

涡扇发动机 H_∞ 控制器设计

姜震 王曦

(北京航空航天大学 北京 100191)

(联系电话 13161528938 E-mail jiangzhenbuaa@163.com)

摘要: 针对双转子喷口可调涡扇发动机设计了一种 H_∞ 控制器。考虑对象 Δ 摄动模型, 运用 H_∞ 混合灵敏度控制理论和频率域回路整形方法, 在发动机的稳态工作点设计了控制器, 并在 simulink 环境下进行了仿真验证。结果表明了控制器的伺服跟踪能力和鲁棒性。

关键字: 涡扇发动机, H_∞ 控制器, 混合灵敏度, 乘性不确定性

1 引言

涡扇发动机有着推力大、推进效率高、燃油消耗率低等优点, 在民用和军用领域均得到了广泛的应用。其本质为一个复杂的气动热力机械, 在飞行包线内, 随着工作环境和工作状态的变化, 气动热力过程将发生很大的变化。必须在控制器的控制作用下, 航空发动机才能稳定可靠地运行, 并且充分发挥其性能效益^[1]。

控制器设计的方法有时域和频域设计方法。使用较早的 PID 控制属于频域设计方法, 该方法发展成熟、容易使用和稳定性良好, 因此早已被广泛使用于发动机控制中, 但由于发动机系统包含多种非线性成分, 线性的纯 PID 控制通常难以满足控制要求。 H_∞ 控制器作为一种鲁棒性设计方法, 能弥补现代控制理论对数学模型的过分依赖, 在设计过程中考虑了对象模型的不确定性, 兼顾了系统的瞬态性能、抗干扰能力及鲁棒性。另外, H_∞ 控制器是在频域中通过选择加权阵进行系统设计的, 物理含义明确, 并且与工程技术人员熟悉的经典频域设计方法相似, 因而愈来愈受到广大设计人员的重视和青睐^[2]。

针对某双转子喷口可调涡扇发动机, 本文提出了一种 H_∞ 控制器的设计方法。考虑结构参数摄动, 建立了该发动机在稳态工作点的乘性不确定性模型, 并采用混合灵敏度的理论设计了 H_∞ 控制器。所设计的控制器在稳态工作点进行了验证。

2 被控对象描述

2 被控对象描述

某双转子喷口可调涡扇发动机, 定义状态空间模型的状态向量为 $x = \begin{bmatrix} \Delta N_H \\ \Delta N_L \end{bmatrix}$, 控制向量为 $u = \begin{bmatrix} \Delta W_F \\ \Delta A_8 \end{bmatrix}$, 输出向量为 $y = \begin{bmatrix} \Delta N_H \\ \Delta T_{T6} \end{bmatrix}$, 则根据稳态工作点小偏差原理对非线性微分方程进行线性化可得线性模型

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \Delta \dot{N}_H \\ \Delta \dot{N}_L \end{bmatrix} &= A \begin{bmatrix} \Delta N_H \\ \Delta N_L \end{bmatrix} + B \begin{bmatrix} \Delta W_F \\ \Delta A_8 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \Delta N_H \\ \Delta T_{T6} \end{bmatrix} &= C \begin{bmatrix} \Delta N_H \\ \Delta N_L \end{bmatrix} + D \begin{bmatrix} \Delta W_F \\ \Delta A_8 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad \backslash * \text{MERGEFORMAT (1)}$$

其中, W_F 为高压转子转速, N_H 为低压转子转速, T_{T6} 为低压涡轮出口总温, W_F 为主燃油流量, A_8 为尾喷口面积。

其稳态工作点参数如表 1 所示。按表 1 中稳态点计算出的线性模型，将其定义为标称模型 G_{nom} ，其中

$$A = \begin{bmatrix} -3.66 & -6.163 \\ -3.26 & -6.058 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 4418.49 & 237.5 \\ 3976.41 & 1459.4 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -0.22 & -0.92 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 580.6 & 541.5 \end{bmatrix}$$

则

$$G = \begin{bmatrix} \frac{4418s + 2261}{s^2 + 9.718s + 2.081} & \frac{237.5s - 7556}{s^2 + 9.718s + 2.081} \\ \frac{580.6s^2 + 1012s + 573.4}{s^2 + 9.718s + 2.081} & \frac{541.5s^2 + 3867s - 1413}{s^2 + 9.718s + 2.081} \end{bmatrix} \quad \backslash * \text{ MERGEFORMAT (2)}$$

表 1 线性模型稳态点参数

参数	含义	单位	稳态点
PLA	油门杆角度	°	65
W_F	主燃油流量	kg/s	2.48
A_8	尾喷口喉道面积	m ²	0.26
N_H	高压转子转速	r/min	13495
N_L	低压转子转速	r/min	10560
T_{T6}	低压涡轮出口总温	K	1191

为便于计算，对线性模型进行归一化处理。记

$$N_x = \begin{bmatrix} \frac{1}{N_{H\max}} \\ \frac{1}{N_{L\max}} \end{bmatrix}, \quad N_u = \begin{bmatrix} \frac{1}{W_{F\max}} \\ \frac{1}{A_{8\max}} \end{bmatrix}, \quad N_y = \begin{bmatrix} \frac{1}{N_{H\max}} \\ \frac{1}{T_{T6\max}} \end{bmatrix}$$

则

$$\dot{\bar{x}} = \bar{A}\bar{x} + \bar{B}\bar{u}$$

$$\bar{y} = \bar{C}\bar{x} + \bar{D}\bar{u} \quad \backslash * \text{ MERGEFORMAT (3)}$$

其中， $\bar{A} = N_x A N_x^{-1}$ ， $\bar{B} = N_x B N_u^{-1}$ ， $\bar{C} = N_y C N_x^{-1}$ ， $\bar{D} = N_y D N_u^{-1}$ 。则传递函数为 $\bar{G} = \bar{C}(sI - \bar{A})^{-1}\bar{B} + \bar{D}$ 。

考虑伺服跟踪性能及消除稳态误差，以及 H_∞ 伺服系统设计思想^[3]，在控制输入通道加入积分环节，如图 1 所示。积分环节与被控对象构成增广被控对象 $G' = \bar{G}/s$ ，其输入输出传递函数为 $\bar{y} = G'\bar{u}$ ，此时所设计的满足要求的控制器为 k 。则对于归一化后的被控对象 \bar{G} ，其控制器为 $K = k/s$ 。

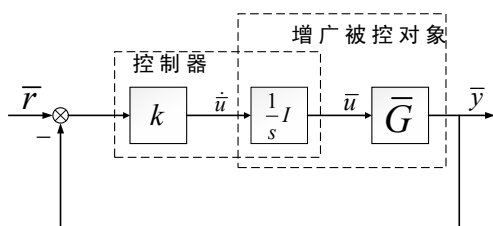


图 1 积分环节变换

航空发动机是一个非常复杂的高度非线性系统，其不同平衡工作点的线性化模型结构虽然相同，但各参数一般存在很大差异。对于稳态控制器的设计点，将其它工作点的参数差异视为围绕设计点模型的参数摄动，可获得设计点的乘性不确定性模型^[4]，如图 2 所示。

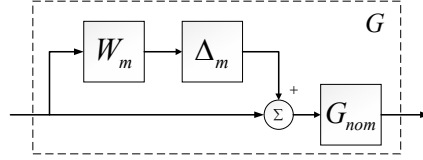


图 2 乘性不确定性模型

乘性不确定性模型可描述为

$$G = [I + W_m(s)\Delta_m(s)]G_{nom}, |\Delta_m(s)| \leq 1 \quad \backslash * \text{MERGEFORMAT (4)}$$

其中， G_{nom} 为名义模型传递函数， $W_m(s)\Delta_m(s)$ 表示模型不确定性的乘性摄动， $W_m(s)$ 是乘性摄动的最大值。

将各工作点与设计点传递函数的相对误差 $\frac{|G(j\omega) - G_n(j\omega)|}{|G_n(j\omega)|}$ 作为偏差，记频率响应偏差的上界为 $|W_m(j\omega)|$ ， $\frac{|G(j\omega) - G_n(j\omega)|}{|G_n(j\omega)|} \leq |W_m(j\omega)|$ 。可得由 W_F 到 N_H 和 A_8 到 T_{T6} 的传递函数与标称模型间的相对误差的频率响应分别如图 3、图 4 所示。

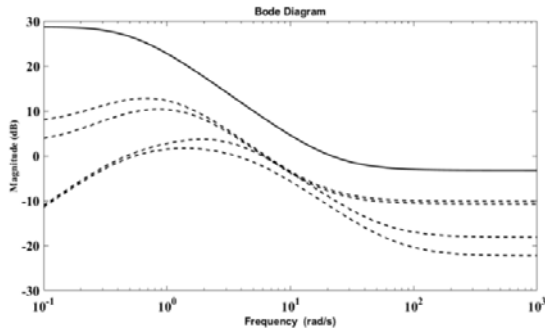


图 3 W_F 到 N_H 的传递函数与标称模型间的相对误差的频率响应

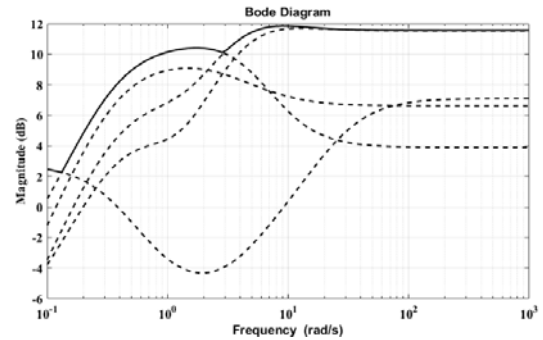


图 4 A_8 到 T_{T6} 的传递函数与标称模型间的相对误差的频率响应

3 H^∞ 控制器设计

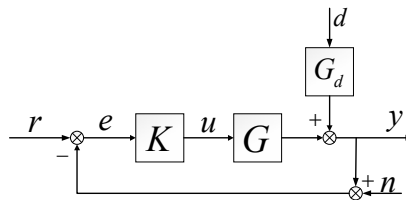


图 5 闭环系统结构图

考虑如图 5 所示闭环系统结构， G 为被控对象， G_d 为外界干扰对系统输出的传递函数， K 为 H^∞ 控制器， r 为参考指令输入信号， d 为系统干扰信号， n 为传感器噪声信号，被控对象的模型可表示为

$$y = Gu + G_d d \quad \backslash * \text{MERGEFORMAT (5)}$$

又 $u = Ke = K(r - n - y)$ ，代入可得系统闭环响应为

$$y = \underbrace{(I + GK)^{-1} GK}_{\hat{r}} r + \underbrace{(I + GK)^{-1} G_d}_{\hat{s}} d - \underbrace{(I + GK)^{-1} GK}_{\hat{r}} n \quad \backslash * \text{MERGEFORMAT (6)}$$

定义系统回路传递函数为 $L = GK$ ，闭环系统灵敏度函数 $S = (I + GK)^{-1} = (I + L)^{-1}$ ，补灵敏度函数 $T = I - S = (I + GK)^{-1} GK = (I + L)^{-1} L$ 。

由经典控制理论可知，闭环系统的性能可通过对回路传递函数的频率域整形设计方法获得^[5]，设计要点如下：

1. 为使系统保持严格真，高频下 $L \approx 0$ ；
2. 为抑制外界干扰， S 应该足够小；
3. 为抑制测量噪声， T 应该足够小；
4. 为获得良好的指令跟踪能力，应该满足 $T \approx 1$ 。

上述要求在同一个频率下是矛盾的，但考虑到不同输入信号具有不同的工作频率范围，因此可采用分频率段进行设计的方法，以满足上述性能设计要求。由灵敏度函数和补灵敏度函数的定义可知

$$|L(j\omega)| \gg 1 \Rightarrow S \approx L^{-1}; T \approx 1 \quad \backslash * \text{MERGEFORMAT (7)}$$

$$|L(j\omega)| \ll 1 \Rightarrow S \approx 1; T \approx L \quad \backslash * \text{MERGEFORMAT (8)}$$

因此，上述回路传递函数 L 的频率域整形设计方法可通过分频方法转化为对闭环灵敏度函数和补灵敏度函数的频率域整形设计，即在低频范围内保证

$$S \approx L^{-1}; T \approx 1 \quad \backslash * \text{MERGEFORMAT (9)}$$

在高频范围内保证

$$S \approx 1; T \approx L \quad \backslash * \text{MERGEFORMAT (10)}$$

这种转化后的闭环灵敏度函数和补灵敏度函数的频率域整形设计方法恰好反映了闭环控制系统对三种不同的输入信号即参考指令输入信号 r 、系统干扰信号 d 、传感器噪声信号 n 的工作特点的折衷设计要求，对于低频信号 r 具有伺服跟踪性能，对于低频信号 d 具有抑制性能，而对于高频信号 n 具有抑制性能。

利用频率域回路整形方法^[6]，选取 W_1 (灵敏度加权函数) 为

$$W_1(s) = \alpha \frac{s + \omega_n}{s + \varepsilon} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \backslash * \text{MERGEFORMAT (11)}$$

$$W_3 \text{ (补灵敏度加权函数) 为 } W_3(s) = \beta \frac{s + \omega_n}{\varepsilon s + \omega_n} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \backslash * \text{MERGEFORMAT (12)}$$

其中，选择 $\omega_n = 3.5$ ， $\alpha = 0.95$ ， $\beta = 0.95$ ， $\varepsilon = 0.0001$ 。

在 H_∞ 干扰抑制目标下，设计动态输出反馈控制器 $K(s)$ ，使得干扰信号 w 到性能评估矢量信号 z 的闭环传递函数 T_{zw} 满足

$$\|T_{zw}\|_\infty < \gamma \quad \backslash * \text{MERGEFORMAT (13)}$$

同时被控对象的输出 y 能够跟踪给定参考指令信号 r 。

因此，设计涡扇发动机 H_∞ 动态输出反馈控制结构如图 6 所示，标准 H_∞ 结构增广对象模型如图 7 所示。

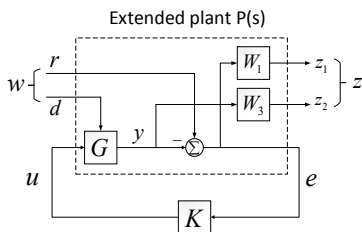


图 6 H_∞ 动态输出反馈控制结构

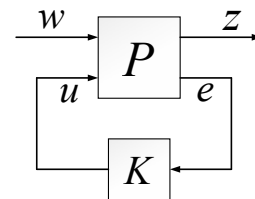


图 7 标准 H_∞ 结构增广对象模型

其中, G 为含有积分环节的归一化模型 $\begin{cases} \dot{x} = Ax + B_1d + B_2u \\ y = Cx + D_1d + D_2u \end{cases}$

灵敏度加权函数 $W1 \begin{cases} \dot{x}_{w1} = A_{w1}x_{w1} + B_{w1}e \\ z_1 = C_{w1}x_{w1} + D_{w1}e \end{cases}$

补灵敏度加权函数 $W3 \begin{cases} \dot{x}_{w3} = A_{w3}x_{w3} + B_{w3}y \\ z_2 = C_{w3}x_{w3} + D_{w3}y \end{cases}$

定义被控对象广义状态矢量为 $\mathbf{x}_p = [\mathbf{x}, \mathbf{x}_{w1}, \mathbf{x}_{w3}]^T$, 干扰矢量 $w = [d, r]^T$, 性能评估输出矢量 $z = [z_1, z_2]^T$, 则增广对象 P 的状态空间模型可描述为

$$\begin{cases} \dot{x}_p = A_p x_p + B_1 w + B_2 u \\ z = C_1 x_p + D_{11} w + D_{12} u \\ e = C_2 x_p + D_{21} w + D_{22} u \end{cases} \quad \backslash * \text{MERGEFORMAT (14)}$$

$$\text{其中, } A_p = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ -B_{w1}C & A_{w1} & 0 \\ B_{w3}C & 0 & A_{w3} \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} B_1 & 0 \\ -B_{w1}D_1 & B_{w1} \\ B_{w3}D_1 & 0 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} B_2 \\ -B_{w1}D_2 \\ B_{w3}D_2 \end{bmatrix},$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} -D_{w1}C & C_{w1} & 0 \\ D_{w3}C & 0 & C_{w3} \end{bmatrix}, D_{11} = \begin{bmatrix} -D_{w1}D_1 & D_{w1} \\ D_{w3}D_1 & 0 \end{bmatrix}, D_{12} = \begin{bmatrix} -D_{w1}D_2 \\ D_{w3}D_2 \end{bmatrix},$$

$$C_2 = [-C \ 0 \ 0], D_{21} = [-D_1 \ 1], D_{22} = [-D_2]。$$

可求 H_∞ 控制器的传递函数 K 的状态空间实现为

$$\begin{aligned} A_k &= \begin{bmatrix} -9.387e7 & -1.836e8 & 2.819e8 & 2.739e8 & 1.034e7 & 5.329e7 & -3.001e8 & 4330 \\ 2229 & 4355 & 48.84 & -6518 & -249.7 & -1265 & 7128 & 0.9904 \\ 3.39e6 & 6.623e6 & 5.417e4 & -9.907e6 & -3.791e5 & -1.923e6 & 1.084e7 & 546.3 \\ 8.408e6 & 1.642e7 & 2.212e5 & -2.459e7 & -9.473e5 & -4.769e6 & 2.688e7 & 1355 \\ 1.714e7 & 3.347e7 & 4.507e5 & -5.012e7 & -1.931e6 & -9.72e6 & 5.479e7 & 2762 \\ -1.885e6 & -3.681e6 & -4.958e4 & 5.513e6 & 2.124e5 & 1.069e6 & -6.027e6 & -304.3 \\ 7.901e6 & 1.543e7 & 2.078e5 & -2.311e7 & -8.902e5 & -4.481e6 & 2.526e7 & 1276 \\ 2.026e7 & 3.958e7 & 5.33e5 & -5.927e7 & -2.283e6 & -1.149e7 & 6.479e7 & 3266 \end{bmatrix} \\ B_k &= \begin{bmatrix} -3.506e-5 & -7.47e-5 & -0.1337 & -0.3484 & -0.5801 & 3.795 & 0.3359 & 0.8796 \\ -8.39e-5 & -1.74e-4 & -0.3046 & -0.7481 & -1.581 & -1.454 & -0.9951 & 1.952 \end{bmatrix}^T \\ C_k &= \begin{bmatrix} 2.368e7 & 4.629e7 & 1.079e4 & -6.91e7 & -2.616e6 & -1.344e7 & 7.57e7 & -509.3 \\ 5.075e6 & 9.953e6 & -3.938e5 & -1.472e7 & -5.272e5 & -2.888e6 & 1.623e7 & -2928 \end{bmatrix} \\ D_k &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

由于所设计的控制器 (记为 \bar{K}) 针对增广被控对象, 故需要通过变化转换为针对真实对象的控制器 K , 动态输出反馈控制结构如图 8 所示。

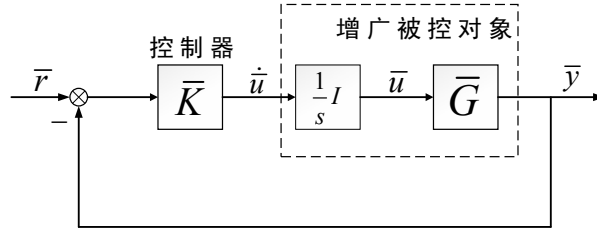


图 8 动态输出反馈控制结构

由于原输出 $y = N_y^{-1}\bar{y}$ ，原指令输入 $r = N_y^{-1}\bar{r}$ ，原控制信号 $u = N_u^{-1}\bar{u}$ ，原被控对象 $G = N_u\bar{G}N_y^{-1}$ ，可得对于原被控对象 G ，所设计的控制器为 $K = N_y\bar{K}\frac{I}{s}N_u^{-1}$ ，如图 9 所示。

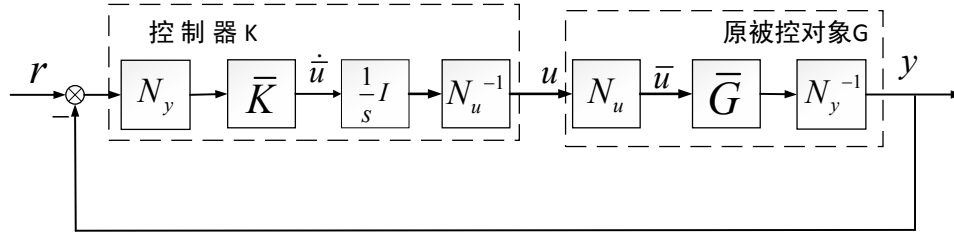


图 9 尺度变换结构框图

4 仿真验证

本文仿真验证分为三个部分。首先，采用单位阶跃信号分析控制器的控制效果。

将针对增广对象模型 P 设计出的 H_∞ 控制器 K 与含有积分环节的归一化涡扇发动机模型构成闭环系统，然后用单位阶跃信号作为闭环系统的输入信号，其控制效果如图 10 所示。

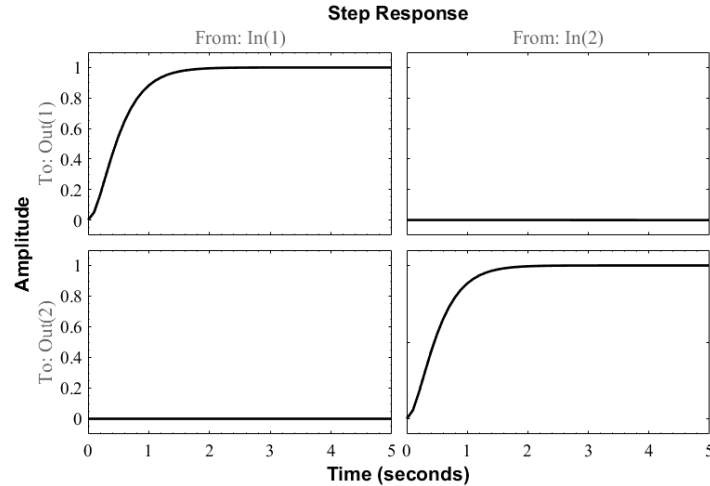


图 10 闭环系统单位阶跃响应

可以看出， A_8 对 N_H 传递函数的阶跃响应为 0， W_F 对 T_{T6} 传递函数的阶跃响应为 0，实现了对 N_H 、 T_{T6} 的解耦控制。其中， W_F 对 N_H 传递函数的阶跃响应调节时间和最大超调量分别是 2s、0； A_8 对 T_{T6} 传递函数的阶跃响应调节时间和最大超调量分别是 2s、0。

N_H 回路的灵敏度函数和补灵敏度函数的幅频特性图如图 11 所示，由图可知，在低频段灵敏度函数的幅值远小于 0，系统具有抗干扰性能和伺服跟踪性能，在高频段补灵敏度函数每十倍频程幅值衰减 -40dB，具有高频噪声抑制能力。 T_{T6} 回路灵敏度函数和补灵敏度函数的幅频特性图如图 12 所示，其频

域响应特性与 N_H 回路类似，因此， T_{T6} 回路同样具有抗干扰性能和伺服跟踪性能以及高频噪声抑制能力。

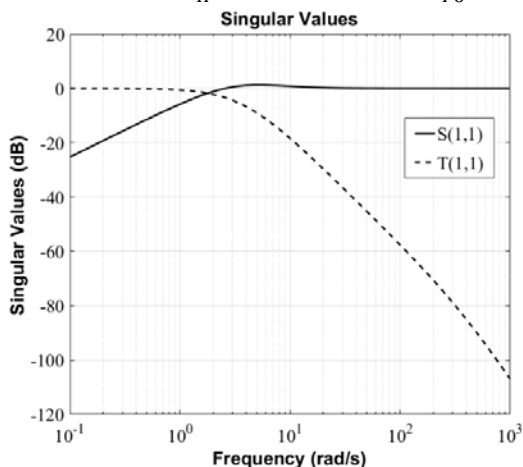


图 11 N_H 回路灵敏度与补灵敏度函数幅频特性

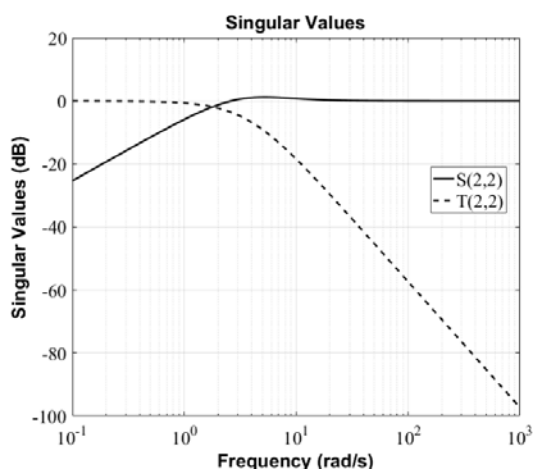


图 12 T_{T6} 回路灵敏度与补灵敏度函数幅频特性

其次，针对乘性不确定性模型，验证 H_∞ 控制器的鲁棒性。

将针对增广对象模型 P 设计出的 H_∞ 控制器 K 与含有积分环节的归一化涡扇发动机乘性不确定性模型构成闭环系统，然后用单位阶跃信号作为闭环系统的输入信号，其控制效果如图 13 所示。可以看出，对于参数摄动模型，控制器同样有着良好的控制效果，验证了控制器的鲁棒性能。

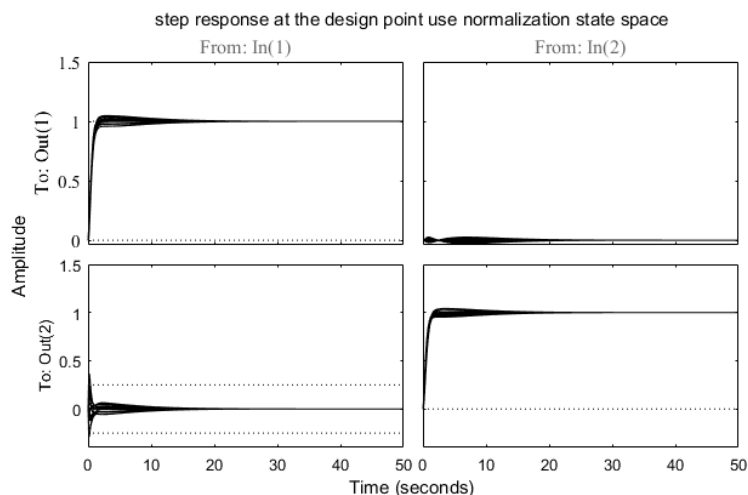


图 13 摄动模型闭环系统单位阶跃响应

最后，针对真实的发动机稳态工作点模型，验证尺度变换后控制器的控制效果，如图 14 所示。

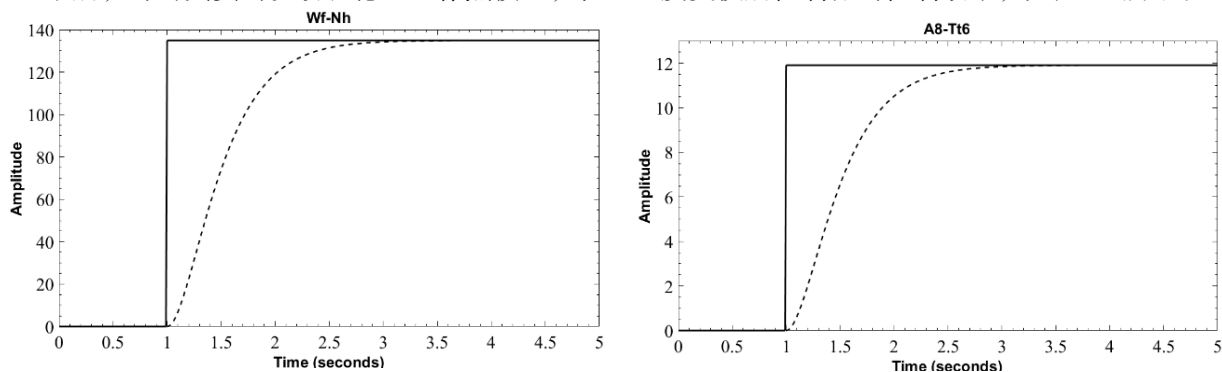


图 14 W_F 到 N_H 回路和 A_8 到 T_{T6} 回路阶跃响应

可以看出, 控制器对 W_F 阶跃信号的响应调节时间和最大超调量分别是 2s、0; 控制器对 A_8 阶跃信号的响应调节时间和最大超调量分别是 2s、0。

5 结论

本文针对双转子喷口可调涡扇发动机 H_∞ 控制器的设计开展了研究。考虑参数摄动下发动机的稳态工作点模型, 采用混合灵敏度方法设计出 H_∞ 控制器, 在 simulink 环境下进行了仿真验证, W_F 对 N_H 和 A_8 对 T_{T6} 回路的阶跃响应调节时间和最大超调量分别是 2s、0, 验证了控制器的伺服跟踪能力和鲁棒性。

参考文献

- [1] 樊思齐. 航空发动机控制[M]. 西北工业大学出版社, 2008.
- [2] 赵慧, 姜洪洲, 韩俊伟, 等. H_∞ 混合灵敏度控制在液压伺服系统中的应用[J]. 中国机械工程, 2002, 13(3): 195-197.
- [3] 申铁龙. H_∞ 控制理论及应用[M]. 清华大学出版社, 1996.
- [4] Da-Wei Gu D C, Petkov P H, Konstantinov M M. Robust Control Design with MATLAB®[M]. Springer, 2005.
- [5] Doyle J C, Francis B A, Tannenbaum A R. Feedback control theory[M]. Courier Dover Publications, 2013.
- [6] 王曦, 曾庆福. 频域不确定性系统加权混合灵敏度函数频域整形[J]. 航空学报, 1999, 20(4): 358-361.