

Cvičenie 10.

Príklad 10.1

Z červeného posunu spektier bolo zistené, že galaxie sa vplyvom rovnomernej expanzie priestoru vzd'alujú od našej Zeme rýchlosťou

$$v = Hd, \quad (1)$$

kde H je Hubblova konštanta $H = 67 \frac{km}{s Mpc}$ a d je vzdialenosť medzi galaxiami a našou Zemou.

a) Uvedomme si, že ak uvažujeme istú definovanú škálu v priestore $R(t)$, tak Hubblovu konštantu možno napísať ako

$$H = \frac{1}{R} \frac{dR}{dt}. \quad (2)$$

b) Za predpokladu, že expanzia vesmíru bola konštantná v čase, t.j. $\frac{dR}{dt} = k$, určite vek vesmíru. ($1pc = 3.0857 \times 10^{16}m$).

Príklad 10.2

Tesne po Veľkom Tresku bol vesmír plný vysokoenergetických častíc a žiarenia. Žiarenie bolo tak silné, že procesy typu: fotóny $\leftrightarrow p + \bar{p}, n + \bar{n}$ boli v rovnováhe.

Ako pokračovalo rozpínanie vesmíru, energia žiarenia klesala a fotóny nemali dostatok energie na kreovanie nukleón-antinukleónových párov, to sa udialo v čase $t = 10^{-6}$ s. Po tomto čase hmota s antihmotou anihilovala, avšak za predpokladu, že bolo trochu viac hmoty k antihmote (doteraz neobjasnená časť fyziky), pomer počtu protónov a neutrónov k počtu fotónov bol $1 : 10^9$.

Vo vesmíre sa však stále vyskytuje veľká hustota e^{\pm}, ν_e a $\bar{\nu}_e$, takže reakcie



prebiehajú oboma smermi.

a) Ako by ste vyjadrili pomer počtu neutrónov a protónov v rovnovážnom stave pri teplote T ?

b) V čase $t = 1s$ čo zodpovedá teplote vesmíru $T = 9 \times 10^9 K$ sa interakcie neutrín stavajú zanedbateľnými. Toto sa nazýva érou neutrínového odviazania (neutrino decoupling). Vyčísľte pomer počtu neutrónov k počtu protónov N_n/N_p v tomto čase.

c) Na to, aby mohla začať nukleosyntéza, potrebujeme, aby fotóny nemali dosť energie na rozbíjanie deuterónu (Väzbová energia deuterónu je 2.22 MeV). To zodpovedá teplote $T = 9 \times 10^8 K$ a veku vesmíru 250 s. Aký bude pomer počtu neutrónov k počtu protónov N_n/N_p v čase 250 s, ak uvažíme, že polčas premeny neutrónu je $t_{1/2} = 10.6 \text{ min}$?

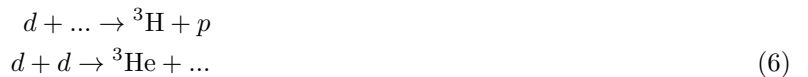
d) Ak vznikne deutérium



môžu tiež vzniknúť nuklidy so $A = 3$:



alebo (doplňte)



vznikajú tiež jadrá s $A = 4$ (doplňte)



jadrá so $A = 5$ sú veľmi nestabilné, avšak môže ešte vzniknúť veľmi malé množstvo $Z = 7$ jadier reakciami



Po desiatich minútach od vzniku vesmíru poklesne jeho teplota na hodnotu, pri ktorej už fúzia prakticky nenastáva. Analýzou predošlých rovníc, sa dá ukázať, že prakticky všetky neutróny skončia v jadrách ${}^4\text{He}$ (${}^4\text{He}$ má najvyššiu väzbovú energiu na jeden nukleón spomedzi ľahkých jadier). Aký je pomer $Y_p = m_{\text{He}}/m$, kde m je hmotnosť ostatnej hmoty vo vesmíre?

Príklad 10.3

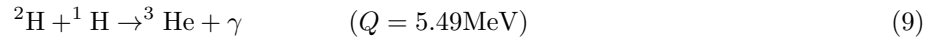
V predošlom príklade sme si povedali, že v čase $t = 1\text{ s}$ reakcie s neutrínami prestávajú hrať úlohu. Od tohto času ostávajú neutrína voľnými a šíria sa vesmírom ako kozmické neutrínové pozadie. Určíte ste počuli o reliktnom mikrovlnnom žiarení. Vysvetlite, či toto žiarenie vzniklo skôr, alebo neskôr ako kozmické neutrínové pozadie.

Príklad 10.4

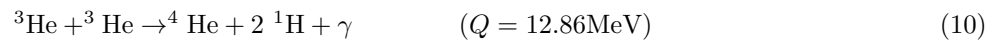
P-P cyklus je jeden z možných procesov, v ktorom sa vo hviezdach premieňa vodík na hélium, a ktorý dominuje vo hviezdach veľkosti Slnka a menších. Možno ho rozdeliť na tri kroky.

a) V prvom kroku fúziou dvoch protónov vzniká deutérón. Napíšte rovnicu pre tento proces a vypočítajte Q hodnotu. Vysvetlite, prečo je tento proces veľmi zriedkavý.

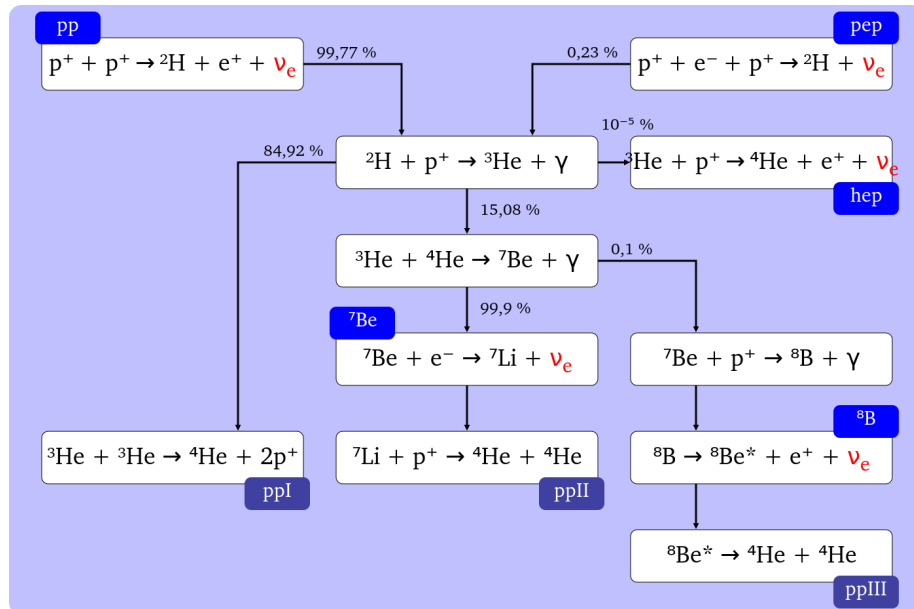
b) Vytvorený deutérón interaguje rýchlo s protónom



proces s fúziou dvoch deutérónov je dosť nepravdepodobný, pretože pomer deutérónov v slnku k počtu protónov je $1 : 10^{18}$. c) Najpravdepodobnejší proces (P-P cyklus 1) vzniku ${}^4\text{He}$ potom je



Vypočítajte koľko energie sa uvoľní pri celom P-P cykle.



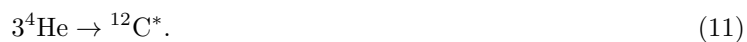
Obr. 1: Rôzne typy P-P cyklu a pep cyklus.

Príklad 10.5

Všimnime si, že pre každý typ P-P cyklu a tiež pri pep cykle vzniká neutríno. Kedy má spojité a kedy nespojité spektrum?

Príklad 10.6

Keď je hviezdne vodíkové palivo vyhorené, vo hviezde môže prísť ku gravitačnému kolapsu a k zvýšeniu energie. Z hviezd sa stane červený obor. Tvorí sa ^{12}C prostredníctvom reakcie



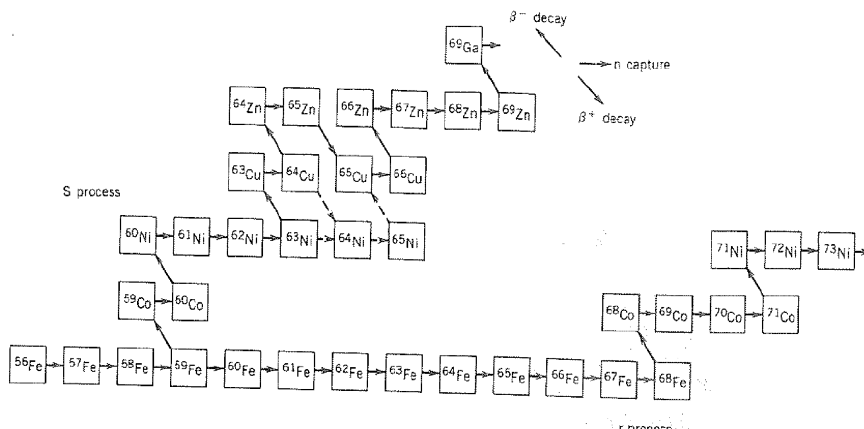
Po vytvorení dostatočného množstva ^{12}C môžu nastať reakcie (doplňte):



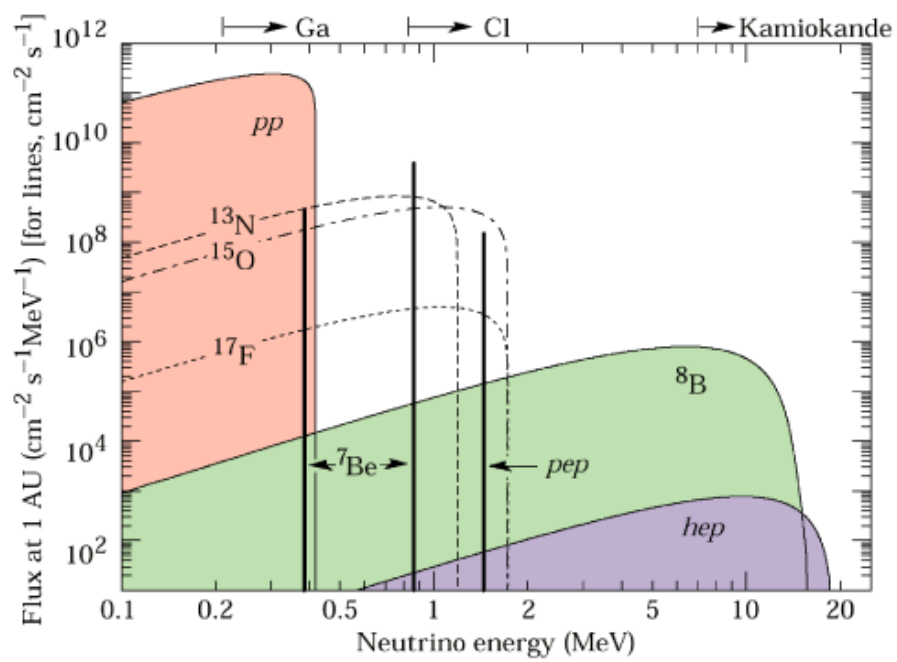
Po vyhorení ^4He , dochádza k ďalšiemu gravitačnému kolapsu a následne ku uhlíkovému a kyslíkovému horeniu. V konečná fúzia je za pomoci kremíkového horenia s produkciou jadier s $A \approx 60$.

Príklad 10.7

Ako a kde vznikajú jadrá s $A > 60$?



Obr. 2: s a r proces.



Obr. 3: Spektrá slnečných neutrín.