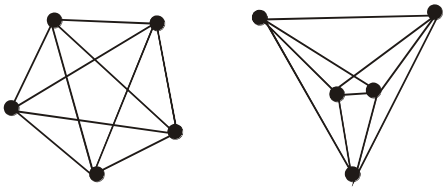
Problémy na 7. cvičenie

Úkolom je nájsť rozmiestnenie vrcholov kompletného grafu v rovine tak, aby, keď sú spojené úsečkami, sa čo najmenší počet úsečiek krížil. Príkladom sú nasledujúce vykreslenia kompletného grafu u 5 vrcholoch, prvý s 5 prekríženiami, druhý iba s jedným prekrížením.



Samozrejme, keď hrany vychádzajú z jedného vrcholu, tak ich nepovažujeme za križujúce sa. Predpokladajme, že máme dve hrany určené dvojicami vrcholov so súradnicami *x* a *y*, napr $\{(x_1,y_1),(x_2,y_2)\},\{(x_3,y_3),(x_4,y_4)\}$ kde platí $x_1 \le x_2$ a $x_3 \le x_4$.

Jednoducho sa potom dá spočítať smernice úsečiek a_1 a a_2 a *x*-ovú súradnicu priesečníku priamok určených hranami nájdeme ako $x_i = \dfrac{a_1x_1 - y_1 - a_2x_3 + y_3}{a_1 - a_2}$

potom môžeme zistiť, či $x_1 \le x_i \le x_2$ a $x_3 \le x_i \le x_4$, teda, či sa úsečky (hrany) pretínajú.

Musíme samozrejme ošetriť prípad, kedy sa a_1 či a_2 rovná nekonečnu, alebo $a_1 = a_2$. V prípade, že 3 vrcholy ležia na jednej priamke, budeme štruktúru považovať za jedno prekríženie. Pre kompletné grafy sú známe nasledujúce minimálne počty prekrížení

n	2	3	4	5	6	7	8	9
počet prekrížení	0	0	0	1	3	9	19	36

Pre väčšie kompletné grafy ako 17 nie je minimálny počet prekrížení väčšinou dokázaný, (pozri http://mathworld.wolfram.com/RectilinearCrossingNumber.html) aj keď sa predpokladá, že sa rovná číslu

(1/4) [n/2] [(n-1)/2] [(n-2)/2] [(n-3)/2] kde [m] je dolná celá časť z m.

1. Použite hillclimbing s mutáciou súradníc o veľkosti 0,1 umiestnenia vrcholov na nájdenie rozmiestnenia vrcholov kompletného grafu pre n=4 až n=10 s čo najmenším počtom prekrížení. Počiatočné umiestnenia vrcholov by mali byť v štvorci o jednotkovej hrane, ale mutácie môžu vysunúť vrcholy mimo tohto štvorca. Vypočítajte priemer a smerodajnú odchýlku na počet pokusov k dosiahnutiu cieľa pre každý z grafov.

2. Použite hillclimbing s gaussovskou mutáciou so sigmou 0,1 umiestnenia vrcholov na nájdenie rozmiestnenia vrcholov kompletného grafu pre n=4 až n=10 s čo najmenším počtom prekrížení. Počiatočné umiestnenia vrcholov by mali byť v štvorci o jednotkovej hrane, ale mutácie môžu vysunúť vrcholy mimo tohto štvorca. Vypočítajte priemer a smerodajnú odchýlku na počet pokusov k dosiahnutiu cieľa pre každý z grafov.

3. Použite genetický algoritmus s výberom s turnajom a jednobodovým krížením s gaussovskou mutáciou so sigmou 0,1 umiestnenia vrcholov na nájdenie rozmiestnenia vrcholov kompletného grafu pre n=4 až n=10 s čo najmenším počtom prekrížení. Počiatočné umiestnenia vrcholov by mali byť v štvorci o jednotkovej hrane, ale mutácie môžu vysunúť vrcholy mimo tohto štvorca. Vypočítajte priemer a smerodajnú odchýlku na počet pokusov k dosiahnutiu cieľa pre každý z grafov.

4. Použite simulované žíhanie s gaussovskou mutáciou so sigmou 0,1 umiestnenia vrcholov na nájdenie rozmiestnenia vrcholov kompletného grafu pre n=4 až n=10 s čo najmenším počtom prekrížení. Počiatočné umiestnenia vrcholov by mali byť v štvorci o jednotkovej hrane, ale mutácie môžu vysunúť vrcholy mimo tohto štvorca. Použite verziu bez a s pokutovou funkciou, penalizujúcou vybočenie vrcholov ďaleko od stredu štvorca. Vypočítajte priemer a smerodajnú odchýlku na počet pokusov k dosiahnutiu cieľa pre každý z grafov.

5. Odvoďte (dokážte) maximálny možný počet prekrížení pre "rectilineárne" vykreslenie kompletného grafu v závislosti na počtu *n* jeho vrcholov.