

航空发动机模型预测控制器设计

单睿斌 庞淑伟 李秋红

(南京航空航天大学 南京 210016)

(联系电话 18115120051 E-mail 2661467363@qq.com)

摘要: 针对航空发动机转速控制和约束管理的需求,设计了基于平衡流形展开模型和内点法的非线性模型预测控制器。使用平衡流形展开模型拟合发动机大范围发动机非线性特性,通过将平衡流形展开模型在采样时刻线性化作为预测模型。基于二次型最优性能指标,将最优控制律的求解转为二次规划问题的求解。使用内点法求解二次规划问题,并使用非精确求解策略减少计算量。最后,通过仿真,验证了所设计的控制器的性能。

关键词: 航空发动机, 模型预测控制, 平衡流形展开模型, 内点法

1 引言

航空发动机由于其结构复杂、工作范围大,表现出强的非线性,简单的线性控制器不能满足发动机大范围工作的性能需求。而且在发动机工作过程中,如涡扇发动机,受到包括转子转速 N_1 和 N_h 、低压涡轮出口温度 T_6 和高压压气机出口静压 P_{3s} 的限制。目前民用涡扇、涡轴、以及涡扇发动机部分工作状态,闭环控制量只有燃油流量 W_{fb} ,无法满足多变量输出限制。常用的约束管理方法有基于 Min/Max 选择的方法^[1,2]、基于滑模控制的方法^[3-6]和基于 \dot{N} 控制的加减速限制控制^[7]等。这些方法需要比较复杂的控制结构,需要设计多个控制器和复杂的切换逻辑。

模型预测控制(MPC)是一种基于预测模型的控制方法,可以显式地处理约束问题,拥有控制多输入多输出对象的能力。在航空发动机领域,国内外许多学者进行了广泛的研究。爱因霍芬科技大学的 Essen 和 Vromen 于 1997 年在一个实验室用的发动机燃气轮机装置上进行了三变量的非线性模型预测控制的可行性研究^[8];Brunell 等人在 NASA 和 GE 的项目中,使用模型预测控制和扩展卡尔曼滤波器(EKF)进行了自适应控制的研究^[9-11]。Richter 和 Litt 针对 MPC 求解量大的问题,提出多路模型预测控制的方法,通过每个采样时刻更新一个控制量的方法减小二次规划问题的维数^[12];Saluru 等人将单变量模型预测控制用于发动机容错控制中,研究了在发动机发生性能退化导致的模型失配的情况下,模型预测控制的容错能力^[13];DeCastro 等人利用基于变化率的 LPV 模型,将模型预测控制应用于发动机主动间隙控制上,取得了良好的效果^[14]。杜宪对比了单变量和多变量在发动约束管理中的应用,指出多变量的模型预测控制可以在不违背限制的情况下跟踪指令^[15]。在控制律的求解过程中,杜宪在 LPV 模型基础上,构建非线性规划(NLP)问题,通过序列二次规划(SQP)方法求解 NLP 问题,获得控制量。但 SQP 方法在迭代过程中,每次迭代过程需要求解一个二次规划(QP)问题,所需计算量大。

针对使用非线性模型和 SQP 方法计算量较大,实时性差的问题,本文在单变量模型预测控制问题种,使用平衡流形展开模型(EMPM)作为发动机预测模型,使用内点法(IPM)求解控制量。平衡流形模型可以在大范围内以较高的精度拟合发动机非线性动态特性,而且结构简单,计算量少,易于线性化。通过将预测模型线性化,使用二次型性能指标,可以将控制律的求解转为 QP 问题的求解,与直接使用非线性模型和 SQP 的方法相比,使用内点法求解控制量只需要一次 QP 问题的求解,计算量少,实时性好。通过使用非精确求解策略进一步减少了计算量。

2 航空发动机平衡流形展开模型

模型预测控制是一种基于模型的控制,常用的发动机模型有部件级模型(CLM)、小偏差线性模型、

LPV 模型和平衡流形展开模型等。部件级模型精度高，能准确反映发动机动态特性，但是部件级模型使用迭代求解，计算相对比较耗时；小偏差线性模型对发动机建模稳态点附近局部动态特性有较好的拟合效果，但在大范围效果较差；LPV 模型和平衡流形展开模型能在较大的范围内拟合发动机的动态特性，而且实时性好；由于平衡流形展开模型与任意平衡点处的小偏差模型是相同的^[16]，因此本文选用平衡流形展开模型作为预测模型。

发动机作为一个非线性系统，可以表示为

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \\ \mathbf{y} &= \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u})\end{aligned}\quad (1)$$

其中 $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ ， $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m$ ， $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^p$ ，分别为状态量、控制量和输出量。在某个发动机稳态工作点 $(\mathbf{x}_e, \mathbf{u}_e, \mathbf{y}_e)$ 处，发动机可以近似用一个线性模型表示：

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_e) + \mathbf{B}(\mathbf{u} - \mathbf{u}_e) \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_e) + \mathbf{D}(\mathbf{u} - \mathbf{u}_e)\end{aligned}\quad (2)$$

取若干个发动机稳态工作点，可以得到一系列发动机近似线性模型，表示为：

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}(\alpha)(\mathbf{x} - \mathbf{x}_e(\alpha)) + \mathbf{B}(\alpha)(\mathbf{u} - \mathbf{u}_e(\alpha)) \\ \mathbf{y} = \mathbf{C}(\alpha)(\mathbf{x} - \mathbf{x}_e(\alpha)) + \mathbf{D}(\alpha)(\mathbf{u} - \mathbf{u}_e(\alpha)) \end{cases}\quad (3)$$

建立调度变量和发动机稳态点之间的关系 $\alpha = h(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ ，联立可得发动机平衡流形展开模型

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}(\alpha)(\mathbf{x} - \mathbf{x}_e(\alpha)) + \mathbf{B}(\alpha)(\mathbf{u} - \mathbf{u}_e(\alpha)) \\ \mathbf{y} = \mathbf{C}(\alpha)(\mathbf{x} - \mathbf{x}_e(\alpha)) + \mathbf{D}(\alpha)(\mathbf{u} - \mathbf{u}_e(\alpha)) \\ \alpha = h(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \end{cases}\quad (4)$$

平衡流形展开模型的建立步骤如下所示：

- 1) 选择调度参数 α
- 2) 选取若干个稳态点 $(\mathbf{x}_e, \mathbf{u}_e, \mathbf{y}_e)$
- 3) 建立调度变量和稳态点之间的函数关系，得 $(\mathbf{x}_e(\alpha), \mathbf{u}_e(\alpha), \mathbf{y}_e(\alpha))$ ，即得到了平衡流形
- 4) 在每个稳态点处建立小偏差状态变量模型，获得该点的矩阵 \mathbf{A} ， \mathbf{B} ， \mathbf{C} 和 \mathbf{D} 。
- 5) 建立每个稳态点的系数矩阵和调度参数之间的关系 $\mathbf{A}(\alpha)$ 、 $\mathbf{B}(\alpha)$ 、 $\mathbf{C}(\alpha)$ 和 $\mathbf{D}(\alpha)$
- 6) 根据式(4)即可获得平衡流形展开模型。

3 发动机模型预测控制

在单输入模型预测控制中，取二次型性能指标作为模型预测控制的性能指标，航空发动机模型预测控制的目标是求解在预测时域内使性能指标最小的 W_{fb} 输入序列，同时满足发动机状态限制和燃油限制，即

$$\begin{aligned}\min \quad & J = \sum_{i=0}^{n_p} (r_{ef} - N_h(d+i))^2 + \lambda \sum_{i=0}^{n_p} W_{fb}(d+i)^2 \\ \text{s.t} \quad & \begin{cases} N_l \leq N_{lmax} \\ N_h \leq N_{hmax} \\ P_{3s} \leq P_{3smax} \\ P_{3smin} \leq P_{3s} \\ T_6 \leq T_{6max} \\ W_{fb} \leq W_{fbmax} \\ W_{fbmin} \leq W_{fb} \end{cases}\end{aligned}\quad (5)$$

其中 r_{ef} 为给定的高压转子转速指令， N_h 为发动机高压转子转速， W_{fb} 是燃油流量， λ 是权重系数， n_p 是预测时域的长度。安全限制包括低压转子转速 N_l 、高压转子转速 N_h 、压气机出口静压 P_{3s} 和低压涡轮出口总温 T_6 不超过其允许的范围。

求解式(5)需要获得输出量 N_h 和控制输入 W_{fb} 之间的解析关系，在每个采样时刻，将发动机平衡流

形展开模型(4)在该采样时刻进行线性化，可以将发动机近似表示为一个线性系统

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(d+1) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(d) + \mathbf{B}\mathbf{u}(d) \\ \mathbf{y}(d) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(d) + \mathbf{D}\mathbf{u}(d) \end{aligned} \quad (6)$$

式中， \mathbf{x} 是系统的状态量，一般选择 N_l 与 N_h ， \mathbf{u} 为控制输入 W_{fb} ， \mathbf{y} 为输出，包括被控量和限制量， $\mathbf{y}=[N_l \ N_h \ P_{3s} \ T_6]^T$ 。 \mathbf{A} 、 \mathbf{B} 、 \mathbf{C} 和 \mathbf{D} 是线性系统的系数矩阵， d 表示采样时刻。

通过把发动机近似为一个线性系统，可以很方便地获得输出量 \mathbf{y} 在预测时域 n_p 内的预测值，其预测方程为

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{P}\mathbf{x}(d) + \mathbf{H}\hat{\mathbf{u}} \quad (7)$$

$\hat{\mathbf{y}} = [\mathbf{y}(d+1)^T \ \mathbf{y}(d+2)^T \ \dots \ \mathbf{y}(d+n_p)^T]^T$ ，为发动机在预测时域内各个时刻的输出序列， $\hat{\mathbf{u}} = [W_{fb}(d+1) \ W_{fb}(d+2) \ \dots \ W_{fb}(d+n_p)]^T$ 为发动机在预测时域内各个时刻的控制输入序列。方程中 \mathbf{P} 和 \mathbf{H} 是由系统的系数矩阵构成的，含义为

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{CA} \\ \mathbf{CA}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{CA}^{n_p} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{CB} & \mathbf{D} & \mathbf{0} & \dots \\ \mathbf{CAB}^2 & \mathbf{CB} & \mathbf{D} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{CA}^{n_p-1}\mathbf{B} & \mathbf{CA}^{n_p-2}\mathbf{B} & \mathbf{CA}^{n_p-3}\mathbf{B} & \dots \end{bmatrix} \quad (9)$$

通过预测方程可以根据 d 时刻的发动机状态和给定的控制输入序列获得预测时域内的发动机预测输出。

通过预测方程，可以将式(5)所描述的模型控制问题表示为一个带有线性不等式约束的二次规划问题

$$\begin{aligned} \min \quad & J = \hat{\mathbf{u}}^T (\mathbf{H}^T \mathbf{H} + \lambda \mathbf{I}) \hat{\mathbf{u}} + 2(\mathbf{P}\mathbf{x}(k) - r_{ef})^T \hat{\mathbf{u}} \\ \text{s.t.} \quad & \begin{bmatrix} \mathbf{H} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} \hat{\mathbf{u}} \leq \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{\max} - \mathbf{P}\mathbf{x}(k) \\ \mathbf{U}_{\max} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (10)$$

式中， \mathbf{Y}_{\max} 是由 $N_{l\max}$ 、 $N_{h\max}$ 、 $P_{3s\max}$ 和 $T_{6\max}$ 组成的适当维数的与 $\hat{\mathbf{y}}$ 对应的限制序列， \mathbf{U}_{\max} 是由 $W_{fb\max}$ 构成的与 $\hat{\mathbf{u}}$ 对应的输入限制序列， r_{ef} 是式(5)中参考输入， λ 是式(5)中权重系数。

通过求解 QP 问题式 (10)，可以获得满足约束条件下，使性能指标最小的最优控制输入序列 $\hat{\mathbf{u}} = [W_{fb}(d+1) \ W_{fb}(d+2) \ \dots \ W_{fb}(d+n_p)]^T$ 。

为了实现闭环非线性控制，将序列的第一个值 $W_{fb}(d+1)$ 作为燃油控制指令输出，然后在 $d+1$ 采样时刻，根据发动机的状态变化重复进行线性化、构造 QP 问题、求解输入序列的过程。这样在每个采样时刻控制问题是一个线性模型预测控制问题，但在整个时域内是一个非线性模型预测控制问题。

4 内点法

4.1 内点法理论介绍

对线性不等式约束的凸二次规划问题

$$\begin{aligned} \min \quad & J = \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{c}^T \mathbf{x} \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{A} \mathbf{x} \geq \mathbf{b} \end{aligned} \quad (11)$$

式中， $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$ ， $\mathbf{b} \in \mathbf{R}^m$ 。其一阶最优性条件为

$$\begin{aligned} \mathbf{Q} \mathbf{x} - \mathbf{A}^T \mathbf{z} + \mathbf{c} &= \mathbf{0} \\ \mathbf{A} \mathbf{x} - \mathbf{b} &\geq \mathbf{0} \\ (\mathbf{A} \mathbf{x} - \mathbf{b})^T \mathbf{z} &= 0 \\ \mathbf{z} &\geq \mathbf{0} \end{aligned} \quad (12)$$

式中， $\mathbf{z} \in \mathbf{R}^m$ 是拉格朗日乘子向量。定义松弛变量 $\mathbf{y} = \mathbf{A} \mathbf{x} - \mathbf{b}$ ，将式 (12) 重写为

$$F(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}) = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}\mathbf{x} - \mathbf{A}^T \mathbf{z} + \mathbf{c} \\ \mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{y} - \mathbf{b} \\ \mathbf{Y}\mathbf{z}\mathbf{e} \end{bmatrix}, (\mathbf{y}, \mathbf{z}) \geq 0 \quad (13)$$

式中, $\mathbf{Y} = \text{diag}(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_m)$, $\mathbf{Z} = \text{diag}(\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, \dots, \mathbf{z}_m)$, $\mathbf{e} = (1, 1, \dots, 1)^T$ 。对当前的迭代点 $(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$, 定义对偶性度量

$$\mu = \frac{\mathbf{y}^T \mathbf{z}}{m} \quad (14)$$

为了降低不可行性, 给定 $\tau > 0$, 定义中心路径为满足

$$F(\mathbf{x}_\tau, \mathbf{y}_\tau, \mathbf{z}_\tau) = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \tau \mathbf{e} \end{bmatrix} \quad (15)$$

的迭代点的集合, 可以看出, 中心路径是对一阶最优性条件的松弛, 随着迭代次数的增加, 如果 τ 趋近于 0, 则表明迭代点接近于满足一阶最优性条件。将 τ 重写为 $\tau = \sigma \mu$, 通过 Newton 方法求解式(15), 可以获得靠近中心路径的迭代方向,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Q} & -\mathbf{A}^T & \mathbf{0} \\ \mathbf{A} & \mathbf{0} & -\mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{Y} & \mathbf{Z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x} \\ \Delta \mathbf{y} \\ \Delta \mathbf{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{r}_d \\ -\mathbf{r}_p \\ -\mathbf{Z}\mathbf{Y}\mathbf{e} + \sigma \mu \mathbf{e} \end{bmatrix} \quad (16)$$

式中, $\mathbf{r}_d = \mathbf{Q}\mathbf{x} - \mathbf{A}^T \mathbf{z} + \mathbf{c}$, 称为对偶残差; $\mathbf{r}_p = \mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{y} - \mathbf{b}$, 称为原始残差。下一个迭代点为

$$(\mathbf{x}^+, \mathbf{y}^+, \mathbf{z}^+) = (\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}) + \alpha(\Delta \mathbf{x}, \Delta \mathbf{y}, \Delta \mathbf{z}) \quad (17)$$

式中 α 为使新的迭代点满足相关条件的迭代步长。

4.2 算法

本文采用 Mehrotra 的预测-校正内点法^[17], 具体迭代步骤如下所示。

- 1) 计算初始值 $(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0, \mathbf{z}_0)$;
- 2) 第 k 迭代点 $(\mathbf{x}_k, \mathbf{y}_k, \mathbf{z}_k)$, $\sigma = 0$ 带入方程(16), 求得结果为 $(\Delta \mathbf{x}^{\text{aff}}, \Delta \mathbf{y}^{\text{aff}}, \Delta \mathbf{z}^{\text{aff}})$;
- 3) 计算 $\mu = \mathbf{y}^T \mathbf{z} / m$;
- 4) 计算 $\hat{\alpha}^{\text{aff}} = \max\{\alpha \in (0, 1] | (\mathbf{y}, \mathbf{z}) + \alpha(\Delta \mathbf{y}^{\text{aff}}, \Delta \mathbf{z}^{\text{aff}})\}$;
- 5) 计算 $\mu^{\text{aff}} = (\mathbf{y} + \hat{\alpha}^{\text{aff}} \Delta \mathbf{y}^{\text{aff}})^T (\mathbf{z} + \hat{\alpha}^{\text{aff}} \Delta \mathbf{z}^{\text{aff}})$;
- 6) 令中心参数 $\sigma = (\mu^{\text{aff}} / \mu)^3$;
- 7) 将新的 σ 带入方程(17), 得到 $(\Delta \mathbf{x}_k, \Delta \mathbf{y}_k, \Delta \mathbf{z}_k)$;
- 8) 更新: $(\mathbf{x}_{k+1}, \mathbf{y}_{k+1}, \mathbf{z}_{k+1}) = (\mathbf{x}_k, \mathbf{y}_k, \mathbf{z}_k) + \alpha_k(\Delta \mathbf{x}_k, \Delta \mathbf{y}_k, \Delta \mathbf{z}_k)$;
- 9) 若满足迭代终止条件, 终止迭代, 否则转至 2)。

4.3 初始值选择

根据外界提供的初始值 $(\bar{\mathbf{x}}_0, \bar{\mathbf{y}}_0, \bar{\mathbf{z}}_0)$, 首先将 $\sigma = 0$ 带入方程(16), 计算 $(\Delta \mathbf{x}^{\text{aff}}, \Delta \mathbf{y}^{\text{aff}}, \Delta \mathbf{z}^{\text{aff}})$, 然后根据公式

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_0 &= \max(1, |\bar{\mathbf{y}}_0 + \Delta \mathbf{y}^{\text{aff}}|) \\ \mathbf{z}_0 &= \max(1, |\bar{\mathbf{z}}_0 + \Delta \mathbf{z}^{\text{aff}}|) \\ \mathbf{x}_0 &= \bar{\mathbf{x}}_0 \end{aligned} \quad (18)$$

可以计算获得初始值。

4.4 步长选择

对原始问题和对偶问题分别计算步长, 然后选择二者中的最小值作为迭代更新的步长。步长计算方法如公式(19)所示

$$\begin{aligned}
\alpha_k^p &= \max\{\alpha \in (0, 1] | y_k + \alpha \Delta y_k \geq (1 - \tau)y_k\} \\
\alpha_k^d &= \max\{\alpha \in (0, 1] | z_k + \alpha \Delta z_k \geq (1 - \tau)z_k\} \\
\alpha_k &= \min(\alpha_k^p, \alpha_k^d)
\end{aligned} \tag{19}$$

5 控制系统结构与实现

5.1 控制系统结构

图 1 是非线性模型预测控制系统结构。控制器读入给定的闭环参考输入，送入非线性模型预测控制器中；发动机模型模块根据发动机的状态，将平衡流形模型进行局部线性化，并且进行模型输出修正；非线性模型预测控制模块，结合发动机局部线性模型和发动输出与限制量反馈，构造线性模型预测问题，并通过 IPM 算法求解控制律，送入真实发动机和发动机模型中。

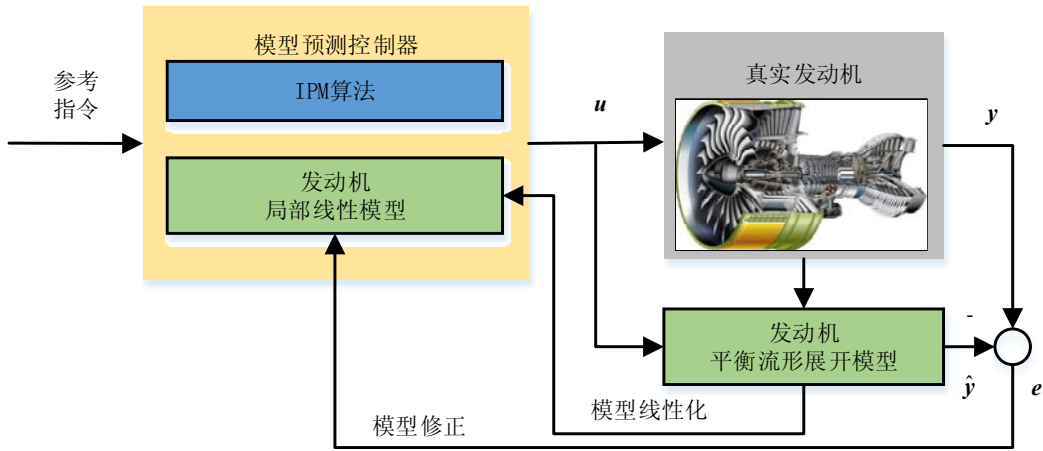


图 1 非线性模型预测控制系统结构

5.2 控制系统实现

5.2.1 实时模型修正

由于发动机模型是通过实验数据离线计算所得，其输出与发动机传感器输出存在一定的误差，为了控制的准确性，需要对发动机模型进行修正。

假设在 d 时刻，发动机模型输出为 $\hat{y}(d)$ ，真实发动机传感器输出为 $y(d)$ ，二者的误差为， $e(d) = y(d) - \hat{y}(d)$ 则未来时刻的模型输出可以修正为

$$\hat{y}_c(d+i) = \hat{y}_c(d) + \Gamma e(d) \tag{20}$$

Γ 是反馈修正系数，为一个对角正定矩阵，通常取单位矩阵。

5.2.2 减小计算量的方法

模型预测控制通过求解一系列的 QP 问题来获得控制律，这些 QP 问题都是由同一个非线性系统构造得到，而且，在某个平衡点附近，局部线性化所得的模型之间的差别较小。因此可以将上时刻的最优解作为本次求解的初始值，可以减少迭代所需次数。同时在求解的过程中引入非精确求解策略，即限制求解器迭代的次数或使收敛容许值变大，即使迭代没有收敛，仍然将最后一次迭代计算的结果最为最终结果输出，从而减少计算量。

6 仿真

使用 MATLAB 进行仿真，模型预测控制算法由 MATLAB 实现，模拟真实发动机的部件级模型使用 VC++ 开发，并且通过 MEX 方法在 MATLAB 中调用。运行的软件环境为 Windows7 64 位操作系统，MATLAB 2014b 和 VC++2010；硬件环境为 Intel(R) Core(TM) i5-4590 3.30GHz CPU，8G RAM。仿真步

长为 0.02s

6.1 发动机平衡流形展开模型建立与验证

平衡流形展开模型的输入为燃油流量 W_{fb} , 输出为 N_l 、 N_h 、 P_{3s} 和 T_6 , 均为归一化数据。仿真在 $H=0\text{km}$, $Ma=0$ 的条件下进行。各输出如图 2(a)-2(d)所示, 图中 EMPM 代表平衡流形展开模型输出, CLM 代表部件级模型输出。

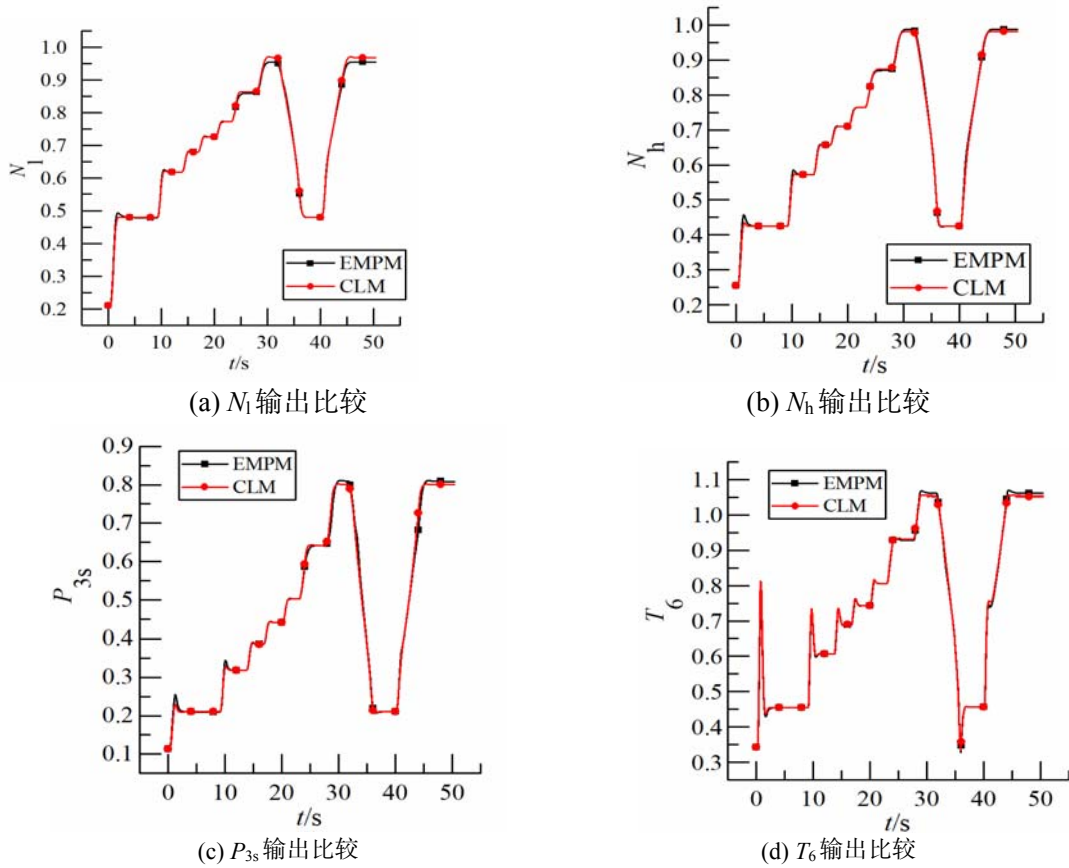


图2 输入和输出

从图 2 可以看出平衡流形展开模型无论是在动态还是稳态, 对发动机真实输出都拟合较好。各输出量与真实值的相对误差如图 3 所示。相对误差计算为 $err = (\hat{y} - y)/y$, \hat{y} 为模型输出, y 为真实输出。

从图 3 中可以观察得到, 模型的各个输出的稳态误差均在 2% 以下, N_l 、 N_h 、 T_6 的动态误差均在 3% 以下。仿真结果表明, 平衡流形展开模型的精度可以满足控制需求。

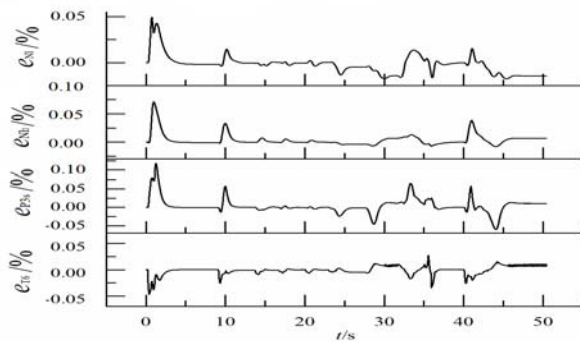


图3 各个输出量的相对误差

6.2 非线性模型预测控制

6.2.1 参考指令跟踪

指令跟踪的目的是让发动机 N_h 跟随参考指令的变化，如式(5)所示，模型预测控制的性能指标第一部分即是指令跟踪的误差。通过在 $H=0\text{km}$ ， $Ma=0$ ，在发动机慢车转速以上给定发动机 N_h 指令，使用图 1 所示的控制结构，进行 N_h 闭环控制。

设置 IPM 最大迭代次数为 500 次；控制器参数为 $n_p = 2$ ， $\lambda = 700$ 。 N_h 响应过程、 W_{fb} 和百分比相对跟踪误差 e 如图 4 所示，数值均经过归一化处理。

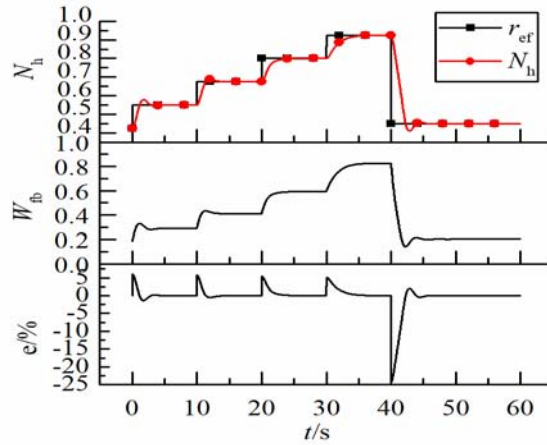


图 4 N_h 响应与跟踪误差

图 4 是 N_h 跟随参考输入变化的动态响应过程，由图可知，所设计的控制器在发动机加减速过程中可以跟踪参考输入，而且在给定的控制器参数下响应较快，拥有较好的性能；图 4 是 N_h 跟踪相对误差，根据图中可以看出 N_h 在到达稳态的时候，相对误差为 0，表明控制是可以满足无稳态误差的控制需求。

IPM 算法在每个时刻所求得的目标函数的最优值 J 和求解所需迭代次数如图 5 所示。

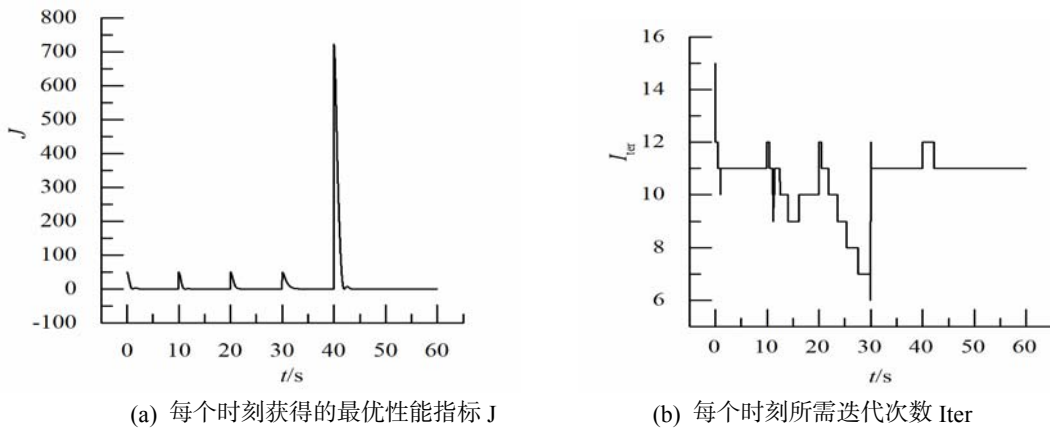


图 5 IPM 算法求解的最优值和迭代次数

图 5(a)是每一个采样时刻 IPM 算法求解完成之后的该时刻的预测控制性能指标 J 的值。可以看出，在给定指令之后，每个时刻 J 的值是下降的，由于性能指标是二次型的，在使用增量式线性模型的情况下，性能指标 J 在 N_h 稳定后为 0。根据图 5(a)， J 在一个指令周期内是一个连续变化的过程，根据式(3)和式(10)，在每个采样时刻，将 EMPM 线性化之后得到线性模型，根据该线性模型定义性能指标 J 。图 5(a)表示的连续现象表明了模型线性化过程中的连续性，线性化之后的模型可以表征连续的非线性发动机特性。

图 5(b)是每个采样时刻 IPM 算法获得最优控制律所需的迭代次数 I_{ter} ，即所需计算量的大小。从图中可以看出，随着 N_h 逐渐接近稳定值（即 J 接近 0）， I_{ter} 逐渐变小。这是由于算法将前一时刻的最优解作为下一时刻的初始值，使初始解更接近最优解，减小了计算次数，同时也表明，两个时刻的线性模型之间内在的连续性。

6.2.2 发动机约束管理

在 $H=0, Ma=0$ 的过程中，给定 N_h 参考指令、 N_h 限制值、 P_{3s} 限制值和 T_6 限制值。仿真过程中， T_6 到达最大限制值，其余量未触及限制。图 6(a)和 6(b)分别为 N_h 响应和 T_6 响应

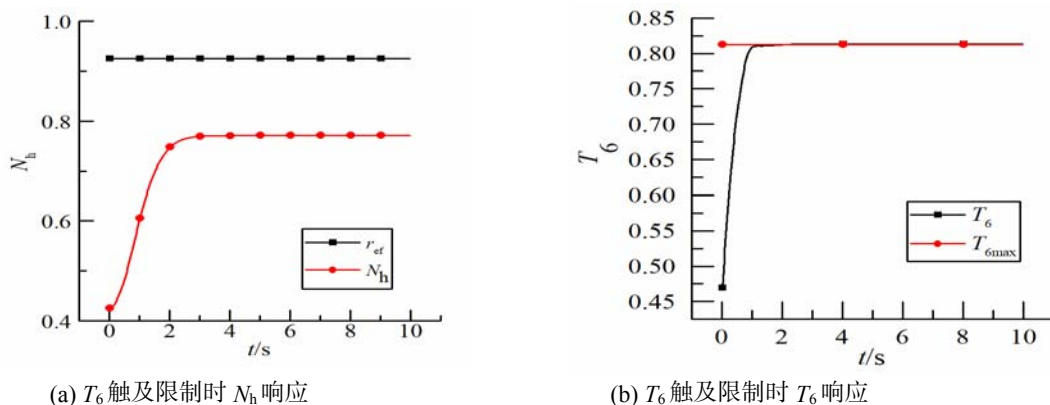


图 6 触及限制时被控输出 N_h 及 T_6 变化过程

图 6 (a)展示了由于 T_6 限制的存在， N_h 不能够达到给定的指令值，存在较大的稳态误差；图 6 (b)展示了 T_6 的动态响应过程， T_6 在稳态时没有超过其最大限制，并且没有超调。仿真验证了模型预测控制在发动机限制管理中应用的可行性。

6.3 控制量非精确求解

为了验证 5.2.2 节所述的非精确求解策略，分别在最大迭代次数 I_{terMax} 为 2、5、10 和 15 的情况下，进行了仿真，其中 $n_p=2$ ， $\lambda=800$ 。图 7(a)和图 7(b)是 N_h 动态响应和迭代次数。

根据图 7(a)和图 7(b)， I_{terMax} 在 2、5 和 10 的情况下，各个时刻的迭代次数 I_{ter} 均达到了 I_{terMax} ，表示迭代过程没有收敛，此时的控制量不是最优控制量，而 N_h 均达到给定的指令，没有稳态误差。 $I_{\text{terMax}}=15$ 时，迭代次数没有到达给定最大值，即 IPM 算法在 15 次迭代中可以收敛至给定精度。图 7(a)中各种情况下 N_h 控制都稳定且没有稳态误差，而 $I_{\text{terMax}}=2$ 的情况下动态性能较差，响应速度较慢，而 I_{terMax} 在 5、10 和 15 的情况下，动态响应过程基本重合，因此可以认为设置 I_{terMax} 为 5 既可以保证动态特性又能够提高系统的实时性。因此，仿真证明了通过在合适的范围内减少 IPM 算法迭代次数来降低模型预测控制计算量的方法是可行的。

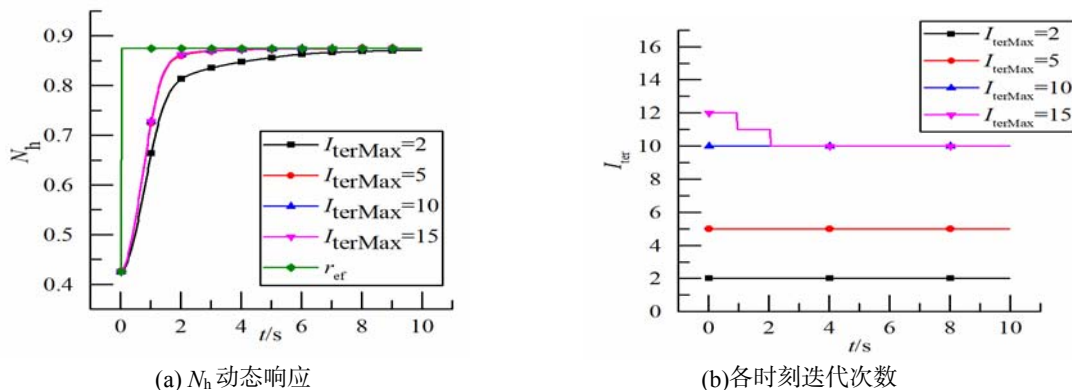


图 7 不同最大迭代次数限制下 N_h 响应与 IPM 算法迭代次数

7 结论

本文基于平衡流形展开模型和内点法设计了航空发动机非线性模型预测控制。平衡流形展开模型可以拟合大范围发动机动态特性,兼具计算量小和精度高的优点;内点法可以高效求解二次规划问题。本文将平衡流形展开模型线性化之后作为预测模型,使用内点法求解控制律,并通过非精确求解减少计算量。仿真分别验证了平衡流形展开模型的精度、模型预测控制在转速跟踪和约束管理上的应用以及非精确求解策略的可行性。

参考文献

- [1] Csank J, May R, Litt J, et al. Control Design for a Generic Commercial Aircraft Engine[C]// Aiaa/asme/sae/asee Joint Propulsion Conference & Exhibit. 2010.
- [2] Jaw L C, Mattingly J D. Aircraft engine controls : design, system analysis, and health monitoring[M]. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2009.
- [3] Richter H. A multi-regulator sliding mode control strategy for output-constrained systems[M]. Pergamon Press, Inc. 2011.
- [4] Hanz Richter, Jonathan S. Litt. A Novel Controller for Gas Turbine Engines with Aggressive Limit Management[C]. Aiaa/asme/sae/asee Joint Propulsion Conference & Exhibit. 2011.
- [5] 杜宪, 郭迎清, 孙浩,等. 基于滑模控制的航空发动机多变量约束管理[J]. 航空学报, 2016, 37(12):3657-3667.
- [6] Richter H. Multiple Sliding Modes with Override Logic: Limit Management in Aircraft Engine Controls[J]. Journal of Guidance Control & Dynamics, 2015, 35(4):1132-1142.
- [7] 王曦, 党伟, 李志鹏,等. 1 种 \dot{N} 过渡态 PI 控制律的设计方法[J]. 航空发动机, 2015, 41(6):1-5.
- [8] Vroemen B G, Essen V H, Steenhoven V A, et al. Nonlinear model predictive control of a laboratory gas turbine installation[J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power-transactions of The Asme, 1999, 121(4): 629-634.
- [9] Brunell B J, Bitmead R R, Connolly A J, et al. Nonlinear model predictive control of an aircraft gas turbine engine[C]. conference on decision and control, 2002: 4649-4651.
- [10] Brunell B J, Viassolo D E, Prasanth R. Model Adaptation and Nonlinear Model Predictive Control of an Aircraft Engine[J]. American Society of Mechanical Engineers, 2004:673-682.
- [11] Brunell B J, Mathews H K, Kumar A. Adaptive model-based control systems and methods for controlling a gas turbine[P]. US, US 6823675 B2,2004.
- [12] Richter H, Singaraju A V, Litt J S. Multiplexed Predictive Control of a Large Commercial Turbofan Engine[J]. Journal of Guidance Control & Dynamics, 2008, 31(2):273-281.
- [13] Saluru D, Yedavalli R. Fault Tolerant Model Predictive Control of a Turbofan Engine using C-MAPSS40k[C]. ASME 2012, Dynamic Systems and Control Conference Joint with the Jsme 2012, Motion and Vibration Conference. 2012:349-358.
- [14] Decastro J A. Rate-Based Model Predictive Control of Turbofan Engine Clearance[J]. Journal of Propulsion and Power, 2007, 23(4): 804-813.
- [15] 杜宪. 滑模与预测控制在航空发动机限制管理中应用研究[D].西北工业大学,2016.
- [16] 赵辉. 基于平衡流形展开模型的航空发动机非线性控制方法研究[D]. 哈尔滨工业大学, 2011.
- [17] J. Nocedal and S. J. Wright, Numerical Optimization[M]. New York: Springer, 2006.