ($bpp=0.25$) 条件下进行, 部分数据和实验结果记录于表 6.1 和图 6.8 中。从表 6.1 的数据记录可以看出, 相比于 JPEG 和 JPEG2000 算法, JPEG-ABCS 算法的提升作用在不同测试图像条件下具有普适性, 并且 $PSNR$ 、 $SSIM$ 和 $GMSD$ 三项指标都较明显的改善; 同时从图 6.8 的 3 幅测试图像实验结果可以看出, 相比于前两种算法, JPEG-ABCS 算法对图像质量的改善可以通过清晰度、纹理细节等主观感受直接体现出来。

表 6.1 三种 JPEG 类图像压缩算法的性能对比($bpp=0.25$)

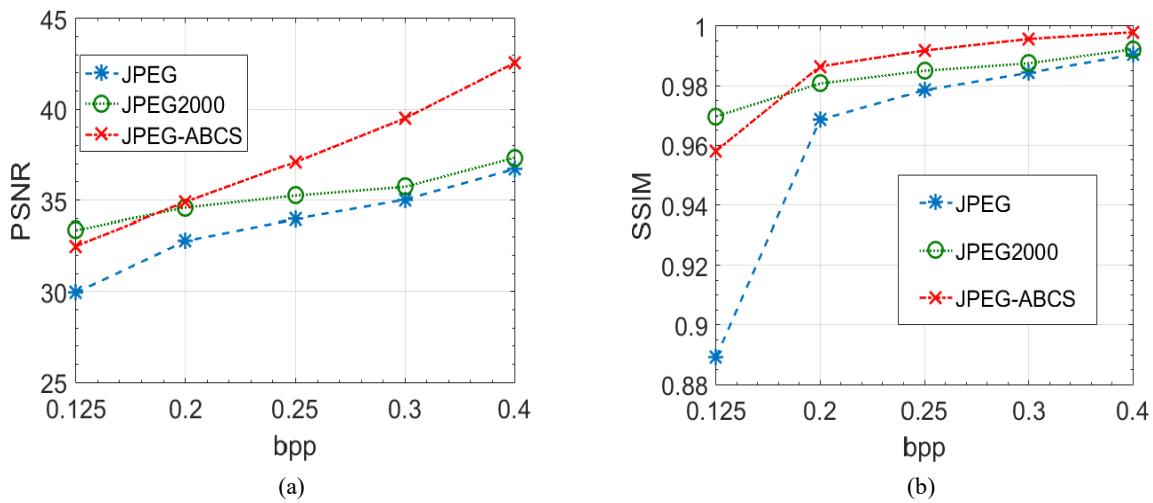
测试条件	Lena	Peppers	Goldhill	Parrots
	评价指标: $PSNR/SSIM/GMSD$			
JPEG	33.97/0.9785/0.1279	33.17/0.9845/0.1454	31.62/0.9685/0.1694	35.80/0.9882/0.09772
JPEG2000	35.25/0.9850/0.0996	34.32/0.9887/0.1114	32.05/0.9718/0.1608	36.52/0.9923/0.0848
JPEG-ABCS	37.09/0.9918/0.0735	37.42/0.9962/0.0707	32.29/0.9767/0.1210	39.38/0.9966/0.0478



图 6.8 三种 JPEG 类图像压缩算法的实验结果对比 ($bpp=0.25$)

(2) 不同码率控制条件下的算法提升对比实验

该对比实验主要验证了 JPEG-ABCS 算法在不同码率条件下对 JPEG 类图像压缩算法的提升。首先采用了 Lena 作为测试图像进行了不同码率 (bpp) 条件下的三种图像压缩算法的对比实验，其实验的 *PSNR* 和 *SSIM* 评价指标对比结果记录于图 6.9 中，从这两项指标可以看出本文所提 JPEG-ABCS 算法在整体码率控制范围具有相对优势，特别是相比于 JPEG 算法全码率段占优。

图 6.9 不同 bpp 下三种 JPEG 类图像压缩算法的性能对比(Lena)

其次，根据以上图结果可知 JPEG2000 算法要优于 JPEG 算法，这里采用 JPEG2000 作为对比算法，与 JPEG-ABCS 算法在多幅测试图像不同码率情况下进行了对比实验，部分数据记录于表 6.2 中。观测数据可知：本文所提 JPEG-ABCS 算法相比于 JPEG2000 算法在中等码率以上

条件占优,但是在低码率条件下存在不足之处,原因在于低码率观测过程存在低频信息的丢失。

表 6.2 多幅测试图像不同码率条件下 JPEG2000 算法和 JPEG-ABCS 算法的对比结果

压缩方法		JPEG2000 (PSNR/SSIM/GMSD)	JPEG-ABCS (PSNR/SSIM/GMSD)	$\Delta P/\Delta S/\Delta G$
标准测试图				
Lena	$bpp = 0.0625$	31.64/0.9387/0.1842	30.58/0.7341/0.2478	-1.06/-0.2046/0.0636
	$bpp = 0.125$	33.38/0.9697/0.1399	32.79/0.9413/0.1702	-0.59/-0.0284/0.0303
	$bpp = 0.2$	34.59/0.9807/0.1161	34.90/0.9864/0.1039	0.31/0.0057/-0.0122
	$bpp = 0.25$	35.25/0.9850/0.0996	37.80/0.9932/0.0612	2.55/0.0082/-0.0384
	$bpp = 0.3$	35.73/0.9875/0.0917	38.28/0.9941/0.0554	2.55/0.0066/-0.0363
Monarch	$bpp = 0.0625$	30.56/0.8184/0.2335	27.52/0.3615/0.2726	-3.04/-0.4569/0.0391
	$bpp = 0.125$	31.31/0.9074/0.1881	29.12/0.6388/0.2568	-2.19/-0.2686/0.0687
	$bpp = 0.2$	32.49/0.9466/0.1554	32.91/0.9473/0.1507	0.42/0.0007/-0.0047
	$bpp = 0.25$	32.81/0.9572/0.1476	35.77/0.9886/0.0682	2.96/0.0314/-0.0794
	$bpp = 0.3$	33.40/0.9679/0.1305	36.17/0.9896/0.0664	2.77/0.0217/-0.0641

最后,通过观察实验数据和理论分析可以得出以下结论。

小码率: 在这种情况下, JPEG-ABCS 算法的性能比 JPEG2000 算法差的原因是跟随 R_{bpp} 同步变化的观测值维度 M 较小, 导致测量过程无法覆盖图像的完整信息。

中等或稍大的码率: 在这种情况下, JPEG-ABCS 算法的性能优于 JPEG2000 算法的因素是适当的 M 值可以确保获取图像的完整信息, 同时提供了一定的图像压缩率, 从而获得了更好的量化和编码基础。

大码率: 本文不考虑这种情况下的 JPEG-ABCS 算法, 因为 JPEG-ABCS 算法属于 CS 理论下的 JPEG 改进算法, 故 CS 算法本身需要满足 $M < N$ 条件。

6.4.2 噪声条件下的仿真实验及结果分析

本节为验证 6.3 节所提的 JPEG-ABCS 算法在抗噪性能上的改善效果, 实验具体设计为统一标准测试图像下不同码率和多噪声条件下进行验证, 实验中采用 JPEG 算法作为对比算法。实验中的噪声采用不同强度(噪声标准差 σ)下的高斯随机噪声, 测试图像选择 Monarch 和 Peppers 等标准测试图, 部分实验数据和实际结果如下表 6.3 和图 6.10 所示。

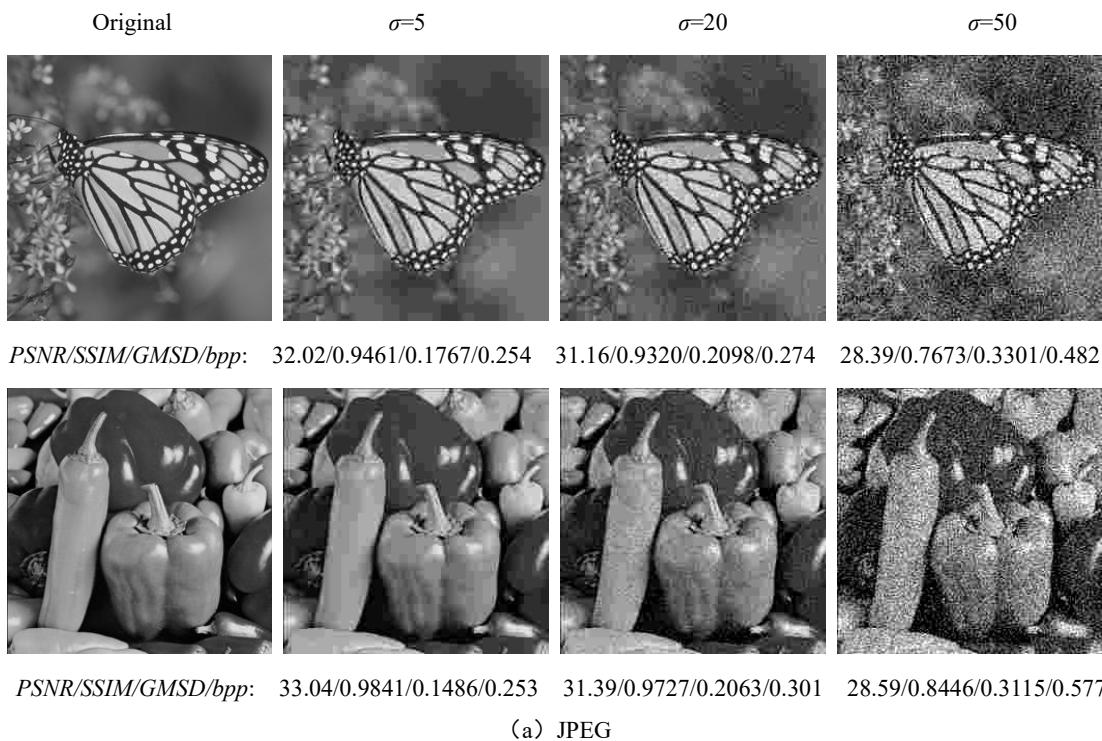
从表 6.3 可知, 在不同噪声强度(σ)下, JPEG-ABCS 算法相对于 JPEG 算法在 PSNR、SSIM 和 GMSD 三项性能指标上具有优势, 并且该优势在不同码率条件下具有共性, 这些说明本文所提算法在噪声条件下具有较好的抗噪性能。

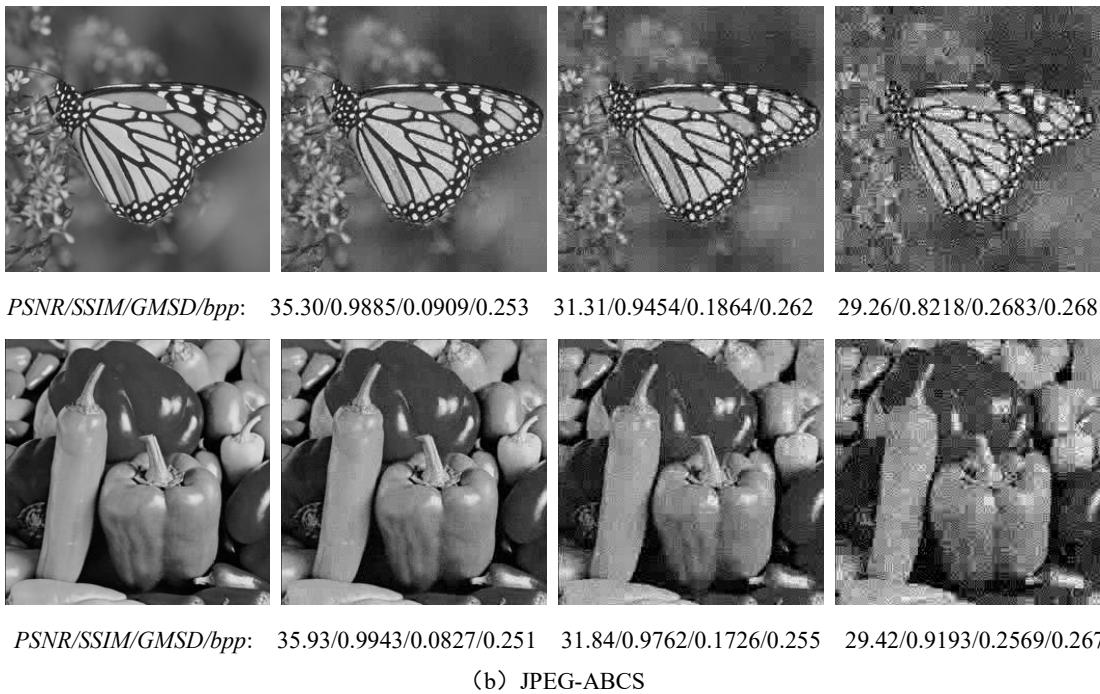
表 6.3 JPEG-ABCS 算法与 JPEG 算法的抗噪性能对比 (Monarch)

测试条件	$\sigma=5$	$\sigma=10$	$\sigma=20$	$\sigma=50$
	评价指标: PSNR/SSIM/GMSD			
JPEG $bpp=0.25$	32.83/0.9627/0.1477	32.49/0.9596/0.1589	30.72/0.9371/0.2352	28.22/0.7328/0.3367
JPEG-ABCS	35.25/0.9881/0.0951	33.39/0.9780/0.1264	31.28/0.9451/0.1883	29.26/0.8269/0.2673
JPEG $bpp=0.4$	33.69/0.9726/0.1264	32.94/0.9671/0.1482	30.84/0.9373/0.2300	28.44/0.7820/0.3268
JPEG-ABCS	36.74/0.9925/0.0668	33.82/0.9809/0.1139	31.43/0.9488/0.1839	29.32/0.8290/0.2674

图 6.10 显示了在无噪声条件设定 $bpp=0.25$ 情况下两种图像压缩算法处理不同噪声强度的抗噪能力。对比 JPEG 算法, JPEG-ABCS 算法在不同噪声强度下的重构图像具有更好的主观性能优势, 其主要原因是由于在 JPEG-ABCS 算法中增加误差分析约束条件, 使得算法重构中可以有效地综合最佳稀疏度表示和误差模型分析的有益效果来改善算法的各项指标; 对比 JPEG 算法, 随着噪声强度增加, JPEG-ABCS 算法的 bpp 指标增加较少、稳定性好, 即 JPEG-ABCS 算法降低了 JPEG 类算法的 bpp 指标对于噪声强度的敏感性, 分析原因主要是由于 JPEG-ABCS 算法引入码率控制因子 η 减少了噪声的相对数量, 消除了部分噪声引起的信息熵的增加。

最后, 综合表 6.3 和图 6.10 的实验结果, 不论以图像重构的客观数据的对比, 还是以主观视觉角度下的评价, JPEG-ABCS 算法生成的图像都优于 JPEG 算法, 故本文所提 JPEG-ABCS 算法在压缩感知模型辅助下具备了抗噪性能。



图 6.10 不同噪声条件下的两种图像压缩算法的实际输出对比结果 ($bpp=0.25$)

6.5 本章小节

JPEG 和 JPEG2000 是两种常规图像压缩格式，本文针对以上两种图像压缩原理架构，再充分考虑压缩中像素间冗余和心理视觉冗余的基础上，提出了一种基于 ABCS 方法的 JPEG 图像编解码改进方案。该改进方案将图像的显著性分块、自适应采样以及最小误差重构等思想引入图像的压缩重构过程中，形成了一种新的 JPEG 图像压缩算法，即 JPEG-ABCS。最后通过仿真实验验证了该改进方案具有提升了 JPEG 图像压缩算法的抗干扰能力，改进了算法的整体重构质量，特别是中等码率条件下的图像重构性能指标的改善，并能减少算法的复杂度，因而也降低算法的计算时间成本。

总结与展望

CS 理论为图像信号压缩重构的发展提供了一种新的思路。相比传统图像压缩, CS 在数据采集、传输和处理方面有着内在的优势。同时随着信息量增长和数据实时性传输要求提高, 促进了 BCS 技术的诞生和发展, 一方面 BCS 技术继承了 CS 理论的优良特质, 另一方面由于分块结构的引入带来数据处理的分布式处理的优势之外, 也带来很多急需或者有待深入研究的问题。本论文 ABCS 方法主要针对 BCS 算法中诸多可优化问题展开工作, 从分块方法、测量方案、重构算法以及 CS 理论应用等方面开展了相关的研究。本论文主要完成的研究内容归纳为如下五个方面:

1、提出了基于加权均熵最小化的图像自适应形态分块方法和基于纹理方向特征的块向量匹配生成方法。分析了 BCS 中子图像块的维度和形状都对图像分块重构的质量影响; 分析了子图像块不同块向量生成方式对重构结果的影响; 提出了平均信息熵最小化约束下的图像自适应形态分块方法, 进一步考虑图像的纹理特征辅助子图像块的分割, 形成本文的基于加权均熵最小化的图像自适应形态分块方法; 以灰度共生矩阵的角二阶矩定义图像的方向纹理特征, 进而为块向量生成提供先验信息, 最后根据该先验信息匹配选择二维块向量生成方式或者一维 Zigzag 块向量生成方式实现二维图像的向量化。最终本文所提分块和块向量生成方法应用于图像 ABCS 重构算法优化中, 进而提高了图像重构质量。

2、提出了基于合成特征的自适应测量方案。分析了多个单一独立特征作为图像重构中自适应采样率依据的不足之处, 进而提出将子图像块的全局方差和局部显著因子综合形成合成特征来为自适应采样率设置提供依据。该合成特征一方面能反映图像像素灰度空间上的离散程度, 同时也能反映图像像素位置空间上的相关特征, 因此具有综合反映图像信息量的特点, 可用于提供自适应采样率的设置依据。同时非一致自适应采样率测量方案使得块测量矩阵需要不同的维度特性, 本文提出了基于正交对称托普利兹矩阵的可变维度测量矩阵用作自适应观测环节中的块测量矩阵。最后仿真实验表明本文所提基于合成特征的自适应测量方案相对单一特征自适应测量方案具有明显优势, 同时变维度 Toeplitz 测量矩阵属于确定性测量矩阵, 易于硬件实现。

3、针对无噪声条件和含噪声条件的 FOCUSS 重构算法, 分别提出了基于权值矩阵和拉格朗日乘子两个约束参数优化的 FOCUSS 改进算法。首先分析了常规范数约束条件下重构算法的优缺点, 推导了基于 l_p 范数最小化的 FOCUSS 算法的迭代公式以及存在问题; 针对无噪 FOCUSS 算法的权值矩阵奇异问题, 分别提出了构造具有渐近衰减扰动因子的非奇异权值矩阵改进方案和降维权值矩阵改进方案, 解决无噪 FOCUSS 迭代公式中的无法求逆环节; 针对含噪 FOCUSS 算法的拉格朗日乘子优化问题, 应用设计目标和先验信息, 并通过卡方分布概率函数设计了具有阈值约束的改进型 L-曲线方法来确定拉格朗日乘子, 提升了含噪 FOCUSS 算法的效率和性

能指标。

4、提出了基于误差分析的图像分块稀疏度匹配降噪重构算法。分析了不同噪声模型以及噪声对信号重构的影响；通过 l_2 范数定义三个误差函数，并分析三者之间的一致收敛性；针对原始信号的稀疏度不可预知性，提出了基于偏差-方差均衡模型的重构误差最小化方式确定最佳重构稀疏度，并将其应用于基于 l_0 范数的 BOMP 重构算法中，以最佳重构稀疏度重新定义了新的 BOMP 重构算法的迭代停止条件，该迭代停止条件有效地提升了噪声条件下重构算法的性能指标，降低噪声对重构图像质量的影响。

5、提出了基于 ABCS 技术的 JPEG 图像编解码改进方案。分析了常规 JPEG 和 JPEG2000 图像压缩算法的流程；针对常规图像压缩算法去像素间相关冗余和心理视觉冗余不足的缺点，以多特征显著性下的自适应分块降维观测和最小误差下迭代重构方法改进常规的 JPEG 图像编解码的模型结构，同时在码率控制上增加了平均采样率可控因子和匹配灰度值量化表来实现目标码率，实验表明以上改进具有良好的性能提升效果。

分块压缩感知算法优化以及应用的研究是一个很有现实意义的工作，本论文在稀疏度匹配、测量矩阵设计、重构算法研究方面开展了相关的工作，初步取得了一些成果。由于研究时间限制，本论文的研究还存在许多可改进之处。今后的研究可以沿着如下几个方面进一步展开：

1、不同类型噪声下重构算法的选择和优化问题：本文所考虑噪声分析都以服从高斯分布规律的不同强度噪声信号为基础进行了相关分析，未对其他模型下的噪声进行对比实验，后续可以考虑不同类型噪声信号对图像重构的影响，分析不同类型噪声下的最佳重构方式问题。

2、块效应消除方式的深入研究：针对不同分块重构算法下的块效应，考虑重构算法本身优化方法来减少块效应，进一步研究如何实现减少块效应的分块算子以及块拼接方法；其次基于图像增强方式的分块去噪滤波算法也有待进一步研究。

3、基于学习优化的重构算法：目前机器学习算法在很多领域得到深入的研究，基于深度学习方式下的重构算法优化也是目前研究的一个热点，这也将是本论文后续考虑研究的一个重要方向。

参考文献

- [1] Gan L. Block compressed sensing of natural images [C]. Proceedings of the 15th International Conference on Digital Signal Processing, 2007: 1-5.
- [2] 王蓉芳. 基于协同进化优化和图像先验的分块自适应压缩感知[D].西安电子科技大学, 2014
- [3] Jérémie Bigot, Boyer C, Weiss P. An analysis of block sampling strategies in compressed sensing [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2013, 62(4): 2115-2139.
- [4] Unser M. Sampling-50 years after Shannon [C]. Proceedings of the IEEE, 2000, 88(4):569-587.
- [5] Candès E J, Romberg J, Tao T. Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information [J]. IEEE Trans. on Information Theory, 2006, 52(2): 489-509.
- [6] Kashin B S. Diameters of some finite-dimensional sets and classes of smooth functions [J]. Izvestiya Rossiiskoi Akademii Nauk. Seriya Matematicheskaya, 1977, 41(2): 334-351.
- [7] Romberg J. Imaging via compressive sampling [J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2008, 25(2): 14-20.
- [8] Donoho D L. Compressed sensing [J]. IEEE Trans. on Information Theory, 2006, 52(4): 1289-1306.
- [9] 刘芳, 武娇, 杨淑媛, 等. 结构化压缩感知研究进展.自动化学报 [J], 2013, 39(12):1980–1995.
- [10] Stefan W, Viswanathan A, Gelb A, et al. Sparsity enforcing edge detection method for blurred and noisy fourier data [J]. Journal of Scientific Computing, 2012, 50(3):536-556.
- [11] Unde A S, Deepthi P P. Block compressive sensing: Individual and joint reconstruction of correlated images [J]. Journal of Visual Communication and Image Representation, 2017, 44:187-197.
- [12] Baraniuk R G, Cevher V, Duarte M F, et al. Model-based compressive sensing [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2010, 56(4): 1982-2001.
- [13] Duarte M F , Sarvotham S , Baron D , et al. Distributed compressed sensing of jointly sparse signals [C]. Proceedings of the IEEE Asilomar Conference on Signals, Systems & Computers, 2005:1537-1541
- [14] Ji S, Xue Y, and Carin L. Bayesian compressive sensing [J]. IEEE Trans. on Signal Processing, 2008, 56(6): 2346–2356.
- [15] Zhao Y B, Xu C L. 1-Bit compressive sensing: Reformulation and RRSP-based sign recovery theory [J]. Science China Mathematics, 2016, 59(10):2049-2074.
- [16] Dai Y, Zhuang P. Compressed sensing MRI via a multi-scale dilated residual convolution network [J]. Magnetic Resonance Imaging, 2019, 63:93-104
- [17] Bajwa W U, Haupt J D, Sayeed A M, Nowak R D. Joint source–channel communication for distributed estimation in sensor networks [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2007, 53(10):3629-3653.
- [18] Tropp J A, Laska J N, Duarte M F, et al. Beyond Nyquist: efficient sampling of sparse bandlimited signals [J]. IEEE Trans. on Information Theory, 2010, 56(1):520-544.
- [19] Teke O, Gurbuz A C, Arikan O. A robust compressive sensing based technique for reconstruction

- of sparse radar scenes [J]. Digital Signal Processing, 2014, 27: 23-32.
- [20] Wallace G K. The JPEG still picture compression standard [J]. IEEE Transactions on Consumer Electronics, 1992, 38(1): xviii-xxxiv.
- [21] Skodras A, Christopoulos C, Ebrahimi T. The JPEG 2000 still image compression standard [J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2001, 18(5): 36-58.
- [22] Nazzal M, Ozkaramanli H. Single image super resolution using sparsity and dictionary learning in wavelet domain [C]. Signal Processing and Communications Applications Conference, 2012: 1-4.
- [23] 焦李成, 谭山. 图像的多尺度几何分析: 回顾和展望 [J]. 电子学报, 2003, 31(12): 1975-1981.
- [24] Hussain M A, Shourov R M. Compressively sensed ultrasound radio-frequency data reconstruction using the combined curvelets and wave atoms basis [C]. Proceedings of the IEEE Conference on Electrical & Electronic Engineering, 2015: 209-212
- [25] 孙玉宝, 肖亮, 韦志辉, 等. 基于 Gabor 感知多成份字典的图像稀疏表示算法研究 [J]. 自动化学报, 2008, 34(11): 1379-1387
- [26] Starck J L, Donoho D L, Candès E J. Very high quality image restoration by combining wavelets and curvelets [C]. Proceedings of SPIE, 2001: 9-19.
- [27] Elad M, Bruckstein A M. A generalized uncertainty principle and sparse representation in pairs of bases [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2002, 48(9): 2558-2567.
- [28] Cohen A, Daubechies I, Guleryuz O G, et al. On the importance of combining wavelet-based nonlinear approximation with coding strategies [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2002, 48(7): 1895-1921.
- [29] Mallat S G, Zhang Z. Matching pursuits with time-frequency dictionaries [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1993, 41(12): 3397-3415.
- [30] Gowreesunker B V, Tewfik A H. Learning sparse representation using iterative subspace identification [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(6): 3055-3065.
- [31] Ma T, Li H, Yang H, et al. The extraction of motion-onset VEP BCI features based on deep learning and compressed sensing [J]. Journal of Neuroscience Methods, 2017, 275: 80-92.
- [32] 徐健. 采用遗传算法的分层贪婪字典训练算法 [J]. 西安交通大学学报, 2012, 46(4): 18-23
- [33] Perepu S K, Tangirala A K. Reconstruction of missing data using compressed sensing techniques with adaptive dictionary [J]. Journal of Process Control, 2016, 47: 175-190
- [34] Sungkwang M, Fowler J E. Block compressed sensing of images using directional transforms [C]. Proceedings of the 16th IEEE International Conference on Image Processing, 2009: 3021-3024.
- [35] Huang J, Zhang T, Metaxas D. Learning with structured sparsity [J]. The Journal of Machine Learning Research, 2011, 12: 3371-3412.
- [36] Zhang Z, Rao B. Extension of SBL algorithms for the recovery of block sparse signals with intra-block correlation [J]. IEEE Transaction on Signal Processing, 2013, 61(8): 2009-2015.
- [37] Shane F C, Bhaskar D R, Kjersti E, et al. Sparse solutions to linear inverse problems with multiple measurement vectors [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2005, 53(7): 2477-2488.
- [38] Hamid Palangi, Rabab Ward, Li Deng. Distributed compressive sensing: a deep learning approach [J]. IEEE Transactins on Signal Processing, 2016, 64(17): 4504-4519
- [39] Wei J, Huang Y, Lu K, et al. Nonlocal low-rank-based compressed sensing for remote sensing image reconstruction [J]. IEEE Geoscience & Remote Sensing Letters, 2016, 13(10): 1557-1561
- [40] Candès E J, Tao T. Near-optimal signal recovery from random projections: Universal encoding

- strategies ? [J] IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(12): 5406-5425.
- [41] Bah B, Tanner J. Improved bounds on restricted isometry constants for Gaussian matrices [J]. SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications, 2010, 31(5): 2882-2898.
- [42] Candès E J, Tao T. Decoding by linear programming [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2005, 51(12): 4203-4215.
- [43] Candès E J. The restricted isometry property and its implications for compressed sensing [J], Comptes Rendus Mathematique, 2008, 346(9): 589-592.
- [44] Zhang Y. Theory of Compressive Sensing via ℓ_1 -Minimization: a Non-RIP Analysis and Extensions [J]. Journal of the Operations Research Society of China, 2013, 1 (1): 79-105.
- [45] Mendelson S, Pajor A, Tomczak-Jaegermann N. Uniform uncertainty principle for Bernoulli and subgaussian ensembles [J]. Constructive Approximation, 2008, 28(3): 277-289.
- [46] Candès E J, Justin R. Sparsity and incoherence in compressive sampling [J]. Inverse Problems 2007, 23 (3): 969-985.
- [47] Tsaig Y, Donoho D L. Extensions of compressed sensing [J]. Signal Processing 2006, 86(3): 549-571.
- [48] Applebaum L, Howard S, Searle S, et al. Chirp sensing codes: Deterministic compressed sensing measurements for fast recovery [J]. Applied and Computational Harmonic Analysis 2009, 26 (2): 283-290.
- [49] Sebert F, Zou Y M, Ying L. Toeplitz block matrices in compressed sensing and their applications in imaging[C]. IEEE International Conference on Information Technology and Applications in Biomedicine, 2008: 47-50.
- [50] Yu L, Barbot J P, Zheng G, et al. Compressive sensing with chaotic sequence [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2010, 17(8): 731-734.
- [51] Donoho D L, Michael E. Optimally sparse representation in general (nonorthogonal) dictionaries via ℓ_1 minimization [C]. Proceedings of the National Academy of Sciences, 2003, 100(5): 2197-2202.
- [52] Michael E. Optimized projections for compressed sensing [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2007, 55(12): 5695-5702.
- [53] Vahid A, Ferdowsi S, Sanei S. A gradient-based alternating minimization approach for optimization of the measurement matrix in compressive sensing [J]. Signal Processing, 2012, 92(4): 999-1009.
- [54] 赵瑞珍, 秦周, 胡绍海. 一种基于特征值分解的测量矩阵优化方法 [J]. 信号处理, 2012, 28(5): 653-658.
- [55] Chen S S , Saunders D M A. Atomic decomposition by basis pursuit [J]. SIAM Review, 2001, 43(1): 129-159.
- [56] Baraniuk R G. Compressive sensing [J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2007, 24(4): 118-121.
- [57] Xia Y, Mcnicholas P D. A gradient method for the monotone fused least absolute shrinkage and selection operator [J]. Optimization Methods and Software, 2014, 29(3): 463-483.
- [58] Tropp J A, Gilbert A C. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2007, 53(12): 4655-4666.
- [59] Dai W. Subspace pursuit for compressive sensing signal seconstruction [J]. IEEE Transactions on

- Information Theory, 2009, 55(5): 2230-2249.
- [60] Blumensath T, Davies M E. Iterative hard thresholding for compressed sensing [J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, 2009, 27(3): 265-274.
- [61] Daubechies I, Defrise M, De Mol C. An iterative thresholding algorithm for linear inverse problems with a sparsity constraint [J]. Communications on Pure and Applied Mathematics, 2004, 57(11), 1413-1457.
- [62] Donoho D L, Maleki A, Montanari A. Message-passing algorithms for compressed sensing [C]. Proceedings of the National Academy of Sciences, 2009, 6(45): 18914-18919.
- [63] Gilbert A C, Guha S, Indyk P, et al. Near-optimal sparse Fourier representations via sampling [C]. Proceedings of the 34th Annual ACM Symposium on Theory of Computing, 2000: 152-161.
- [64] Gilbert A, Strauss M, Tropp J, et al. Algorithmic linear dimension reduction in the L1 norm for sparse vectors [C]. Proceedings of the 44th Annual Allerton Conference on Communication, Control and Computing, 2006: 1-9.
- [65] Gormode G, Muthukrishnan S. Combinatorial algorithms for compressed sensing [C]. Proceedings of the 40th Annual Conference on Information Sciences and Systems, 2006: 280-294.
- [66] Tipping M E. The relevance vector machine [J]. Advances in Neural Information Processing Systems, 2000: 652-658.
- [67] Tipping M E. Sparse Bayesian learning and the relevance vector machine [J]. Journal of Machine Learning Research, 2001:211-244.
- [68] Faul A C, Tipping M E. Analysis of sparse bayesian learning [C]. Advances in Neural Information Processing Systems, 2002: 383-390.
- [69] Wipf D P, Rao B D. Sparse bayesian learning for basis selection [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2004, 52(8):2153-2164.
- [70] David P W, Bhaskar D R. An empirical bayesian strategy for solving the simultaneous sparse approximation problem [J], IEEE Transactions on Signal Processing, 2007, 55(7): 3704-3716.
- [71] Jahani-Fariman H, Kavakli M, Boyali A. MATTRACK: block sparse Bayesian learning for a sketch recognition approach [J]. Multimedia Tools and Applications, 2017, 77: 1997-2012.
- [72] Ji S, Dunson D, Carin C. Multitask compressive sensing [J], IEEE Transactions on Signal Processing, 2009, 57(1): 92-106.
- [73] Zhang Z, Rao B D. Sparse signal recovery with temporally correlated source vectors using sparse bayesian learning [J], IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2011, 5(5) 912-926.
- [74] 王金铭, 叶时平, 徐振宇, 等. 半张量积低存储压缩感知方法研究[J]. 电子学报, 2018, 46(4):797-804.
- [75] Xie D, Peng H P, Li L X, et al. Semi-tensor compressed sensing [J]. Digital Signal Processing, 2016, 58: 85-92.
- [76] 孙骏, 郭继昌. 基于多层分块自适应压缩感知的图像编解码方法[J]. 中国科技论文, 2014, 9(7): 817-820.
- [77] 刘连, 王孝通. 基于图像熵分块的压缩感知字典学习算法[J]. 北京理工大学学报, 2019, 39(5):520-523.
- [78] Candès E J, Plan Y. A probabilistic and RIPless theory of compressed sensing [J], IEEE Transactions on Information Theory, 2011, 57(11): 7235-7254.

- [79] 杨爱萍, 张金霞, 钟腾飞, 等. 分块 OSTM 测量矩阵构造及自适应压缩感知算法[J]. 天津大学学报(自然科学与工程技术版) 2014, 47(6): 535-540.
- [80] 王蓉芳, 陈佳伟, 焦李成, 等. 基于视觉显著性的分块自适应压缩感知算法[J]. 华中科技大学学报, 2015, 43(1): 127-132.
- [81] 段亮亮. 视觉显著性区域计算及显著性物体分割方法 [D]. 燕山大学, 2016
- [82] Harel J, Koch C, Perona P. Graph-based visual saliency [C] Advances in Neural Information Processing Systems 19: Proceedings of the 2006 Conference, 2007: 545-552.
- [83] Hu Y, Xie X, Ma W Y, et al. Salient region detection using weighted feature maps based on the human visual attention model [C]. Proceedings of the 2005 Advances in Multimedia Information Processing, 2005: 993-1000.
- [84] Ma Y F, Zhang H J. Contrast-based image attention analysis by using fuzzy growing[C]. Proceedings of the 2003 ACM International Conference on Multimedia, 2003: 374-381.
- [85] Achanta R, Suesstrunk S. Saliency detection using maximum symmetric surround [C]. Proceedings of 2010 17th IEEE International Conference on Image Processing, 2010: 2653-2656
- [86] Idir F, Mohand, Saïd Allili, Nadjia B. Multi-scale salient object detection using graph ranking and global-local saliency refinement [J]. Signal Processing Image Communication, 2016, 47: 380-401.
- [87] Singh N, Arya R, Agrawal R K. A convex hull approach in conjunction with Gaussian mixture model for salient object detection [J]. Digital Signal Processing, 2016, 55: 22-31.
- [88] Oh K, Lee M, Kim G, et al. Detection of multiple salient objects through the integration of estimated foreground clues [J]. Image and Vision Computing, 2016, 54: 31-44.
- [89] 李现虎, 吕京国, 江珊. 粒子群优化的分块压缩感知影像融合 [J]. 遥感信息, 2019, 34(1): 129-134.
- [90] 张娜, 曹琨, 刘亚轩. 基于块分割的新型压缩感知算法 [J]. 东北大学学报(自然科学版), 2017, 38(4): 486-492.
- [91] Shamsi M , Rezaii T Y , Tinati M A , et al. Block sparse signal recovery in compressed sensing: optimum active block selection and within-block sparsity order estimation [J]. Circuits Systems and Signal Processing, 2017, 37(6): 1-20.
- [92] 易清明, 石敏. 基于马尔可夫随机场最大后验估计的去块效应方法 [J]. 计算机工程与应用, 2006, 42(12): 6-8.
- [93] 罗雄科, 余燕平, 张明. 基于块间关系的低复杂度去块效应方法 [J]. 浙江大学学报(工学版), 2007, 41(12): 2021-2025.
- [94] 孙天一, 杨盈昀, 李楠. 基于 POCS 算法的块效应消除方法研究 [J]. 中国传媒大学学报(自然科学版), 2007, 14(1): 73-78.
- [95] Candès E J, Plan Y. Near-ideal model selection by ℓ_1 minimization [J]. The Annals of Statistics, 2009, 37(5A): 2145-2177.
- [96] Eldar Y C, Gitta K. Compressed sensing: theory and applications [M]. Cambridge University Press, 2012.
- [97] Tropp J A. Greed is good: algorithmic results for sparse approximation [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2004, 50(10): 2231-2242.
- [98] Borj A, Itti L. State-of-the-art in visual attention modeling [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis & Machine Intelligence, 2013, 35(1): 185-207.

- [99] Borji A, Sihite D N, Itti L. Quantitative analysis of human-model agreement in visual saliency modeling: A comparative study [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2013, 22(1): 55-69.
- [100]Itti L, Koch C, Niebur E. A model of saliency-based visual attention for rapid scene analysis [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1998, 20(11): 1254-1259.
- [101]Achanta R, Hemami S, Estrada F, et al. Frequency-tuned salient region detection [C]. Proceedings of IEEE International Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 2009: 1597-1604.
- [102]Hou X, Zhang L. Saliency detection: a spectral residual approach [C] Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 2007: 1-8.
- [103]张巧荣, 景丽, 肖会敏, 等. 利用视觉显著性的图像分割方法. 中国图象图形学报 [J], 2011, 16 (5): 767-772.
- [104]张立保, 章珏. 基于显著性分析的自适应遥感图像融合. 中国激光[J], 2015, 42 (1): 1-8.
- [105]闵华清, 郑华强, 罗荣华. 自然场景图像中基于视觉显著性的文本区域检测. 华南理工大学学报 [J], 2012, 40 (8): 39-45.
- [106]Tamura H, Mori S, Yamawaki T. Textural features corresponding to visual perception [J]. IEEE Transactions on Systems Man & Cybernetics, 1978, 8(6): 460-473.
- [107]Novianto S, Suzuki Y, Maeda J. Near optimum estimation of local fractal dimension for image segmentation [J]. Pattern Recogn Lett, 2003, 24: 365-374.
- [108]金左轮, 韩静, 张毅, 等. 基于纹理显著性的微光图像目标检测. 物理学报[J], 2014, 63 (6): 1-12.
- [109]Haralick RM, Shanmugam K, Dinstein IH. Texture features for image classification [J]. IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics, 1973, 3(6): 610-621.
- [110]程德强, 高凌志, 陈亮亮, 等. 自适应多尺度分块压缩感知算法 [J]. 中国图象图形学报, 2017, 22(9): 1175-1182.
- [111]李然, 干宗良, 朱秀昌. 基于 PCA 硬阈值收缩的平滑投影 Landweber 图像压缩感知重构[J]. 中国图象图形学报, 2013, 18(5): 504-514.
- [112]肖德贵, 辛晨, 张婷, 等. 显著性纹理结构特征及车载环境下的行人检测 [J]. 软件学报, 2014, 25(3): 675-689.
- [113]Jianhong, Shen. On the foundations of vision modeling: I. Weber's law and Weberized TV restoration [J]. Elsvier Physica, 2003, 175: 241-251.
- [114]Bottcher A. Orthogonal symmetric toeplitz matrices [J]. Complex Analysis and Operator Theory, 2008, 2(2): 285-298.
- [115]Mallat S, Zhang Z. Matching pursuits with time frequency dictionaries [J]. IEEE Trans on Signal Process, 1993, 41(12): 3397-3415.
- [116]Wu J, Liu F, Jiao L C. Compressive sensing SAR image reconstruction based on Bayesian framework and evolutionary computation [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2011, 20(7): 1904-1911.
- [117]Huggins P S, Zucker S W. Greedy basis pursuit [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2007, 55(7): 3760-3772.
- [118]Gorodnitsky I F, Rao B D. Sparse signal reconstruction from limited data using FOCUSS: a re-weighted minimum norm algorithm [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1997, 45(3): 600-616.

-
- [119]马聪, 刘哲, 甄小仙, 等. 结合罚函数与序列二次规划的 L_p 范数优化方法 [J]. 计算机工程与应用, 2013, 49(18): 212-216.
 - [120]蒋沅, 苗生伟, 罗华柱, 等. L_p 范数压缩感知图像重建优化算法 [J]. 中国图象图形学报, 2017, 22(4): 435-442.
 - [121]李国良, 范威, 郭燕子, 等. 基于 FOCUSS 的水中目标回波亮点高分辨提取方法 [J]. 声学技术, 2018, 37(4): 388-392.
 - [122]Xie K, He Z, Cichocki A, et al. Rate of convergence of the FOCUSS algorithm [J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2017, 28(6): 1276-1289.
 - [123]谢侃. 稀疏盲分离的理论与算法研究 [D]. 广东工业大学, 2016.
 - [124]Rao B D, Kreutz-Delgado K. An affine scaling methodology for best basis selection [J]. IEEE Transactions on Signal Process, 1999, 47(1): 187-200.
 - [125]Rao B D, Engan K, Cotter S F, et al. Subset selection in noise based on diversity measure minimization [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2003, 51(3): 760-770.
 - [126]胡彬, 徐会林, 王泽文, 等. 基于模型函数与 L-曲线的正则化参数选取方法 [J]. 江西师范大学学报, 2014, 38(6): 569-573.
 - [127]张彬, 刘平, 白婷婷, 等. L-曲线准则在正则化图像复原中的应用 [J]. 光学技术, 2013, 39(3): 217-221.
 - [128]文方青. 基于压缩感知的雷达信号处理技术 [D]. 南京航空航天大学, 2016
 - [129]Arias-Castro E, Eldar Y.C. Noise folding in compressed sensing [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2011, 18(8): 478-481.
 - [130]Gershgorin S. Ueber die abgrenzung der eigenwerte einer matrix [J]. Izv. Akad. Nauk. SSSR Ser. Mat, 1931, 1(7): 749-755.
 - [131]Beheshti S, Dahleh M A. Noisy data and impulse response estimation [J]. IEEE Trans. on Signal Processing, 2010, 58(2): 510-521.
 - [132]Beheshti S., Dahleh M.A. A new information-theoretic approach to signal denoising and best basis selection [J]. IEEE Trans. on Signal Processing, 2005, 53(10): 3613-3624.
 - [133]胡栋. 静止图像编码的基本方法与国际标准 [M]. 北京邮电大学出版社, 2003.
 - [134]Marcellin M W, Gormish M J, Bilgin A, et al. An overview of JPEG-2000 [C]. Proceedings of IEEE Data Compression Conference, 2000: 523-541.
 - [135]汪洲. 改进的 JPEG 图像二维 DCT 编解码技术研究 [D]. 江西理工大学, 2019.
 - [136]祁锐. 基于压缩感知的块稀疏信号重构算法及其应用研究 [D]. 中国地质大学, 2018.
 - [137]Dufaux F, Sullivan G J, Ebrahimi T. The JPEG XR image coding standard [Standards in a Nutshell] [J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2009, 26(6): 195-199.
 - [138]许旌阳. JPEG2000 中可重构二维离散小波变换的设计与实现 [D]. 哈尔滨工业大学, 2013.
 - [139]Oliveira P A M, Oliveira R S, Cintra R J, et al. JPEG quantisation requires bit-shifts only [J]. Electronics Letters, 2017, 53(9): 588-590.

致谢

时光荏苒，岁月如梭，博士生学习阶段即将结束，我也将能够全身心地在原工作单位继续我的本职教学工作。在奔波南航七年多的学习时间里，让我在做人、做事方面成长很多。博士论文的成果，与导师的悉心指导、父母的谆谆教诲和同学的热心帮助是分不开的。在博士论文的最后，我要发自肺腑的对受到的关心与帮助表示感谢。

首先我要感谢我的指导教师刘文波教授。刘文波老师为人师表，为我们生活和学习中树立了一个堪称完美的形象，值得我们终身铭记在心。刘文波老师治学严谨、务实让我记忆犹新，她总能在我最迷茫的时刻为我指引方向。在学术上、生活上让我感到无微不至的关怀，使我从一个学术造诣浅薄的硕士成长为一个眼界开阔的博士。刘文波老师豁达的人生观、社会观、价值观是我工作和生活的宝贵财富，指引着我在学术的道路上劈波斩浪。在此，我要由衷的对刘文波老师表示感谢！

其次我要感谢我的父母和我的爱人。他们对我无私的关爱使我在博士研究生生涯中无后顾之忧，可以专注我喜欢的研究。父母是老实巴交的农民，他们为人的态度让我终身受益。我的博士学位也承载着他们的梦想，他们为了我的学习生涯付出了太多的勤劳的汗水；我的妻子在我求学期间既要照顾好家里的老人，又要照顾和教育年幼的孩子，你的辛苦付出我将用我的一生来回报。

再次，我要感谢南京航空航天大学完成了我的博士梦想。学校的严谨治学氛围、高深的人文素养以及优秀的后勤保障对我的研究工作具有很大的帮助，我将牢记“智周万物，道济天下”的校训，在我单位的工作岗位上继续发扬南航精神。

最后，我要感谢我实验室的同学们：吴寅、刘研一、沈骞、朱海霞、林毅、韩成、包涵、袁家雯、陈旺才、冷强、张笑、杜晨琛、赵旭东、郑祥爱、徐梦莹、代少飞、蔡超等。大家营造了一个非常活泼的学习氛围，与他们在一起产生了深刻的友谊，收获了无穷的欢乐，值得我一辈子怀念。此外，我还要感谢我的同学孙权、国海、林晓刚，他们在我读博期间给我不断的鼓舞，让我备受感动。

感谢所有关心与帮助过我的人，博士论文的成果凝结了他们的期盼。我将在以后的工作岗位上兢兢业业，用我的实际行动回馈大家的关爱！

在学期间的研究成果及发表的学术论文

攻读博士学位期间发表论文情况

1. **Yongjun Zhu**, Wenbo Liu and Qian Shen. Adaptive Algorithm on Block-Compressive Sensing and Noisy Data Estimation [J]. Electronics. 2019, 8(753): 1-26. (SCI:000482063200051)
2. **Yongjun Zhu**, Wenbo Liu, Fengyu Jin, et al. The Research of Face Recognition Based on Kernel Function [C]. 2013 International Conference on Mechatronics and Industrial Informatics (ICMII 2013), 13-14 Mar. 2013, Guangzhou, China. (EI: 20132816488891)
3. 祝勇俊,刘文波,沈骞等. 基于 FOCUSS 改进算法的图像稀疏重构[J].电子测量技术,2020,43(4):126-131.
4. 祝勇俊,刘文波,沈骞等.基于显著性的自适应分块压缩感知算法[J].电光与控制,2019,26(12):28-33.
5. 祝勇俊,范浩泽,刘文波等.基于教与学改进算法的自适应前照灯控制设计[J].机电一体化,2016,22(5):43-49.
6. **Yongjun Zhu**, Wenbo Liu and Qian Shen, et al. JPEG Lifting Algorithm Based on Adaptive Block Compressive Sensing [J]. Mathematical Problems in Engineering, 2020, Accepted (SCI) .
7. Qian Shen, Wenbo Liu, Yin Lin, and **Yongjun Zhu**. Designing an Image Encryption Scheme Based on Compressive Sensing and Non-Uniform Quantization for Wireless Visual Sensor Networks. Sensors, 2019, 19, (3081): 1-20. (SCI: 000479160300049, EI: 20193307323656)
8. Yin Wu, Bowen Lin, **Yongjun Zhu**, et al. Energy-Neutral Communication Protocol for Living-Tree Bioenergy-Powered Wireless Sensor Network. Mobile Information Systems, 2018, 10(1155): 1-15. (SCI: 000432803000001, EI: 20182205264979)
9. Qin Zhang, Xiaoqing Huang, Wenbo Liu, **Yongjun Zhu**, et al. An Effective Image Retrieval Method Based on Kernel Density Estimation of Collage Error and Moment Invariants. Journal of Electronics (China), 2013, 30, (4): 391-400. (SCI: 14229266)

攻读博士学位期间参加科研项目情况

1. 国家重点研发计划, 微弱电信号精密检测及高速数据处理的原理样机研制 (批准号:No.2018YFB2003304), 在研。
2. 国家自然科学基金 (面上项目), 复杂环境下基于变换协方差矩阵的无网格稀疏 DOA 估计 (批准号:No.61871218), 52 万元, 在研。
3. 国家自然科学基金 (面上项目), 低信噪比压缩感知雷达阵列的空时压缩积累观测矩阵设计

研究, (批准号: No.61471191) 74 万元, 完成。

攻读博士学位期间申请的专利

1. 祝勇俊, 刘文波, 沈骞等. 一种基于纹理检测技术的车牌字符快速识别方法及其系统. 发明专利 (201911312359.1), 已公开
2. 黄佳妹, 祝勇俊, 石玉, 刘文波. 一种电动汽车辅助驾驶装置. 实用新型专利 (201420623781.5), 已授权