

文章编号: 1000-6893(2004) 02-0104-04

# 一种新的控制系统 $H_\infty$ /LTR 设计方法

杨 刚, 孙健国

(南京航空航天大学 能源与动力学院, 江苏 南京 210016)

## A New $H_\infty$ /LTR Method for Control System Design

YANG Gang, SUN Jian-guo

(College of Energy & Power Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

**摘 要:** 提出了目标回路传递函数恢复的一种新的控制系统  $H_\infty$ /LTR 设计方法, 通过引入对控制量的加权, 不仅可以保持 LQR 回路的特性, 而且可以使控制器具有较低的增益和较小的带宽。此方法克服了 LQG/LTR 方法增益过高和 LQR 无穷带宽而引起的控制器对噪声特别敏感的缺点, 从而达到抑制噪声的目的。与此同时, 通过合理选择权函数, 方法在回路中引入了积分环节, 消除了静差, 但却避免了增广, 从而降低了系统的阶数。最后的实例验证了方法的可行性。

**关键词:** 航空发动机;  $H_\infty$ /LTR; LQR; 噪声抑制

中图分类号: V233.57<sup>+</sup>51; TP273 文献标识码: A

**Abstract** This paper proposes a new  $H_\infty$ /LTR method for control system design. By introducing appropriate weighting on the control signals, this method not only can achieve the target loop transfer function, but also can get a controller with relatively low gain and limited bandwidth. As a result, this controller rejects measuring noise effectively. On the contrary, the controller designed by LQG/LTR method inherently has very high gain and large bandwidth, and suffers greatly from measuring noise. This  $H_\infty$ /LTR method has another merit: by carefully including an integrator in the weighting function, zero steady state error requirement is met without system augmentation. Results from simulation evaluation of the proposed method attest to its feasibility.

**Key words:** aeroengine;  $H_\infty$ /LTR; LQR; noise rejection

在多输入多输出(MIMO)反馈控制系统(如航空发动机的控制系统)的设计过程中,许多性能,如指令跟踪、干扰抑制、闭环带宽、对系统未建模动态特性的稳定鲁棒性等,都以频域灵敏度函数及补灵敏度函数的某种关系表示出来。传统的线性二次型(LQ)法设计反馈控制器可获得良好的灵敏度函数与补灵敏度函数,可以获得至少 60°的相位裕度和[-6, +∞) dB 幅值裕度,但由于它利用的是状态反馈,在工程上不易实现。LQG 方法通过一状态观测器利用输出信号将系统状态估计出来,也可以保证名义系统闭环稳定及具有满意的性能,但由于状态是估计出来的,并非一种鲁棒设计方法。为了改进 LQG 方法,Doyle 和 Stein 首次提出了回路传递恢复(LTR)的算法——LQG/LTR 设计方法<sup>[1]</sup>,通过调节在观测器设计过程中引入的标量,可以设计出逼近全状态反馈闭环回路的系统,因此也就保持了 LQR 方法的性能,包括鲁棒性。此外还有其它的

LTR 方法,如 Kazerooni 等用观测器特征值结构配置的方法<sup>[2]</sup>,Saber 等用渐近极点配置的方法<sup>[3]</sup>,以及 Moore 和 Tay 用  $H_\infty$ 的方法<sup>[4]</sup>。

LQR 方法虽然具有很好的性能,但 Rosenbrock 和 McMoran<sup>[5]</sup>指出, LQR 设计出的控制器本身具有无限带宽。同时, Doyle、Kazerooni、Saber 等人提出的 LTR 方法都是通过使控制器增益趋于无穷来达到回路恢复的目的,因此它们都属于高增益方法。但控制器将对象输出的测量信号,包含测量噪声,直接映射到控制信号,所有测量噪声都会被这一高增益、无限带宽的控制器放大。这种被放大的噪声作用于对象输入端,会使系统性能下降,而且也很容易使执行机构饱和,从而进一步降低系统性能。因此,为降低噪声对系统性能的影响,探索一种能够降低控制器带宽和增益的多变量鲁棒控制系统设计方法势在必行。

Chen 等人提出一种新的结构来恢复目标回路<sup>[6]</sup>,虽然系统丧失了分离原理,但达到同样恢复性能时控制器可以有较小的增益。Foo 采用  $H_\infty$ 方法优化控制器<sup>[7]</sup>,通过合理地选择灵敏度

收稿日期: 2003-02-28; 修订日期: 2003-06-02

基金项目: 航空科学基金(00C52030); 博士点科研基金

(C)1996-200028701资助项目 Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net



式(7)就可用标准  $H_\infty$ 方法求解。而事实上, 如设  $S_1$ 、 $W_S$ 、 $W_U$  的状态空间描述为  $(A_x, B_x, C_x, D_x)$ , 下标  $x = I, S, U$ ,  $P(s)$  由如下方程描述

$$P(s) = \begin{bmatrix} A_p & B_{p1} & B_{p2} \\ C_{p1} & D_{p11} & D_{p12} \\ C_{p2} & D_{p21} & D_{p22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 & 0 & 0 & -B \\ 0 & A_1 & 0 & 0 & -B_1 & 0 \\ B_S C & B_S C_1 & A_S & 0 & B_S(I-D_1) & -B_S D \\ 0 & 0 & 0 & A_U & 0 & B_U \\ D_S C & D_S D_1 & D_S & 0 & D_S(I-D_1) & -D_S D \\ 0 & 0 & 0 & C_U & 0 & D_U \\ C & 0 & 0 & 0 & I & -D \end{bmatrix} \quad (8)$$

显然, 求解过程中控制器的参数化表示式(3)并没有出现, 式(7)中对  $Q$  的限制也就不再起作用。事实上, 在  $H_\infty$ 标准问题求解过程中, 已经在内部限定了控制器的范围, 控制器能够稳定控制原系统就足以说明它是(3)式表示集合中的一个元素。因此, 将式(7)中关于  $Q$  的限制省去, 且求解过程也不需再解 Kalman 最优滤波器(或 LQR 最优调节器)问题。

值得指出的另一个事实是, Han 和 Hsia, 以及 Tay, 在求解他们的  $H_\infty$ 问题时, 采取的是用代数方法直接令目标函数  $J = 0$ , 从而求出  $Q$  和  $C(Q)$ 。他们并没有象本文一样, 给出一个一般的  $H_\infty$ 求解步骤。

此外, 由于目标函数中体现了对干扰  $d$  的抑制, 因此鲁棒性由  $H_\infty$ 算法得到了保证。

2 权矩阵  $W_S, W_U$  的选择

由式(7)可以看出,  $W_S$  表示回路恢复的程度, 而  $W_U$  反应了限制控制输出的大小, 合理的选取它们对系统的性能起至关重要的作用。

由于系统要求在低频段有大的开环增益(通常意味着积分环节), 这就要求目标回路中包含积分环节, 故设计目标回路之前需先对原系统增广, 之后再 用 LQR 方法设计出具有满意性能 的回路。

有了目标回路, 由性能要求知低频段应该使系统充分接近目标回路, 因此要求  $\|W_S\| \gg \|W_U\|, \omega \rightarrow 0$ 。而且, 为了使系统内有一个积分环节,  $W_S$  也必须包含一个积分环节。当频率  $\omega$  增加时, 系统抗噪声的要求逐渐增加, 这时就要求  $\|W_U\| \gg \|W_S\|, \omega \rightarrow \infty$ 。

此外, 由  $P(s)$  的表达式(8)可以看出,  $W_S$

$W_U$  应尽量简单, 否则设计出的控制器阶数(与  $P(s)$  的阶数相应)就会偏高。为了满足上述要求, 以单变量为例, 取

$$W_S = \frac{s+b}{as}, W_U = \frac{ds}{s+c} \quad (9)$$

式中:  $a, b, c, d > 0$  为常数。可以看出, 当  $s \rightarrow 0$  时,  $W_S \approx \frac{b}{as} \propto \frac{1}{s}, W_U \approx \frac{ds}{c} \propto s$ ; 当  $s \rightarrow +\infty$  时,  $W_S \approx \frac{1}{a}, W_U \approx d$ , 当  $ad \gg 1$  时, 即有:  $\|W_U\| \gg \|W_S\|$ 。故, 按上述结构, 合理选取  $a, b, c, d$  参数就可以找到满足要求的权矩阵。此外, 容易看出式(9)是能满足要求的函数中的比较简单的形式。

值得指出的是, 只在设计目标回路时对系统进行了增广, 而在求解控制器的过程中并没有再对系统增广, 因此控制器阶数降低了  $m$  阶。

3 设计实例

本部分用 2 个实例说明本文介绍的方法。

例 1 首先考察文献[8]中的实例。

如图 1 中的对象, 参数为

$$G(s) : \begin{cases} \dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} e \\ y = [2 \quad 1] x \end{cases}$$

式中:  $e$  代表对象输入。根据普通 LQG/LTR 方法及 Han 和 Hsia 的方法设计的控制器分别为: ①  $C_{lqg/ltr}$  和 ②  $C_{han}$ , 而用本文的方法, 取目标回路为 LQR 回路, 设计的控制器为: ③  $C_{inf\_lqr}$ 。

将它们分别与对象组成闭环系统, 每个控制系统都进行了无噪声和有白噪声 ( $\sigma_n^2 = 0.1$ ) 时的单位阶跃响应仿真, 系统输出响应如图 4(控制器 ①)、图 5(控制器 ②) 和图 6(控制器 ③) 所示。经计算, 上述 3 种控制系统的输出方差  $\sigma_n^2$  分别为: 0.0295, 0.0068, 0.0052。比较上述 3 图可见, 本文所设计的控制器 ③ 不仅对抑制噪声有明显的作 用, 而且改善了性能。

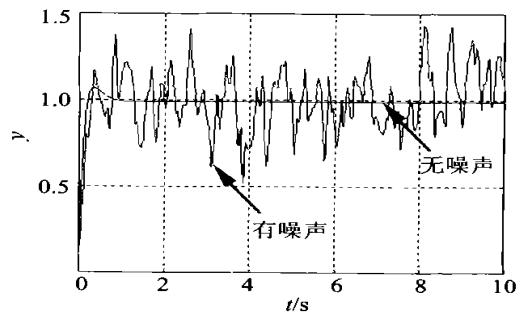


图 4 控制器①的阶跃响应

Fig. 4 Step responses of controller①

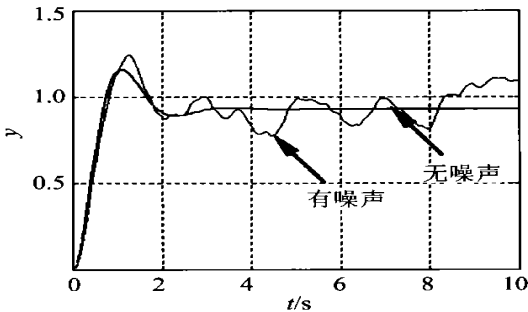


图 5 控制器②的阶跃响应

Fig. 5 Step responses of controller ②

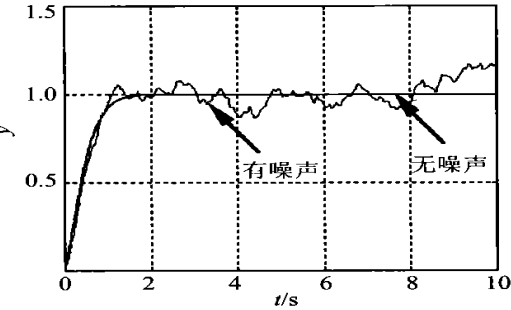


图 6 控制器③的阶跃响应

Fig. 6 Step responses of controller ③

例 2 用本文方法设计控制器控制某型航空发动机。

将上述发动机非线性模型在中间功率状态线性化, 可得到它的状态方程描述。将执行机构包含进系统, 则系统矩阵分别为

$$A = \begin{bmatrix} -4.6855 & 1.7323 & 1.1791 \\ -0.5565 & -2.7219 & 1.9258 \\ 0 & 0 & -10 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 10 \end{bmatrix}$$
$$C = [1 \ 0 \ 0], D = 0$$

用上一个例子中控制器③的设计方法可以设计出控制器  $C_{inf\_lqr}$  用它控制有噪声干扰的航空发动机非线性模型, 分别做阶跃响应和加速过程响应的仿真, 转速  $n_1$  和  $n_2$  及控制量主燃油流量  $W_{fb}$  的响应见图 7 和图 8。其中, 在加速响应中, 发动机中间状态控制计划为保持转速  $n_1$  在 8880r/min(100%); 在仿真中转速所受到的噪声的方差取为 641.3493(r/min)<sup>2</sup>, 这个数据是根据

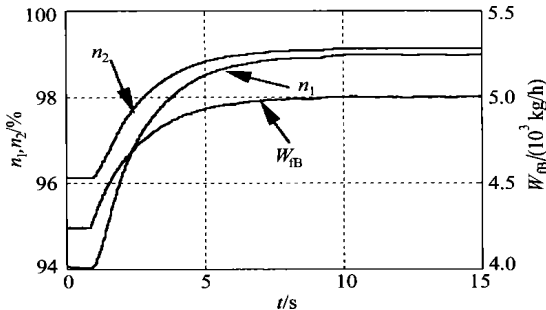


图 7 航空发动机转速阶跃响应

Fig. 7 Step response of aeroengine

做半物理模拟实验时测得的实际噪声模拟而得。

由仿真结果可见,  $C_{inf\_lqr}$  对噪声的抑制很有效。而且按线性模型所设计的控制器用于控制非线性的发动机模型仍具有良好的性能和稳定鲁棒性。

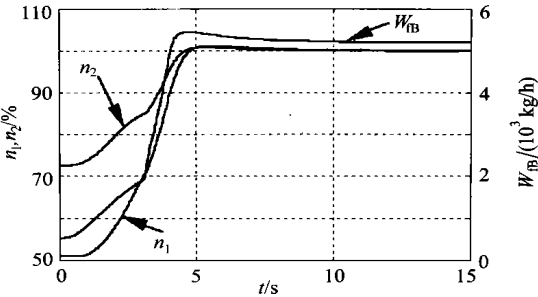


图 8 航空发动机加速曲线

Fig. 8 Accelerating line of aeroengine

参 考 文 献

[1] Doyle J C, Stein G. Robustness with observers [ J ]. IEEE Trans Automat Contr, 1979, 24( 8 ): 607—611.

[2] Kazerooni H, Houpt P K. On loop transfer recovery [ J ]. Int J of Control, 1986, 43( 3 ): 981—996.

[3] Sogaard-Andersen P. Comments on ‘On Loop Transfer Recovery’ [ J ]. Int J of Control, 1987, 45( 1 ): 369—374.

[4] Saberi A, Sannuti P. Observer design for loop transfer recovery and for uncertain dynamical systems [ J ]. IEEE Trans Automat Contr, 1990, 35( 8 ): 878—897.

[5] Rosenbrock H H, McMorran P D. Good, bad, or optimal [ J ]. IEEE Trans Automat Contr, 1971, AC16( 6 ): 552—554.

[6] Chen B M, Saberi A, Sannuti P. A new stable compensator design for exact and approximate loop transfer recovery [ J ]. Automatica, 1991, 27( 2 ): 257—280.

[7] Foo Y K, Postlethwaite I. An  $H_\infty$ -minimax approach to the design of robust control systems [ J ]. Systems Control Lett, 1984, 5( 2 ): 81—88.

[8] Han K C, Hsia T C. On reducing compensator bandwidth of LQG/LTR control: An  $H_\infty$  optimization approach [ A ]. ACC [ C ]. 1990. 924—929.

作者简介:



杨 刚(1976—) 男,湖南辰溪人,南京航空航天大学在读博士,研究领域为航空发动机建模与控制,多变量鲁棒控制。E-mail: yg\_203@yahoo.com



孙健国(1939—) 男,浙江海宁人,南京航空航天大学能源与动力学院教授,博士生导师,1982~1984 年在美国哥伦比亚大学研修。研究领域为航空发动机建模、控制及故障诊断,多变量鲁棒控制,飞行/推进系统综合控制。E-mail: jgspe@nuaa.edu.cn

(责任编辑: 刘振国)