

涡轴发动机变增益模型预测控制器鲁棒性问题的研究

谷楠楠 王曦

(北京航空航天大学 北京 100191)

(联系电话 15650374765 E-mail gunan123@126.com)

摘要: 本文基于某类型涡轴发动机,采用两种不同的模型增广方式,设计了模型预测控制器。并模拟噪声存在时的情况,分析了模型预测控制器的鲁棒性问题。其中,模型预测控制器的实现是基于变增益的手段。最后通过仿真验证本文方法的有效性,仿真分两部分进行:首先把基于两种不同模型增广方式设计的控制器进行了对比,分析了两种不同的控制器设计方法对系统动态和稳态性能的影响,并验证了模型预测控制器设计方法的正确性;其次,通过对系统加入噪声,分析了模型预测控制器的鲁棒性问题。

关键词: 涡轴发动机, 模型预测控制器, 变增益, 鲁棒性分析

符号表

符号	名称	单位
W_f	燃油流量	Kg/s
N_g	燃气涡轮转速	rpm
N_p	自由涡轮转速	rpm
$XCPC$	直升机总距杆位置百分比	%
n_u	预测控制时域	-
n_y	预测输出时域	-
k	离散采样时间	sec
H	飞行高度	km
Ma	飞行马赫数	-

1 引言

直升机作为 20 世纪航空技术极具特色的创造之一,极大的拓展了飞行器的应用范围。它是典型的军民两用产品,可以广泛的应用在运输、巡逻、旅游、救护以及军事等多个领域(海上油气田开采、高原山区运输、救灾抢险、森林防火)。且,直升机数目的多寡和性能的高低也是衡量一个国家战斗力强弱的重要标志^{[1]-[2]}。而涡轴发动机自从 20 世纪 50 年代以来,凭借其重量轻,体积小,功重比以及功率体积比大,振动小,易于起动,便于维修,容易操作等优点,迅速替代活塞式发动机,成为直升机的主要动力装置^{[3]-[5]}。因此,鉴于直升机功能和用途的不断发展壮大,对航空涡轴发动机控制技术的研究有着迫切的需求。

由于现代直升机的任务越来越复杂,因此对于涡轴发动机的控制系统,现代直升机对其提出了更苛刻的要求^[1]。与此同时,由于涡轴发动机自身与众不同的特点(如:直升机的旋翼—减速器—发动机之间动力耦合非常强、涡轴发动机本身的特殊结构以及直升机旋翼系统引起的涡轴发动机进口气体流场畸变等^[3]),使得涡轴发动机控制系统的设计变得相当复杂。因此,涡轴发动机的控制系统不得不突破传统控制器的局限去满足现代直升机越来越广泛的飞行任务。进而,人们开始尝试先进的控制算法在燃气涡轮领域的应用。

目前国内外正在使用的航空发动机通常仍然采用传统的 PID 控制。在文献^{[6]-[8]}航空发动机控制系统

的综合设计中，主控回路的控制器设计均是采用经典的 PI 控制器。但是由于航空发动机是一个复杂的被控对象，具有工作范围广、特性变化大等特点，而传统的 PID 控制仅仅能够实现某一个点及其小范围内的控制^{[9]-[11]}，因此一个经典的 PID 控制器只能完成发动机的稳态控制过程，要实现对全飞行包线内的控制，还需要结合加减速过渡态控制和限制保护控制的设计过程，因此增加了发动机综合控制系统设计的复杂度，并带来了逻辑结构切换时的震荡问题。

模型预测控制由于其所需要的模型只强调其预测功能，不苛求其结构形式，从而为系统建模带来了方便^[12]。甚至只需测定对象的阶跃或脉冲响应，便可直接得到预测模型，而不必进一步导出其传递函数或状态方程，这对工业应用无疑是有吸引力的。更重要的是，预测控制汲取了优化控制的思想，利用滚动的有限时段优化取代了一成不变的全局优化。这虽然在理想情况下不能导致全局最优，但由于实际上不可避免地存在着模型误差和环境干扰，这种建立在实际反馈信息基础上的反复优化，能不断顾及不确定性的影响并及时加以校正，反而要比只依靠模型的一次优化更能适应实际过程，有更强的鲁棒性。所以，模型预测控制是针对传统最优控制在工业过程中的不适用性而进行修正的一种新型优化控制算法。

预测控制器的鲁棒性是指预测控制器在系统模型存在不确定性以及外界干扰时，维持系统性能的能力。就如何提高模型预测控制器的鲁棒性这一问题，目前国内外给出了一些方法，例如：1、通过考虑有界附加扰动对系统动态特性的影响，利用扰动不变集的概念获得系统未来真实动态相对于标称模型的预测动态的变化范围，从而可推导出系统真实状态在任意有界扰动作用下的所有可能范围，进而可设计具有鲁棒性的预测控制器。这种方法被称为约束紧缩方法^{[13]-[15]}；2、基于鲁棒 H_∞ 控制的方法，即把鲁棒 H_∞ 控制与预测控制结合^{[16]-[17]}；3、其它提高系统鲁棒性的方法，如：基于滤波的方法，还有基于 Min-Max 优化的方法。然而这些方法的提出是基于理论层面上的研究，忽略了应用对象，缺乏工业应用的实用性。其实模型预测控制器本身就具有一定的鲁棒性，能够在一定程度上抵消系统中的不确定性或者扰动的影响。本文拟基于某型涡轴发动机，结合燃气轮机系统中的实际问题，对模型预测控制器本身的鲁棒性给出仿真分析。

本文针对传统 PI 控制器调参困难且保守性大的问题，提出了基于模型预测控制器的方法。该方法建立在变增益技术的基础上，并基于不同的模型增广方式，实现了对涡轴发动机控制系统的设计。使得直升机旋翼负载发生变化时，自由涡轮的转速能够维持在恒定值不变。最后通过仿真验证了本文方法的有效性，并进一步分析了模型预测控制器本身的鲁棒性问题。

2 研究对象与研究目标

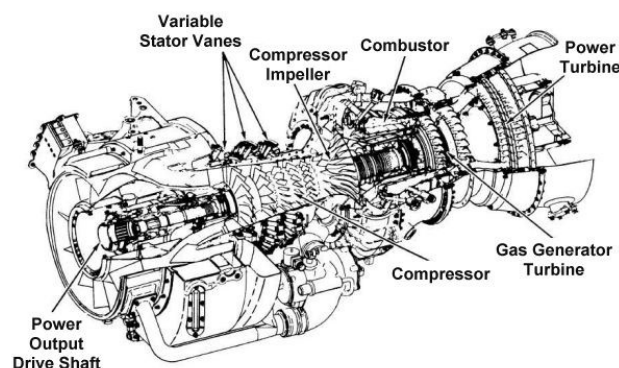


图 1 某型涡轴发动机结构图

2.1 系统描述

某型涡轴发动机(图 1 所示)，定义状态空间模型的状态向量为 $x_m(k) = \begin{bmatrix} N_g \\ N_p \end{bmatrix}$ ，控制输入为 $u(k) =$

$\begin{bmatrix} W_f \\ XCP C \end{bmatrix}$, 输出向量 $y(k) = x_m(k)$, 则根据稳态工作点小偏差原理对涡轴发动机非线性微分方程进行线性化可得线性模型:

$$x_m(k+1) = A_m x_m(k) + B_m u(k) \quad (1)$$

$$y(k) = C_m x_m(k) \quad (2)$$

2.2 系统增广模型

为了将积分控制作用的益处引入到模型预测控制中, 首先对上述模型进行增广。本文拟对两种不同的增广模型分别设计模型预测控制器。

2.2.1 第一种模型增广方式

$$\begin{aligned} x_m(k) &= A_m x_m(k-1) + B_m u(k-1) \\ x_m(k+1) - x_m(k) &= A_m (x_m(k) - x_m(k-1)) + B_m (u(k) - u(k-1)) \end{aligned}$$

令:

$$\begin{aligned} \Delta x_m(k+1) &= x_m(k+1) - x_m(k) \\ \Delta x_m(k) &= x_m(k) - x_m(k-1) \\ \Delta u(k) &= u(k) - u(k-1) \end{aligned}$$

则:

$$\begin{aligned} \Delta x_m(k+1) &= A_m \Delta x_m(k) + B_m \Delta u(k) \\ y(k+1) - y(k) &= C_m (x_m(k+1) - x_m(k)) = C_m \Delta x_m(k+1) \\ y(k+1) - y(k) &= C_m A_m \Delta x_m(k) + C_m B_m \Delta u(k) \end{aligned}$$

令 $x(k) = [\Delta x_m(k)^T \quad y(k)]^T$, 则增广后的系统模型为:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x(k+1) \\ \Delta x_m(k+1) \\ y(k+1) \end{bmatrix} &= \underbrace{\begin{bmatrix} A & 0 \\ A_m & o_m^T \\ C_m A_m & 1 \end{bmatrix}}_{x(k)} \begin{bmatrix} x(k) \\ \Delta x_m(k) \\ y(k) \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} B \\ B_m \\ C_m B_m \end{bmatrix}}_{\Delta u(k)} \Delta u(k) \end{aligned} \quad (3)$$

$$y(k) = \underbrace{\begin{bmatrix} C \\ o_m & 1 \end{bmatrix}}_{x(k)} \begin{bmatrix} \Delta x_m(k) \\ y(k) \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中, $o_m = [0 \quad 0 \quad \dots \quad 0]$ 。

2.2.2 第二种模型增广方式

令: $u(k) = u(k-1) + \Delta u(k)$, 则增广后的系统模型为:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x(k+1) \\ x_m(k+1) \\ u(k) \end{bmatrix} &= \underbrace{\begin{bmatrix} A & 0 \\ A_m & B_m \\ o & 1 \end{bmatrix}}_{x(k)} \begin{bmatrix} x(k) \\ x_m(k) \\ u(k-1) \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} B \\ B_m \\ 1 \end{bmatrix}}_{\Delta u(k)} \Delta u(k) \end{aligned} \quad (5)$$

$$y(k) = \underbrace{\begin{bmatrix} C \\ 1 & o_m \end{bmatrix}}_{x(k)} \begin{bmatrix} x_m(k) \\ u(k-1) \end{bmatrix} \quad (6)$$

注 1: 通过对原模型的增广, 控制系统的输出变为原来控制量的增量。最后, 通过对增量的积分的到原系统的输入。这种变换的主要目的是通过再反馈回路中引入积分器来无偏地实现设计点值。

2.3 研究目标

涡轴发动机控制系统的主要作用是: 在直升机各种飞行条件和发动机各种状态下, 控制系统能够通过调节燃油流量来保证系统稳定可靠地工作、保证发动机能够提供直升机旋翼所需要的功率、并保证功率涡轮转速恒定。而旋翼所需要的功率主要由总距杆的输入值决定, 因此本文控制系统的设计目标为: 基于模型预测控制算法, 保证当旋翼负载发生变化时自由涡轮转速恒定(N_p), 且尽可能降低 N_p 的超调量

或下垂量等。参考图 2。

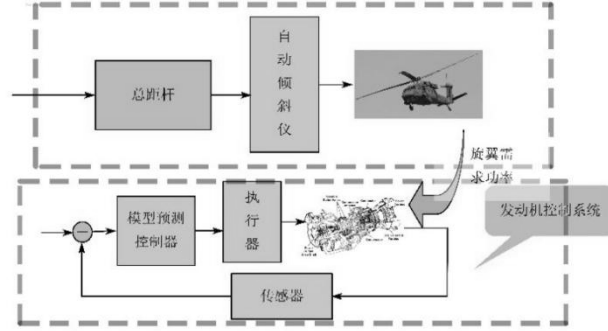


图 2 控制目标

由于涡轴发动机在工作时直接与直升机的传动系统（减速器等）以及旋翼系统相连，发动机的工作状态也与直升机传动系统和旋翼系统的工作状态相关。所以涡轴发动机控制器设计时，不仅要考虑控制燃气发生器的工作状态，保证其工作稳定，还要考虑控制与旋翼等负载系统相连的动力涡轮转子转速恒定。因此，为了实现上述控制目标，我们选择 N_g 和 N_p 的值作为跟踪信号，其中 N_p 为恒定值(设计点转速)。

3 模型预测控制器设计

模型预测控制器的设计过程主要包括以下几个步骤：1、建立预测方程；2、确定目标函数；3、最优优化求解。

1、建立预测方程

设预测时域为 n_y ，控制时域为 n_u ，且 $n_y \geq n_u$ 。针对增广后的系统方程(3)-(4)、(5)-(6)建立预测输出方程：

$$\begin{aligned}
 x(k+1|k) &= Ax(k) + B\Delta u(k) \\
 x(k+2|k) &= Ax(k+1|k) + B\Delta u(k+1) \\
 &= A^2x(k) + AB\Delta u(k) + B\Delta u(k+1) + B_d\varepsilon(k+1|k) \\
 &\vdots \\
 x(k+n_y|k) &= A^{n_y}x(k) + A^{n_y-1}B\Delta u(k) + A^{n_y-2}B\Delta u(k+1) + \cdots + A^{n_y-n_p}B\Delta u(k+n_p-1)
 \end{aligned}$$

进一步地，预测输出方程为：

$$\begin{aligned}
 y(k+1|k) &= Cx(k+1|k) = CAx(k) + CB\Delta u(k) \\
 y(k+2|k) &= Cx(k+2|k) \\
 &= CA^2x(k) + CAB\Delta u(k) + CB\Delta u(k+1) \\
 &\vdots \\
 y(k+n_y|k) &= Cx(k+n_y|k) = CA^{n_y}x(k) + CA^{n_y-1}B\Delta u(k) + CA^{n_y-2}B\Delta u(k+1) + \cdots \\
 &\quad + CA^{n_y-n_p}B\Delta u(k+n_p-1)
 \end{aligned}$$

把上述预测输出方程写成更为紧凑格式：

$$\begin{aligned}
 Y(k) &= P_Y x(k) + H_Y \Delta U \\
 P_Y &= [CA \quad CA^2 \quad \cdots \quad CA^{n_y}]^T \\
 H_Y &= \begin{bmatrix} CB & 0 & \cdots & 0 \\ CAB & CB & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ CA^{n_y-1}B & CA^{n_y-2}B & \cdots & CA^{n_y-n_u}B \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

2、选择目标函数：

$$J = \sum_{i=1}^{n_y} e(k+i)^T e(k+i) + \lambda \sum_{i=1}^{n_u-1} \Delta \hat{u}_s(k+i)^T \Delta \hat{u}_s(k+i)$$

其中, $\lambda > 0$, $e(k+i) = r(k) - \hat{y}_a(k+i)$, r 为由实际工程问题转化为控制问题时, 我们选择的跟踪信号。

3、求解控制器的值:

$$\Delta \hat{u}_s(k) = T_R R - T_X x(k)$$

其中, T_R 为 $(H_Y^T H_Y + \lambda I)^{-1} H_Y^T$ 的前 m 行, T_X 为 $(H_Y^T H_Y + \lambda I)^{-1} H_Y^T P_Y$, $R = [r(k) \ r(k+1) \ \dots \ r(k+n_y-1)]^T$ 。

注 2: 在不考虑限制的情况下, 上述优化问题是一个凸优化问题。通过使目标函数的梯度函数等于 0, 可以求得最后控制器的值。

注 3: 在指定预测控制时域、预测输出时域以及参数 λ 的情况下, 在每个采样时刻, 优化求解控制输入, 通过使得目标值 J 最小, 即, 使得跟踪输出量的预测值与期望相应的误差及控制量的变化值的和最小, 实现有限时域内的最佳跟踪。

4 仿真结果

为了用变增益的模型预测控制器实现对某型涡轴发动机的跟踪控制问题, 本文提取了 41 个稳态点, 并在每个稳态点附近线性化。且为了避免仿真过程中病态矩阵对仿真结果的影响, 对每个线性系统同时做了归一化处理。

1、模型的归一化处理。为了防止病态矩阵对仿真结果造成影响, 提取稳态点并进行线性化之前, 先对非线性系统的状态和输入进行无量纲化处理。选择

$$u_1(k) = \frac{W_f}{W_{f,des}}, \quad u_2(k) = \frac{XCPC}{100}, \quad x_1(k) = \frac{N_g}{N_{g,des}}, \quad x_2(k) = \frac{N_p}{N_{p,des}}$$

其中, $W_{f,des} = 0.1(kg/s)$, $N_{g,des} = 34000(rpm)$, $N_{p,des} = 20900(rpm)$ 。

2、提取稳态点以及稳态点附近的线性系统方程, 并计算单个点附近的模型预测控制器。本文一共选取了 41 个平衡点, 下面的平衡点数据是离散化后的结果。

平衡点 1(设计点):

$$u_{1,e1} = 0.9920, \quad u_{2,e1} = 1.0, \quad x_{1,e1} = 1.0151, \quad x_{2,e1} = 0.9998$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0.9670 & -0.0004 \\ 0.0009 & 0.9991 \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0.0049 & -0.0002 \\ 0.0002 & -0.0006 \end{bmatrix}, \quad C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

平衡点 2:

$$u_{1,e2} = 0.8375, \quad u_{2,e2} = 0.9, \quad x_{1,e2} = 0.9862, \quad x_{2,e2} = 0.9998$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0.9623 & -0.0006 \\ 0.0011 & 0.9993 \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0.0074 & 0.0001 \\ 0.0003 & -0.0006 \end{bmatrix}, \quad C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

平衡点 3:

$$u_{1,e3} = 0.7165, \quad u_{2,e3} = 0.8, \quad x_{1,e3} = 0.9605, \quad x_{2,e3} = 0.9998$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0.9670 & -0.0004 \\ 0.0009 & 0.9991 \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0.0049 & -0.0002 \\ 0.0002 & -0.0006 \end{bmatrix}, \quad C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

本文中仿真是在 $H=0$, $Ma=0$ 的标准大气飞行条件下进行, 总距杆输入为图 4 的阶跃变化, 仿真中模拟的噪声信号如图 3 所示。4.1 节-4.2 节为本文具体的仿真结果。

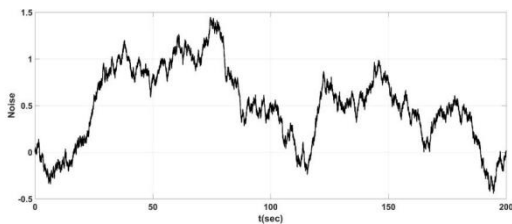


图 3 模拟噪声信号

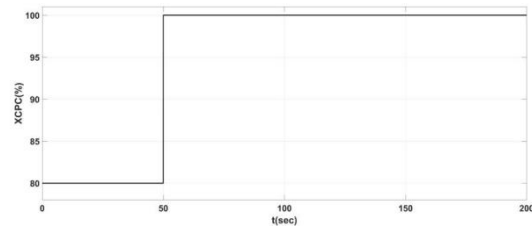


图 4 总距杆输入

4.1 模型预测控制器验证

本文的主要目的是设计基于变增益调度的模型预测控制器来实现 2.3 节的控制目标。本小节对基于不同模型增广方法设计的模型预测控制器进行了对比, 比较两种不同的控制器对系统动、稳态性能的影响, 同时进一步验证了本文所设计控制器的有效性。仿真主要分为如下两部分: 系统中加入噪声时的对比结果以及系统不含噪声时两种控制器的对比效果。

4.1.1 不考虑噪声时候的情况

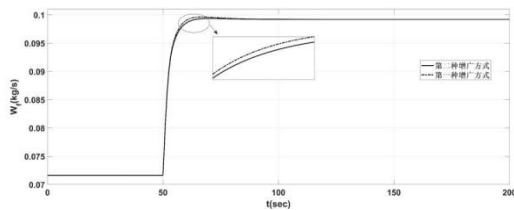


图 5 模型预测控制器的燃油输出(不考虑噪声的情况)

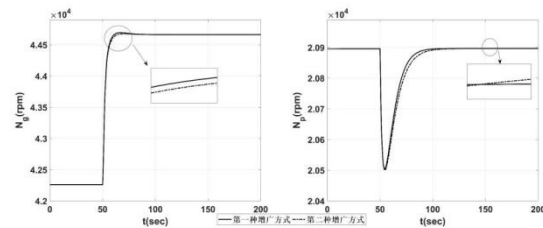


图 6 燃气发生器涡轮和自由涡轮的转速(不考虑噪声的情况)

4.1.2 考虑噪声时候的情况

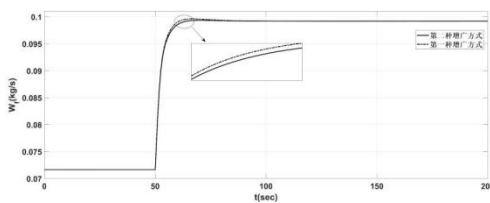


图 7 模型预测控制器的燃油输出(考虑噪声的情况)

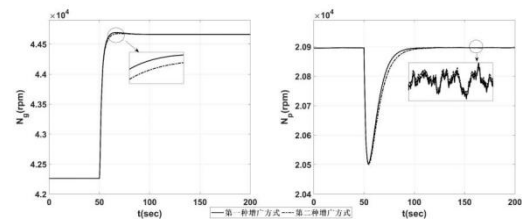


图 8 燃气发生器涡轮和自由涡轮的转速(考虑噪声的情况)

图 5-8 的仿真结果表明: 两种不同的模型增广方式, 对设计模型预测控制器而言, 有一定的影响, 但是影响不大。燃气涡轮和自由涡轮的转速的动态、稳态性能基本一致。

4.2 鲁棒性验证

4.2.1 针对第一种模型增广情况

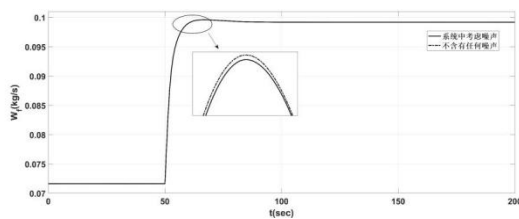


图 9 模型预测控制器的燃油输出

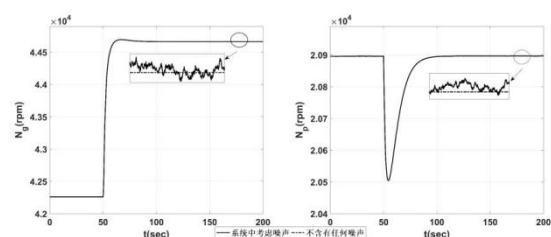


图 10 燃气发生器涡轮和自由涡轮的转速

4.2.2 针对第二种模型增广情况

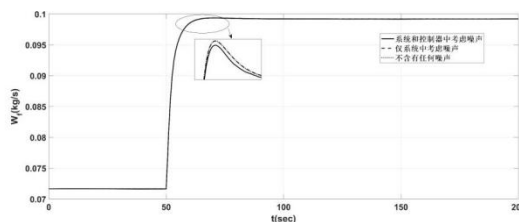


图 11 模型预测控制器的燃油输出

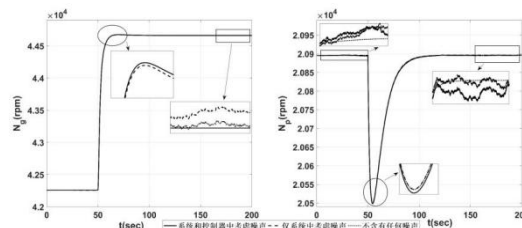


图 12 燃气发生器涡轮和自由涡轮的转速

由图 9-12 不难发现,无论是哪种模型增广方式,燃气涡轮和自由涡轮的转速动、静态部分几乎可以一致吻合。因此,当系统中存在噪声时,即使不借助于专门的鲁棒控制的手段,模型预测控制器本身也具有一定的鲁棒性。模型预测控制器的这种特性是与参考模型的先验功能分不开的。

注 4: 图 11-12 中的仿真不仅考虑了系统中存在噪声的情况,也在控制器设计时考虑从进去了噪声的影响,即图 11-12 的实线描述的情况。这种情况下,系统做增广变换时需要把噪声的影响同时考虑进去。

5 结论

本文针对某型涡轴发动机,首先获取其稳态点以及稳态点附近的线性系统;其次,针对传统 PI 控制器调参困难且保守性大的问题,根据模型预测控制的相关理论,基于不同的模型增广方式,实现了模型预测控制器对涡轴发动机的控制问题;最后通过把两种模型预测控制器进行对比,验证了本文方法的有效性,并进一步通过仿真分析了控制器本身的鲁棒性问题。但是,模型预测控制最大的优势应该体现在发动机限制管理方面,这将是我們下一步的工作重点。其次,由于模型预测控制存在计算量、稳定性有待理论上验证等问题,如何降低计算量,如何从理论上推导闭环系统的稳定性以及如何扩大闭环系统的稳定性区域也将成为我们将来的研究方向。

参考文献

- [1] Mark G.Ballin. A high fidelity real-time simulation of a small turboshaft engine[D]. 1988.
- [2] Raymond W. Prouty and H. C. Curtiss Jr. Helicopter Control Systems: A History[J]. Journal of guidance, control, and dynamics, 2003, 26(1):11-18.
- [3] Jeffrey Michael Spack. Linear parameter varying controller for a small turboshaft engine[D]. 2011.
- [4] Mehrdad Pakmehr, Nathan Fitzgerald, Eric Feron. Physics-Based Dynamic Modeling of a Turboshaft Engine Driving a Variable Pitch Propeller[J]. Journal of propulsion and power, 2016, 32(3):646-658.
- [5] S. Burguburu, P.M. Basset. Turboshaft Engine Predesign and Performance Assessment[c]. 48th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit, 2012:1-12.
- [6] Csank J, May R D, Litt J S, Guo T H. "Control Design for a Generic Commercial Aircraft Engine," AIAA-2010-6629, 2010 AIAA Joint Propulsion Conference, Nashville, TN, July, 2010
- [7] Ryan D M, Jeffrey C, Thomas M L, Jonathan S L, Ten H G. A high-fidelity simulation of a generic commercial aircraft engine and controller. National Aeronautics and Space Administration, 2010.
- [8] Khary I P, Ten H G. Development of a turbofan engine simulation in a graphical simulation environment. National Aeronautics and Space Administration, 2003.
- [9] 杨华. 基于神经网络的航空发动机 PID 控制 [D]. 西安: 西北工业大学。
- [10] 马静, 杨育武, 王铺根. 无人机涡喷发动机的神经网络自适应 PID 控制, 推进技术, 2003, 24(6). (MA Jing, YANG Yu-wu, WANG Pu-gen. Neural network PID adaptive control in pilotless aircraft turbojet engine, Journal of Propulsion Technology, 2003, 24(6).)
- [11] 刘毅男, 李述清, 张胜修, 周帅伟. 航空发动机闭环增益成形 PID 控制器设计研究, 电光与控制, 2011, 18(11).
- [12] 蔡欣. 预测控制系统的性能极限分析与最优性设计[D]. 上海交通大学, 2015.
- [13] Mayne D Q, Kerrigan E C, van Wyk E J, Falugi P. Tube-based robust nonlinear model predictive control[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2011, 21(11): 1341-1353.
- [14] Cannon M, Buerger J, Kouvaritakis B, Rakovic S. Robust tubes in nonlinear model predictive control [J]. IEEE Transactions on Automatic control, 2010, 56(8): 1942-1947.
- [15] Yu S Y, Maier C, Chen H, Allgower F. Tube MPC scheme based on robust control invariant set with application to Lipschitz nonlinear systems [J]. Systems & Control Letters, 2013, 62(2): 194-200.
- [16] Gyurkovics E. Receding horizon H_∞ control for nonlinear discrete-time systems [J]. IEEE Proceedings Control Theory and Applications, 2002, 149(6): 540-546.
- [17] Magni L, De Nicolao G, Scattolini R, Allgower F. Robust model predictive control for nonlinear discrete-time systems[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2003, 13(3-4): 229-246.