

# Выбор локации продуктового магазина с помощью сферического нечёткого метода TOPSIS

Ситников Андрей

# Постановка задачи

Дано:

набор альтернатив:  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$  ( $m \geq 2$ )

набор критериев:  $C = \{C_1, C_2, \dots, C_n\}$

$C_j(X_i) = (\mu_{ij}, \vartheta_{ij}, \pi_{ij})$  - значимость  $j$ -ого критерия для  $i$ -ой альтернативы

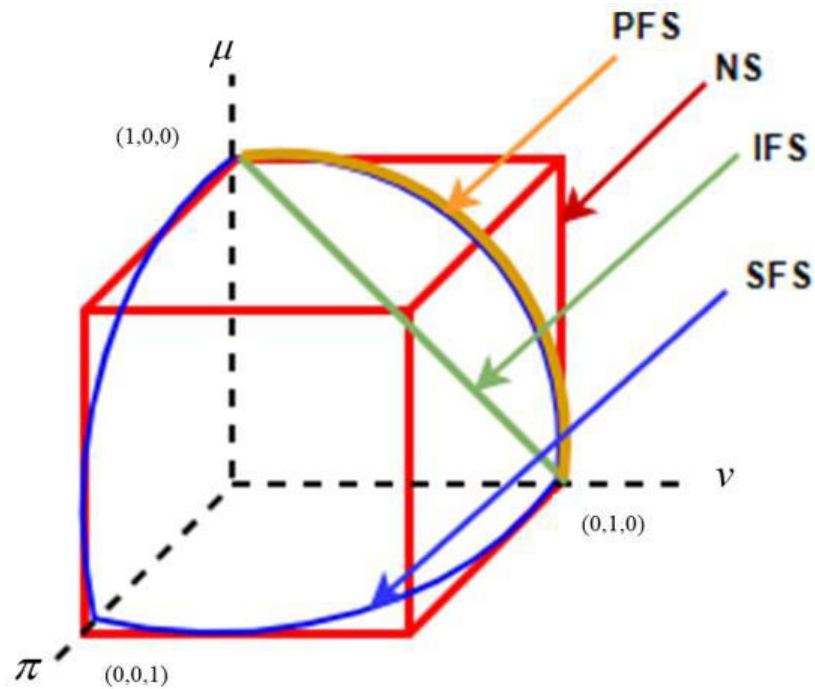
$D = (C_j(X_i))_{m \times n}$  - сферически нечёткая матрица решений

вес критериев:  $w = \{w_1, w_2, \dots, w_n\}$

$0 \leq w_j \leq 1, \sum_{j=1}^n w_j = 1$

Необходимо определить наилучшую альтернативу используя сферически нечёткий метод TOPSIS.

# Сферическое нечёткое множество (spherical fuzzy set)



IFS:  $\pi_{\tilde{I}} = 1 - \mu - \vartheta$

PFS:  $\pi_{\tilde{P}} = (1 - \mu_{\tilde{P}}^2(u) - \nu_{\tilde{P}}^2(u))^{1/2}$

NS:  $0 \leq \vartheta, \mu, \pi \leq 1$

Сферическое нечёткое множество  $\tilde{A}_S$  на универсальном множестве  $U$ :

$$\tilde{A}_S = \left\{ \left\langle u, (\mu_{\tilde{A}_S}(u), \nu_{\tilde{A}_S}(u), \pi_{\tilde{A}_S}(u)) \mid u \in U \right\rangle \right\}$$

Где:

$$\mu_{\tilde{A}_S} : U \rightarrow [0,1], \nu_{\tilde{A}_S}(u) : U \rightarrow [0,1], \pi_{\tilde{A}_S} : U \rightarrow [0,1]$$

$$0 \leq \mu_{\tilde{A}_S}^2(u) + \nu_{\tilde{A}_S}^2(u) + \pi_{\tilde{A}_S}^2(u) \leq 1 \quad \forall u \in U$$

$\mu_{\tilde{A}_S}(u)$  - степень вхождения (membership)

$\nu_{\tilde{A}_S}(u)$  - степень невхождения (non-membership)

$\pi_{\tilde{A}_S}(u)$  - степень нерешительности (hesitancy)

# Операции над SFS

$$\tilde{A}_S \oplus \tilde{B}_S = \left\{ \begin{array}{l} \left( \mu_{\tilde{A}_S}^2 + \mu_{\tilde{B}_S}^2 - \mu_{\tilde{A}_S}^2 \mu_{\tilde{B}_S}^2 \right)^{1/2}, \quad \mathbf{v}_{\tilde{A}_S} \mathbf{v}_{\tilde{B}_S}, \\ \left( \left( 1 - \mu_{\tilde{B}_S}^2 \right) \pi_{\tilde{A}_S}^2 + \left( 1 - \mu_{\tilde{A}_S}^2 \right) \pi_{\tilde{B}_S}^2 - \pi_{\tilde{A}_S}^2 \pi_{\tilde{B}_S}^2 \right)^{1/2} \end{array} \right\}$$

$$\tilde{A}_S \otimes \tilde{B}_S = \left\{ \begin{array}{l} \mu_{\tilde{A}_S} \mu_{\tilde{B}_S}, \quad \left( \mathbf{v}_{\tilde{A}_S}^2 + \mathbf{v}_{\tilde{B}_S}^2 - \mathbf{v}_{\tilde{A}_S}^2 \mathbf{v}_{\tilde{B}_S}^2 \right)^{1/2}, \\ \left( \left( 1 - \mathbf{v}_{\tilde{B}_S}^2 \right) \pi_{\tilde{A}_S}^2 + \left( 1 - \mathbf{v}_{\tilde{A}_S}^2 \right) \pi_{\tilde{B}_S}^2 - \pi_{\tilde{A}_S}^2 \pi_{\tilde{B}_S}^2 \right)^{1/2} \end{array} \right\}$$

$$\lambda \cdot \tilde{A}_S = \left\{ \begin{array}{l} \left( 1 - \left( 1 - \mu_{\tilde{A}_S}^2 \right)^\lambda \right)^{1/2}, \quad \mathbf{v}_{\tilde{A}_S}^\lambda, \\ \left( \left( 1 - \mu_{\tilde{A}_S}^2 \right)^\lambda - \left( 1 - \mu_{\tilde{A}_S}^2 - \pi_{\tilde{A}_S}^2 \right)^\lambda \right)^{1/2} \end{array} \right\}$$

# Алгоритм

- Построение матрицы решений путём оценки значимости критерия по данным.
- Перевод оценённых значений матрицы решений в соответствующие им сферические нечёткие числа:

Значимость	$(\mu, \vartheta, \pi)$
0.9	(0.9, 0.1, 0.1)
0.8	(0.8, 0.2, 0.2)
0.7	(0.7, 0.3, 0.3)
0.6	(0.6, 0.4, 0.4)
0.5	(0.5, 0.5, 0.5)
0.4	(0.4, 0.6, 0.4)
0.3	(0.3, 0.7, 0.3)
0.2	(0.2, 0.8, 0.2)
0.1	(0.1, 0.9, 0.1)

# Алгоритм

- Построение взвешенной сферической нечёткой матрицы решений путём умножения SFS значений критериев на соответствующие им веса.
- Определение положительного (SFS-PIS) и отрицательного (SFS-NIS) сферических нечётких идеальных решений по score-значению:

$$Score(C_j(X_{iw})) = \left(2\mu_{ijw} - \pi_{ijw}/2\right)^2 - \left(v_{ijw} - \pi_{ijw}/2\right)^2$$

SFS-PIS:

$$X^+ = \left\{ C_j, \max_i < Score(C_j(X_{iw})) > \mid j = 1, 2 \dots n \right\} \quad X^+ = \left\{ \langle C_1, (\mu_1^*, v_1^*, \pi_1^*) \rangle, \langle C_2, (\mu_2^*, v_2^*, \pi_2^*) \rangle, \dots, \langle C_n, (\mu_n^*, v_n^*, \pi_n^*) \rangle \right\}$$

SFS-NIS:

$$X^- = \left\{ C_j, \min_i < Score(C_j(X_{iw})) > \mid j = 1, 2 \dots n \right\} \quad X^- = \left\{ \langle C_1, (\mu_1^-, v_1^-, \pi_1^-) \rangle, \langle C_2, (\mu_2^-, v_2^-, \pi_2^-) \rangle, \dots, \langle C_n, (\mu_n^-, v_n^-, \pi_n^-) \rangle \right\}$$

# Алгоритм

- Расчёт расстояний между альтернативой  $X_i$  и SFS-PIS и SFS-NIS:

$$D(X_i, X^-) = \sqrt{\frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n \left( (\mu_{X_i} - \mu_{X^-})^2 + (v_{X_i} - v_{X^-})^2 + (\pi_{X_i} - \pi_{X^-})^2 \right)}$$

$$D(X_i, X^*) = \sqrt{\frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n \left( (\mu_{X_i} - \mu_{X^*})^2 + (v_{X_i} - v_{X^*})^2 + (\pi_{X_i} - \pi_{X^*})^2 \right)}$$

- Расчёт коэффициента близости и определение наилучшей альтернативы:

$$\xi(X_i) = \frac{D(X_i, X^-)}{D(X_i, X^*) + D(X_i, X^-)}$$

# Применение для выбора продуктового магазина

- Рассмотрено 5 альтернатив – 5 сдающихся в аренду помещений площадью около 100 м<sup>2</sup> в районе Аэропорт.
- Критерии: цена аренды за месяц, количество конкурентов, трафик, площадь помещения, плотность населения.
- Данные для матрицы решений взяты с сайта mestomer.ru.
- Веса критериев взяты из статьи “Retail store location selection problem with multiple analytical hierarchy process of decision making an application in Turkey // Hikmet Erbiyık et al. / Procedia - Social and Behavioral Sciences 58 ( 2012 ) 1405 – 1414”



Данные по 5 сдающимся в аренды торговым  
площадям и нормированные веса

	цена	конкуренты	трафик	площадь	плотность населения
Ленинградский проезд, 48	345940	4	4	70	2
Черняковская, 19	187740	7	1	126	1
Самеда Вурунга, 7	308000	6	1	132	2
Кочновский проезд, 4к2	381000	7	3	100	5
Ленинградский проезд, 76А	649350	9	5	117	4

	цена	конкуренты	трафик	площадь	плотность населения
вес	0.107	0.326	0.382	0.061	0.123

# Оцененные значимости критериев и весов

	<b>C1</b>	<b>C2</b>	<b>C3</b>	<b>C4</b>	<b>C5</b>
<b>X1</b>	0.586	0.9	0.74	0.100	0.42
<b>X2</b>	0.840	0.6	0.26	0.823	0.26
<b>X3</b>	0.647	0.7	0.26	0.900	0.42
<b>X4</b>	0.530	0.6	0.58	0.487	0.90
<b>X5</b>	0.100	0.4	0.90	0.706	0.74

	<b>C1</b>	<b>C2</b>	<b>C3</b>	<b>C4</b>	<b>C5</b>
<b>weights</b>	0.252	0.768	0.9	0.144	0.29

# Сферическая нечёткая матрица решений

	<b>c1</b>	<b>c2</b>	<b>c3</b>	<b>c4</b>	<b>c5</b>
<b>X1</b>	(0.59, 0.41, 0.41)	(0.9, 0.1, 0.1)	(0.74, 0.26, 0.26)	(0.1, 0.9, 0.1)	(0.42, 0.58, 0.42)
<b>X2</b>	(0.84, 0.16, 0.16)	(0.6, 0.4, 0.4)	(0.26, 0.74, 0.26)	(0.82, 0.18, 0.18)	(0.26, 0.74, 0.26)
<b>X3</b>	(0.65, 0.35, 0.35)	(0.7, 0.3, 0.3)	(0.26, 0.74, 0.26)	(0.9, 0.1, 0.1)	(0.42, 0.58, 0.42)
<b>X4</b>	(0.53, 0.47, 0.47)	(0.6, 0.4, 0.4)	(0.58, 0.42, 0.42)	(0.49, 0.51, 0.49)	(0.9, 0.1, 0.1)
<b>X5</b>	(0.1, 0.9, 0.1)	(0.4, 0.6, 0.4)	(0.9, 0.1, 0.1)	(0.71, 0.29, 0.29)	(0.74, 0.26, 0.26)
<b>weights</b>	(0.25, 0.75, 0.25)	(0.77, 0.23, 0.23)	(0.9, 0.1, 0.1)	(0.14, 0.86, 0.14)	(0.29, 0.71, 0.29)

# Взвешенная сферическая нечёткая матрица решений

	C1	C2	C3	C4	C5
X1	(0.15, 0.8, 0.34)	(0.69, 0.25, 0.25)	(0.67, 0.28, 0.27)	(0.01, 0.97, 0.08)	(0.12, 0.82, 0.36)
X2	(0.21, 0.76, 0.27)	(0.46, 0.45, 0.43)	(0.23, 0.74, 0.27)	(0.12, 0.86, 0.17)	(0.08, 0.88, 0.26)
X3	(0.16, 0.78, 0.32)	(0.54, 0.37, 0.36)	(0.23, 0.74, 0.27)	(0.13, 0.86, 0.15)	(0.12, 0.82, 0.36)
X4	(0.13, 0.81, 0.36)	(0.46, 0.45, 0.43)	(0.52, 0.43, 0.43)	(0.07, 0.9, 0.27)	(0.26, 0.71, 0.3)
X5	(0.03, 0.96, 0.13)	(0.31, 0.63, 0.42)	(0.81, 0.14, 0.14)	(0.1, 0.87, 0.2)	(0.21, 0.73, 0.33)

Score-матрица  
SFS-PIS, SFS-NIS

	C1	C2	C3	C4	C5
X1	-0.376	1.566	1.407	-0.873	-0.406
X2	-0.303	0.441	-0.260	-0.582	-0.566
X3	-0.361	0.765	-0.260	-0.578	-0.406
X4	-0.387	0.441	0.644	-0.579	-0.181
X5	-0.800	-0.011	2.397	-0.582	-0.255

	C1	C2	C3	C4	C5
X+	(0.21, 0.76, 0.27)	(0.69, 0.25, 0.25)	(0.81, 0.14, 0.14)	(0.13, 0.86, 0.15)	(0.26, 0.71, 0.3)
X-	(0.03, 0.96, 0.13)	(0.31, 0.63, 0.42)	(0.23, 0.74, 0.27)	(0.01, 0.97, 0.08)	(0.08, 0.88, 0.26)

# Определение наилучшей альтернативы

	$D(X, X^+)$	$D(X, X^-)$	ratio	rank	цена	конкуренты	трафик	площадь	плотность населения
X1	0.116	0.287	0.712	1.0	345940	4	4	70	2
X2	0.300	0.135	0.309	5.0	187740	7	1	126	1
X3	0.283	0.160	0.362	4.0	308000	6	1	132	2
X4	0.203	0.215	0.514	3.0	381000	7	3	100	5
X5	0.205	0.281	0.578	2.0	649350	9	5	117	4

# Литература

- Hospital Location Selection Using Spherical Fuzzy TOPSIS// Cengiz Kahraman, Fatma Kutlu Gundogdu, Sezi Cevik Onar, Basar Oztaysi// Proceedings of the 11th Conference of the European Society for Fuzzy Logic and Technology (EUSFLAT 2019)
- Retail store location selection problem with multiple analytical hierarchy process of decision making an application in Turkey // Hikmet Erbiyik et al. / Procedia - Social and Behavioral Sciences 58 ( 2012 ) 1405 – 1414