



AGH

**AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA IM. STANISŁAWA STASZICA W
KRAKOWIE**

**WYDZIAŁ ELEKTROTECHNIKI, AUTOMATYKI,
INFORMATYKI I INŻYNIERII BIOMEDYCZNEJ**

KATEDRA INFORMATYKI STOSOWANEJ

Praca dyplomowa inżynierska

*Symulacja dynamiki pieszych z wykorzystaniem modelu
Social Force.*

*Simulation of pedestrian dynamics using Social Force
Model.*

Autor:

Michał Gandor

Kierunek studiów:

Informatyka

Opiekun pracy:

dr hab. inż. Jarosław Wąs, Prof nadzw AGH

Kraków, 2017

Uprzedzony o odpowiedzialności karnej na podstawie art. 115 ust. 1 i 2 ustawy z dnia 4 lutego 1994 r. o prawie autorskim i prawach pokrewnych (t.j. Dz.U. z 2006 r. Nr 90, poz. 631 z późn. zm.): „Kto przywłaszcza sobie autorstwo albo wprowadza w błąd co do autorstwa całości lub części cudzego utworu albo artystycznego wykonania, podlega grzywnie, karze ograniczenia wolności albo pozbawienia wolności do lat 3. Tej samej karze podlega, kto rozpowszechnia bez podania nazwiska lub pseudonimu twórcy cudzy utwór w wersji oryginalnej albo w postaci opracowania, artystycznego wykonania albo publicznie zniekształca taki utwór; artystyczne wykonanie, fonogram, wideogram lub nadanie.”, a także uprzedzony o odpowiedzialności dyscyplinarnej na podstawie art. 211 ust. 1 ustawy z dnia 27 lipca 2005 r. Prawo o szkolnictwie wyższym (t.j. Dz. U. z 2012 r. poz. 572, z późn. zm.): „Za naruszenie przepisów obowiązujących w uczelni oraz za czyny uchybiające godności studenta student ponosi odpowiedzialność dyscyplinarną przed komisją dyscyplinarną albo przed sądem koleżeńskim samorządu studenckiego, zwanym dalej «sądem koleżeńskim».”, oświadczam, że niniejszą pracę dyplomową wykonałem osobiście i samodzielnie i że nie korzystałem ze źródeł innych niż wymienione w pracy.

Spis treści

1. Wprowadzenie	7
1.1. Cele pracy	8
1.2. Zawartość pracy	8
1.3. Zastosowanie symulacji komputerowych	9
1.4. Problemy związane z symulacjami komputerowymi	9
2. Wykaz ważniejszych oznaczeń	11
3. Wprowadzenie teoretyczne	13
3.1. Klasyfikacja modeli symulacji ruchu pieszych	13
3.1.1. Modele makroskopowe oraz mikroskopowe	13
3.1.2. Modele ciągłe i dyskretne	14
4. Wyznaczenie ścieżki	17
5. Opis modelu Social Force	21
5.1. Desired force	23
5.2. Interakcja pomiędzy pieszymi	24
5.3. Zalety i wady Modelu Social Force	26
6. Charakterystyka ruchu pieszych	27
6.1. Points of interest	27
6.2. Strefa prywatna	27
6.3. Czas relaksacji	27
6.4. Czekający piesi	27
6.5. Formowanie strug	28
6.6. Unikanie Kolizji	28
6.6.1. Kolizja czołowa	28
6.6.2. Kolizja boczna	29
6.6.3. Kolizja tylna	29

7. Schematy działania systemu.....	31
7.1. Przyjęte parametry.....	32
8. Testy.....	35
8.1. Wyniki	35
9. Podsumowanie	43
9.1. Wnioski.....	43
9.2. Napotkane problemy	43
9.3. Potencjalne kierunki dalszych prac	44
10. A. Zbiorne porównanie testów.....	3

1. Wprowadzenie

Jesteśmy obecnie świadkami dynamicznego rozrostu miast, budowy dużych kompleksów sportowych czy galerii handlowych. Wszystkie te miejsca są nieodłącznie związane z tłumami przewijających się przez nie osób. W związku z rosnącą gęstością dynamiki tłumu oraz wciąż utrzymującym zagrożeniami terrorystycznymi [1] tworzenie symulacji nabrało większego znaczenia. W ostatnich dekadach ilość wypadków związanych ze złym planowaniem ewakuacji wzrosła. Katastrofy takie jak tragedia w Hillsborough w roku 1989 (96 ofiar) [2] czy wybuch paniki na Love Parade w Duisburgu w roku 2010 (21 ofiar) [3] pokazują, że efektywność ewakuacji stała się kluczowym aspektem bezpieczeństwa w miejscach publicznych takich jak stadiony, stacje metra czy lotniska. Symulacje mogą mieć wielorakie zastosowanie, począwszy od wspomnianej ewakuacji ludności, poprzez filmografię, kończąc na badaniu skutków katastrof. Dzięki symulowaniu zachowania tłumu możemy łatwiej utworzyć plany ewakuacyjne na wypadek zagrożenia minimalizując szkody, a przede wszystkim ofiary. Pozwalają one także na lepsze zarządzanie ruchem drogowym w miastach o rosnącej gęstości zaludnienia. Podróżę piesze są bardzo częstym sposobem przemieszczania się w przestrzeni miejskiej. Na przejściach dla pieszych w Japonii ginie 30% osób uczestniczących w wypadkach drogowych [4], w Niemczech odsetek ten wynosi 15% [German instigute for econeomic research 2010], zaś w Polsce odsetek ofiar śmiertelnych w ruchu drogowym wśród pieszych wynosi 34% [5]. Zgodnie z danymi organizacji Fire Administration w Stanach Zjednoczonych w roku 2007 3430 osób zmarło w pożarach oraz blisko 18 tysięcy zostało rannych [6]. Biorąc pod uwagę te dane, łatwo dojść do wniosku, jakie korzyści mogą płynąć z symulacji zachowania pieszych. Zachowanie tłumu badane jest od przeszło trzech dekad. Na samym początku badania były traktowane w ramach ciekawostki. Ostatnie lata przyniosły wiele zmian w dziedzinie modelowania dynamiki tłumu. Wraz z nowatorskimi pracami Helbinga [7] większą popularność zyskały modele mikroskopowe, takie jak Model Social Force, które wyparły dotychczas stosowane modele makroskopowe bazujące na zasadach hydrodynamiki [7]. Modelowanie ruchu pieszych odgrywa dużą

rolę w projektowaniu, dostarcza wielu informacji użytecznych podczas planowania miejsc użyteczności publicznej. Znajomość problemów mogących wystąpić podczas ewakuacji oraz sytuacji konfliktowych pomiędzy pieszymi jest kluczowa w projektowaniu nowych budynków. W przypadku małych budynków łatwo można przeprowadzić próbne ewakuacje, jednakże kiedy w grę wchodzi duże kompleksy, nie jest to możliwe. Nawet próba z małą ilością osób nie pokaże skali problemu. Nie jesteśmy wówczas w stanie zbadać, jak na ewakuację wpłynie rosnąca gęstość tłumu. W pracy autor dokonuje próby symulacji zachowania tłumu oraz zbadania miejsc o dużej gęstości. Porównane zostają wyniki dla różnej ilości pieszych oraz w różnych pomieszczeniach nakreślając, w jaki sposób na zachowanie tłumu wpływa rozmieszczenie ścian oraz wyjść w budynkach.

1.1. Cele pracy

Głównym celem pracy jest implementacja oraz przeprowadzenie symulacji zachowania pieszych z użyciem metody Social Force. Symulacja ruchu pieszych skupia się na dużych zgromadzeniach ludzi w małych przestrzeniach. Zaproponowany model pozwala na opisanie każdej indywidualnej jednostki z osobna, biorąc pod uwagę jej personalne cechy, takie jak prędkość ruchu czy masę. Symulacja bierze pod uwagę także aspekty psychologiczne oraz socjologiczne, jakie można nakreślić, badając zachowanie tłumu.

1.2. Zawartość pracy

W rozdziale 3 nakreślone zostają teoretyczne aspekty symulacji oraz porównania istniejących rozwiązań pomagających takie symulacje zaimplementować, rozdział 4 skupia się na opisie sposobu wyznaczenia najkrótszej ścieżki jaką podąża pieszy. Rozdział 5 opisuje Model Social Force używany w prac, rozdział 6 opisane zostają zjawiska towarzyszące ruchowi pieszych. Rozdział 7: przedstawiony zostaje dokładny schemat działania symulacji, rozdział 8: podsumowanie wykonanych testów, rozdział 9: podsumowanie wykonanej pracy.

1.3. Zastosowanie symulacji komputerowych

Symulacje komputerowe w dzisiejszych czasach mają bardzo szerokie zastosowanie. Pozwalają dokonać analizy procesów, których odtworzenie w świecie rzeczywistym byłoby bardzo czasochłonne lub takie, które jest trudne do realizacji (np. ewakuacje budynków). Ich zastosowanie pozwala na uniknięcie trudnych do przewidzenia błędów. Dzięki swoim możliwościom, znalazły one zastosowanie w dziedzinach takich jak:

- Symulacje statków powietrznych (np. do szkolenia przyszłych pilotów),
- ekonomia i biznes (systemy kolejkowe, zarządzanie zapasami),
- nauki społeczne (dynamika populacji, prognozowanie podziału miejsc w parlamencie),
- nauki inżynierskie i przyrodnicze (meteorologia, wytrzymałość konstrukcji),
- komputerowe gry symulacyjne,
- kryminalistyka (np. rekonstrukcja przebiegu wydarzeń wypadków).

1.4. Problemy związane z symulacjami komputerowymi

W przeciągu stosunkowo krótkiej historii informatyki możemy zaobserwować ogromny wzrost dostępnych mocy obliczeniowych komputerów. Zgodnie z Prawem Moore’a liczba tranzystorów podwaja się w przeciągu 24 miesięcy [8]. Ma to duży wpływ na rozwój symulacji komputerowych, a w szczególności odzwierciedlenia wszystkich detali. Jednakże ciągły wzrost skomplikowania systemów oraz potrzeba coraz to większej dokładności rezultatów powodują, że symulacje komputerowe napotykają wiele wyzwań. Wielość czynników wpływających na złożoność problemów symulacji nie tylko na poziomie koncepcyjnym oraz wydajnościowym, ale i implementacyjnym sprawia główną trudność związaną z symulacjami komputerowymi. Istnieją sytuacje w realnym świecie, które nie mogą zostać zwizualizowane nawet na najszybszych dostępnych komputerach [9]. Modele używane w symulacjach zawsze opierają się na jakiś przybliżeniach świata realnego, kiedy w nim samą złożoność systemów jest nieskończona [10]. Do stworzenia symulacji potrzebna jest współpraca uczonych z wielu dziedzin, co powoduje trudność w opisanu potrzebnych modeli. Modeli nadal brakuje [11]. Po zamodelowaniu danego procesu podejmuje się zazwyczaj kroki w celu weryfikacji modelu, aby w możliwie największym stopniu odpowiadał rzeczywistości, co powoduje kolejną trudność. Kończąc symulacje jak każdy inny program komputerowy podatne są na błędy co może w pewien sposób ograniczyć ich zastosowanie.

2. Wykaz ważniejszych oznaczeń

SFM	-	Social Force Model
CA	-	Automat Komórkowy <i>Cellular Automata</i>
A*	-	Algorytm A Star
POI	-	Points of interest
cel	-	docelowy punkt do którego zmierza pieszy, destynacja
i	-	pieszy
j	-	inny pieszy
τ	-	czas relaksacji
wąskie gardło	-	nazwa oznaczająca mapę ze znacznym zwężeniem
lejek	-	nazwa oznaczająca mapę z przewężeniem w kształcie lejka
\vec{n}_{ij}	-	wektor jednostkowy o początku w pozycji pieszego i , a końcu w pozycji pieszego j
\vec{e}_i^0	-	kierunek ruchu jaki pieszych chce osiągnąć
-	-	

3. Wprowadzenie teoretyczne

Informatyka nie jest jedyną dziedziną zajmującą się badaniem ruchu pieszych. Na powstanie modeli mają wpływ także prace uczonych z takich dziedzin jak psychologia, socjologia czy architektura. Problem dynamiki poruszających się osób jest skomplikowany i dopiero połączenie tych wszystkich dziedzin daje początek realnemu odzwierciedleniu na ekranie komputera.

Z pozoru zachowanie pieszych może wydawać się chaotyczne oraz trudne do przewidzenia. Bazując na badaniach i obserwacjach [7], dzieje się tak tylko w skrajnych przypadkach. W codziennych sytuacjach zachowanie tłumu jest łatwe do przewidzenia, a model do jego opisu można skonstruować w oparciu o prawdopodobieństwo. Człowiek ma tendencję do podejmowania decyzji na bazie wypracowanej wiedzy na temat otaczającego go środowiska. Oznacza to, że reakcje na innych pieszych oraz przeszkody mogą być w łatwy sposób przewidziane. Analogią do takiego zachowania mogą być reakcje profesjonalnego kierowcy wyścigowego, który na sytuacje drogowe reaguje niemal automatycznie.

Oczywiście nie jest to prawdą w każdej sytuacji. Przykładowo dzieci oraz turyści poruszają się w inny sposób, ze względu na nieznaną terenu i wynikający z niej brak strategii poruszania się. Jednakże dla potrzeb symulacji nie potrzeba dokładnych informacji o każdym z pieszych, w zupełności wystarczy statystyczna wartość konkretnych zachowań.

W tym rozdziale zostają przedstawione obecnie dostępne modele. Każdy z modeli ma swoje zalety oraz wady, wpływają na to cechy takie jak złożoność obliczeniowa, złożoność implementacji oraz oczywiście otrzymane rezultaty.

3.1. Klasyfikacja modeli symulacji ruchu pieszych

3.1.1. Modele makroskopowe oraz mikroskopowe

Modele makroskopowe pokazują w głównej mierze dynamikę gęstości oraz prędkości całego tłumu. W tym celu używane są istniejące już modele fizyczne takie jak dynamika

płynów oraz modele kolejkowe [12], które zostają odpowiednio dostosowane do potrzeb symulacji. Przykładem może być hydrodynamiczny model Paulsa opierający się na równaniach przepływu [13]. Modele te nie biorą pod uwagę indywidualnych zachowań jednostki. Podejście makroskopowe, ze względu na odzwierciedlanie całej populacji, sprawdza się w praktyce tylko w wąskim wachlarzu zastosowań. Jako zaletę podejścia makroskopowego możemy z pewnością wskazać mniejszą ilość obliczeń potrzebną do uzyskania pożądanego efektu.

Modele mikroskopowe, w przeciwieństwie do modeli makroskopowych, biorą pod uwagę zachowanie konkretnej jednostki. Badane są interakcje pomiędzy pieszymi, z przeszkodami oraz otaczającą rzeczywistością. Modele te pozwalają na uzyskanie efektu bardziej odpowiadającego realnemu zachowaniu tłumu. Jednakże wraz ze wzrostem odwzorowania detali, wzrasta również złożoność systemu oraz zwiększa się złożoność obliczeń, co z pozoru może skutkować gorszą wydajnością. Jednak przy dostępnej obecnie mocy obliczeniowej nawet standardowych komputerów, nie jest to jednak aż tak istotne. Przykładem modelu mikroskopowego może być Automat Komórkowy *Cellular Automaton* lub Model Social Force (SFM).

3.1.2. Modele ciągłe i dyskretne

W modelach mikroskopowych możemy wyodrębnić dwie podgrupy: modele dyskretne oraz ciągłe. Modele dyskretne cechują się zmianą parametrów stanu w konkretnych interwałach czasowych; przyjmują określone wartości dla określonych argumentów i tylko dla nich. W modelach ciągłych stan ulega zmianie przez cały czas działania - może przyjmować dowolną wartość z całego przedziału. W związku z tym reprezentacja danych w modelach ciągłych jest bardziej realistyczna, czego kosztem jest dłuższy czas obliczeń.

Jednym z przykładów modelu dyskretnego może być automat komórkowy. Uniwersalność automatów komórkowych spowodowała, że znajdują one zastosowanie także w dziedzinie symulacji. Automat komórkowy jest modelem matematycznym, który specyfikuje siatka komórek, zbiór stanów, jakie mogą one przyjmować oraz reguły określające stan komórki w chwili $t+1$. Stan danej komórki zależy od stanu komórek z nią sąsiadujących w chwili t . Możemy wyróżnić kilka rodzajów automatów [14]:

- klasyczne automaty; reguły określające kolejne stany komórek biorą pod uwagę tylko relacje lokalne
- globalne automaty komórkowe; reguły obejmują obszar całej siatki,

- poszerzone automaty komórkowe; reguły przejścia obejmują komórki lokalne oraz wybrane komórki z całego obszaru siatki.

Do tworzenia modeli mikroskopowych używa się w praktyce niehomogenicznych automatów komórkowych.[14]. Zastosowane w nich różnego typu komórek oraz zróżnicowanie funkcji przejścia na siatce, pozwala na różnicowanie zachowań poszczególnych jednostek. Wraz z rozwojem symulacji na automatach komórkowych można było dostrzec duże zmiany w bazowym modelu. Powstające symulacje zaczęły być klasyfikowane jako **systemy agentowe**.

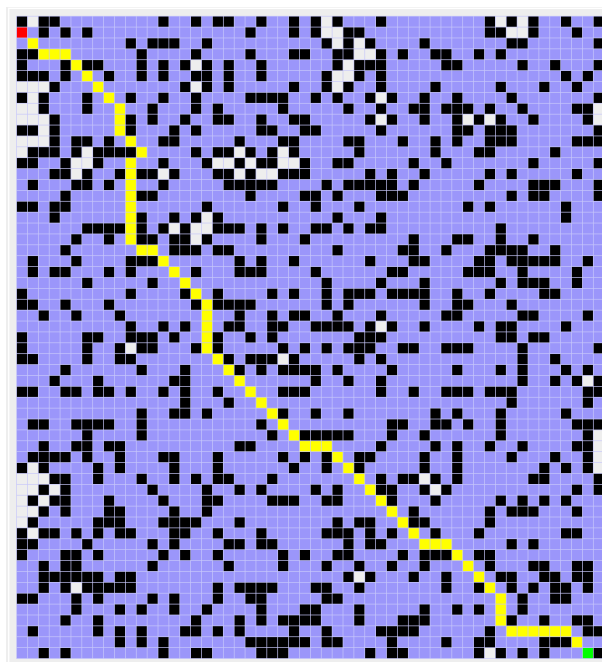
4. Wyznaczenie ścieżki

Wyznaczenie najkrótszych ścieżek jest jednym z podstawowych problemów w teorii grafów. Algorytmy wyszukiwania ścieżek mają wielorakie zastosowanie, począwszy od wyznaczenia najkrótszych tras na mapie, poprzez przesyłanie wiadomości przez sieć routerów, kończąc na wyznaczaniu połączeń lotniczych o najmniejszym koszcie. Wynikiem działania algorytmów wyznaczania ścieżek jest uporządkowany zbiór wierzchołków, którymi należy kolejno podążać, aby dotrzeć do wyznaczonego wcześniej celu. Podczas symulacji algorytm wykorzystany jest w pierwszym kroku. Przed właściwym uruchomieniem symulacji zostają wyznaczone najkrótsze ścieżki prowadzące każdego z pieszych do celu, które są później podstawą do dla działania SFM.

Algorytmów wyszukiwania ścieżek jest bardzo wiele, najważniejsze z nich to:

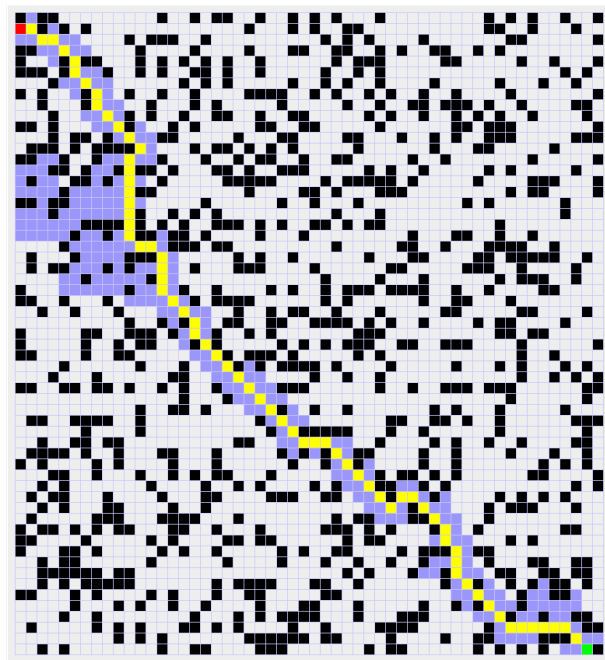
- Algorytm Dijkstry - przykład algorytmu zachłannego. Jeden z najbardziej rozpowszechnionych algorytmów w dziedzinie przeszukiwania ścieżek. Jego złożoność obliczeniowa rośnie w miarę wzrostu punktów węzłowych,
- Algorytm A* - jest to rozszerzona wersja algorytmu Dijkstry. Dzięki zastosowaniu heurystyki skraca się czas obliczeń,
- Algorytm Bellmana-Forda - ma zastosowanie, kiedy niektóre krawędzie w grafie mają ujemne wagi
- Algorytm Floyda-Warshalla - pozwala na odnalezienie najkrótszych ścieżek pomiędzy wszystkimi parami wierzchołków w grafie,
- Przeszukiwanie wszerz BFS - najprostszy z algorytmów, nie uwzględnia wag ścieżek,
- Przeszukiwanie wgłąb DFS - podobny do algorytmu BFS, wymaga mniej zasobów oraz jest szybszy.

W symulacji przeprowadzonej na potrzeby tej pracy został zastosowany Algorytm A*. Gwarantuje on zawsze znalezienie optymalnej ścieżki, jeśli tylko istnieje. Jego użycie nie wymaga



Rys. 4.1. Wizualizacja algorytmu Dijkstry [15]

także szczególnie skomplikowanych obliczeń. Algorytm A* jest znacznie szybszy w porównaniu do Algorytmu Dijkstry. Nie tylko czas wyszukiwania ścieżki jest krótszy, ale również ilość odwiedzonych elementów na mapie jest mniejsza, co skutkuje mniejszą złożonością pamięciową. W przeprowadzonych przez autora porównaniach, Algorytm A* pozwala na średnio 16sekund szybsze wyszukanie ścieżki odwiedzając średnio 1710 węzłów mniej niż Algorytm Dijkstry. Działanie algorytmów przedstawiają rysunki ?? oraz ??. Kolor fioletowy oznacza odwiedzone węzły, zielony węzeł początkowy, a czerwony końcowy. Kolorem żółtym oznaczona została wyznaczona ścieżka.



Rys. 4.2. Wizualizacja algorytmu A*, [15]

5. Opis modelu Social Force

Model Social Force [7], powszechnie uważany za najważniejszy z obecnie dostępnych modeli symulacji ruchu pieszych [16], jest mikroskopowym modelem ciągłym. Zakłada on, że piesi w ruchu mogą zostać w prosty sposób opisani za pomocą sił. Siły te pochodzą nie tylko z oddziaływań konkretnego pieszego na otoczenie, ale także z otoczenia na danego pieszego. Wartość, zwrot oraz kierunek siły finalnej jest składową wszystkich sił działających na danego pieszego. Piesi w modelu reprezentowani są za pomocą cząstek, które dążą do celu w konkretnych kierunkach oraz są pod działaniem wspomnianych sił. Dotychczasowe symulacje komputerowe pokazują, że Model Social Force, pomimo swojej prostoty, bardzo dokładnie oddaje rzeczywiste zachowanie tłumu.

Nie bez znaczenia jest także łatwość uzyskania parametrów oraz wartości potrzebnych do symulacji. Wartości takie jak predkość \vec{v}_α czy położenie \vec{r}_α danego pieszego α są łatwe do obliczenia, jak również do skalibrowania z danymi empirycznymi.

Pierwotnie SFM wykorzystywany był przede wszystkim w symulacjach ewakuacji budynków. W tego typu sytuacjach celem pieszego jest dojście do wyjścia w możliwie najkrótszym czasie. Obecnie istnieje mnogość wariantów modelu, które pozwalają na zamodelowanie większej ilości zachowań. Modyfikacje przewidują przykładowo unikanie „spychania” innych uczestników ruchu poprzez pieszych poruszających się z większą prędkością [18], obecność liderów czy panikę.

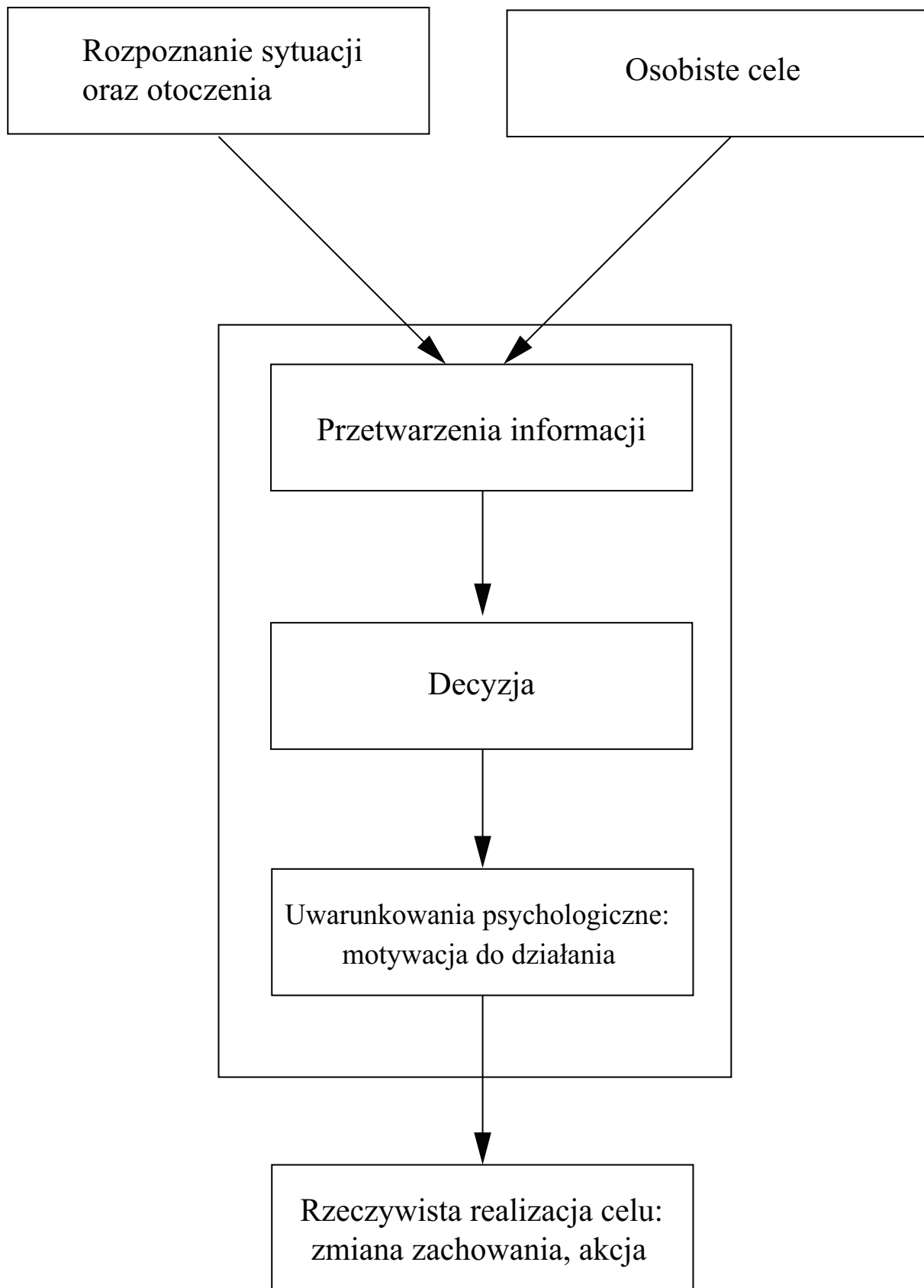
Wykorzystany w pracy model [17], bazujący na oryginalnym modelu Helbinga [7], zakłada że na pieszego działają trzy siły. Desired force \vec{f}_i^0 , siła interakcji pomiędzy pieszymi i oraz j , \vec{f}_{ij} oraz siła interakcji pomiędzy pieszym i , a przeszkodami, \vec{f}_{iw}

Siła działająca na każdego z pieszych definiuje się jako:

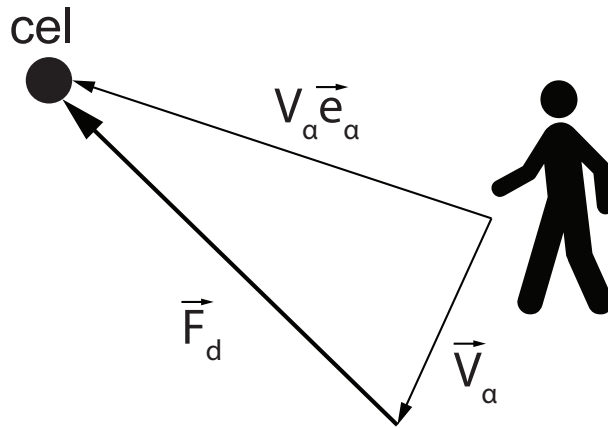
$$m_i \frac{d\vec{v}_i(t)}{dt} = \vec{f}_i^0 + \sum_{j(\neq i)} \vec{f}_{ij} + \sum_w \vec{f}_{iw} \quad (5.1)$$

gdzie

m_i – masa pieszego i



Rys. 5.1. Schemat podejmowania decyzji przez pieszego, opracowanie własne na bazie [17]



Rys. 5.2. Schemat siły *desired force*, opracowanie własne na bazie [4]

$\vec{v}_i(t)$ – aktualna prędkość

5.1. Desired force

Zgodnie z założeniami SFM piesi wykazują niechęć do zmiany prędkości oraz kierunku swojej drogi. Zazwyczaj wybierana jest droga, którą można podążać prosto przez jak najdłuższy okres czasu, nawet jeśli drogi alternatywne są takiej samej długości, a droga wybrana przez pieszego jest mocno zatłoczona. Kierunek ruchu obliczany jest na podstawie wzoru:

$$\vec{e}_\alpha(t) = \frac{\vec{r}_\alpha^k - \vec{r}_\alpha(t)}{\|\vec{r}_\alpha^k - \vec{r}_\alpha(t)\|} \quad (5.2)$$

gdzie

$e_\alpha(t)$ – aktualna pozycja pieszego α w czasie t

\vec{r}_α^k – najbliższy punkt na ścieżce do celu

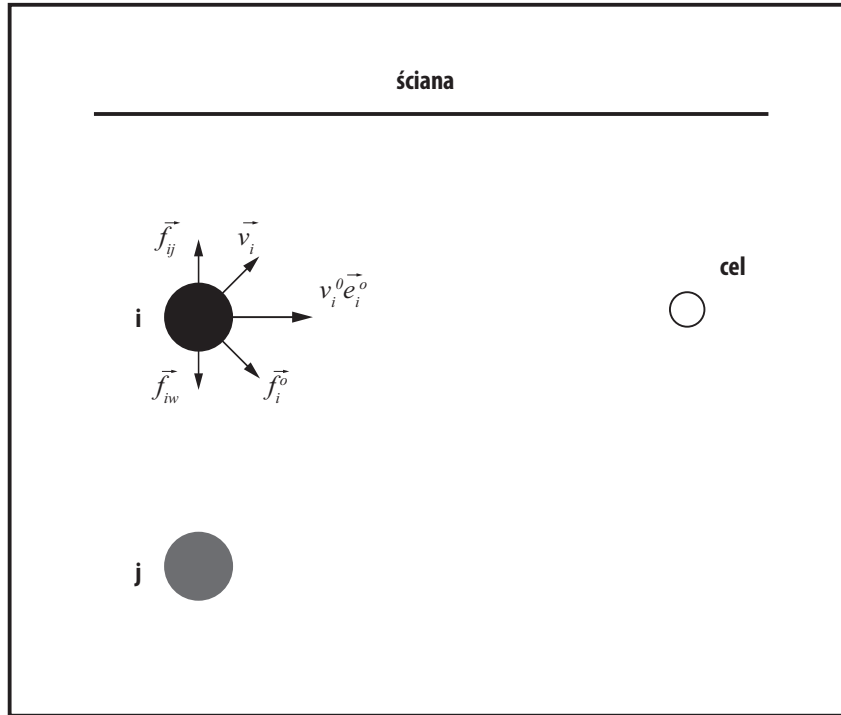
W przypadku, kiedy ruch pieszego odbywa się bez przeszkód, porusza się on w kierunku pozycji celu z preferowaną przez siebie prędkością, \vec{v}_i^0 . Z powodu działania na pieszego sił z otoczenia, obserwuje się dążenie pieszego do osiągnięcia preferowanej przez siebie prędkości w czasie relaksacji τ .

$$\vec{f}_i^0 = m_i \frac{v_i^0(t) \vec{e}_i^0 - \vec{v}_i(t)}{\tau} \quad (5.3)$$

gdzie

\vec{v}_i^0 – wartość domyślnej prędkości pieszego

\vec{e}_i^0 – kierunek ruchu jaki pieszy chce osiągnąć



Rys. 5.3. Diagram modelu Social Force, opracowanie własne na bazie [17]

τ – czas relaksacji

Jest to tzw. *desired speed* czyli charakterystyczna prędkość dla jednostki, która kierują danego pieszego i do osiągnięcia celu.

Zazwyczaj prędkość pieszego przyjmuje wartość około $1.34 \frac{m}{s}$ [19] z odchyleniem standardowym $0.26 \frac{m}{s}$ [16].

5.2. Interakcja pomiędzy pieszymi

Naturalną reakcją na zbliżanie się do innych uczestników ruchu jest uczucie dyskomfortu. Zakłada się, że każdy z pieszych, który jest w konflikcie z innym uczestnikiem ruchu, generuje wokół siebie eliptyczne pole siły, działające na drugiego z pieszych. Aby uniknąć wypadków, utrzymują oni dystans pomiędzy sobą oraz przeszkodami. Dystans ten zmniejsza się w przypadku pośpiechu pieszego oraz wzrostu gęstość tłumu. Gęstość tłumu zwiększa się w szczególności, kiedy piesi znajdują się w okolicy miejsc wzbudzających większe zainteresowanie oraz w wąskich przejściach (tzw. wąskie gardła). Siła interakcji pomiędzy pieszymi i oraz j , \vec{f}_{ij} definiowana jest jako suma dwóch sił (wzór 5.4), socjologiczno-psychologicznej oraz fizycznej. Piesi mogą także formować grupy, których zachowanie można później sprowadzić do opisu pojedynczego agenta [16]

$$\vec{f}_{ij} = \vec{f}_{ij}^s + \vec{f}_{ij}^p \quad (5.4)$$

Pierwsza z nich \vec{f}_{ij}^s (wzór 5.5) związana jest z naturalnym ludzkim odruchem utrzymywania odpowiednich odległości pomiędzy osobami w poruszającej się grupie ludzi. Przyjmuje ona wartość maksymalną, gdy odległość między dwoma pieszymi d_{ij} maleje, a wartość mniejszą w przypadku oddalania się pieszych.

$$\vec{f}_{ij}^s = A_i \exp[(r_{ij} - d_{ij})/B_i] \vec{n}_{ij} \quad (5.5)$$

gdzie

A_i – intensywność działania siły

B_i – Dystans działania siły

\vec{n}_{ij} – wektor jednostkowy o początku w centrum strefy prywatnej pieszego i a końcu w centrum tej strefy pieszego j

Druga z sił \vec{f}_{ij}^p (wzór 5.6) oddziałuje na pieszych, kiedy dystans pomiędzy dwoma pieszymi, d_{ij} jest mniejszy od sumy promieni ich stref prywatnych $r_{ij} = r_i + r_j$. Siła ta składa się z *body force*, \vec{f}_{ij}^{p1} oraz *sliding friction force*, \vec{f}_{ij}^{p2} .

$$\vec{f}_{ij}^p = kg(r_{ij} - d_{ij})\vec{n}_{ij} + (r_{ij} - d_{ij})\Delta v_{ij}^t \vec{t}_{ij} \quad (5.6)$$

gdzie

k – body compression coefficient

κ – Coefficient of sliding friction

\vec{n}_{ij} – wektor jednostkowy o początku w pozycji pieszego i a końcu w pozycji pieszego j

$\Delta v_{ij}^t \cdot \vec{t}_{ij}$ –zmiana prędkości wzdłuż stycznej do eliptycznego pola strefy prywatnej

$$g(x) = \begin{cases} 0, & \text{dla } x < 0, \\ x, & \text{dla } x \geq 0. \end{cases} \quad (5.7)$$

Warto zaznaczyć, że druga z sił przyjmuje pewne wartości nawet w przypadku, kiedy dwoje pieszych znajduje się daleko od siebie. Oznacza to, że piesi zawsze starają się utrzymać między sobą dystans [12].

5.3. Zalety i wady Modelu Social Force

Największą z zalet opisywanego modelu jest precyzja odwzorowania zachowań mikroskopowych oddziaływań pomiędzy pieszymi oraz otaczającą ich rzeczywistością. SFM uwzględnia wiele powszechnych tendencji, takich jak:

- Unikanie kontaktu z przeszkodami oraz innymi uczestnikami ruchu przed dojściem do kolizji,
- *Szybciej znaczy wolniej*, wraz ze wzrostem prędkości jednostek, rośnie zatłoczenie miejsc, w których się poruszają (takich jak obszary wokół wyjścia z budynków), co skutkuje spowolnieniem ruchu,
- formowanie strug, czyli skłonność pieszych do poruszania się w liniach. Zachowanie to może być zauważone w szczególności, kiedy dwie grupy ludzi poruszają się w przeciwnych kierunkach.

Pomimo licznych zalet, model nie jest pozbawiony wad. Pierwszą z nich jest mała wydajność obliczeniowa oraz trudności z odwzorowaniem niektórych sytuacji. Mnogość sił, które są obliczane, w przemnożeniu poprzez ilość pieszych powoduje wysoki narzut na ilość obliczeń. W tym miejscu dużą konkurencją stają się automaty komórkowe, które nie wymagają tak skomplikowanych obliczeń, dając jednocześnie szerokie spektrum odwzorowania zróżnicowanych zachowań ruchu pieszych. Drugą z wad są oscylacje w jakie wpada pieszy, kiedy brakuje mu swobody przemieszczania.

6. Charakterystyka ruchu pieszych

6.1. Points of interest

Pieszy nigdy nie porusza się tylko i wyłącznie z punktu A do punktu B. Często po drodze zatrzymujemy się w sklepie czy oglądam reklamy. Biorąc pod uwagę takie zachowania wyróżnione zostały punkty POI (*ang. Points of interest*). Agent może dokonać wyboru danego punktu (bądź nie) po czym jego aktualny stan zmienia się odpowiednio z ruchu na stan oczekiwania lub odwrotnie. Wprowadzenie takiej zależności pozwala zaimplementować ruch bardziej realistycznie. Przy POI wzrasta gęstość tłumu, przez ścieżki ruchu innych uczestników ruchu ulegają zmianie.

6.2. Strefa prywatna

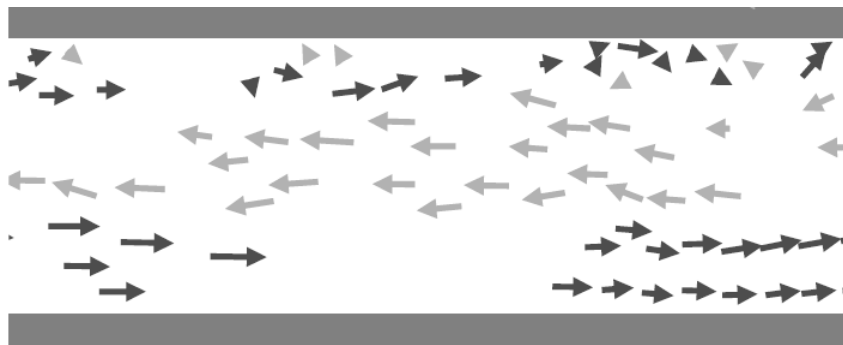
Dla każdego pieszego definiuje się opisaną wcześniej strefę prywatną. Im bliżej przeszkody lub innego agenta, tym pieszy czuje się mniej komfortowo i utrzymuje dystans od sąsiada, zależny od konkretnej sytuacji. Strefa prywatna pomaga unikać kolizji w przypadkach nagłej zmiany prędkości przez innych uczestników ruchu.

6.3. Czas relaksacji

Piesi zmieniając kierunek swojej drogi potrzebują pewną (niewielką) ilość czasu na podjęcie decyzji. Z tego względu we wzorze został wprowadzony *czas relaksacji*. Wartość przyjęta w symulacji to 0.5sek

6.4. Czekaający piesi

Czekaający piesi są częstymi uczestnikami normalnego ruchu. Czekaający piesi mogą powodować korki [18]. Modelowanie czekających pieszych ma dwa aspekty: reakcje przechodzących



Rys. 6.1. Formowanie strug, opracowanie [16]

obok pieszych na pozostającego w spoczynku oraz pozostającego w spoczynku na poruszających się.

6.5. Formowanie strug

Bazując na pracy [16] zakłada się, że piesi preferują ruch za innym z pieszych. W szczególności taki zachowanie może zostać zaobserwowane, kiedy dwie strugi pieszych przemieszczają się w przeciwnych kierunkach. Jest to spowodowane mniejszymi interakcjami z innymi uczestnikami ruchu oraz tym, że przerwanie strugi pieszych zdarza się stosunkowo rzadko.

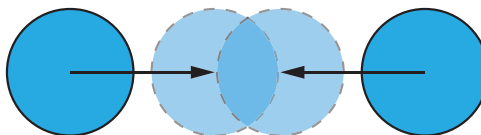
6.6. Unikanie Kolizji

Podczas każdej zmiany położenia podczas symulacji należy upewnić się czy po przejściu nie dojdzie do kolizji z innymi uczestnikami ruchu czy przeszkodami. W przypadku kolizji należy sprawdzić jej typ i dostosować do niej zachowanie jednostki. Do kolizji może dojść w przypadku, kiedy dwoje pieszych w następnym kroku mają przejść na to samo miejsce lub kiedy zamieniają się miejscami. Każda z kolizji wymaga podjęcia innych kroków, aby jej uniknąć. Po uniknięciu kolizji pieszy powinien powrócić do swojej pierwotnej ścieżki ruchu. Każdy z pieszych ma także pewien priorytet zależny od takich cech jak niepełnosprawność itp.

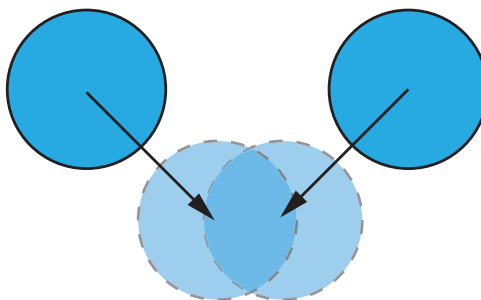
Zgodnie z pracą Charif Foudil [20] możemy wyróżnić trzy typy kolizji:

6.6.1. Kolizja czołowa

Występuje w przypadku, kiedy dwoje pieszych idzie prosto na siebie. Na samym początku należy określić, czy piesi kolidują ze sobą po lewej czy po prawej stronie (rzadko zdarza się ruch dokładnie na wprost siebie). Piesi preferują takie uniknięcie kolizji, jakie pozwoli im na



Rys. 6.2. Schemat kolizji czołowej, opracowanie własne



Rys. 6.3. Schemat kolizji czołowej, opracowanie własne

jak najmniejsze odchylenie od ich wyznaczonej wcześniej trasy. Możemy wyróżnić trzy możliwości uniknięcia takiej kolizji:

- zmianę kierunku ruchu
- zmianę prędkości
- zmianę zarówno kierunku, jak i prędkości

Jeśli żaden ze sposobów nie zadziała, pieszy zatrzyma się, przepuszczając drugiego uczestnika ruchu, a następnie ruszy wyznaczoną wcześniej trasą.

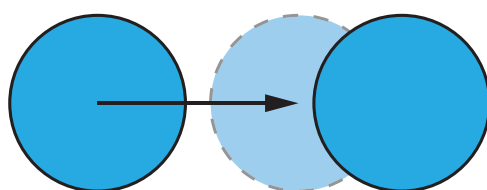
6.6.2. Kolizja boczna

Kolizja, której rozwiązanie jest podobne jak dla *kolizji czołowej*.

6.6.3. Kolizja tylna

Ma miejsc, gdy pieszy porusza się z większą prędkością niż inny uczestnik ruchu pokonujący przed nim tę samą drogę. W tym przypadku pieszy o większej prędkości może:

- zwolnić do takiej samej prędkości jak pieszy z przodu i iść za nim
- przyspieszyć i wyprzedzić kolidującego pieszego z którejś ze stron



Rys. 6.4. Schemat kolizji czołowej, opracowanie własne

7. Schematy działania systemu

Pierwszym etapem symulacji było przygotowanie środowiska symulacyjnego. Na dyskretnej siatce ??, zostali wygenerowani piesi (losowo lub nie, w zależności od parametru), przeszkody oraz punkty końcowe (wyjścia). W przypadku kiedy wyjść jest więcej niż jedno, każdemu z pieszych zostaje losowo przypisane jedno z nich. Każdemu z pieszych zostaje przypisana masa, preferowana prędkość oraz promień strefy prywatnej. Po pełnym zainicjalizowaniu środowiska następuje wyznaczenie bazowych ścieżek przejścia dla każdego z pieszych z użyciem Algorytmu A*. Wyznaczone ścieżki służą później jako podstawa do działania SFM. Pierwszym etapem właściwej wizualizacji jest zastosowanie SFM do obliczenia sił działających na każdego z pieszych obecnych na mapie. Po obliczeniu siły obliczone zostaje przyśpieszenie zgodnie ze wzorem 7.1, które służy do zaktualizowania aktualnej prędkości pieszego zgodnie z wzorem 7.2. W przypadku, gdy obliczona prędkość przekracza maksymalną, zdefiniowaną w konfiguracji, prędkość jaką może podążać pieszy zostaje ona zredukowana do dopuszczalnego poziomu.

$$a = \frac{F}{m} \quad (7.1)$$

gdzie:

a – przyśpieszenie,

F – siła działająca na pieszego obliczona za pomocą SFM,

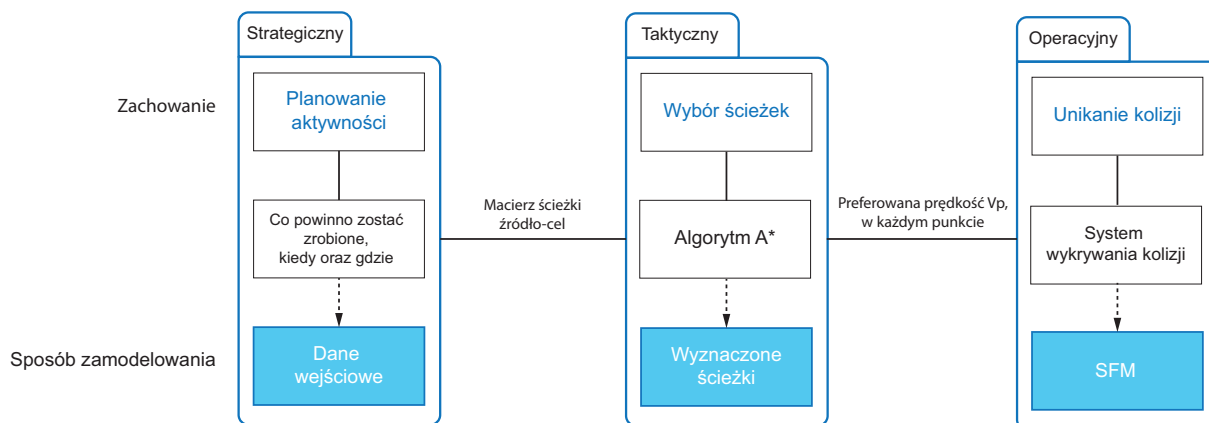
m – masa pieszego,

$$v = v_p + at \quad (7.2)$$

gdzie:

v_p – prędkość pieszego przed działaniem siły

v – siła po działaniu siły



Rys. 7.1. Schemat modelu, opracowanie własne na bazie [18] oraz [SocialForceSuwala]

a – przyspieszenie

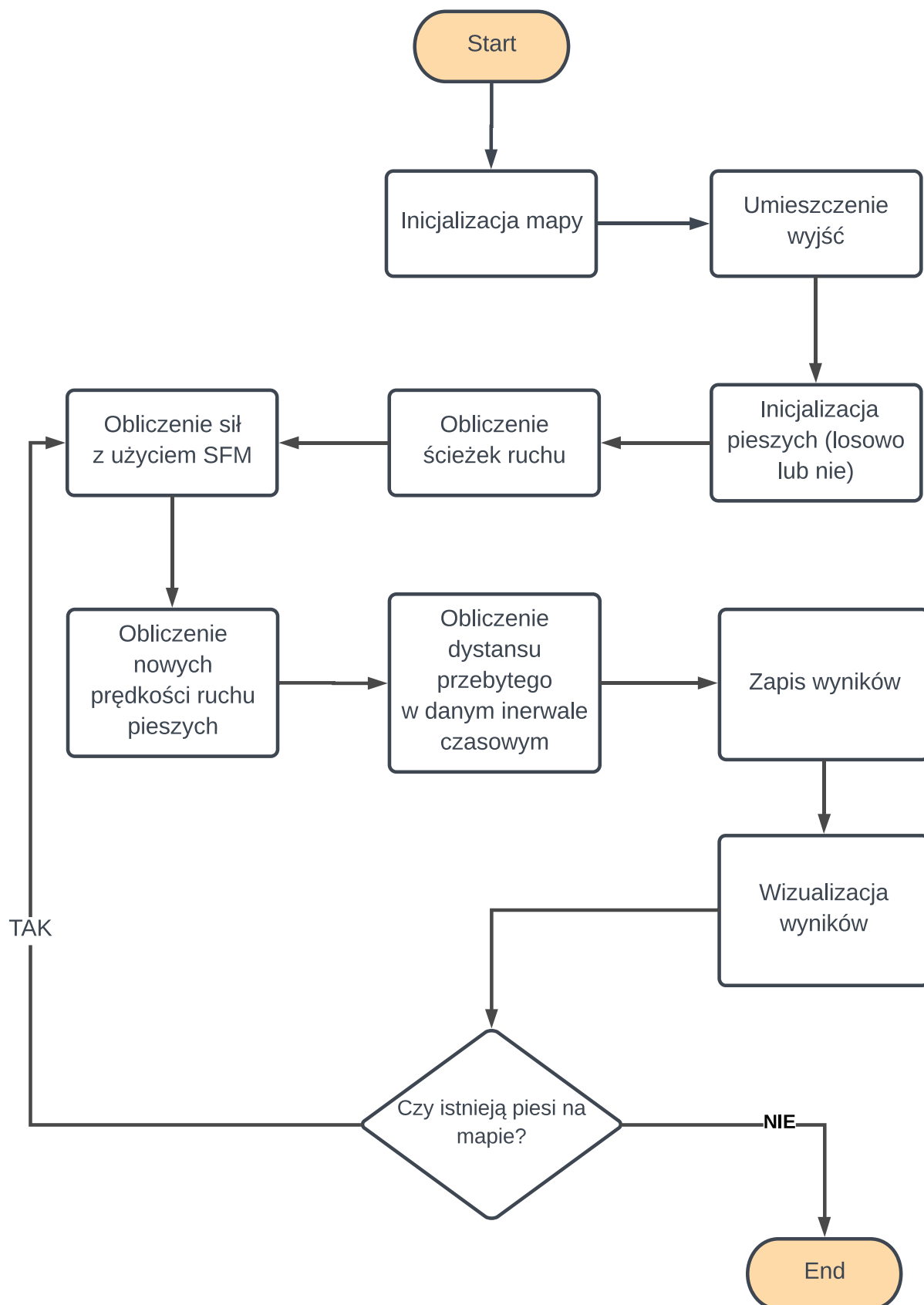
t – czas

Po obliczeniu prędkości obliczana jest droga przebyta przez pieszego w każdym z kierunków. Następnie obliczony wcześniej punkt na ścieżce zostaje zmodyfikowany (lub nie np. w przypadku postoju agenta) poprzez obliczony dystans i zapisany jako aktualna pozycja danego pieszego. Wszystkie obliczone w ten sposób pozycje zostają wyświetlone na wybranej wcześniej mapie wraz z przeszkodami. Istnieje również możliwość wyświetlenia wyznaczonych na początku ścieżek za pomocą algorytmu A* oraz rzeczywistych ścieżek jakimi podążali piesi. W symulacji wykorzystano ośmioelementowe sąsiedztwo Moore'a ??.

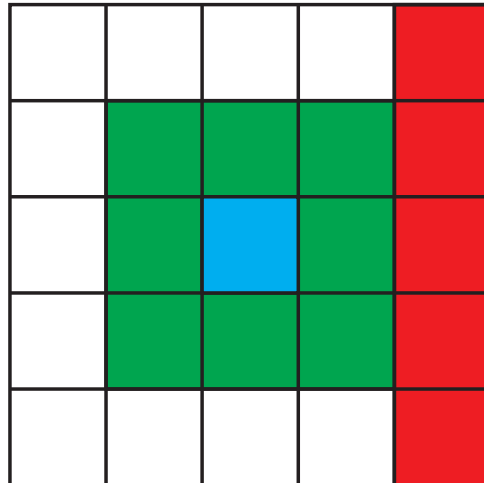
Symulacja została zaimplementowana przy użyciu języka Java w wersji 8 we wsparciu biblioteki graficznej Jwjgl.

7.1. Przyjęte parametry

Zgodnie z pracą Xiaoxia Yang [17] przyjęte zostały następujące parametry SFM:



Rys. 7.2. Schemat działania aplikacji



Rys. 7.3. Schemat siatki używanej w projekcie. Kolorem niebieskim oznaczono pieszego, zielonym jego sąsiedztwo Moore'a, czerwonym przykładowa przeszkoda

Symbol	Znaczenie	Wartość
m	masa pieszego	$80kg$
r	promień strefy prywatnej	$0.25m$
A	Intensywność działania siły socjologicznej	$2000N$
B	dytans działania siły	$0.08m$
κ	coefficient of sliding	$240000kg \cdot m^{-1}s^{-1}$
k	body coo	$120000kg \cdot s^{-2}$
τ	Czas relakasacji	$0.5s$

8. Testy

Dla potrzeb symulacji zostały stworzone trzy mapy przedstawione w poniższej tabeli (Tabela 8.1). Pozycje pieszych były odświeżane w interwale $100ms$ co pozwoliło na realistyczne odzwierciedlenie ruchu.

8.1. Wyniki

Wszystkie rysunki oraz wykresy zostały przedstawione poniżej oraz w dodatku A dla przejrzystości.

Nawiązując do tabeli 8 porównane zostało dziewięć map różniących się ułożeniem przeszkód oraz ilością pieszych.

Podsumowując wszystkie wykonane testy można zauważyć sporą ilość wystąpień czekania. Jest to liczba mówiąca o ogólnej ilości wystąpień zjawiska czekania na całej mapie podczas całego czasu działania aplikacji. Liczby są dość spore głównie za sprawą sposobu implementacji symulacji. Zaproponowany w pracy sposób nie zakłada obliczania nowych ścieżek dla pieszych, którzy zmienili swoją bazową pozycję za sprawą działających nań siły. Zostały podjęte takie próby, jednakże za sprawą niskiej wydajności takiej symulacji autor zdecydował się na zaniechanie prac w tym kierunku. Pieszy po zmianie swojej pozycji względem ścieżki bazowej próbuje do niej powrócić. Po wystąpieniu kolizji w pierwszej kolejności podjęta zostaje próba zmiany prędkości lub jej kierunku, jeśli działanie to nie zakończy się sukcesem pieszy musi się zatrzymać, aby nadal podążać swoją ścieżką.

Długość czasu symulacji informuje nas o całkowitym czasie potrzebnym do opuszczenia mapy przez wszystkich pieszych. Ma to szczególne znaczenie w przypadku kiedy rozpatrujemy przypadek ewakuacji, możemy w łatwy sposób dowiedzieć się ile będzie ona trwać.

- *wąskie gardło 1, 2, 3* - schematy te różnią się ilością pieszych zainicjalizowanych na mapie. Można dostrzec duże różnice pomiędzy 20 agentami oraz ich większą ilością. W pierwszym

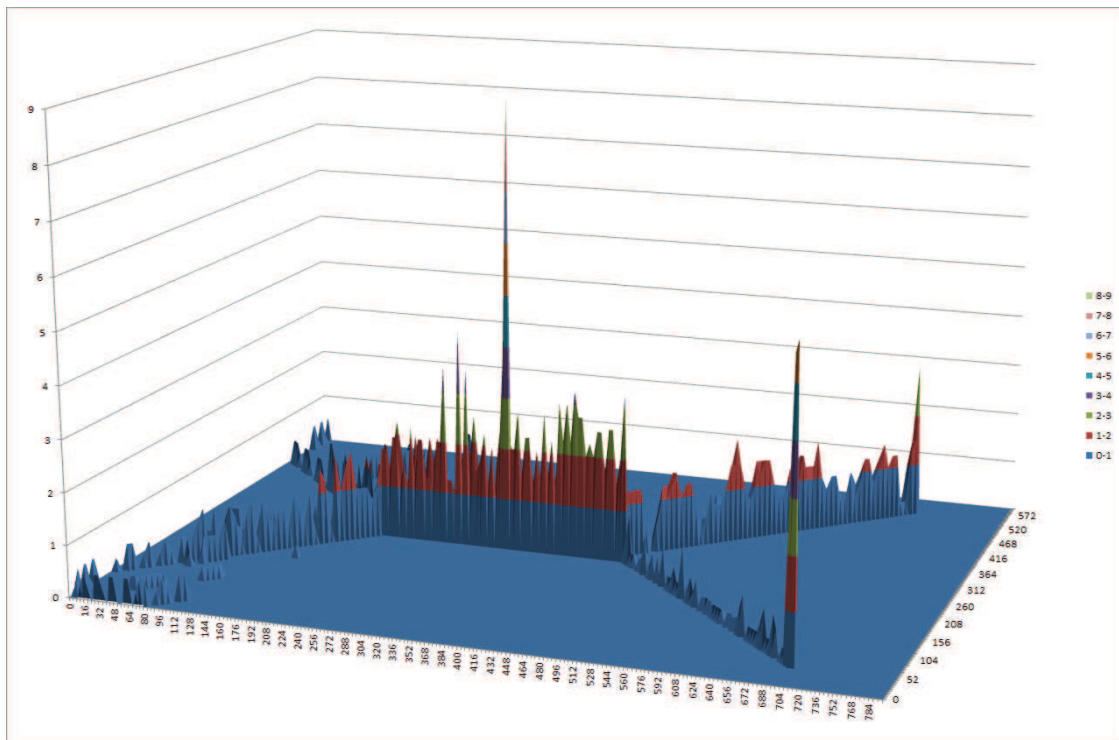
przypadku nie obserwujemy dużego zagęszczenia tłumu przy wejściu do przewężenia. Oczywiście w środku oraz w okolicach wyjść gęstość znacząco wzrasta co jest zgodne z oczekiwaniami. W przypadkach dla 50 oraz 70 pieszych dostrzec można dużo większą gęstość przy wejściu do przewężenia oraz znaczące zawirowania w ruchu pieszych co jest naturalne ze względu na występowanie większej ilości sił pomiędzy nimi. W przypadku 2 oraz 3 gęstość jest niższa w okolicach wyjść co koreluje z mniejszą ilością pieszych przedostających się jednocześnie przez przewężenie.

Wartym zwrócenia uwagi jest fakt czasu przejścia pieszych przez mapy. W przypadku 20 pieszych czas jest trochę krótszy w porównaniu do reszty map, natomiast uwagę zwraca także kształt wykresu. Do przejścia połowy pieszych przez mapę potrzeba krótszego, ale podobnego czasu jak w innych przypadkach, ale czas opuszczenia mapy przez innych pieszych po opuszczeniu połowy z nich jest również krótszy. Wykres jest bardziej ścięty niż w reszcie przypadków.

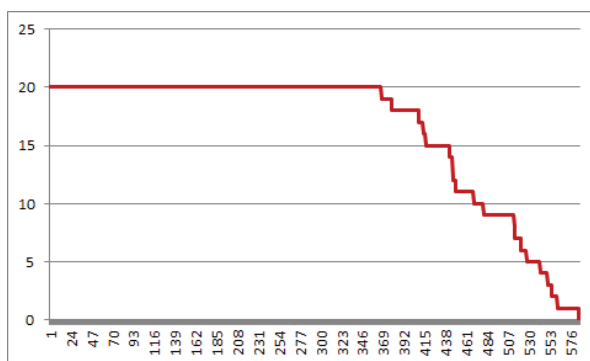
- *lejek 1, 2, 3* -

- *labirynt 1, 2* -

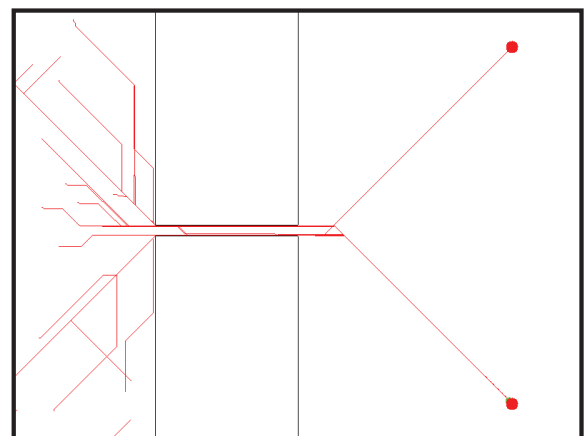
/	Mapa	Ilość pieszych	ilość wystąpień czekania	czas symulacji
1	Wąskie gardło 1	20	186	61,982s
2	Wąskie gardło 2	50	235	68,961s
3	Wąskie gardło 3	70	1681	73,473s
5	Lejek 1	20	170	65,372s
6	Lejek 2	50	826	67,133s
7	Lejek 3	70	1384	69,729s
8	Labirynt 1	20	254	76,030s
9	Labirynt 2	70	345	82,034s



(a) mapa gęstości pieszych

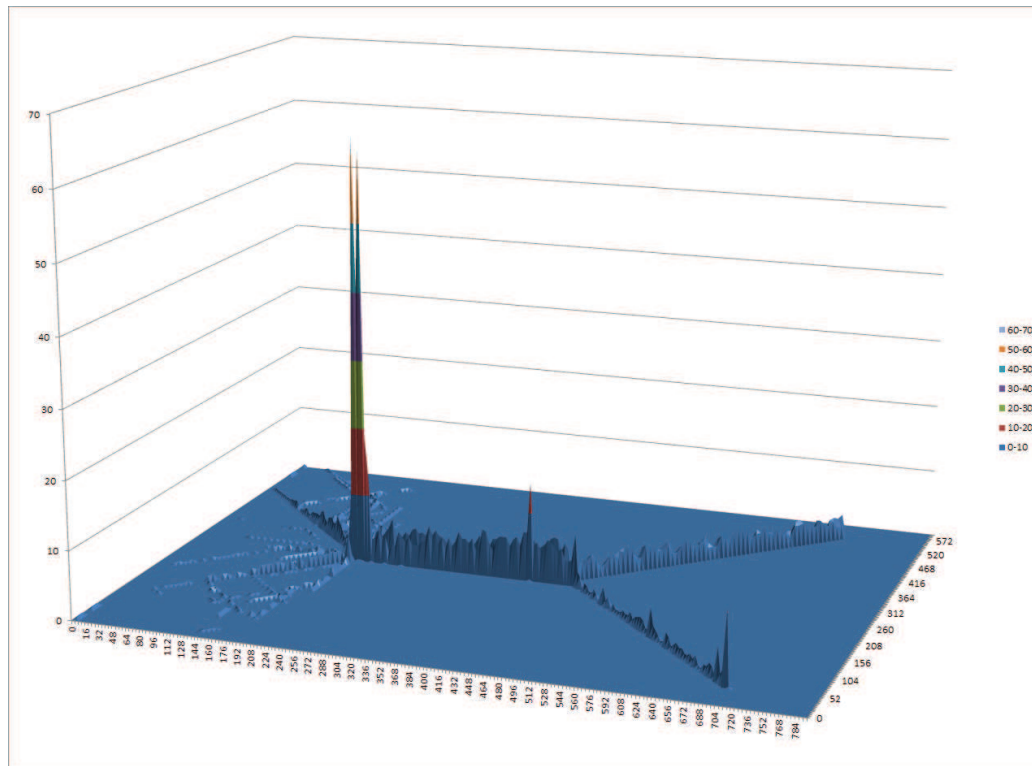


(b) liczba pieszych w czasie

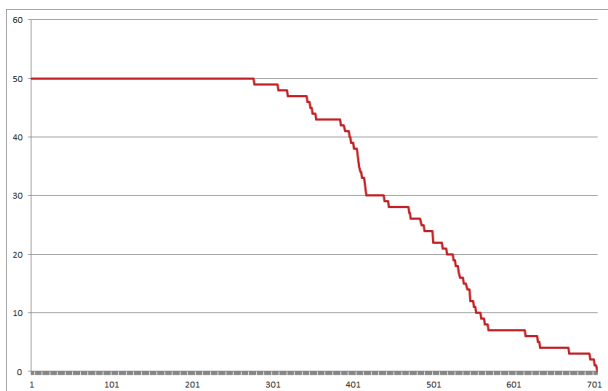


(c) ścieżki ruchu

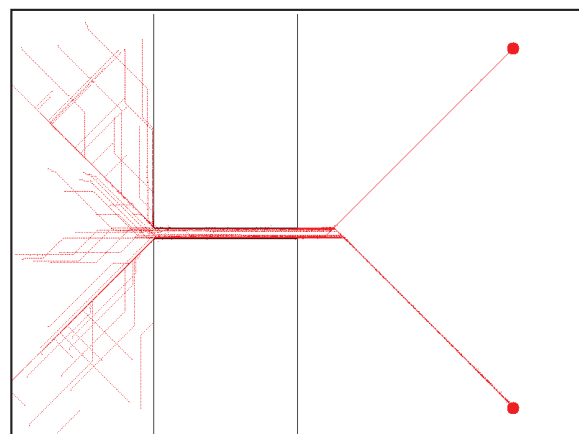
Rys. 8.1. Ruchu pieszych podczas przejścia przez wąskie gardło dla 20 agentów, przypadek 1 (opracowanie własne)



(a) mapa gęstości pieszych

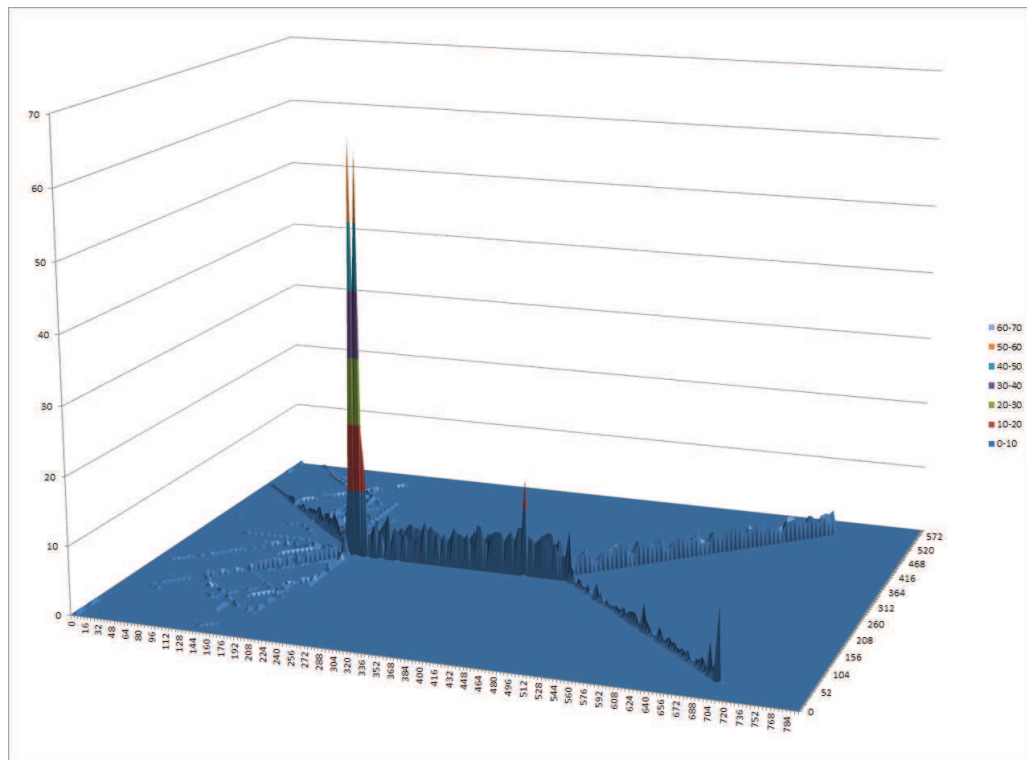


(b) liczba pieszych w czasie

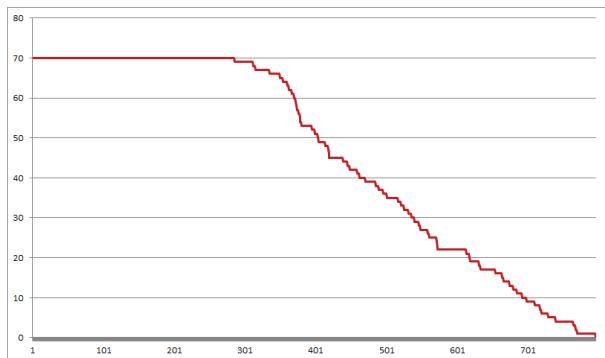


(c) ścieżki ruchu

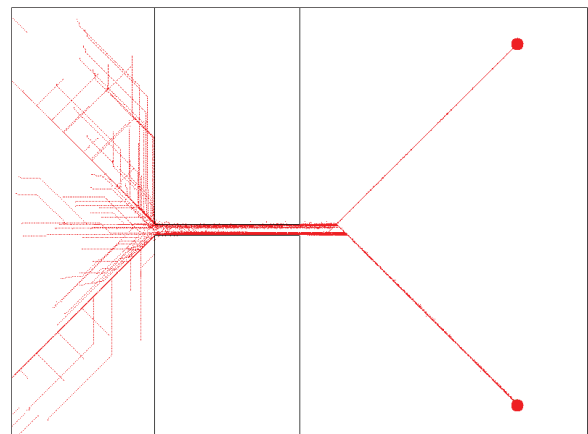
Rys. 8.2. Ruchu pieszych podczas przejścia przez wąskie gardło dla 50 agentów, przypadek 2 (opracowanie własne)



(a) mapa gęstości pieszych

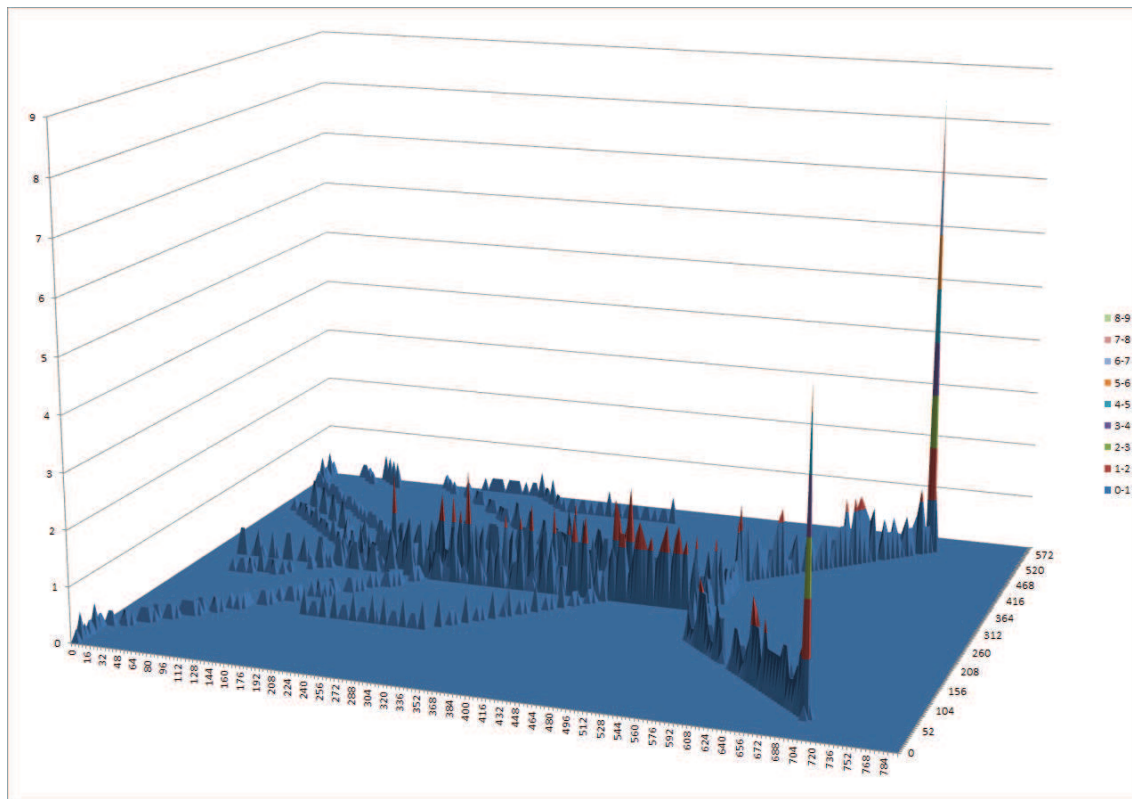


(b) liczba pieszych w czasie

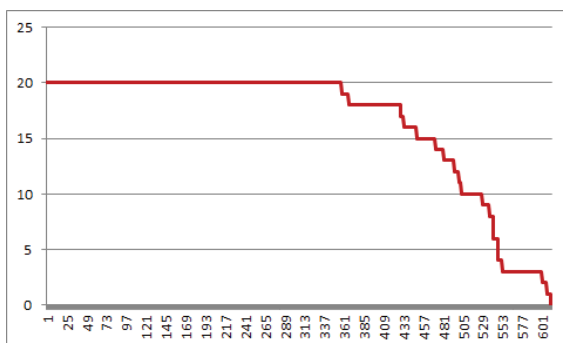


(c) ścieżki ruchu

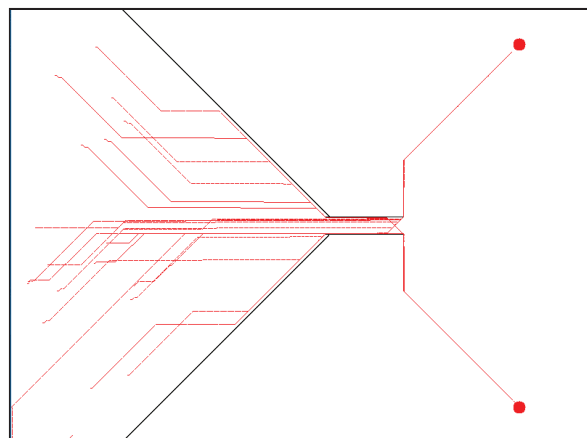
Rys. 8.3. Ruchu pieszych podczas przejścia przez wąskie gardło dla 70 agentów, przypadek 3 (opracowanie własne)



(a) mapa gęstości pieszych

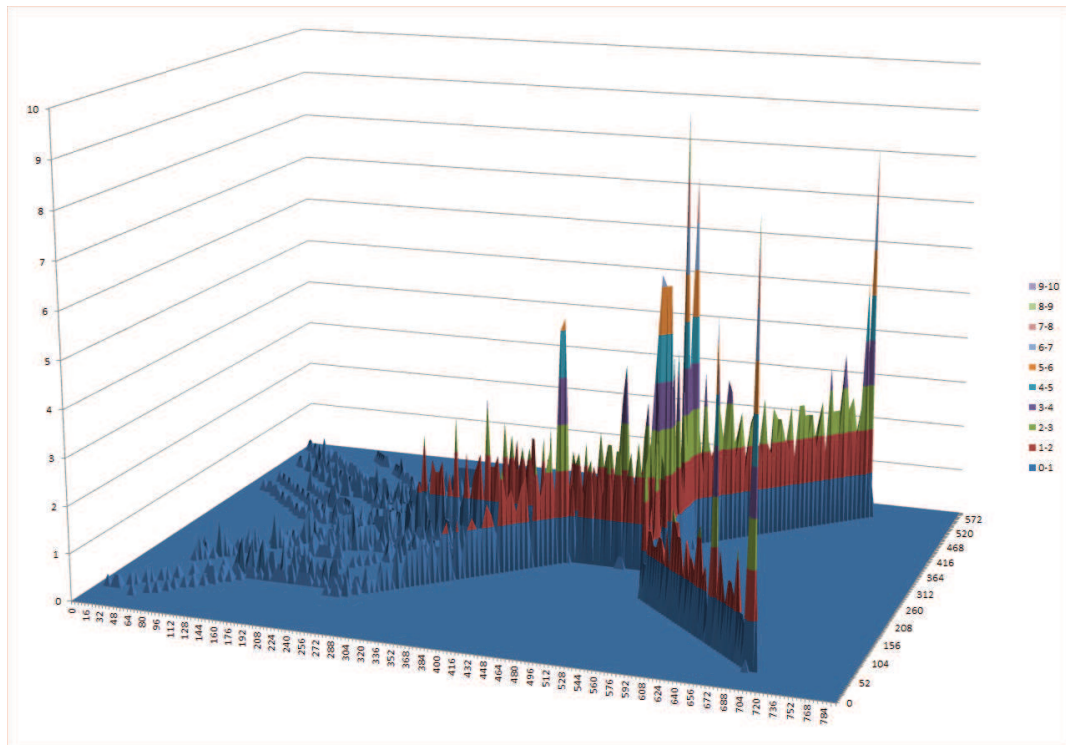


(b) liczba pieszych w czasie

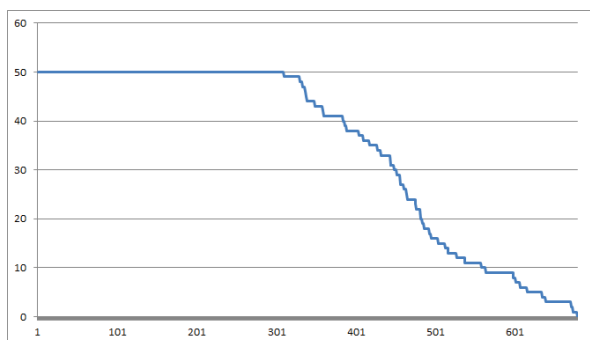


(c) ścieżki ruchu

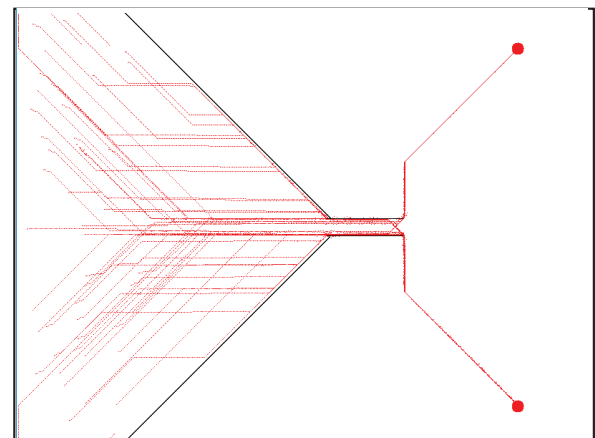
Rys. 8.4. Ruchu pieszych podczas przejścia przez lejek dla 20 agentów, przypadek 4 (opracowanie własne)



(a) mapa gęstości pieszych

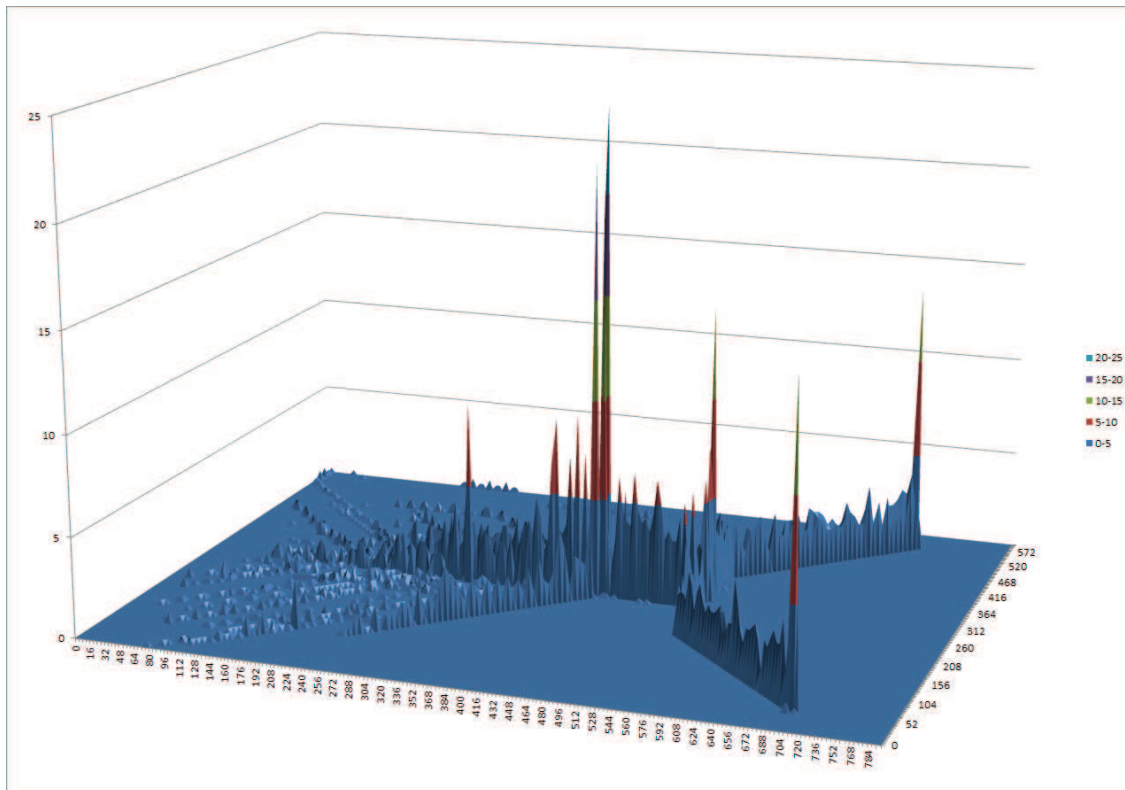


(b) liczba pieszych w czasie

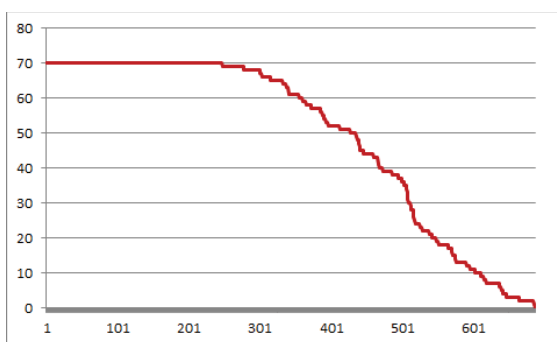


(c) ścieżki ruchu

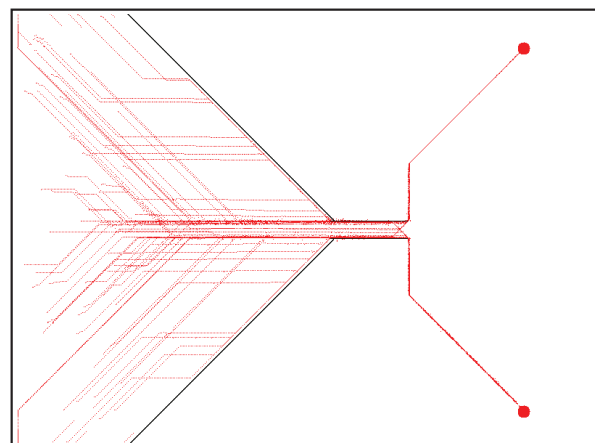
Rys. 8.5. Ruchu pieszych podczas przejścia przez lejek dla 50 agentów, przypadek 5 (opracowanie własne)



(a) mapa gęstości pieszych

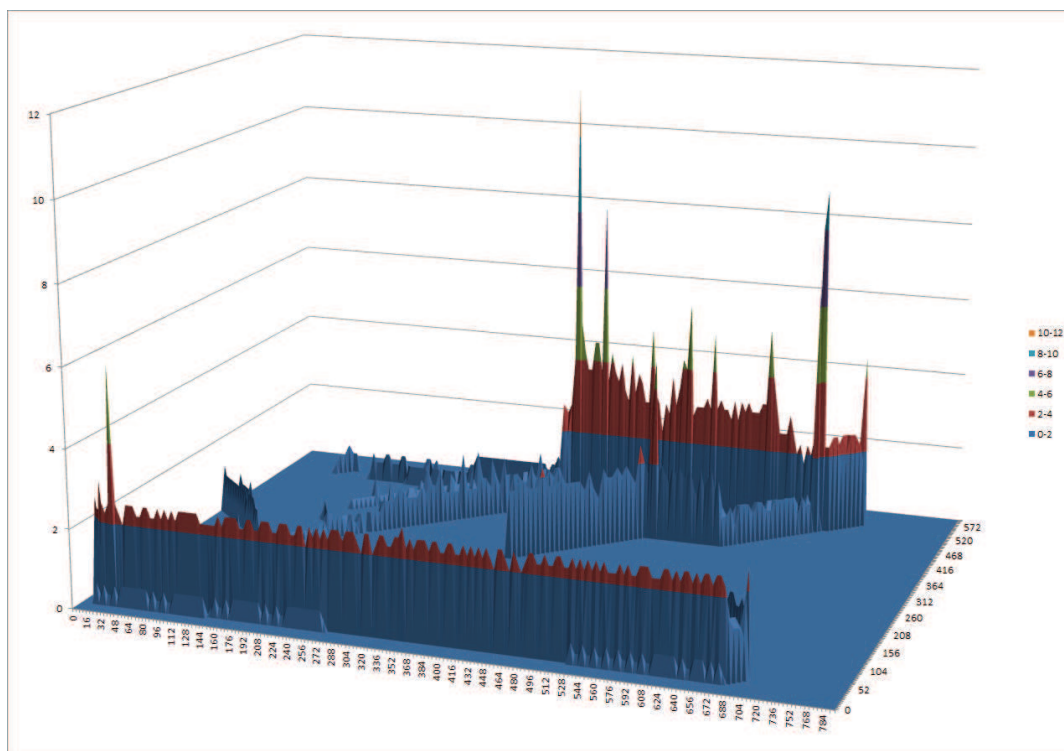


(b) liczba pieszych w czasie

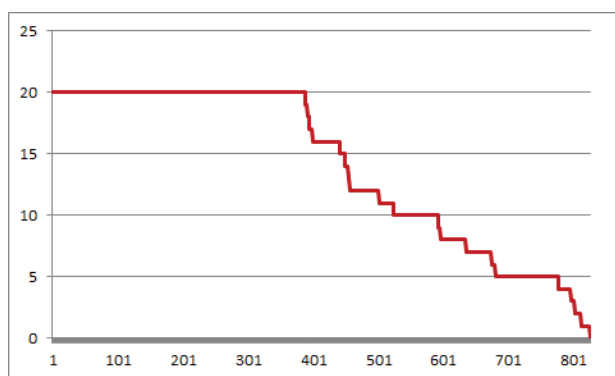


(c) ścieżki ruchu

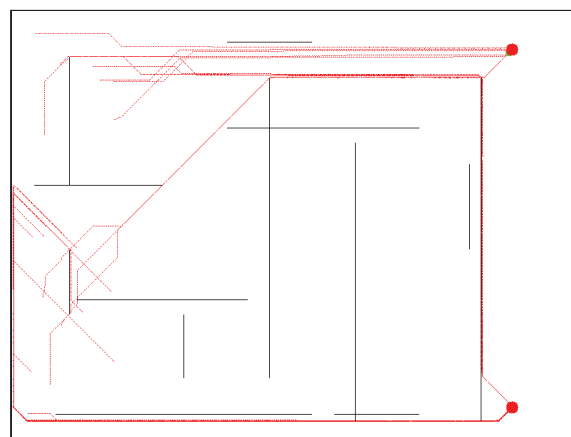
Rys. 8.6. Ruchu pieszych podczas przejścia przez lejek dla 70 agentów, przypadek 5 (opracowanie własne)



(a) mapa gęstości pieszych

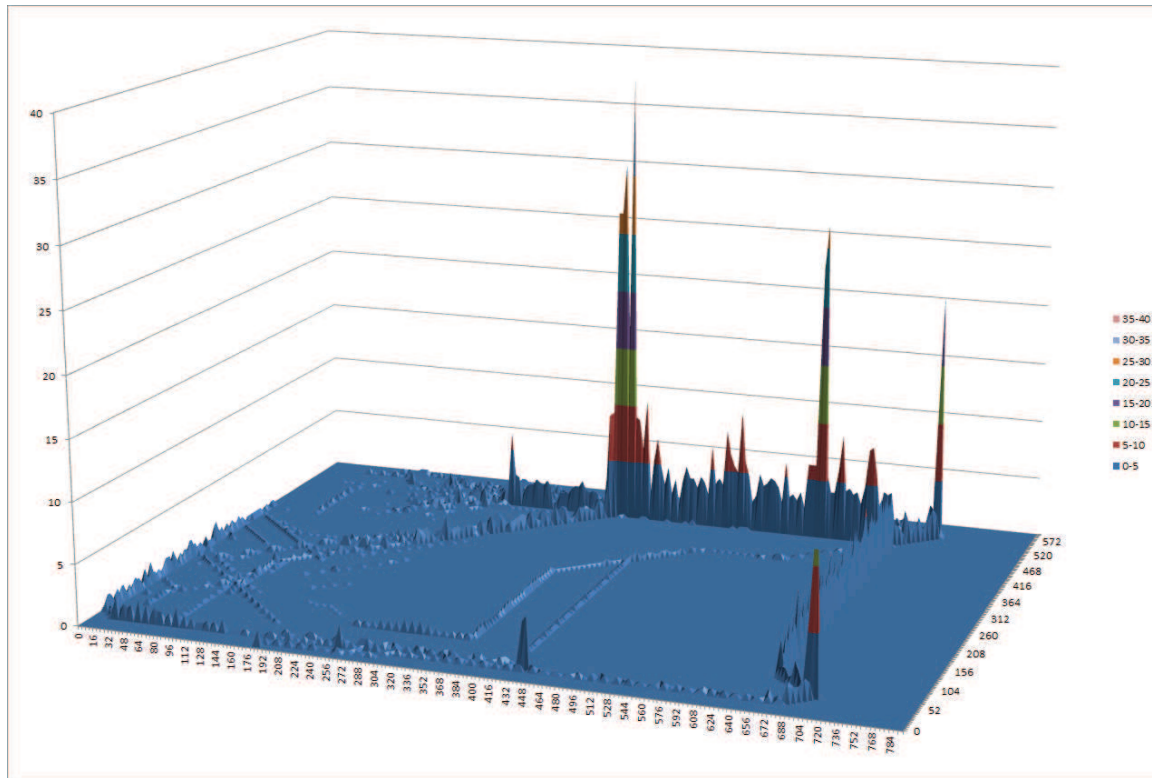


(b) liczba pieszych w czasie

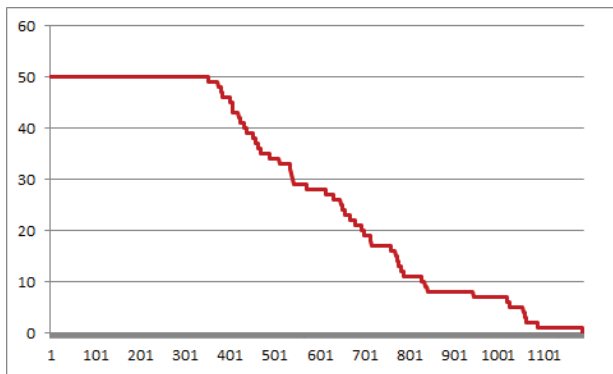


(c) ścieżki ruchu

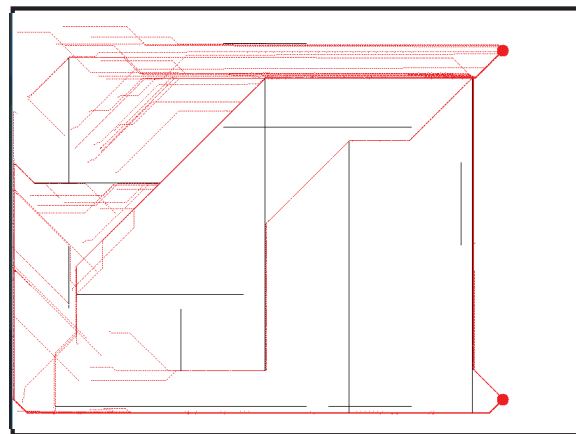
Rys. 8.7. Ruchu pieszych podczas przejścia przez labirynt dla 20 agentów, przypadek 6 (opracowanie własne)



(a) mapa gęstości pieszych



(b) liczba pieszych w czasie



(c) ścieżki ruchu

Rys. 8.8. Ruchu pieszych podczas przejścia przez labirynt dla 50 agentów, przypadek 7 (opracowanie własne)

9. Podsumowanie

9.1. Potencjalne kierunki dalszych prac

Temat symulacji ruchu pieszych jest bardzo rozległy. Obecne modyfikacje samego SFM pozwalają na implementację różnych zachowań pieszych. Model mógłby zostać wzbogacony o zachowanie pieszych pod wpływem paniki, zagrożenia (np. związanego z pożarem) lub ruchem innych obiektów (np. samochodów). W modelu możnaby również bardziej zróżnicować pojedynczych agentów, wszak w świecie realnym mamy do czynienia z ludźmi starszymi, którzy poruszają się z niższą prędkością, dzieci czy osoby niepełnosprawne. Symulacja mogłaby zostać zaimplementowana używając wielu wątków. Pozwoliłoby to na pokazanie większej ilości detali i częściej wyszukiwać ścieżkę ruchu pieszego. Ponadto dla lepszej wizualizacji graficznej model mógłby zostać wzbogacony o trzeci wymiar. Ciekawym wydaje się również implementacja liderów, którzy istotnie wyływają na zachowanie pieszych w szczególności w sytuacjach kryzysowych takich jak ewakuacja, tak jak zaproponowano w pracy *Guided crowd dynamics via modified social force model*[17]. Zmodyfikowane modele Social Force pozwalają także na obliczanie ewentualnej ilości ofiar lub osób zranionych, co ma znaczenie w przypadku symulacji ewakuacji. Ciekawym wydaje się także zastosowanie logiki rozmytej [**modelingFuzzyLogic**]. Temat symulacji jest bardzo rozbudowany może on zdaniem autora być kierunkiem badań nie jednej pracy.

9.2. Wnioski

W pracy zostało...

9.3. Napotkane problemy

Istnieje wiele publikacji poświęconych tematyce ruchu pieszych, jednakże wiele z nich nie porusza całości problemu. Ciężko jest doszukać się kompleksowego wytłumaczenia wszystkich

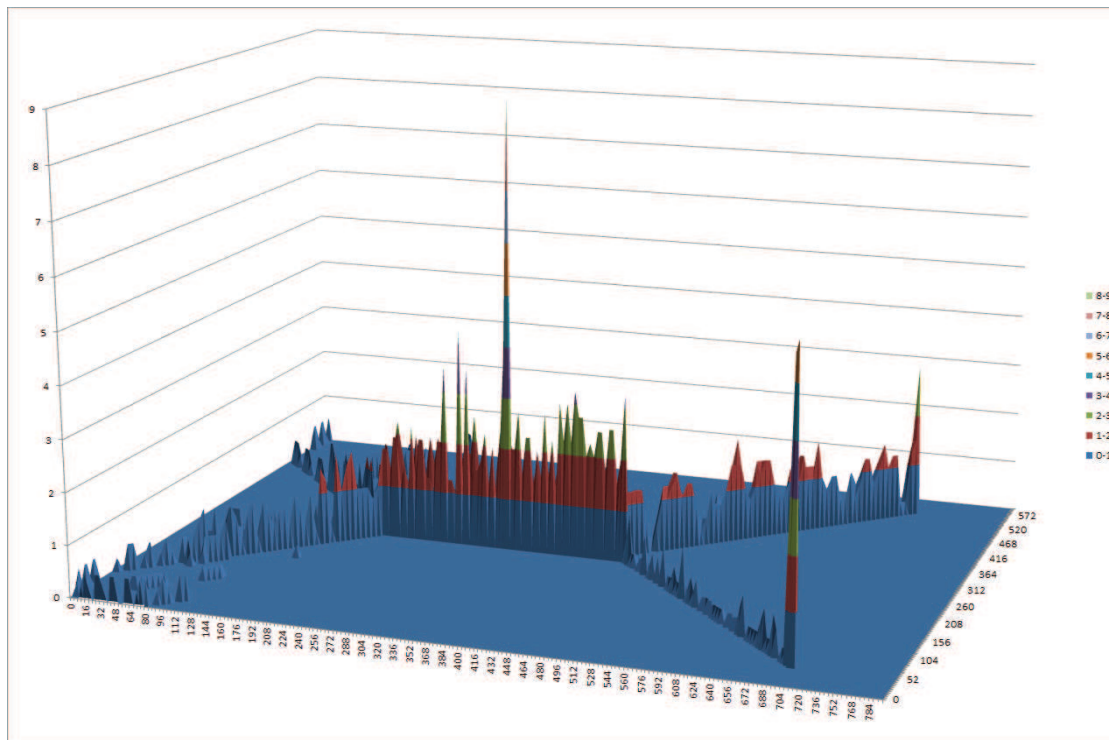
zjawisk, takich jak formowanie strug czy unikanie kolizji, w obrębie jednego zaproponowanego modelu.

W trakcie tworzenia pracy autor napotkał następujące problemy:

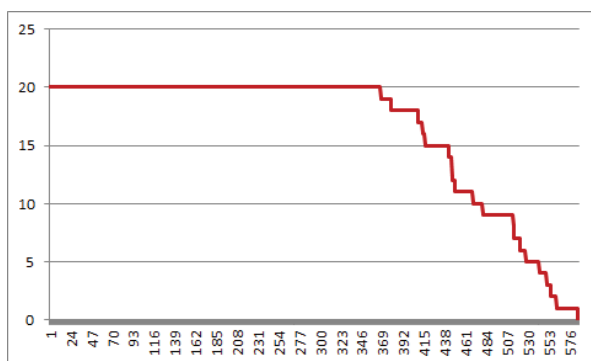
- wydajność algorytmu A* do wyznaczania optymalnych ścieżek przejścia. Implementacja samego algorytmu nie należy do najbardziej skomplikowanych. Ścieżki zostały łatwo wyznaczone, jednak problem pojawił się przy testach dla większej ilości agentów. Poprzez reprezentację tablicową dwóch zbiorów *open set* oraz *close set* potrzebnych do działania algorytmu, czas wyszukiwania ścieżki na mapie z ilością węzłów około 480000 wynosił ok 10sek. Jest to czas wysoce odbiegający od potrzeb symulacji. Poprzez reprezentację zbiorów jako stos, czas ten skrócił się do około 100 – 200ms dla takiej samej ilości węzłów. Czas wyszukiwania zależy w szczególności od ilości punktów węzłowych, ale także od odległości między punktem początkowym i końcowym oraz ilości przeszkód.
- w praktyce wszystkie publikacje dotyczące tematyki symulacji skupiają się w dużej mierze na opisie konkretnego modelu, nie dotykając przy tym kwestii jego praktycznego zastosowania. Dlatego jednym z największych problemów było zastosowanie wybranego modelu do symulacji.

Dodatki

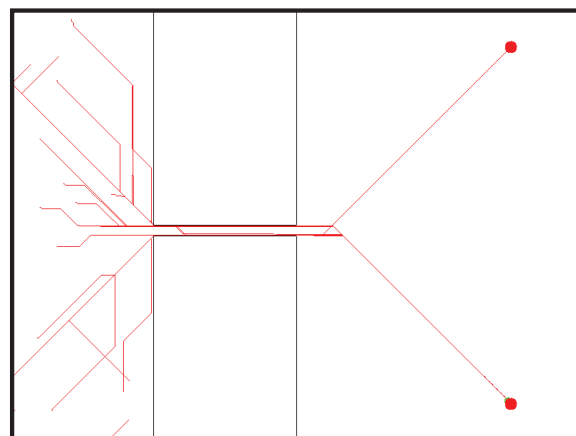
10. A. Zbiorcze porównanie testów



(a) mapa gęstości pieszych



(b) liczba pieszych w czasie



(c) ścieżki ruchu

Rys. 10.1. Ruchu pieszych podczas przejścia przez wąskie gardło dla 20 agentów (przypadek 1)

Bibliografia

- [1] Europol Union Agency for Law Enforcement Cooperation. „Terrorism Situation and Trends Raport”. W: (2017).
- [2] *Hillsborough disaster*. 2017. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Hillsborough_disaster.
- [3] *Love Parade disaster*. 2017. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Love_Parade_disaster.
- [4] Peng Chen Weiliang Zeng Hideki Nakamura. „A Modified Social Force Model for Pedestrian Behaviour Simulation at Signalized Crosswalks”. W: *Department of Civil Engineering, Nagoya University, Japan* (2014).
- [5] Krajowa Rada Bezpieczeństwa Ruchu Drogowego. „Metodologia systematycznych badań zachowań pieszych i relacji pieszykierowca wraz z przeprowadzeniem badań pilotażowych”. W: (2015).
- [6] Lei Hou i in. „A social force evacuation model with leadership effect”. W: *Department of Civil Engineering, Nagoya University, Japan* (2014).
- [7] Dirk Helbing i Péter Molnár. „Social force model for pedestrian dynamics”. W: (1995).
- [8] *Moore's law*. 2017. URL: https://pl.wikipedia.org/wiki/Prawo_Moore%E2%80%99a.
- [9] Kristi Coale. *Simulation Has Its Limits*. 1997. URL: <https://www.wired.com/1997/07/simulation-has-its-limits/>.
- [10] *Issues Regarding Computer Modeling and Simulation*. URL: https://ethics.csc.ncsu.edu/old/04_97/f97/13.html#Limitations.
- [11] R Balu. „Challenges in the Application of Computer Simulations Models for Design Optimisation”. W: ().
- [12] Yuan Gao i in. „A modified social force model considering relative velocity of pedestrians”. W: (2013).
- [13] Jarosław Wąs Konrad Kułakowski. „Architektura systemu modelowania dynamiki pieszych”. W: (2009).

-
- [14] Jarosław Wąs. „Modelowanie Dynamiki Tłumu”. W: *Akademia Górniczo-Hutnicza, wydział EAIiE, Katedra Automatyki* (2011).
 - [15] Justin Weatherell. *Java Algorithms Implementation*. 2015. URL: <https://github.com/phishman3579/java-algorithms-implementation>.
 - [16] Johansson A Werner T Helbing D. Buzna L. „Self-Organized Pedestrian Crowd Dynamics: Experiments, Simulations, and Design Solutions”. W: *Transportation Science* (2005).
 - [17] Xiaoxia Yang i in. „Guided crowd dynamics via modified social force model”. W: (2014).
 - [18] Andreas Tapani Fredrik Johansson Anders Peterson. „Waiting Pedestrians in Social Force Model”. W: (2015).
 - [19] Ulrich Weidmann. „Transporttechnik der Fussgänger”. W: ().
 - [20] Charif Foudil, Cédric Sanza i Yves Duthen. „Path Finding and Collision Avoidance in Crowd Simulation”. W: (2009).