

# Cvičenie 5.

**Príklad 5.1** Spomeňte si, že vzťah medzi magnetickým dipólovým momentom nabitej častice  $\mu_z$  a momentom hybnosti  $L_z$  je daný

$$\mu_z = \frac{e}{2m} L_z. \quad (1)$$

Keďže  $L_z = \hbar m_l$ , kde  $m_l = l, l-1, \dots, -l$ , definujeme pozorovateľný magnetický moment  $\mu$  tak, že zodpovedá najväčšej hodnote  $m_l = l$ . Potom máme

$$\mu = g_l \mu_N l, \quad \text{a} \quad \mu_N = \frac{e\hbar}{2m} \quad \text{a} \quad g_l = 1 \quad (2)$$

pre elektrón bolo zistené, že magnetický dipólový moment, ktorý elektrón získa vďaka spinu je

$$\mu = g_s \mu_N s, \quad \text{kde} \quad g_s \approx 2. \quad (3)$$

Pre protón máme namerané hodnoty  $g_l = 1$  a  $g_s = 5.58569$  a pre neutrón  $g_l = 0$  (pretože je nenabitý) a  $g_s = -3.8260837$ .<sup>1</sup>

Pre nepárno-párne jadro určuje magnetický moment jadra nespárovaný nukleón. Výpočet dáva

$$\begin{aligned} j &= l + 1/2 & \mu &= [g_l(j - 1/2) + g_s/2] \mu_N \\ j &= l - 1/2 & \mu &= \left[ g_l \frac{j(j+3/2)}{(j+1)} - \frac{j}{2} \frac{1}{j+1} g_s \right] \mu_N \end{aligned} \quad (4)$$

Vypočítajte magnetické momenty nasledovných jadier a hodnoty porovnajte s experimentálnymi (danými v zátvorkách):

${}^3_1\text{H}$  (2,98  $\mu_N$ ),  ${}^3_2\text{He}$  (-2,13  $\mu_N$ ),  ${}^{15}_7\text{N}$  (-0,283  $\mu_N$ ),  ${}^{17}_8\text{O}$  (-1,89  $\mu_N$ ),  ${}^{21}_{10}\text{Ne}$  (-0,66  $\mu_N$ )

## Príklad 5.2

Vypočítajte:

- separačnú energiu protónu a neutrónu jadra  ${}^{15}_7\text{N}$ .
- separačnú energiu protónu jadra  ${}^{11}_7\text{N}$ .
- separačnú energiu neutrónu jadra  ${}^{24}_7\text{N}$ .
- separačnú energiu dvoch neutrónov a dvoch protónov jadra  ${}^{15}_7\text{N}$ .
- Ako sú definované tzv. "drip line"? Prečo existuje zopár jadier aj za týmito čiarami.

## Príklad 5.3

- Ukážte, že pre strednú dobu života nestabilného jadra platí  $\tau = 1/\lambda$ .
- Aký je vzťah medzi polčasom rozpadu a strednou dobou života nestabilného jadra?

## Príklad 5.4

Majme tri rádioaktívne zdroje, každý s aktivitou 1  $\mu\text{Ci}$  v čase  $t=0$ . Ich polčasy rozpadu sú: i) 1s, ii) 1h a iii) 1 deň.

- Koľko rádioaktívnych jadier obsahuje zdroj v čase  $t = 0$ ?
- Koľko jadier sa rozpadne v každom zdroji v časovom intervale  $t \in \langle 0, 1s \rangle$ ?
- Koľko jadier sa rozpadne v každom zdroji v časovom intervale  $t \in \langle 0, 1h \rangle$ ?

<sup>1</sup>To, že  $g_s$  je pre protón rôzny od 2 a pre neutrón rôzny od nuly, patrí pravdepodobne k prvým dôkazom toho, že protón a neutrón nie sú základnými bodovými časticami.

d) Na základe b) a c) si všimnite, že meranie počtu rozpadnutých jadier  $\Delta N$  za čas  $\Delta t$  nám dá aktivitu  $A = \frac{\Delta N}{\Delta t}$ , práve vtedy keď  $\Delta t \ll t_{1/2}$ . Vysvetlite, prečo to tak je (Rozviňte výraz  $\Delta N = N(t) - N(t + \Delta t)$  pomocou parametra  $\Delta t$ ).

**Príklad 5.5** Uvažujme rozpadový reťazec  $^{139}\text{Cs} \longrightarrow ^{139}\text{Ba} \longrightarrow ^{139}\text{La}$ . Na začiatku máme čistú vzorku  $^{139}\text{Cs}$  s aktivitou 1mCi. Polčasy rozpadu sú: 9,5 min pre  $^{139}\text{Cs}$ ; 82,9 min pre  $^{139}\text{Ba}$  ( $^{139}\text{La}$  je stabilný). Aká je maximálna aktivita  $^{139}\text{Ba}$  a v akom čase ju dosahuje?

### Príklady na precvičenie

C.V.1 Nájdite relativistický vzťah pre de Broglého vlnu elektrónu alebo protónu, ak urýchľovacie napätie je  $U$ .  
 $(\lambda = \frac{hc}{\sqrt{(qU)^2 + 2m_0c^2qU}})$

C.V.2 Nikel-62 má najväčšiu väzbovú energiu na jeden nukleón zo všetkých izotopov. Vypočítajte  $B/A$  v MeV pre toto jadro. (8,79 MeV )

C.V.3 Olovo-208 je stabilný izotop, ktorý je relatívne zriedkavý, kvôli jeho veľkej hmotnosti. Vypočítajte pre toto jadro a) hmotnostný úbytok (mass defect), b) väzbovú energiu a c) väzbovú energiu na jeden nukleón, výsledky vyjadrite v MeV. (a) -21,763 MeV, b) 1636,445 MeV, c) 7,87 MeV )

C.V.4 Aký je rozdiel v hmotnosti vypočítanej pomocou Weizsackerovej formuly a experimentálnymi hodnotami pre jadrá  $^{208}\text{Rn}$ ,  $^{210}\text{Rn}$ ,  $^{212}\text{Rn}$ ,  $^{214}\text{Rn}$ ,  $^{216}\text{Rn}$ . Vidíme tam shell efekt?

(Weizsackerova formula:  $m = Zm_H + Nm_N - B/c^2$ , kde  $B$  je väzbová energia z kvapkového modelu (vid'. príklad 2.2). Rozdiel medzi hmotnosťou z Weizsackerovej formuly a experimentálnymi hodnotami je nasledovný 2,9MeV, 3,9MeV, 5MeV, 5,8MeV, 3,87MeV, 2,25MeV. Teda naozaj, pre jadro s magickou vrstvou 126 pre neutróny  $^{212}\text{Rn}$ , je rozdiel medzi experimentom a kvapkovým modelom najväčší. Kvapkový model neobsahuje tzv. vrstvé (shell) efekty.)