

0.1 B-Spline registrace

$$v(x) = \sum_i p_i \beta_i(x) \quad (0.1)$$

$$\Sigma = \{(x, y, z) | 0 \leq x \leq X, 0 \leq y \leq Y, 0 \leq z \leq Z\} \quad (0.2)$$

Nyní definujeme síť kontrolních bodů Ψ s rozměry $n_x n_y n_z$. Pro body $\Psi_{i,j,k}$ můžeme zapsat:

$$T_{nonrigid}(x, y, z) = \sum_{i=0}^3 \sum_{m=0}^3 \sum_{n=0}^3 B_i(u) B_m(v) B_n(w) \Psi_{l,m,n} \quad (0.3)$$

kde $B_x, x \in (i, j, k)$ jsou báze funkce a Ψ reprezentuje deformační mřížku. Pro registraci obrazových dat v lékařství se nejčastěji používá jako řídicí oblast osmiokolí bodu. Vzdálenosti je pak definována následovně:

$$\Omega_x = \left\lfloor \frac{x}{N_x} \right\rfloor - 1, \Omega_y = \left\lfloor \frac{y}{N_y} \right\rfloor - 1, \Omega_z = \left\lfloor \frac{z}{N_z} \right\rfloor - 1 \quad (0.4)$$

kde N je počet voxelů pro osy x, y a z . Posun každého voxelu v okolí $\Omega(x, y, z)$ je ovlivněn zhruba 64 kontrolními body. Souřadnice 64 kontrolních bodů $CP(l, m, n)$ vypočteme následujícím způsobem:

$$CP_l = \left\lfloor \frac{x}{N_x} - 1 + i \right\rfloor, CP_m = \left\lfloor \frac{y}{N_y} - 1 + j \right\rfloor, CP_n = \left\lfloor \frac{z}{N_z} - 1 + k \right\rfloor \quad (0.5)$$

Jednotlivé lokální souřadnice $Local(u, v, w)$ v oblasti $\Omega(x, y, z)$ a hodnota je normalizována do intervalu $[0, 1]$. Poté je možné zapsat

$$Local_u = \frac{x}{N_x} - \left\lfloor \frac{x}{N_x} \right\rfloor, Local_v = \frac{y}{N_y} - \left\lfloor \frac{y}{N_y} \right\rfloor, Local_w = \frac{z}{N_z} - \left\lfloor \frac{z}{N_z} \right\rfloor \quad (0.6)$$

0.2 Metoda založená na vlastních číslech Hessovi matice - Frangiho filtr

Hessova matice je maticí druhých parciálních derivací skalární funkce a má následující tvar:

$$H(f) = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n^2} \end{vmatrix} \quad (0.7)$$

Frangiho segmentační filtr pracuje s faktem, že cévy jsou válcovité struktury. Pro každý jeden voxel tedy zkoumá okolí a takovéto struktury hledá. V problematice segmentace je možné použít

Hessovu matici používá jako konvoluční filtr. Následně provedeme dekompozici na vlastní vektory. Vzhledem k tomu, že je použita matice 3x3 dostaneme pro každý voxel obrazu tři vlastní vektory. Tato sada vektorů reprezentuje zkoumaný voxel v novém ortonormálním souřadnicovém systému a obsahuje informaci o zakřivení zkoumaného obrazu. Vlastní čísla kvantifikují velikost zakřivení v jednotlivých směrech a je tedy možné je použít pro hledání různých typů struktur (viz tabulka XX). Díky tomu je možné najít cévám podobné obrazy na základě zkoumání vlastních vektorů Hessovy matice.

Mějme tedy vlastní čísla $\lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \lambda_3$ cévy nebo obecněji válcovité struktury pak v odpovídají myšlence, že ve dvou směrech je zakřivení velké a ve třetím směru naopak malé. tj.:

$$|\lambda_1| \approx 0, |\lambda_1| \ll |\lambda_2|, |\lambda_3| \quad (0.8)$$

Pro usnadnění klasifikace jednotlivých struktur je ve Frangiho filtru definováno několik poměrů například:

$$R_A = \frac{|\lambda_2|}{|\lambda_3|} \quad (0.9)$$

, který rozlišuje válcovitých od dekovitých struktur. Jak bylo zmíněno výše λ_2 a λ_3 jsou v případě cév téměř stejně velké a hodnota λ_1 je naopak malá po celé délce struktury. Pokud se jedná plochou deskovitou strukturu jsou první dvě hodnoty malé (tj. λ_1 a λ_2) a pouze hodnota λ_3 je výrazně vyšší. Pokud se tedy jedná o válcovitou cévám podobnou strukturu, blíží se poměr R_A hodnotě 1. Naopak pokud bude hodnota tohoto poměru v blízkosti 0, jedná se o plochou strukturu.

Definujme dále poměr R_B :

$$R_B = \frac{|\lambda_1|}{\sqrt{|\lambda_2||\lambda_3|}} \quad (0.10)$$

, díky němuž je možné oddělit válcovité a kulovité struktury. Kulovité struktury mají vlastní čísla Hessovi matice zhruba stejně velká. R_B tedy dosahuje svého maxima blížícího se 1 právě pro kulovité struktury, zatímco pro ostatní hodnotu blížící se 0.

Další informaci o struktuře a tvaru můžeme získat z tzv. *Frangi's structureness measure* (v češtině možno říci Frangiho míru strukturality):

$$S = \|H\|_F = \sqrt{\sum_{j \leq D} \lambda_j^2} = \sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2} \quad (0.11)$$




Tato míra je Frobeniovou normou matice a díky ní můžeme oddělit šum a strukturu nebo oblast zájmu. Frobeniova norma uvažuje velikost všech tří vlastních čísel z nichž pro libovolnou strukturu bude minimálně jedno obsahovat vysokou hodnotu narozdíl od šumu.

Frangiho celková míra podobnosti cévní struktuře je pak spočítána následujícím

způsobem:

$$V(x, s) = \begin{cases} 0 & \text{pokud } \lambda_2 > 0 \text{ nebo } \lambda_3 > 0 \\ (1 - \exp(\frac{-R_A^2}{2\alpha^2}))\exp(\frac{-R_B^2}{2\beta^2})(1 - \exp(\frac{-S^2}{2\gamma^2})) & \text{jinak} \end{cases} \quad (0.12)$$

Kde α , β a γ jsou prahové hodnoty definující citlivost Frangiho na jednotlivé typy struktur a šum. Dle definice Frangiho míry 0.12 jsou také zanedbány voxely, pro něž jsou vlastní čísla matice λ_2 a λ_3 větší než 0. Právě tato vlastnost indikuje, že se jedná o voxely s nízkou optickou absorpcí na pozadí. Pro přehlednost je význam jednotlivých vlastních čísel Hessianovy matice uveden v následující tabulce:

λ_1	λ_2	λ_3	Tvar struktury	
malé	velké	velké	válcovitá	
malé	malé	velké	plochá, talířovitá	
velké	velké	velké	kulovitá	

Frangiho filtr je vhodné použít opakovaně v různých měřítkách a různém natočení Hessianovy matice v 3D obraze. Výsledky jednotlivých filtrací jsou pak zkombinovány celková míra důvěry ve skutečnost že se jedná o cévu je spočtena dle následujícího vztahu:

$$\hat{V}(x) = \max_{s_{min} \leq s \leq s_{max}} v(x, s) \quad (0.13)$$