第2期

第 22 卷

航空发动机的 LTR 控制

冯正平1、孙建国2

(1. 上海交通大学 船舶与海洋工程学院、上海 200030; 2. 南京航空航天大学 动力工程系、江苏 南京 210016)

摘 要:研究了航空发动机的传递函数回路法(LTR)控制。提出了一种简单而有效的适用于最小相位对象的目标回路设计方法,它根据控制系统的频带宽度要求直接得出目标回路,所设计目标回路不仅稳定而且传递函数为对角阵。由于目标回路的传递函数可以通过LTR步骤加以恢复,因而此目标回路的LTR控制系统具有良好的性能(包括解耦性能)。将此设计方法应用于某型涡扇发动机的LTR控制,取得了良好的控制效果。

关键词: 航空发动机: 发动机控制: LTR 控制: 目标 回路: 鲁棒控制

中图分类号: V235.13

文献标识码: A

文章编号: 1001-4055 (2001) 02-0133-04

LTR control for aeroengines

FENG Zheng-ping¹, SUN Jian-guo²

- (1. Coll. of Naval Architecture and Ocean Engineering, Shanghai Jiao tong Univ., Shanghai 200030, China;
 - 2. Dept. of Power Engineering, Nanjing Univ. of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: The LTR control for aeroengines was studied. A simple and effective approach for designing the target loop of minimum phase plant was presented. The approach derived the target loop directly from the bandwidth specification of the control system. The target loop designed is not only stable but dynamically decoupled as well. Since transfer function of the target loop can be recovered by loop transfer recovery, the LTR control system based on the target loop designed by this approach has good performances including decoupling. Simulation results of LTR control for a turbofan engine show the effectiveness of the approach.

Key words: Aircraft engine; Engine control; Loop transfer recovery control; Target loop; Robost control

1 引言

随着控制变量的增多,要求航空发动机采用多变量控制的方法。同时由于航空发动机参数变化范围大,非线性强,且建模误差难以避免,又必须采用鲁棒控制方法,以保证发动机控制系统存在一定建模误差的条件下仍能保持良好的稳定性以及动态性能。LTR(Loop Transfer Recovery)方法是解决多变量鲁棒反馈设计问题的一种有效方法。其主要形式有 $IQG/LTR^{[1,2]}$, $H \bowtie /LTR^{[3,4]}$ 等。其设计步骤可分为两步: (1) 根据指标要求设计目标回路; (2) 设计 LTR 补偿器恢复目标回路的传递函数。

目前目标回路的设计主要采用最优设计法,即最优状态调节器 (LQR 调节器) 和最优状态估计器 (Kalman 滤波器) 设计法,分别适用于对象输入端和输出端的恢复。此法虽使某二次型性能指标最优,但

所设计目标回路的中频段性能往往不理想,此外也没有考虑各控制回路的耦合问题。零点配置设计法^[3]可明显改善目标回路的中频段性能及解耦性能,但却不能保证目标回路的稳定性。为此,本文提出了适用于最小相位对象的目标回路设计新方法,可得到具有满意性能(包括解耦)的目标回路。

2 目标回路设计的新方法

设最小相位对象数学模型为

$$x_p = A_P x_P + B_P u_P,$$
 $y_p = C_P x_P + D_P u_P$

其中 $x_P \in R^n$, $u_P \in R^m$, $y_P \in R^n$ 分别为状态矢量、控制矢量、输出矢量, A_P , B_P , C_P , D_P 为适维矩阵, 其传递函数为

$$G_{P}(s) = C_{P}(sI - A_{P})^{-1}B_{P} + D_{P}$$
 (2)
对输入及输出作归一化处理, 即

^{*} 收稿日期: 2000-07-12; 修订日期: 2000-10-28。

$$\mathbf{u} = \mathbf{S}_{\mathbf{u}}^{-1} \mathbf{u}_{\mathbf{P}}, \qquad \mathbf{v} = \mathbf{S}_{\mathbf{v}}^{-1} \mathbf{v}_{\mathbf{P}} \tag{3}$$

其中 u, y 为归一化后的输入和输出,归一化后的数学模型为

$$x_{p} = Ax_{p} + Bu, \quad y = Cx_{p} + Du$$
 (4)

其中



为了保证控制系统能够无静差跟踪阶跃指令信号,对对象(4)进行增广处理,即在每个主控制通道上各串一积分环节,从而构成设计对象模型(如图 1 中虚线框所示),其状态变量数学模型为

Design plant model

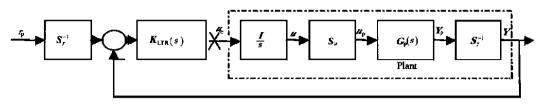


Fig. 1 LTR control system

$$\dot{\boldsymbol{x}}_{\mathrm{g}} = \boldsymbol{A}_{\mathrm{g}} \boldsymbol{x}_{\mathrm{g}} + \boldsymbol{B}_{\mathrm{g}} \boldsymbol{u}_{\mathrm{c}}, \qquad \boldsymbol{y} = \boldsymbol{C}_{\mathrm{g}} \boldsymbol{x}_{\mathrm{g}}$$
 (6)

其中

$$m{A}_{\mathrm{g}} = \begin{bmatrix} m{A} & m{B} & & \\ m{O}_{m \times n} & m{O}_{m \times m} \end{bmatrix}, \ m{B}_{\mathrm{g}} = \begin{bmatrix} m{O}_{n \times m} \\ m{I}_{m \times m} \end{bmatrix}, \ m{C}_{\mathrm{g}} = [\ m{C} \ m{D}]$$

(7)

以设计对象模型输入端(图 1 中"×"处)恢复为例,设计目标回路,则目标回路为状态调节器形式

$$oldsymbol{x}_{
m g}=oldsymbol{A}_{
m g}oldsymbol{x}_{
m g}+oldsymbol{B}_{
m g}oldsymbol{u}_{
m c}, \qquad oldsymbol{u}_{
m c}=-oldsymbol{K}_{
m c}oldsymbol{x}_{
m g} \qquad (8)$$
其中 $oldsymbol{K}_{
m c}$ 为待设计的状态反馈增益阵, 该目标回路的

开环传递函数为

$$\boldsymbol{G}_{\mathrm{TL}}(s) = \boldsymbol{K}_{\mathrm{c}}(s\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A}_{\mathrm{g}})^{-1}\boldsymbol{B}_{\mathrm{g}}$$
 (9)

设各控制回路的带宽要求为 $w_i \ge 0$ ($i=1,2,\cdots,m$),同时对多变量控制系统而言,各控制回路之间的耦合程度应尽量小。因此可将目标回路的开环传递函数取为如下简单形式

$$G_{\text{TL}}(s) = \frac{1}{s} W \tag{10}$$

$$W = \operatorname{diag}(w_1, w_2, \dots, w_m) \tag{11}$$

其中 diag()表示对角阵。

由式(9)和(10),目标回路的设计即是选择 K_c 使下式成立:

$$\mathbf{K}_{c}(\mathbf{s}\mathbf{I} - \mathbf{A}_{g})^{-1}\mathbf{B}_{g} = \frac{1}{\mathbf{s}}\mathbf{W}$$
 (12)

其中 K_{cl} 为 $m \times n$ 矩阵, K_{c2} 为 $m \times m$ 矩阵。

则由式(7)和式(13)得

$$\mathbf{K}_{c}(\mathbf{s}\mathbf{I} - \mathbf{A}_{g})^{-1}\mathbf{B}_{g} = \frac{1}{s}[\mathbf{K}_{cl}(\mathbf{s}\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{K}_{c2}]$$
 (14) 将式(14) 代入式(12),得

$$\mathbf{W} \qquad \qquad \mathbf{K}_{c} = [\mathbf{O}_{\mathsf{m} \times \mathsf{n}} \mathbf{W}] \tag{16}$$

由式(8) 得目标回路的闭环状态方程

$$\dot{\boldsymbol{x}}_{\mathrm{g}} = (\boldsymbol{A}_{\mathrm{g}} - \boldsymbol{B}_{\mathrm{g}} \boldsymbol{K}_{\mathrm{c}}) \, \boldsymbol{x}_{\mathrm{g}}$$
 (17)

将式(7) 和式(16) 代入式(17), 可得目标回路的闭环特征多项式为

$$\det(s\mathbf{I} - \mathbf{A}_{g} + \mathbf{B}_{g}\mathbf{K}_{c}) = \det(s\mathbf{I} - \mathbf{A}) \circ \det(s\mathbf{I} + \mathbf{W})$$

$$= \prod_{i=1}^{m} (s + w_{i}) \circ \det(s\mathbf{I} - \mathbf{A})$$

由于对象对最小相位, *A* 的特征根具有负实部, 因此从上式显见目标回路是稳定的。

综上所述,应用式(16)设计的目标回路不仅稳定,而且具有如下优点:(1)其带宽直接反映了指标要求;(2)由于传递函数为对角矩阵,因而各控制回路之间动态解耦;(3)设计简单,因为它无需象 LQR 设计方法那样求解代数 Riccati 方程。

3 LTR 控制器设计

针对设计对象模型(6),设计基于 Kalman 滤波器 的状态调节器.即 LTR 补偿器,其传递函数为

$$K_{LTR}(s) = K_c(sI - A_g + B_gK_c + K_fC_g)^{-1}K_f(18)$$

其中 K_c 为状态调节器的状态反馈增益阵, K_f 为 Kalman 滤波器滤的波增益阵。

由于 K_c 已在目标回路设计时得到,因而只要设计 K_f 即可得到 LTR 补偿器。

 $K_{\rm f}$ 的设计可由下式完成:

$$\mathbf{K}_{\mathrm{f}} = \frac{1}{\rho} \mathbf{p} \mathbf{C}_{\mathrm{g}}^{\mathrm{T}} \tag{19}$$

Kel=Om×n, Ke2=W (15) 其中 ₽ 为恢复系数, p=p^T>O, 且满足 Riccati 方程. (C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$\boldsymbol{A}_{\mathrm{g}}\boldsymbol{p} + p\boldsymbol{A}_{\mathrm{g}}^{\mathrm{T}} - \frac{1}{\rho}\boldsymbol{p}\boldsymbol{C}_{\mathrm{g}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{g}}\boldsymbol{p} + \boldsymbol{B}_{\mathrm{g}}\boldsymbol{B}_{\mathrm{g}}^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{O}$$
 (20)

对最小相位对象,当 $\ell \to \infty$ 时, $K_{\text{LTR}}(s)$ $G(s) \to G_{\text{TL}}(s)^{[1]}$,即由 LTR 补偿器与设计对象模型构成的控制系统与目标回路两者的开环传递函数相逼近。

考虑到 LTR 补偿器是针对设计对象模型而非被控对象模型设计的, 因此 LTR 控制器(图 1 中除去被控对象以外部分) 应为

$$\boldsymbol{u}_{\mathrm{p}} = \boldsymbol{G}_{\mathrm{LTR}}(s) (\boldsymbol{r}_{\mathrm{p}} - \boldsymbol{y}_{\mathrm{p}}) \tag{21}$$

$$\boldsymbol{G}_{\text{LTR}}(s) = \frac{1}{s} \boldsymbol{S}_{\text{u}} \boldsymbol{K}_{\text{LTR}}(s) \boldsymbol{S}_{\text{y}}^{-1}$$
 (22)

其中 r_0 为参考输入, y_0 为对象输出, 其实现为

$$\dot{\boldsymbol{x}}_{c} = \boldsymbol{A}_{c} \boldsymbol{x}_{c} + \boldsymbol{B}_{c} (\boldsymbol{r}_{p} - \boldsymbol{y}_{p}), \ \boldsymbol{u}_{p} = \boldsymbol{C}_{c} \boldsymbol{x}_{c} \tag{23}$$

其中

$$A_{c} = \begin{bmatrix} A_{g} - B_{g} K_{c} - K_{f} C_{g} & K_{f} S_{y}^{-1} \\ O_{m \times (n+m)} & O_{m \times m} \end{bmatrix}, B_{c} = \begin{bmatrix} O_{(n+m) \times m} \\ I_{m \times m} \end{bmatrix},$$

$$C_{c} = \begin{bmatrix} S_{u} K_{c} & O_{m \times m} \end{bmatrix}$$
(24)

4 某型涡扇发动机的 LTR 控制

以某型涡扇发动机 LTR 双变量控制系统为例, 控制量为主供油量(W_1) 及尾喷口面积(A_8), 被控制量为风扇转速(n_1) 及压比(p_{36})。 先应用第 2 节中的方法设计目标回路。已建立发动机在包线内某点最大状态附近的线性比模型(含执行机构)为

$$\mathbf{A}_{p} = \begin{bmatrix} -5.1840 & 2.6449 & 1.0481 & 1.6996 \\ 0.8358 & -4.5502 & 2.0723 & 2.5545 \\ 0 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3.3333 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}_{p} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 5 & 0 \\ 0 & 3.3333 \end{bmatrix}, \mathbf{C}_{p}^{T} = \begin{bmatrix} 1 & -0.00017 \\ 0 & 0.00232 \\ 0 & 0.00005 \\ 0 & 0.00217 \end{bmatrix}$$

取输入、输出归一化阵为

$$S_{u} = \begin{bmatrix} 5000 & 0 \\ 0 & 3000 \end{bmatrix}$$
 $S_{y} = \begin{bmatrix} 8777.3 & 0 \\ 0 & 10.491 \end{bmatrix}$ 对对象归一化处理,并增广,得设计对象模型为

$$\boldsymbol{B}_{g} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{C}_{g}^{T} = \begin{bmatrix} 1.14 \times 10^{-4} & -1.61 \times 10^{-4} \\ 0 & 2.21 \times 10^{-4} \\ 0 & 4.84 \times 10^{-6} \\ 0 & 2.07 \times 10^{-4} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

设转速控制器回路和压比控制回路的带宽要求分别为 w_1 =5(rad/s) 及 w_2 =10(rad/s) 。由式(16) 目标回路中状态增益阵取为

$$\mathbf{K}_{c} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 \end{bmatrix}$$

则目标回路的开环传递函数为对角阵

$$G_{TL}(s) = \begin{bmatrix} 5/s & 0 \\ 0 & 10/s \end{bmatrix}$$

接着设计 LTR 控制器, 取恢复 ρ =10¹⁰, 由式(19) 及(20) 可求得 Kalman 滤波器的滤波增益阵

$$K_{\rm f}^{\rm T} = \begin{bmatrix}
1.092146 \times 10^6 & 2.1160 \times 10^6 & 6.9846 \times 10^7 \\
3.055022 \times 10^4 & 5.6903 \times 10^4 & 3.3675 \times 10^6 \\
-3.0250 \times 10^6 & 9.9074 \times 10^4 & -1.3576 \times 10^4 \\
2.9862 \times 10^6 & 1.3576 \times 10^4 & 9.9074 \times 10^4 \\$$
代入式(23)及(24)即得LTR控制器(从略)。

比较目标回路与 LTR 控制系统的开环奇异值频率特性, 如图 2 所示, 可以看出目标回路的特性得到了恢复。

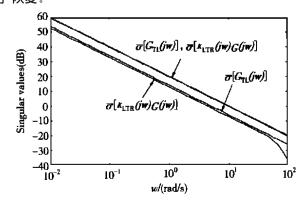


Fig. 2 Comparison of open-loop singular values between target loop and LTR control system

用 LTR 控制器控制发动机(用非线性详细部件级模型代替),在包线内不同点处对此控制系统进行仿真。限于篇幅,本文给出两组结果,如图 3 和图 4 所示。

图 3 为在 H_{alt} = 0 km 和 Ma= 0 处的仿真结果。 发动机初始状态为: n_1 = 8.777 kr/min, p_3 = 10.491, 设计状态为 n_1 = 8.880 kr/min, p_3 = 10.712, 图中 0 s ~ 5 s 为由初始状态到设计状态的过渡过程, 为检验两个控制回路的耦合程度, 从第 5 s 起分别对两个控制回路作-1%阶跃, 如图 3(a) 和(b) 所示。

图 4 为 H_{ah} = 5 km 和 Ma = 1.0 处的仿真结果。 发动机初始状态为 n_1 = 8.824 kr/min, p_{36} = 10.430, 设计状态为 n_1 = 8.880 kr/min, p_{36} = 10.573, 其含义与图 2相同。由图 3和图 4可以看出:控制系统具有良好的动态特性, 说明 LTR 控制器具有较强鲁棒性(因为包线内不同两点的控制采用的是同一控制器);此外两控制回路的耦合也较小。

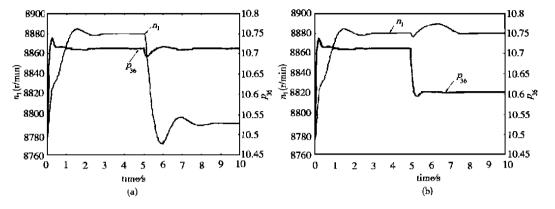


Fig. 3 Dynamic response of control system at ($H_{alt} = 0 \text{ km}, Ma = 0$)

(a) n_1 loop steps = 1% from 5th second (b) p_{36} loop steps = 1% from 5th second

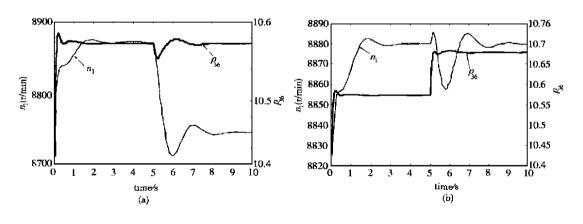


Fig. 4 Dynamic response of control system at ($H_{alt}=5$ km, Ma=1.0)

(a) n_1 loop steps -1% from 5th second (b) p_{36} loop steps +1% from 5th second

5 结 论

应用目标回路的设计方法,可以得到稳定且动态解耦的目标回路,由于经 LTR 步骤控制系统的传递函数将恢复目标回路的传递函数,因此该方法保证了控制系统具有满意的性能。对某型涡扇发动机控制的数字仿真结果验证了此方法的有效性。

参考文献:

[1] Doyle J C, Stein G. Multivariable feedback design concept for a classical modern synthesis [J]. IEEE Trans. Automatic Com-

trol, Vol. AC. 26, No. 1, Feb 1981.

- [2] Garg S. Turbofan engine control system design using the LQG/ LTR methodology[R]. NASA-CR-182303, June, 1989.
- [4] Stoustrup J, Niemann H H. State space solutions to the H_{∞} / LTR design problem [J]. Int. J. of Robust and Nonlinear Control, 1993, 3(1).
- [5] 冯正平. 航空发动机多变量鲁棒控制[D]. 南京: 南京航空航天大学, 1999.

(编辑:盛汉泉)