上海交通大学试卷 ＜2＞

电磁场与波期终试卷(A卷)

姓名__________班级___________学号___________得分__________

一. 填空题（每小题3分，共30分）

1. 真空中，已知一电磁波的电场强度为$\vec{E}=\vec{a}_z E_0\cos(\omega t-\beta x)+\vec{a}_y E_0\sin(\omega t-\beta x)$，则此电磁波的磁场强度的瞬时表达式为____________________________________。

2. 已知圆柱坐标系中，$\vec{A}=\vec{a}_r A_1\sin\varphi+\vec{a}_\varphi A_1\cos\varphi+\vec{a}_z A_2$（其中$A_1, A_2$为常数），此矢量______（填“是”或“不是”）常矢量，因为________。

3. 旋度定理的数学表达式为_______，它可利用公式______和公式________导出。

4. 若静电场中填充线性、各向同性、介电常数为ε的非均匀电介质，且电介质中没有自由体电荷存在，则束缚体电荷_______（填“可存在”或“也不存在”）。若束缚体电荷存在，则束缚体电荷密度$\rho_{\mathrm{p}}=$_______；若束缚体电荷不存在，原因是_______。

5. 为在垂直于基本电振子（电流元）轴线方向上，距离基本电振子$10\ \mathrm{km}$处得到电场强度的有效值大于$1\ \mathrm{mV/m}$，则基本电振子的辐射功率为_______。

6. 若一空气矩形波导中导波的工作频率$f=3\ \mathrm{GHz}$，相速$v_{\mathrm{p}}=3.75\times10^8\ \mathrm{m/s}$，导波的电场分量$E_y=40\sin(\dfrac{\pi x}{a})\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta z}\ \mathrm{V/m}, E_x=E_z=0$，则该波导管上纵向面电流的最大值为______；若取波导管的宽、窄边的尺寸满足关系：$a=2b$，则波导管的尺寸为______。

7. 两种磁介质的分界面的方程是$3x+2y+z=1\ \mathrm{m}$，已知包含坐标原点一侧的区域①的相对导磁率$\mu_{\mathrm{r1}}=3.0$，其磁通量密度$\vec{B}_1=2\vec{a}_x+5\vec{a}_z\ \mathrm{T}$，又知区域②中填充相对导磁率$\mu_{\mathrm{r2}}=6.0$的磁介质，其区域②中磁通量密度$\vec{B}_2=$_______。

8. 理想媒质中传播的和导电媒质中传播的平面波的传播特点的异同处是______________
____。

9. 恒定电场的基本方程是__________________________________（微分形式），其物理意义是____。

10. 矩形波导不能传输TM_{m0}与TM_{0n}模式，因为__________________________________。

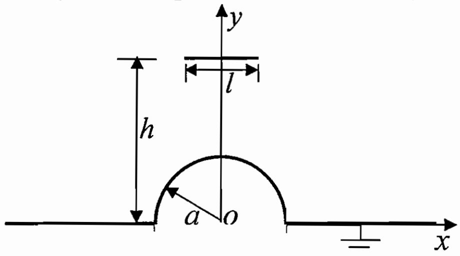
二. 计算题（前1小题20分，后2小题各25分，共70分）

1. 有一均匀平面电磁波由空气斜入射到$z=0$处的理想导体平面上，其电场强度的复矢量为

$$\vec{E}=\vec{a}_y 5\mathrm{e}^{-\mathrm{j}(6x+8z)}\ \mathrm{V/m}$$

① 求此平面波的工作频率和波长；② 写出入射波的电场强度和磁场强度的瞬时表达式；③求入射角θ_i；④ 写出合成波的电场强度以及磁场强度的复数表达式；⑤ 求出合成波传播方向上的相速和波长；⑥ 写出导体平面上的面电流密度的表达式；⑦ 简述合成波的特点。

2. 如题图所示，在无限大的理想接地导电平面上有一半径为a的半球形导体凸部，半球的球心在导体平面上，若在半球形导体凸部附近平行于x轴放一长度为l的均匀直线电荷（中心在$y=h>a$处，线电荷密度为ρ_l）。① 求镜像电荷的分布以及各镜像电荷的总电荷量；② 写出可求空间中任一点处的电位表达式；③ 设$h\gg l$，求均匀直线电荷所受到的作用力。



3. 已知一内充空气的矩形波导的横截面尺寸为$a\times b=23\times 10\,\text{mm}^2$，其中传输的$\text{TM}_{11}$模的两个磁场分量为

$$H_x=\frac{j\omega\varepsilon}{k_c^2}\frac{\pi}{b}E_0\sin\frac{\pi x}{a}\cos\frac{\pi y}{b}\mathrm{e}^{-j\beta z}$$

$$H_y=-\frac{j\omega\varepsilon}{k_c^2}\frac{\pi}{a}E_0\cos\frac{\pi x}{a}\sin\frac{\pi y}{b}\mathrm{e}^{-j\beta z}$$

①. 求TM_{11}模的截止频率f_c；②. 当信号源频率f_0为截止频率f_c的两倍时，求此模式的传播常数γ、波导波长λ_g及波阻抗Z_{TM}；③. 设信号源频率$f_0'=f_c/2$，再求此模式的传播常数γ及波阻抗Z_{TM}；④. 导出波导壁上的面电流密度表达式（自选并画出坐标）。

12

SJ2 部分习题参考答案

李旭光
lixg@sjtu.edu.cn
电信群楼 1 号楼 328

（答案仅供参考，发现问题请告知，谢谢！）

一．填空题

1． 真空中，已知一电磁波的电场强度为$\vec{E}=\vec{a}_z E_0\cos(\omega t-\beta y)+\vec{a}_y E_0\sin(\omega t-\beta y)$，则此电磁波的磁场强度的瞬时值表达式为$-\vec{a}_y\frac{E_0}{\eta_0}\cos(\omega t-\beta y)+\vec{a}_z\frac{E_0}{\eta_0}\sin(\omega t-\beta y)$。

2．已知圆柱坐标系中$\vec{A}=\vec{a}_r A_1\sin\varphi+\vec{a}_\varphi A_1\cos\varphi+\vec{a}_z A_2$，其中$A_1, A_2$为常数，为圆柱坐标则$\vec{A}$是常矢量，因为转换到直角坐标系下$\vec{A}=A_1\vec{a}_y+A_2\vec{a}_z$。

3．散度定理的数学表达式为$\int_V(\nabla\times\vec{A})dV=\oint_S\vec{A}\times d\vec{S}=\oint_S d\vec{S}\times\vec{A}$，它可利用公式$\int_S(\nabla\bullet\vec{A})\bullet d\vec{S}=\oint_l\vec{A}\bullet d\vec{l}$和公式$\int_V(\nabla\bullet\vec{A})dV=\oint_S\vec{A}\bullet d\vec{S}$证明。

4． 若静电场中填充线性、各向同性、介电常数为ε的非均匀电介质，且介质中没有自由体电荷存在，则束缚体电荷可存在，束缚电荷体电荷密度$\rho_p=-\nabla\bullet\vec{P}$。

5．天线和辐射问题，不解答。

6．若一空气矩形波导中导波的工作频率$f=3\,\text{GHz}$，相速$v_p=3.75\times10^8\,\text{m/s}$，导波的电场分量$E_y=40\sin(\frac{\pi x}{a})e^{-j\beta z}\,\text{V/m}$，$E_x=E_z=0$，则该波导管上纵向面电流的最大值为$84.9\,\text{mA/m}$；若取波导的宽窄变的尺寸满足关系$a=2b$，则波导管的尺寸为$8.33\,\text{cm}\times4.16\,\text{cm}$。

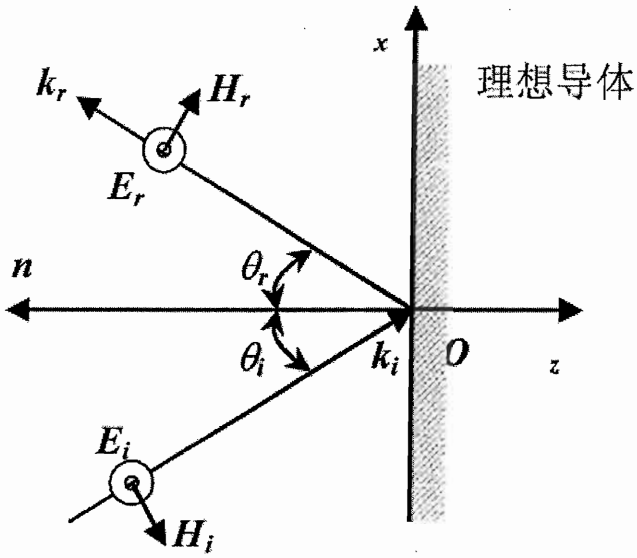
7．两种磁介质的分界面的方程是$3x+2y+z=1\,\text{m}$，已知包含原点一侧的区域（1）的相对导磁率$\mu_{r1}=3.0$，其磁通量密度$\vec{B}_1=2\vec{a}_x+5\vec{a}_z\,\text{T}$，又知区域（2）中填充相对导磁率$\mu_{r2}=6.0$的磁介质，则区域（2）中的磁通量密度$\vec{B}_2=\frac{23}{14}\vec{a}_x-\frac{11}{7}\vec{a}_y+\frac{129}{14}\vec{a}_z$。分析过程：分界面的法线向量$\vec{a}_n=3\vec{a}_x+2\vec{a}_y+\vec{a}_z$，两种理想磁介质界面之间无表面电流，因此可利用其边界条件$\vec{a}_n\times(\vec{H}_1-\vec{H}_2)=0, \vec{a}_n\bullet(\vec{B}_1-\vec{B}_2)=0$，并假定$\vec{B}_2=B_x\vec{a}_x+B_y\vec{a}_y+B_z\vec{a}_z$，再代入本构关系求解即可。

8．理想媒质中传播和导电媒质中传播的平面波的传播特点的异同处是：(1) 前者 E 和 H 处处同相，后者不再同相；(2) 前者只传输实功率，后者还有电场能量和磁场能量相互转化为多对应的虚功率；(3) 前者电场和磁场的平均能量密度相等，后者不相等。

9．恒定电场的微分形式基本方程是$\nabla\times\vec{E}=0, \nabla\bullet\vec{J}=0$，其物理意义是恒定电场是无旋场，电流是无散场。

10. 矩形波导不能传输TM_{m0}和TM_{0n}，因为若$m, n = 0$时，TM模的场分量全部等于 0。

二. 计算题



1．有一正弦均匀平面波由空气斜入射到$z=0$的理想导体上，其电场强度的复数表示为：

$$E_i(x,y)=\vec{a}_y 10e^{-j(6x+8z)}\ \ (\mathrm{V/m})$$

(1)　求波的频率和波长；

(2)　以余弦函数为基准，写出$E_i(x,z,t)$和$H_i(x,z,t)$的瞬时表达式；

(3)　确定入射角；

(4)　求反射波的$E_r(x,z,t)$和$H_r(x,z,t)$；

(5)　求合成波的电场强度和磁场强度表达式；

(6)　求出合成波传播方向的相速和波长；

(7)　求出导体平面上的面电流密度的表达式；

(8)　简述合成波的特点。

解答：

(1)　入射波的频率和波长求解

由已知条件知入射波的波矢量为：

$$\vec{k}_i=6\vec{a}_x+9\vec{a}_z=\vec{a}_x k_{ix}+\vec{a}_z k_{iz}$$

$$k_i=\sqrt{6^2+8^2}=10$$

故波长为：

$$\lambda=\frac{2\pi}{\beta}=0.628\ \ \mathrm{m}$$

频率为：

$$f=\frac{c}{\lambda}=\frac{3\times10^8}{0.628}=4.78\times10^8\ \ \mathrm{Hz}$$

$$\omega = 2\pi f = 3\times 10^9 \ \ \text{rad/s}$$

(2) 入射波电场和磁场瞬时值求解

入射波传播方向的单位矢量为：

$$a_{ni} = \frac{\vec{k}_i}{k_i} = \vec{a}_x 0.6 + \vec{a}_z 0.8$$

入射波的磁场复数表示为：

$$\begin{aligned} H_i(x,z) &= \frac{1}{\eta_0}\vec{a}_{ni}\times E_x(x,z) \\ &= \frac{1}{\eta_0}(-\vec{a}_x 8 + \vec{a}_z 6)\times \vec{a}_y 10 e^{-j(6x+8z)} \\ &= \frac{1}{120\pi}(-\vec{a}_x 8 + \vec{a}_z 6)e^{-j(6x+8z)} \end{aligned}$$

则得其瞬时值表达式为：

$$\begin{aligned} H_i(x,z,t) &= \mathrm{Re}\left[H_i(x,z)e^{j\omega t}\right] \\ &= \mathrm{Re}\left[\frac{1}{120\pi}(-\vec{a}_x 8 + \vec{a}_z 6)e^{-j(6x+8z)}e^{j3\times 10^9 t}\right] \\ &= \frac{1}{120\pi}(-\vec{a}_x 8 + \vec{a}_z 6)\cos(3\times 10^9 t - 6x - 8z) \ \ \text{A/m} \end{aligned}$$

而电场的瞬时表达式为：

$$\begin{aligned} E_i(x,z,t) &= \mathrm{Re}\left[E_i(x,z)e^{j\omega t}\right] \\ &= \mathrm{Re}\left[\vec{a}_y 10 e^{-j(6x+8z)}e^{j\omega t}\right] \\ &= \vec{a}_y 10\cos(3\times 10^9 t - 6x - 8z) \ \ \text{V/m} \end{aligned}$$

(3) 入射角求解

由$k_{iz} = k_i\cos\theta_i$得：

$$\cos\theta_i = \frac{k_{iz}}{k_i} = \frac{8}{10} = 0.8$$

因此$\theta_i = 36.9°$

(4) 反射波瞬时值求解

根据斯耐尔反射定律知$\theta_r = \theta_i = 36.9°$，反射波的波矢量为：

$$\vec{k}_r = \vec{a}_x 6 - \vec{a}_z 8$$

$$\vec{a}_{nr} = \frac{\vec{k}_r}{k_r} = \frac{\vec{a}_x 6 - \vec{a}_z 8}{10} = \vec{a}_z 0.6 - \vec{a}_z 0.8$$

而垂直极化波对理想导体平面斜入射时，反射系数$\rho_\perp = -1$，故反射波的电场为：

$$E_r(x,z) = -\vec{a}_y 10 e^{-j(6x-8z)} \ \ \text{V/m}$$

与之相伴的反射波的磁场为：

$$
\begin{aligned}
H_r(x,z) &= \frac{1}{\eta_0}\vec{a}_{nr}\times\vec{E}_r(x,z) \\
&= \frac{1}{120\pi}(\vec{a}_x 0.6-\vec{a}_z 0.8)\times(-\vec{a}_y 10e^{-j(6x-8z)}) \\
&= \frac{1}{120\pi}(-\vec{a}_x 8-\vec{a}_z 6)e^{-j(6x-8z)}\ \ \mathrm{A/m}
\end{aligned}
$$

(5)　合成波电场和磁场表达式求解

合成波的电场为：

$$
\begin{aligned}
E(x,z) &= E_i(x,z)+E_r(x,z) \\
&= \vec{a}_y 10e^{-j(6x+8z)}-\vec{a}_y 10e^{-j(6x-8z)} \\
&= \vec{a}_y 10e^{-j6x}(e^{-j8z}-e^{j8z}) \\
&= -\vec{a}_y j20e^{-j6x}\sin 8z\ \ \mathrm{V/m}
\end{aligned}
$$

合成波的磁场为：

$$
\begin{aligned}
H(x,z) &= H_i(x,z)+H_r(x,z) \\
&= \frac{1}{120\pi}(-\vec{a}_x 8+\vec{a}_z 6)e^{-j(6x+8z)}+\frac{1}{120\pi}(-\vec{a}_x 8-\vec{a}_z 6)e^{-j(6x-8z)} \\
&= \frac{1}{120\pi}\left[-\vec{a}_x 16\cos 8z-\vec{a}_y j12\sin 8z\right]e^{-j6x}\ \ \mathrm{A/m}
\end{aligned}
$$

(6)　合成波传播方向的相速和波速

$k=6\ \ \mathrm{rad/m}$

$$
v_p=\frac{\omega}{k}=\frac{2\pi\times 4.78\times 10^8}{6}=5\times 10^8\ \ \mathrm{m/s}
$$

(7)　导体平面上的面电流表达式

面电流的分布取决于导体表面附近的磁场分布，即面电流密度$\vec{J}_S$应当满足：

$\vec{J}_S=\vec{a}_n\times H_\tau$

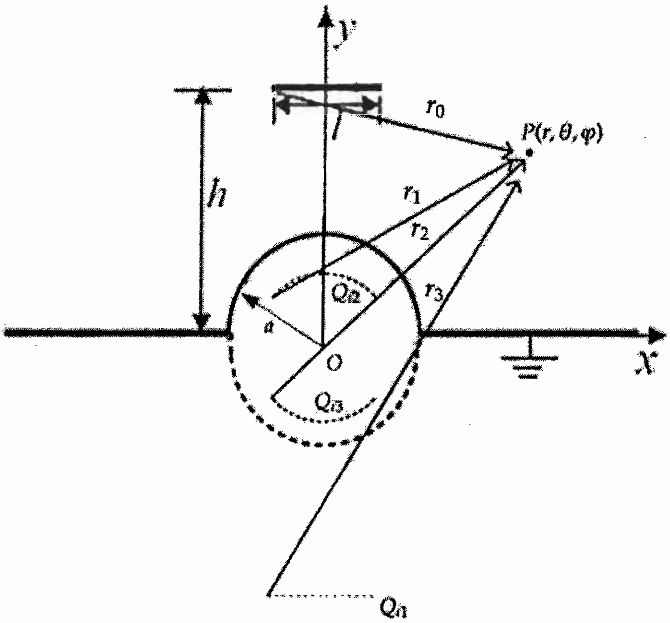
$\vec{a}_n$为导体表面外法线方向，此处为$-\vec{a}_z$，因此：

$$
\begin{aligned}
\vec{J}_s &= -\vec{a}_z\times H_{z=0} \\
&= -\vec{a}_z\times\frac{1}{120\pi}(-\vec{a}_x 16)e^{-j6x} \\
&= \vec{a}_y\frac{2}{15\pi}e^{-j6x}\ \ \mathrm{A/m}
\end{aligned}
$$

(8)　合成波的特点

反射波电场为垂直极化波，方向为$-\vec{a}_y$，磁场有$-\vec{a}_x$和$-\vec{a}_y$分量。

2．如题图所示，在无限大的理想接地导电平面上有一半径为a的半球形导体凸部，半球的球心在导体平面上，若在半球形导体凸部附近平行于x轴放一长度为l的均匀直线电荷（中心$y=h>a$处，线电荷密度为ρ_l）。（1）求镜像电荷的分布以及各镜像电荷的总电荷量；（2）写出可求空间中任一点处的电位表达式；（3）设$h\gg l$，求均匀直线电荷所受到的作用力。



解答：

（1）

取均匀直线电荷上电荷微元$\rho_l dl$，采用镜像法，为使边界面（导体平面与球面的组合面）电位为 0，应在平面下方放置一镜像电荷，电荷量为$-\rho_l dl = Q_{i1}$，为使球面电位为 0，应在球内$\rho_l dl$和$-\rho_l dl$对称点处放置一对镜像电荷。

其中：

$$Q_{i2} = -\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{a\rho_l dx'}{\sqrt{h^2 + x'^2}}$$

距离球心距离为：

$$d_i = \frac{a^2}{\sqrt{h^2 + x'^2}}$$

不同位置距离球心距离球心距离不同，形成一弧线。

$Q_{i3} = -Q_{i2}$

其位置关于导电平面对称。

各镜像电荷分布如图所示，镜像电荷总量$q' = Q_{i1} + Q_{i2} + Q_{i3} = Q_{i1} = -\rho_l dl$

（2）

线电荷所在一侧空间的电位ϕ由原电荷和3个镜像电荷共同产生。考虑到电位关于y轴旋转对称，因此电位ϕ与方位角φ无关，设任意点P的坐标为(x, y, z)，其中，θ为$\overrightarrow{OP}$和y轴夹角，因此，P点电位可以表示为：

$$\phi_P = \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \left(\frac{\rho_l dx'}{4\pi\varepsilon_0 r_0} + \frac{a\rho_l dx'}{4\pi\varepsilon_0 r_1 \sqrt{h^2+x'^2}} - \frac{a\rho_l dx'}{4\pi\varepsilon_0 r_2 \sqrt{h^2+x'^2}} - \frac{\rho_l dx'}{4\pi\varepsilon_0 r_3}\right)$$

分别将r_0, r_1, r_2, r_3表示为关于x, y, z, x'的表达式，x'代表和原电荷或者镜像电荷有关的位置变量。此积分过程较为繁琐，此处从略。主要要点是将单元镜像电荷的位置和大小表述为和x'或x, y, z有关的函数，当然采用球坐标ρ, θ, φ表示也可以，主要是立体几何和解析几何方面的知识。

（3）

当$h \gg l$时，直线电荷可以看作y轴上的点电荷，其电荷量$Q = \rho_l l$，则有：

$$Q_{i1} = -\rho_l l$$

$$Q_{i2} = -\frac{a\rho_l l}{h}$$

$$Q_{i3} = \frac{a\rho_l l}{h}$$

$$d_i = \frac{a^2}{h}$$

根据库仑定律，线电荷受力叠加后为：

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{\rho_l^2 l^2}{4h^2} - \frac{a\rho_l^2 l^2}{h(h+\frac{a^2}{h})^2} + \frac{a\rho_l^2 l^2}{h(h-\frac{a^2}{h})^2}\right) = \frac{\rho_l^2 l^2}{16\pi\varepsilon_0 h^2}$$

3. 已知一内充空气的矩形波导的横截面尺寸为$a \times b = 23 \times 10\ \mathrm{mm}^2$，其中传输的$\mathrm{TM}_{11}$模的两个磁场分量为：

$$H_x = \frac{j\omega\varepsilon}{k_c^2}\frac{\pi}{b}E_0 \sin\frac{\pi x}{a}\cos\frac{\pi y}{b}e^{-j\beta z}$$

$$H_y = -\frac{j\omega\varepsilon}{k_c^2}\frac{\pi}{a}E_0 \cos\frac{\pi x}{a}\sin\frac{\pi y}{b}e^{-j\beta z}$$

（1）求 TM_{11} 模的截止频率；（2）当信号源频率f_0为截止频率f_c的两倍时，求此模式的传播常数γ、波导波长λ_g及波阻抗Z_{TM}；（3）设信号源频率$f_0' = f_c/2$，再求此模式的传播常数γ及波阻抗Z_{TM}；④. 导出波导壁上的面电流密度表达式（自选并画出坐标）。

解答：

（1）

$$f_{c_{TM_{11}}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}\sqrt{\left(\frac{\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{b}\right)^2} = 16.36\ \mathrm{GHz}$$

（2）

$$f_0' = df_c = 32.72\ \mathrm{GHz}$$

$$\because \lambda_0 = \frac{c}{f_0} = 0.917\ \mathrm{m}$$

$$\gamma = j\beta = j\frac{2\pi}{\lambda_g} = j\frac{2\pi}{\lambda_0}\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_c}\right)^2} = j593.39\ \mathrm{rad/m}$$

$$\lambda_g = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1-\left(\frac{\lambda_0}{\lambda_c}\right)^2}} = 1.059\ \text{m}$$

$$Z_{TM_{11}} = \eta_0 \frac{\lambda_0}{\lambda_g} = 326.49\ \Omega$$

（3）

$$f_0' = \frac{f_c}{2} = 8.18\ \text{GHz}$$

$$\lambda_0' = 3.668\ \text{m}$$

此时TM_{11}处于截止状态，因此：

$$\gamma = \alpha = \frac{2\pi}{\lambda_0}\sqrt{\left(\frac{f_c}{f_0'}\right)^2 - 1} = 296.70\ \text{Np/m}$$

此时波导波长失去意义，波阻抗为纯虚数，即：

$$Z_{TM} = -j377\sqrt{\left(\frac{f_c}{f_0'}\right)^2 - 1} = -j652.78\ \Omega$$

由$\vec{J}_S = \vec{a}_n \times \vec{H}(t)$可以得到：

在左窄壁的右表面上：

$$\vec{J}_S|_{x=0} = (\vec{a}_x \times \vec{a}_y H_y)|_{x=0} = -\vec{a}_z \frac{j\omega\varepsilon_0}{k_c^2}\frac{\pi}{a} E_0 \sin(\frac{\pi y}{b}) e^{-j\beta z}$$

在右窄壁的左表面上：

$$\vec{J}_S|_{x=0} = (-\vec{a}_x \times \vec{a}_y H_y)|_{x=a} = \vec{a}_z \frac{j\omega\varepsilon_0}{k_c^2}\frac{\pi}{a} E_0 \sin(\frac{\pi y}{b}) e^{-j\beta z}$$

在下窄壁的上表面上：

$$\vec{J}_S|_{x=0} = (\vec{a}_y \times \vec{a}_x H_x)|_{y=0} = -\vec{a}_z \frac{j\omega\varepsilon_0}{k_c^2}\frac{\pi}{a} E_0 \sin(\frac{\pi x}{a}) e^{-j\beta z}$$

在上窄壁的下表面上：

$$\vec{J}_S|_{x=0} = (-\vec{a}_y \times \vec{a}_x H_x)|_{y=b} = \vec{a}_z \frac{j\omega\varepsilon_0}{k_c^2}\frac{\pi}{a} E_0 \sin(\frac{\pi x}{a}) e^{-j\beta z}$$

上海交通大学试卷　　<3>

电磁场与波期终试卷(A 卷)

姓名__________班级__________学号__________得分__________

一．填空题（每小题 3 分，共 30 分）

1．已知一静止电荷 q 位于圆柱坐标系中的点 $p_0(r,\varphi,z)=p_0\left(a,\frac{\pi}{3},-a\right)$ 处，则此点电荷在直角坐标系中的点 $p_1(x,y,z)=p_1(a,a,a)$ 处产生的电场强度 $\vec{E}$ 的 y 向分量 $E_y=$ ________________；电场强度 $\vec{E}$ 在圆球坐标系中的 θ 向分量 $E_\theta=$________________。

2. 矢量场的唯一性定理为____。

3. 真空中，已知一电磁波的电场强度为 $\vec{E}=\vec{a}_z E_0\cos(\omega t-\beta x)+\vec{a}_y E_0\sin(\omega t-\beta x)$，则此电磁波的磁场强度的瞬时表达式为________________________________。

4. 时变场中，有机玻璃和水的交界面处的边界条件为____。

5．在一无限大的理想接地导电平面（xoy 平面）上方（媒质为空气）距离为 z 处有一正电荷 q，并位于均匀电场 $E_0\vec{a}_z$ 中。当 $z=$____________时，电荷受力为零。

6．真空中，载直流为 I 的两根半无限长直导线（垂直于 xoy 平面）和一半径为 a 的有缺口圆环形导线（处于 xoy 平面内）构成回路。设缺口的张角为 2α，则环心 p 点的磁感应强度 $\vec{B}=$________________________。（注：电流方向及坐标自取，并画出坐标系）

7．一均匀平面波从空气垂直入射到理想导体表面（$z=0$）上，已知其反射波的电场强度为 $\dot{\vec{E}}_r=E_0\left(-\vec{a}_x+j2\vec{a}_y\right)e^{j\beta z}$，则其入射波为__________极化波；理想导体表面（$z=0$）上的面电流密度 $\dot{\vec{J}}_S=$________________________。

8．　一尺寸为 $a\times b$ 的矩形波导工作于TE_{10}波，当工作频率 $f=9.25$ GHz时，波导波长 $\lambda_g=4.95$ cm；当 $f'=9.8$ GHz时，其波导波长 $\lambda'_g=$____________。

9．尺寸为 $a\times b$ 的空气矩形波导（其轴线沿 z 向）中TE_{10}波的平均功率密度的表达式 $\dot{\vec{S}}_{av}=$__________________；功率容量的表达式 $P_{br}=$____________________。

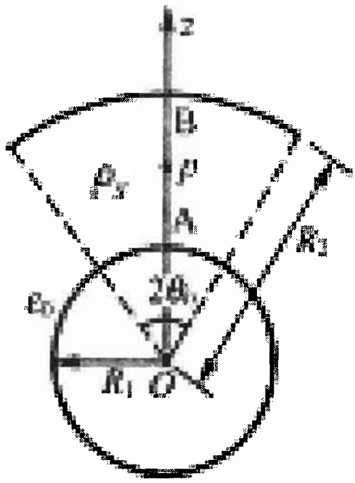
10．三个沿 x 轴排列，间距为 $\lambda/2$ 的半波对称振子（轴线沿 y 轴）用于自由空间中远区辐射电磁波，各电流元激励电流的相位相同，振幅比为 1 ： 2 ： 1 ，则该天线阵的归一化方向图函数 $|F(\theta,\varphi)|=$ ________________________________。

二．问答（含推导、证明）题（每小题各 5 分，共 2 0 分）

1．试从麦克斯韦方程出发，详细导出适用于简单媒质的复坡印亭定理。

三．计算题（前 1 题 20 分，后 2 题各 15 分，共 5 0 分）

1．在一半径为 R_1 的接地导体球外有一球心相同、半径为 R_2 的部分导体球壳，此球壳对球心的张角为 $2\theta_0$，如图所示。部分球壳上均匀分布面电荷，面电荷密度为 ρ_S。① 导出接地导体球与部分球壳间 z 轴上任一点 $p(R,\theta,\varphi)=p(R,0^\circ,0^\circ)$ 处的电位表达式；② 求出接地导体球上 A 点的面电荷密度 ρ_{SA} 的表达式；③ 以此问题的求解思路为基础，若适当改变题给条件，你认为此题还有哪些问题可求？（限其中一个问题）



2．一工作频率为 100 MHz 的垂直极化波以 60° 的入射角从淡水 $(\varepsilon_r=80,\sigma\approx 0)$ 中入射到淡水和空气的平面交界面（$z=0$）上，① 试详细推导并求出淡水和空气交界面处的反射系数；② 导出空气中电场强度的复数表达式；③ 写出空气中复坡印亭矢量的表达式；④ 由③的结果可得到哪些结论和波（场）的特点（说明其原因）？

3. 一空气填充的矩形波导的尺寸为 $a\times b=(23\times 10)\ \mathrm{mm}^2$，波导中传输工作频率为 $f=10.87\ \mathrm{GHz}$ 的导行电磁波，若已知此导行波的电场强度的最大值为 $500\ \mathrm{V/m}$，求：

22

①. 波导中传输模式的波导波长、相速以及波阻抗；②. 波导内壁表面处传输模式的纵向面电流密度的最大值。