

# 航空发动机多变量 PI 型预测控制研究

杨思幸 黄金泉 鲁峰

(南京航空航天大学 南京 210016)

(联系电话 18651851187 E-mail ysxilmf717@163.com)

**摘要:** 本文研究了一种基于状态空间模型预测控制的航空发动机的多变量控制器设计方法, 通过将控制量增广到状态变量中, 构造了预测模型, 将预测输出误差引入到目标函数中, 以改善系统的动态响应过程, 采用序列二次优化算法在线求取控制量, 构建了具有比例-积分结构的预测控制器。仿真结果表明, 所提的算法能实现对发动机控制的性能指标要求, 动态响应过程无超调, 调节时间短, 具有较好的跟踪性能。

**关键词:** 多变量控制, 预测控制, PI 结构, 动态响应

## 1 引言

航空发动机是一个多变量、时变的非线性系统, 随着航空科学技术的发展, 发动机需要实现的功能更为复杂, 人们对发动机的控制要求也越来越高。而目前现役发动机中应用最为广泛的还是传统的 PID 控制, 该控制方法虽然成熟且易于工程实现, 但越来越难以满足日益复杂的控制系统要求。预测控制自提出以来, 在工业过程控制获得了广泛研究和应用, 近年来, 由于预测控制具有较好的鲁棒性和在处理约束方面的明显优势, 在航空航天领域受到的关注也在逐渐增加, 为现代航空发动机的多变量控制问题的解决提供了思路<sup>[1-2]</sup>。

目前, 对于航空发动机的预测控制研究主要针对单个被控量的控制器设计, 在多变量控制上的研究相对较少<sup>[3-4]</sup>。本文将预测控制与传统的 PI 控制结合, 使预测控制具有比例-积分结构, 利用 PI 控制基于误差调节控制作用的特点改进预测控制, 并将其应用到发动机的多变量控制中。

## 2 PI 型预测控制算法

预测控制主要包含三个部分, 预测模型、在线滚动优化和反馈校正环节<sup>[5]</sup>。其中, 预测模型用于反映发动机的输出响应, 获得发动机的预测输出, 其与真实发动机的匹配度对预测控制的效果有着重要的影响, 本文基于状态空间模型建立了发动机的预测模型。所设计的预测控制器的原理如图 1 所示。

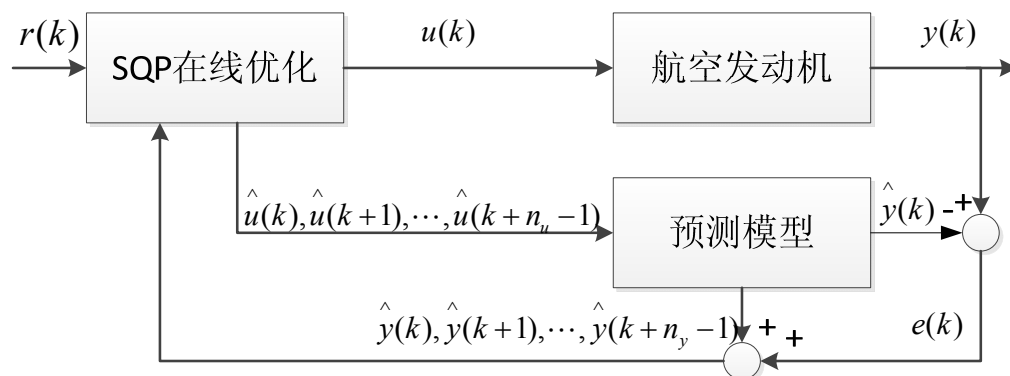


图 1 PI 型预测控制原理图

## 2.1 预测模型

涡扇发动机的离散状态空间模型可表示为

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) &= Cx(k) + Du(k) \end{aligned} \quad \backslash * \text{MERGEFORMAT (4)}$$

式中, 状态量  $x = [n_L \quad n_H]^T$ ,  $u = [W_f \quad A_8]$ ,  $y = [n_H \quad EPR]$ ,  $n_L$  和  $n_H$  分别为涡扇发动机的低压和高压转子转速,  $W_f$  和  $A_8$  分别为主燃油流量和喷口喉道面积,  $EPR$  为发动机压比。系数矩阵  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  通过小扰动法结合最小二乘拟合法获得<sup>[6]</sup>。

对状态量进行增广, 引入积分控制作用, 控制量可变为

$$u(k+1) = u(k) + \Delta u(k) \quad \backslash * \text{MERGEFORMAT (5)}$$

增广后的状态空间模型变为

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x(k+1) \\ u(k) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A & B \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ u(k-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ I \end{bmatrix} \Delta u(k) \\ y(k) &= [C \quad D] \begin{bmatrix} x(k) \\ u(k-1) \end{bmatrix} + D \Delta u(k) \end{aligned} \quad \backslash * \text{MERGEFORMAT (6)}$$

将式 (3) 表示为

$$\begin{aligned} x_a(k+1) &= A_a x_a(k) + B_a \Delta u(k) \\ y(k) &= C_a x_a(k) + D_a \Delta u(k) \end{aligned} \quad \backslash * \text{MERGEFORMAT (7)}$$

根据模型式 (4), 可得未来多步的输出与输入之间的关系为

$$\begin{aligned} \hat{y}(k+1) &= C_a x_a(k+1) + D_a \Delta u(k+1) = C_a A_a x_a(k) + C_a B_a \Delta u(k) + D_a \Delta u(k+1) \\ \hat{y}(k+2) &= C_a x_a(k+2) + D_a \Delta u(k+2) = C_a A_a^2 x_a(k) + C_a A_a B_a \Delta u(k) + C_a B_a \Delta u(k+1) + D_a \Delta u(k+2) \\ &\vdots \\ \hat{y}(k+n_y) &= C_a A_a^{n_y} x_a(k) + C_a A_a^{n_y-1} B_a \Delta u(k) + C_a A_a^{n_y-2} B_a \Delta u(k+1) + \cdots + C_a B_a \Delta u(k+n_y-1) + D_a \Delta u(k+n_y) \end{aligned} \quad \backslash * \text{MERGEFORMAT (8)}$$

式中,  $n_y$  为预测时域。

采用矩阵形式, 式 (5) 可简写为

$$\hat{Y} = P x_a(k) + H \Delta U \quad \backslash * \text{MERGEFORMAT (9)}$$

式中,  $\hat{Y} = [\hat{y}(k+1), \hat{y}(k+2) \cdots \hat{y}(k+n_y)]^T$ ,  $\Delta U = [\Delta u(k), \Delta u(k+1) \cdots \Delta u(k+n_y-1)]^T$ ,

$$P = [C A_a, C A_a^2 \cdots C A_a^{n_y}]^T, \quad H = \begin{bmatrix} C_a B_a & D_a & 0 & \cdots \\ C_a A_a B_a & C_a B_a & D_a & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_a A_a^{n_y-1} B_a & C_a A_a^{n_y-2} B_a & C_a A_a^{n_y-3} B_a & \cdots \end{bmatrix} \circ$$

## 2.2 在线滚动优化

定义预测误差和预测误差增量

$$\begin{aligned} \hat{e}(k) &= r(k) - \hat{y}(k) \\ \Delta \hat{e}(k) &= \hat{e}(k) - \hat{e}(k-1) \end{aligned} \quad \backslash * \text{MERGEFORMAT (10)}$$

式中  $r(k)$  为参考指令,  $\hat{y}(k)$  为预测模型的预测输出。

为了将 PI 算法的思想与预测控制相结合, 对预测控制的目标函数进行改进, 使得改进后的算法具有广义上的比例-积分特征。因此, 本文选取的性能指标函数为

$$J = \sum_{i=1}^{n_y} [K_p \Delta \hat{e}(k+i)^T Q \Delta \hat{e}(k+i) + K_i \hat{e}(k+i)^T Q \hat{e}(k+i)] + \sum_{i=0}^{n_u-1} \Delta u(k+i)^T Q \Delta u(k+i)$$

\\* MERGEFORMAT (11)

式中,  $\hat{e}(k+i)$ 、 $\Delta \hat{e}(k+i)$  和  $\Delta u(k+i)$  分别为当前时刻起未来  $i$  步的预测输出误差、预测输出误差增量和控制增量,  $n_y$  为预测时域,  $n_u$  为控制时域, 且  $n_y \geq n_u$ , 当  $n_u < i \leq n_y$  时, 有  $\Delta u(k+i) = 0$ 。  $K_p$  为比例系数,  $K_i$  为积分系数,  $Q$  为预测输出误差权重系数矩阵,  $R$  为控制增量权重系数矩阵。对于带约束的二次型优化问题, 本文采用序列二次优化算法 (SQP) 求解, 在  $k$  时刻在线求出  $\Delta u = [\Delta u(k) \cdots \Delta u(k+n_u-1)]^T$ , 只将第一个分量  $\Delta u(k)$  作用于对象, 在下一时刻基于新的状态再次优化求解, 依次循环, 形成滚动优化。

### 2.3 反馈校正

在实际中, 由于存在模型失配、外界干扰等因素, 预测模型的输出与发动机的实际输出之间存在误差, 需要引入反馈环节对预测输出进行修正。即利用当前时刻获得的发动机实际输出值与预测输出值之差, 在下一时刻, 加入到预测输出中, 再进行非线性优化。

定义预测跟踪误差为

$$e(k) = y(k) - \hat{y}(k)$$

\\* MERGEFORMAT (12)

式中,  $y(k)$  为  $k$  时刻的发动机实际输出,  $\hat{y}(k)$  为对  $k$  时刻的预测输出。则修正后的预测输出为

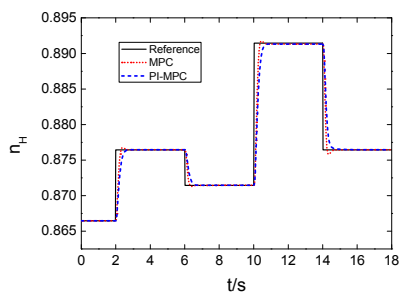
$$\hat{Y}(k) = \hat{Y}(k) + Ke(k)$$

\\* MERGEFORMAT (13)

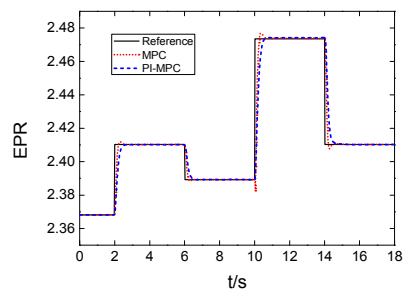
式中,  $\hat{Y}(k) = [\hat{y}(k+1), \hat{y}(k+2) \cdots \hat{y}(k+n_y)]^T$ ,  $K$  为修正系数矩阵,  $K = [K_1, K_2, \cdots, K_{n_y}]^T$ 。

## 3 仿真结果及分析

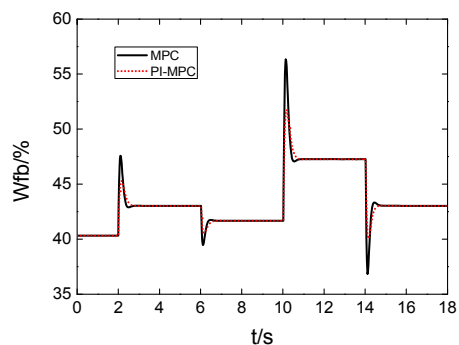
采用本文的 PI 型预测控制算法设计某型涡扇发动机的控制器, 对发动机的高压转速和压比进行跟踪控制, 并与文献[7]的预测控制算法进行比较, 在 Matlab 平台上开展非线性仿真分析。在地面工作状态和飞行高度为 2km, 飞行马赫数为 1.2 两种情况下, 根据两种算法分别设计控制器。在相关参数设定方面, 本文所提的 PI 型预测控制器参数取值为: 预测时域  $n_y = 15$ , 控制时域  $n_u = 4$ , 输出误差权重  $Q = \text{diag}\{60, 50\}$ , 控制增量权重  $R = \text{diag}\{1, 1\}$ , 反馈系数矩阵  $K = [1, \cdots, 1]_{1 \times 15}^T$ , 比例系数  $K_p = 1$ , 积分系数  $K_i = 0.35$ 。根据文献[7]设计的控制器的参数取值为: 预测时域  $n_y = 15$ , 控制时域  $n_u = 4$ , 输出误差权重  $Q = \text{diag}\{50, 60\}$ , 控制增量权重  $R = \text{diag}\{1, 1\}$ , 反馈系数矩阵  $K = [1, \cdots, 1]_{1 \times 15}^T$ 。对发动机高压转速和压比同时阶跃, 仿真结果如图 2 和图 3 所示, 图中(a)~(d)分别为高压转速、发动机压比、供油量和喷口喉道面积的变化曲线。



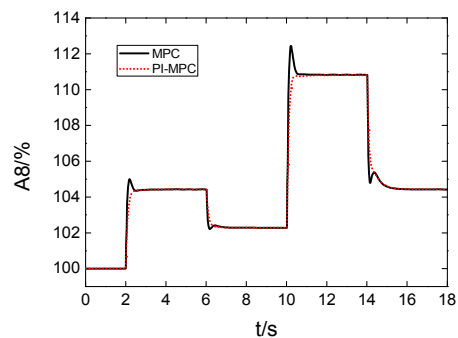
(a) 高压转速阶跃响应



(b) 压比阶跃响应

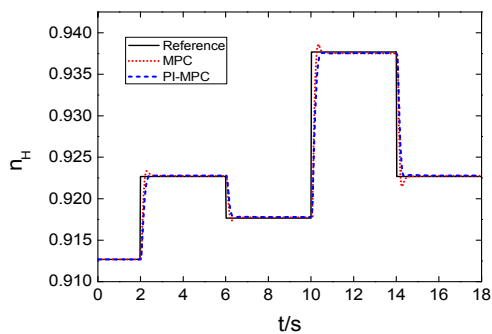


(c) 主燃油流量变化曲线

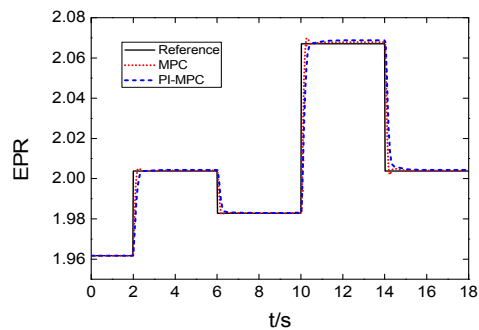


(d) 喷口喉道面积变化曲线

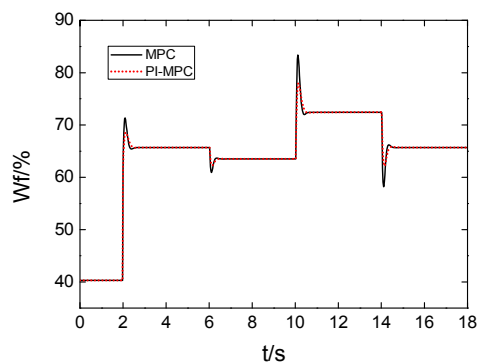
图 2  $H=0\text{km}, Ma=0$  处的仿真结果



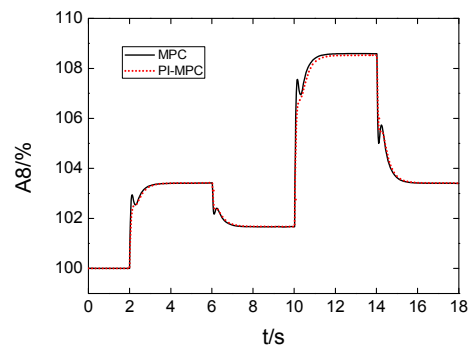
(a) 高压转速阶跃响应



(b) 压比阶跃响应



(c) 主燃油流量变化曲线



(d) 喷口喉道面积变化曲线

图 3  $H=2\text{km}, Ma=1.2$  处的仿真结果

分析图 2 和图 3 的仿真结果可知,在地面和飞行高度为 2km,飞行马赫数为 1.2 两种工况下,本文所设计的 PI 型预测控制器相比文献[7]的预测控制器,均显示出较好的控制效果,能很好地降低动态响应过程中高压转速和压比的超调量,控制量的变化过程也较为平缓,调节时间小,并且实现对高压转速和压比指令的跟踪。

## 4 结论

本文研究了将传统 PI 控制与预测控制结合的控制算法,提出了一种 PI-MPC 控制方法,详细给出了该方法的设计步骤和过程,将该控制方法应用到航空发动机的多变量控制中,并与基于预测控制设计的控制器进行了比较,仿真结果表明本文设计的控制器能快速平稳地实现跟踪控制,具有良好的动态和稳态品质,所提的算法在发动机多变量控制器设计上是可行的。

## 参考文献:

- [1] Van Essen H A,De Lange H C. Nonlinear model predictive control experiments on a laboratory gas turbine installation[J].Journal of Engineering for Gas Turbines and Power,2001,123(2):347-352.
- [2] Eren U, Prach A, Koçer B B, et al. Model Predictive Control in Aerospace Systems: Current State and Opportunities[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2017, 40(7):1541-1566.
- [3] Saluru D C, Yedavalli R K. Fault Tolerant Model Predictive Control of a Turbofan Engine Using C-MAPSS40k[R]. AIAA 2013-0128.
- [4] 杜宪,郭迎清. 民用涡扇发动机预测控制器设计[J].航空发动机, 2013,39 ( 3 ): 27-30.
- [5] 席裕庚. 预测控制[M].第 2 版.北京:国防工业出版社, 2013.
- [6] 姜锐. 航空发动机线性变参数控制方法研究[D].南京航空航天大学, 2014.
- [7] Richter H. Advanced Control of Turbofan Engines[M]. New York: Springer, 2012.