

Cvičenie 6.

Príklad 6.1 Na základe riešenia Schrodingerovej rovnice dokážte, že pravdepodobnosť prechodu častice cez pravouhlú bariéru výšky V_0 (pre energiu častice platí $E < V_0$) je

$$T = \frac{1}{1 + \frac{V_0^2 \sinh^2 \alpha a}{4E(V_0 - E)}}, \quad \text{kde} \quad \alpha = \sqrt{2m(V_0 - E)/\hbar^2}. \quad (1)$$

Príklad 6.2 Ukážte, že pre prechod ľubovoľnou potenciálovou bariérou dostávame

$$T \approx e^{-2 \int_a^b \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (V(x) - E)} dx}. \quad (2)$$

Príklad 6.3

Pomocou vzťahu z príkladu 6.1 odvodte $t_{1/2}$ pre α - rozpadajúce sa jadrá

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda_0 f} e^{2(K_1 \frac{Z}{\sqrt{E}} - K_2 \sqrt{Z} r)} \quad (3)$$

kde $t_{1/2}$ je polčas α - rozpadu jadra, λ_0 je pravdepodobnosť vzniku α - častice, f je počet nárazov α - častice na bariéru za sekundu a r je polomer pôvodného jadra. Čomu sa rovnajú konštanty K_1 a K_2 ? Vyčíslite ich.

Príklad 6.4

Pomocou vzťahu z príkladu 6.3 vypočítajte $T_{1/2}$ pre α - rozpady

${}^{220}_{90}\text{Th}(t_{1/2} = 10^{-5} \text{s}), Q_\alpha = 8.95;$

${}^{224}_{90}\text{Th}(t_{1/2} = 1.04 \text{s}), Q_\alpha = 7.31;$

${}^{232}_{90}\text{Th}(t_{1/2} = 4.4 \times 10^{17} \text{s}), Q_\alpha = 4.08;$

porovnajte s experimentálnymi hodnotami danými v zátvorkách. Pri výpočte využite nasledujúce aproximácie

$E \approx Q_\alpha, \lambda_0 \approx 1, f \approx v/(r_0 A^{1/3}),$ kde $v = \sqrt{\frac{2(Q+V_0)}{m}}, V_0 \approx 35 \text{MeV}.$

Príklad 6.5

Pomocou vzťahu z príkladu 6.1 odvodte Geieger-Nuttalovo pravidlo (zákon), ktoré sa dá matematicky zapísať ako

$$\log_{10} T_{1/2} = a(Z) + \frac{b(Z)}{\sqrt{E}} \quad (4)$$

Čomu je rovné $b(Z)$?

Príklad 6.6

Zo zákona zachovania energie a hybnosti odvodte vzťah medzi kinetickou energiou α - častice a Q hodnotou.

Príklad 6.7

Pre prípad α -rozpadu ${}^{173}_{78}\text{Pt}$

a) vypočítajte kinetickú energiu α -rozpadu pomocou vzťahov

i) $T_\alpha = \frac{Q}{1+m_\alpha/m_{X'}}$

ii) $T_\alpha \approx Q m_{X'}/m_X$

- iii) $T_\alpha \approx Q (1 - 4/A)$, kde A je nukleónové číslo dcérskeho jadra
- b) Koľko percent kinetickej energie odnáša α - častica a koľko dcérske jadro?
- c) Akú typickú energiu má spätný ráz dcérskeho jadra? Môže mať tento spätný ráz negatívny vplyv na biologické materiály?

Príklad 6.8

V rozpade $^{228}\text{Th} \longrightarrow ^{224}\text{Ra} + \alpha$ majú emitované α - častice najvyššiu energiu 5,423 MeV a druhú najvyššiu energiu 5,341 MeV.

- a) Vypočítajte Q hodnotu z nameranej energie α -častice.
- b) Vypočítajte energiu 1. excitovaného stavu ^{224}Ra .

Príklad 6.9

a) Vypočítajte Q -hodnotu rozpadu $^{220}\text{Th} \longrightarrow ^{208}\text{Po} + ^{12}\text{C}$.

b) Vypočítajte polčas tohto rozpadu. Pri výpočte využite modifikované vzťahy z príkladov 6.1 a 6.2. (Akú hodnotu bude mať k_1 a k_2 ?)