Cvičenie 6.

Príklad 6.1 Na základe riešenia Schrodingerovej rovnice dokážte, že pravdepodobnosť prechodu častice cez pravouhlú bariéru výšky V_0 (pre energiu častice platí $E < V_0$) je

$$T = \frac{1}{1 + \frac{V_0^2 \sinh^2 \alpha a}{4E(V_0 - E)}}, \quad \text{kde} \quad \alpha = \sqrt{2m(V_0 - E)/\hbar^2}. \tag{1}$$

Príklad 6.2 Ukážte, že pre prechod ľubovoľnou potenciálovou bariérou dostávame

$$T \approx e^{-2\int_a^b \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(V(x)-E)}dx}. \tag{2}$$

Príklad 6.3
Pomocou vzťahu z príkladu 6.1 odvoďte $t_{1/2}$ pre α - rozpadajúce sa jadrá

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda_0 f} e^{2\left(K_1 \frac{Z}{\sqrt{E}} - K_2\sqrt{Zr}\right)} \tag{3}$$

kde $t_{1/2}$ je polčas α - rozpadu jadra, λ_0 je pravdepodobnosť vzniku α - častice, f je počet nárazov α - častice na bariéru za sekundu a r je polomer pôvodného jadra. Čomu sa rovnajú konštanty K_1 a K_2? Vyčíslite ich.

Príklad 6.4
Pomocou vzťahu z príkladu 6.3 vypočítajte $T_{1/2}$ pre α - rozpady
${}^{220}_{90}$Th($t_{1/2} = 10^{-5} s$), $Q_\alpha = 8.95$;
${}^{224}_{90}$Th($t_{1/2} = 1.04 s$), $Q_\alpha = 7.31$;
${}^{232}_{90}$Th($t_{1/2} = 4.4 \times 10^{17} s$), $Q_\alpha = 4.08$;
porovnajte s experimentálnymi hodnotami danými v zátvorkách. Pri výpočte využite nasledujúce aproximácie $E \approx Q_\alpha$, $\lambda_0 \approx 1$, $f \approx v/(r_0 A^{1/3})$, kde $v = \sqrt{\frac{2(Q+V_0)}{m}}$, $V_0 \approx 35 MeV$.

Príklad 6.5
Pomocou vzťahu z príkladu 6.1 odvoďte Geieger-Nuttallovo pravidlo (zákon), ktoré sa dá matematicky zapísať ako

$$\log_{10} T_{1/2} = a(Z) + \frac{b(Z)}{\sqrt{E}} \tag{4}$$

Čomu je rovné b(Z)?

Postup: Zlogaritmujte rovnicu (3)

Príklad 6.6
V rozpade ^{228}Th $\longrightarrow {}^{224}$ Ra + α majú emitované α - častice najvyššiu energiu 5,423 MeV a druhú najvyššiu energiu 5,341 MeV.
a) Vypočítajte Q hodnotu z nameranej energie α-častice.
b) Vypočítajte energiu 1. excitovaného stavu ^{224}Ra.