

《 信号与系统 》 试卷 A

- 注意事项: 1. 考前请将密封线内各项信息填写清楚;
 2. 所有答案请直接答在试卷上(或答题纸上);
 3. 考试形式: 闭卷;
 4. 本试卷共 四 大题, 满分 100 分, 考试时间 120 分钟。

题 号	一	二	三	四	总分
得 分					
评卷人					

一、选择题 (3 分/每题, 共 21 分, 单选题)

1、下列哪个系统不属于因果系统 (A)

A $y[n] = x[n] - x[n+1]$ B 累加器 $y[n] = \sum_{k=-\infty}^n x[k]$

C 一 LTI 系统, 其 $h(t) = e^{-2t}u(t)$ D LTI 系统的 $H(s)$ 为有理表达式, ROC: $\sigma > -1$

2、信号 $x[n] = \cos(\frac{\pi}{2}n) + e^{j\frac{4\pi}{5}n}$, 其基波周期为 (A)

A 20 B 10 C 30 D 5

3、设 $x[n] = \delta[n] + 2\delta[n-1] - \delta[n-3]$ 和 $h[n] = 2\delta[n+1] + 2\delta[n-1]$,
 $y[n] = x[n] * h[n]$, 求 $y[0] =$ (B)

A 0 B 4 C $\delta[n]$ D ∞

4、已知一离散 LTI 系统的脉冲响应 $h[n] = \delta[n] + 2\delta[n-1] - 3\delta[n-2]$, 则该系统的单位阶跃响应 $S[n]$ 等于 (B)

A $\delta[n] + \delta[n-1] - 5\delta[n-2] + 3\delta[n-3]$ B $\delta[n] + 3\delta[n-1]$
 C $\delta[n]$ D $\delta[n] + \delta[n-1] - 2\delta[n-2]$

5、信号 $\frac{d}{dt}\{u(-2-t) + u(t-2)\}$ 的傅立叶变换是 (C)

A $2j\sin 2\omega$ B $2\pi\delta(\omega)$ C $-2j\sin 2\omega$ D $-\frac{e^{j2\omega}}{j\omega}$

6、已知 $x(t)$ 的频谱函数 $X(j\omega) = \begin{cases} 1, & |\omega| \leq 2\text{rad/s} \\ 0, & |\omega| > 2\text{rad/s} \end{cases}$, 设 $f(t) = x(t)\cos 2t$, 对信号 $f(t)$

进行均匀采样的奈奎斯特率为 (C)

A 4 rad/s B 2 rad/s C 8 rad/s D 3 rad/s

7、下列说法不正确的是 (D)

- A 当系统的频率响应具有增益为 1 和线性相位时, 系统所产生的输出就是输入信号的时移;
- B 取样示波器和频闪效应是欠采样的应用;
- C 对离散时间信号最大可能的减采样就是使其频谱在一个周期内的非零部分扩展到将 $-\pi$ 到 π 的整个频带填满;
- D 听觉系统对声音信号的相位失真敏感。

二、填空题 (3 分/每题, 共 21 分)

1、频率选择性滤波器的四种基本类型有: (高通) 滤波器、(低通) 滤波器、(带通) 滤波器和带阻滤波器。

2、设 $x(t)$ 绝对可积, 其拉普拉斯变换 $X(s)$ 为有理拉氏变换, $X(s)$ 在 $s_1 = 2, s_2 = -2$ 有两个极点, 则 $x(t)$ 是 (双边信号) (选填: 左边信号、右边信号或者双边信号)。

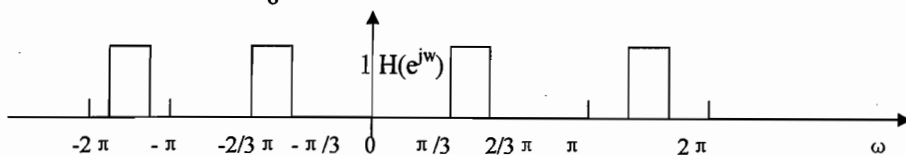
3、信号 $x[n] = 1 + \sin \omega_0 n + \cos(2\omega_0 n + \frac{\pi}{2})$ 的傅立叶级数系数在一个周期里表示为

$$(a_0 = 1, a_1 = \frac{1}{2j}, a_{-1} = -\frac{1}{2j}, a_2 = \frac{1}{2}j, a_{-2} = -\frac{1}{2}j)。$$

4、一个连续因果 LTI 系统可由微分方程 $y''(t) + 3y'(t) + 2y(t) = x'(t) + 3x(t)$ 来描述, 则 该 系 统 的 频 率 响 应 的 代 数 式 $H(j\omega) =$

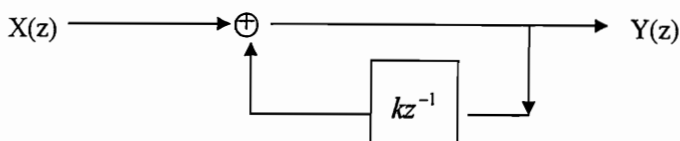
$$(\frac{j\omega + 3}{(j\omega)^2 + 3j\omega + 2})。$$

5、滤波器的频率响应如下图所示, 对于周期输入 $x(n) = 1 + \sin(\frac{3\pi}{8}n)$, 滤波器的输出为 ($\sin(\frac{3\pi}{8}n)$)。



6、信号 $x(t) = e^{-2|t|}$ 的拉普拉斯变换 $X(s) = (\frac{-4}{s^2 - 4} - 2 < \sigma < 2)$ 。

7、如图所示因果系统, 为使系统是稳定的, k 的取值范围是 ($|k| < 1$)。



三、简答题（共 18 分）

1、（9 分）由所学知识可知，信号 $x(t)$ 可以使用 3 种分解形式来表示：时域表示法、频域表示法、复频域表示法。请分别写出这 3 种表示形式，并进行简单的解释。

答：1）时域表示法： $x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)\delta(t-\tau)d\tau$ 以 $\delta(t)$ 为基本单元，将 $x(t)$ 分解成一个以 $x(\tau)$ 为权值的加权的移位冲激信号的“和”（即积分）

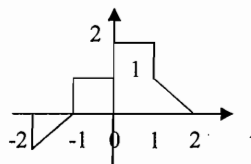
$$2) \text{ 频域表示法: } x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(j\omega)e^{j\omega t} d\omega$$

以 $e^{j\omega t}$ 为基本单元，将 $x(t)$ 分解成一个以 $\frac{1}{2\pi} X(j\omega)d\omega$ 为权值的复指数信号的加权“和”（即积分）

$$3) \text{ 复频域表示法 } x(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} X(s)e^{st} ds$$

$x(t)$ 可以被分解成复振幅为 $\frac{1}{2\pi j} X(s)ds$ 的复指数信号 e^{st} 的线性组合。

2、（9 分）已知一连续时间信号 $x(t)$ ，如下图所示，



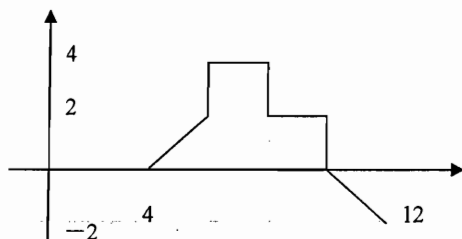
（1）请画出信号 $2x(4-\frac{t}{2})$ ，给出求解过程；

（2）请问该信号发生时域的变化时，信号的频谱会发生相应什么样的变化？

答：（1）先时移： $x(t) \rightarrow x(t+4)$

$$\text{再尺度扩展: } x(t+4) \rightarrow x(\frac{t}{2}+4)$$

$$\text{再反转和幅度扩大 2 倍: } x(\frac{t}{2}+4) \rightarrow 2x(-\frac{t}{2}+4)$$



（2）信号在发生时域上的伸缩时，频谱会发生相反的变化，即时域上信号波形发生扩展，频谱发生压缩；时域上发生压缩，频谱上发生扩展。信号发生时移，频谱发生线性相移。信号反转，频谱反转。信号幅度增加，频谱幅度增加。

四、计算题 (4 题共 40 分)

1、(10 分) 考虑一个 LTI 系统, 其输入和输出关系通过如下方程联系

$$y(t) = \int_{-\infty}^t e^{-(t-\tau)} x(\tau-2) d\tau$$

(1) 求该系统的单位冲激响应; (2) 当输入信号 $x(t) = u(t)$ 时, 求输出信号。

解: (1) 令 $x(t) = \delta(t)$, 则

$$\begin{aligned} y(t) &= h(t) = \int_{-\infty}^t e^{-(t-\tau)} \delta(\tau-2) d\tau = \int_{-\infty}^t e^{-(t-2)} \delta(\tau-2) d\tau \\ &= e^{-(t-2)} \int_{-\infty}^t \delta(\tau-2) d\tau = e^{-(t-2)} u(t-2) \end{aligned}$$

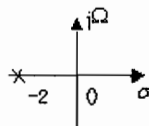
还有另外两种方法, 也可以。

(2)

$$\begin{aligned} y(t) &= x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} u(\tau) \cdot e^{-(t-\tau-2)} u(t-\tau-2) d\tau \\ &= \int_0^{t-2} 1 \cdot e^{-(t-\tau-2)} d\tau \\ &= (1 - e^{-(t-2)}) u(t-2) \end{aligned}$$

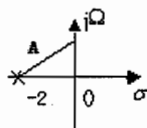
2、(8 分) 一连续时间 LTI 系统的 $H(s)$ 零极点分布如图所示, 如果系统稳定, 试用几何求值法概略画出系统的频率响应, 作出必要的标注, 并判断系统的特性是低通、高通、带通还是带阻。

解: $H(s) = \frac{K}{s+2}, \sigma > -2$



当 $s = e^{j\omega}$, 即取纵坐标轴上的值, $H(s)|_{s=e^{j\omega}} = H(e^{j\omega})$

$$|H(e^{j\omega})| = \frac{K}{A}$$

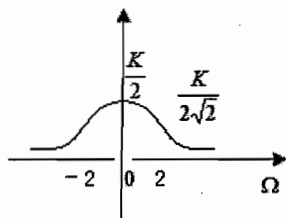


讨论 A 随着 Ω 的变化而发生的变化:

$$\Omega = 0, A=2, |H(e^{j\omega})| = \frac{K}{2},$$

$$\Omega = 2, A=2\sqrt{2}, |H(e^{j\omega})| = \frac{K}{2\sqrt{2}},$$

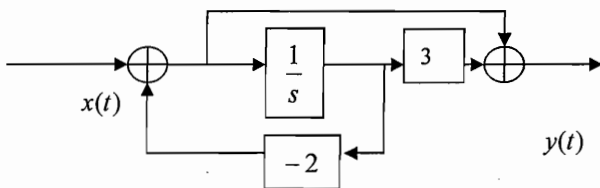
$$\Omega \rightarrow \infty, A \rightarrow \infty, |H(e^{j\omega})| \rightarrow 0$$



则频率响应的模特性大概如图：

3、(8分) 考虑一因果 LTI 系统，其系统函数 $H(s) = \frac{s+3}{s+2}$ ，画出系统方框图。

解：

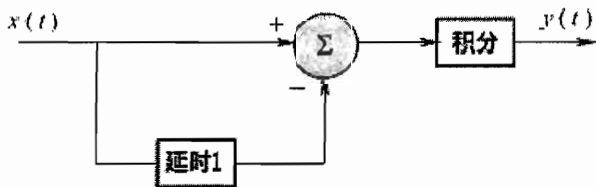


4、(14分) 系统如图所示

(1) 写出系统函数 $H(s)$ ，并求出系统冲激响应 $h(t)$ ；

(2) 若在该系统前面级联一个理想冲激串采样，即：使用 $p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t-n)$ 对

$x(t)$ 采样，设 $x(t) = \cos \frac{\pi}{2} t$ ，画出 $y(t)$ 的波形。



解：(1) (5分) 两种方法：

先求冲激响应：

设 $x(t) = \delta(t)$ ，则按系统框图可求得冲激响应

$$h(t) = \int_{-\infty}^t [\delta(\tau) - \delta(\tau-1)] d\tau = u(t) - u(t-1)$$

由此而求得系统函数

$$H(s) = \frac{1}{s}(1 - e^{-s})$$

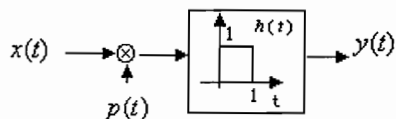
同样，如果先求系统函数，则有

$$Y(s) = X(s) \cdot (1 - e^{-s}) \cdot \frac{1}{s}$$

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{s}(1 - e^{-s})$$

(2) (10 分) 由 (1) 可知, $h(t) = \begin{cases} 1, & 0 < t \leq 1 \\ 0, & t \text{ 为其它} \end{cases}$, 显然这是一个零阶采样保持系统,

采样周期为 1, 系统框图如下:



$$\begin{aligned} y(t) &= [x(t)p(t)] * h(t) \\ &= x(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t-n) * h(t) \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) \delta(t-n) * h(t) \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) h(t-n) \end{aligned}$$

所以 $x(t)$ 和 $y(t)$ 的波形为: (细线为 $x(t) = \cos \frac{\pi}{2} t$, 粗线为 $y(t)$)

