上 海 交 通 大 学 试 卷（物理144A卷）

（2016 至 2017 学 年 第 2 学 期 试 卷 2017年6月21日）

班级号____________ 学号____________ 姓名 参考答案

课程名称 大学物理 成绩____________

注意：（1）试卷共三张；（2）填空题空白处写上关键式子，可参考给分，计算题要列出必要的方程和解题的关键步骤；（3）不要将订书钉拆掉；（4）第四张为草稿纸。

一、填空题（共57分）

1、（本小题 4 分）一定量的理想气体贮于某一容器中，处于温度为 T 的平衡态，气体分子的质量为 m。根据理想气体的分子模型和统计假设，分子速度在水平向右 x 方向分量的平均 ？

值 $\overline{v_x}$ 为____________，分子速度在 x 方向分量平方的平均值 $\overline{v_x^2}$ 为 $\overline{v_x^2}=k_BT/m$。

$\overline{v_x}=\int_{-\infty}^{\infty}dv_x\int_{-\infty}^{\infty}dv_y\int_{-\infty}^{\infty}dv_z\, v_xF(v_x,v_y,v_z)=0$，

$\overline{v_x^{(+)}}=\int_{0}^{\infty}dv_x\int_{-\infty}^{\infty}dv_y\int_{-\infty}^{\infty}dv_z\, v_xF(v_x,v_y,v_z)=\frac{1}{4}\bar{v}=\sqrt{\frac{k_BT}{2\pi m}}$，

$\bar{\varepsilon}_t=\frac{1}{2}m\overline{v^2}=\frac{1}{2}m(\overline{v_x^2}+\overline{v_y^2}+\overline{v_z^2})=\frac{3}{2}\overline{v_x^2}m=\frac{3}{2}k_BT$

$\overline{v_x^2}=\overline{v_y^2}=\overline{v_z^2}$

2、（本小题 3 分）若 $f(v)$ 为气体分子速率分布函数，N 为分子总数，m 为分子质量，则

$\int_{v_1}^{v_2}\frac{1}{2}mv^2Nf(v)dv$ 的物理意义是为 速率处在速率间隔$[v_1, v_2]$之内的分子平动动能之和。

3、（本小题3分）在温度分别为227℃和27℃的高温热源和低温热源之间工作的热机，理论上的最大效率为 40%。

$T_1=227+273=500(K)$，Carnot 热机效率 $\eta=1-\frac{T_2}{T}=1-\frac{300}{500}=\frac{2}{5}$

$T_2=27+273=300(K)$，

4、（本小题 6 分）一气缸内储有 10mol 的单原子理想气体，在膨胀过程中系统对外界做功 300J，气体温度升高了 1K，则气体内能的增量 $\Delta E=$ 124.7J，气体从外界吸收热量 $Q=$ 424.7J，此过程摩尔热容 $C=$ 42.5 J/mol·K

$\Delta E=C_V\Delta T\overset{\Delta T=1K}{=}C_V=10\times\frac{3}{2}\times R=15\times8.31(J)$

由热一，有 $\Delta E=Q+A\Rightarrow Q=\Delta E-A=\Delta E-(-300)=424.7J$

$C_m=Q/10=42.4J/mol\cdot K$

5、（本小题 8 分）绝热容器体积为 $2V_0$，用绝热板等分为 A、B 两部分。A 内储有 1mol 单原子理想气体，B 内储有 2mol 刚性双原子理想气体，A、B 两部分压强均为 p_0。则 A 部分气体的内能为 $\frac{3}{2}P_0V_0$，B 部分气体的内能为 $\frac{5}{2}P_0V_0$。抽出绝热板，两种气体混合后达到平衡态时系统的压强为 $12P_0/13$，系统的温度为 $8P_0V_0/13R$

$E=C_VT=\nu\frac{i}{2}RT\overset{PV=\nu RT}{=}\frac{i}{2}PV$

绝热容器，混合时与外界无热量交换，外界也不作功，由热一，内能不变。

$\frac{3}{2}P_0V_0+\frac{5}{2}P_0V_0=\frac{3}{2}RT+2\times\frac{5}{2}RT=\frac{13}{2}RT\Rightarrow T=\frac{8P_0V_0}{13R}$

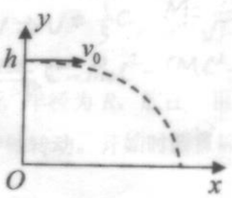
$P2V_0=3RT\Rightarrow P=\frac{12P_0}{13}$

我承诺，我将严格遵守考试纪律。

承诺人：________

题号	一	二 1	二 2	二 3	二 4
得分					
批阅人(流水阅卷教师签名处)					

6、(**本小题 6 分**) 如图所示，一质量为 m 的小球在高度 h 处以初速度 v_0 沿 x 方向水平抛出，则落地前瞬时小球的 $\frac{d\vec{r}}{dt}=$ $v_0\vec{i}-\sqrt{2gh}\,\vec{j}$，$\frac{d\vec{v}}{dt}=$ $-g\vec{j}$，$\frac{dv}{dt}=$ $\frac{2gh}{\sqrt{v_0^2+2gh}}g$。(不计空气阻力，矢量用 x、y 方向上的单位矢量 $\vec{i}$、$\vec{j}$ 表示)



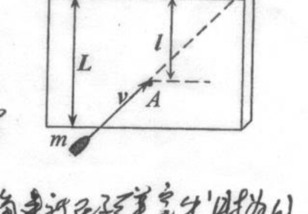
依题意，有 $x=v_0t$，$y=h-\frac{1}{2}gt^2$，$\vec{r}=x\vec{i}+y\vec{j}$
$=v_0t\vec{i}+(h-\frac{1}{2}gt^2)\vec{j}$

$\frac{d\vec{r}}{dt}=v_0\vec{i}-gt\vec{j}$，$\frac{d\vec{v}}{dt}=-g\vec{j}$，$v=\sqrt{v_0^2+g^2t^2}$，$\frac{dv}{dt}=\frac{g^2t}{\sqrt{v_0^2+g^2t^2}}$

设落地时刻为 t_d，则 $h-\frac{1}{2}gt_d^2=0$，$t_d=\sqrt{2h/g}$

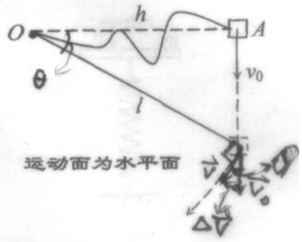
$\frac{d\vec{r}}{dt}=v_0\vec{i}-\sqrt{2gh}\,\vec{j}$，$\frac{dv}{dt}=\frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{v_0^2+2gh}}g$

7、(**本小题 4 分**) 一块宽为 L、质量为 M 的均匀薄木板，可绕水平固定光滑轴 OO' 自由转动，当木板静止在平衡位置时，有一质量为 m 的子弹垂直击中木板 A 点，A 离转轴 OO' 距离为 l，子弹击中木板前速度为 v_1，穿出木板后的速度为 v_2。则子弹穿出瞬间木板的角速度大小为 $\frac{3m(v_1-v_2)l}{ML^2}$，木板的动量大小为 $\frac{3m(v_1-v_2)l}{2L}$。(已知:木板绕 OO' 轴的转动惯量 $J=ML^2/3$)



子弹穿出过程短暂，可认为子弹穿出过程中木板始终在竖直位置。
此过程中，板、子弹系统所受外力对 OO' 力矩为 0，
故板-子弹系统对 OO' 的角动量守恒，所以
$mv_1l=mv_2l+J\omega \Rightarrow \omega=\frac{m(v_1-v_2)}{J}l$
板在子弹穿出时各部分的速度相同，相当于作整体平动，所以可得板的动量 $P=M\frac{L}{2}\omega$.
或 板的动量等于其质心动量，其质心作圆周运动，角速度在子弹穿出时为 ω，
故 $p=M\cdot\frac{L}{2}\omega=M\cdot\frac{L}{2}\frac{m(v_1-v_2)}{J}$

8、（本小题 1+1+2 分）长为 l 的轻绳，一端固定在光滑水平面上，另一端系一质量为 m 的物体。开始时物体在 A 点，绳子处于松弛状态，物体以速度 v_0 垂直于 OA 运动，OA 长为 h。当绳子被拉直后物体作半径为 l 的圆周运动，如图所示。在绳子被拉直的过程中物体动量的增量为_______，物体相对 O 点角动量的增量为 0 ，物体作圆周运动时速度大小为 hV_0/l 。



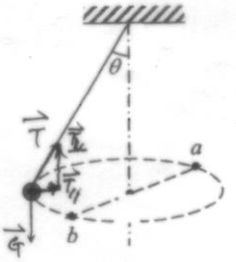
拉直前后的动量守恒：$\Delta\vec{p}=0$. 拉直过程：$|\Delta\vec{v}|=V_0\cos\theta=V_0\sqrt{1-h^2/l^2}$

动量增量：$m\Delta\vec{v}$，沿 l 指向 O 点.

拉直前后物体对O点的角动量守恒，故有：$mV_0h=mVl$

$V=V_0h/l$

9、（本小题 4 分）如图所示，质量为 m 的质点以匀速率 v_0 做半径为 r，半锥角为 θ 的圆锥摆运动，若质点从 a 到 b 绕行半周，则在此过程中作用于质点上的重力的冲量大小为 $mg\frac{\pi r}{V_0}$ ，绳中张力的冲量大小为 $\sqrt{4m^2V_0^2+m^2g^2\pi^2r^2/V_0^2}$ 。



$I_G=mg\Delta t$，$\Delta t=\frac{\pi r}{V_0}$

$\vec{T}=\vec{T_\perp}+\vec{T_{//}}$，$\vec{T_\perp}=-\vec{G}$，$T_{//}=m\frac{V_0^2}{r}$

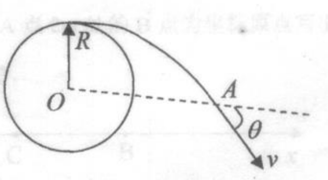
$\vec{I_T}=\vec{T}\Delta t=\vec{T_\perp}\Delta t+\vec{T_{//}}\Delta t$，$|\vec{T_\perp}\Delta t|=|\vec{G}\Delta t|=mg\Delta t$

由动量定理，$\int\Sigma\vec{F}dt=\Delta(m\vec{v})$

$\Sigma\vec{F}=\vec{T_{//}}$，$|\int_0^{\Delta t}\Sigma\vec{F}dt|=|\int_0^{\Delta t}\vec{T_{//}}dt|=|\Delta(m\vec{v})|=2mV_0$

$|\vec{I_T}|=\sqrt{|\vec{T_\perp}\Delta t|^2+|\vec{T_{//}}\Delta t|^2}$

10、（本小题 4 分）火箭以第二宇宙速度 $v_2=\sqrt{2Rg}$ 沿地球表面切向飞出（R 为地球半径），如图所示。在飞离地球过程中，火箭发动机停止工作，不计空气阻力，则火箭在距地心 $2R$ 的 A 处的速度大小为 $\sqrt{Rg}$ ，速度与 A 点与地心连线（图中虚线）夹角 θ 为 $45°$ 。



机械能守恒.

$-\frac{GmM}{R}+\frac{1}{2}mV_2^2=-\frac{GmM}{2R}+\frac{1}{2}mV^2$

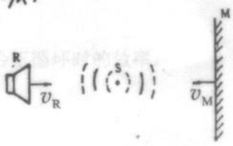
$\Downarrow$ $\frac{GmM}{R^2}=mg\Rightarrow g=\frac{GM}{R^2}$

$V^2=Rg$

由角动量守恒，有：$RmV_2=2RmV\sin\theta\Rightarrow\sin\theta=\frac{V_2}{2V}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

11、（本小题4分）接收器R、波源S及反射面M的位置如图所示，已知波源静止不动，频率为ν_0，波速为u，接收器以v_R运动，反射面以v_M运动。接收器接收到的由反射面反射的波的频率为 $\frac{u+v_R}{u-v_M}\frac{u+v_M}{u}\nu_0$ ，接收到的拍频为 $\frac{2v_M(u+v_R)}{u(u-v_M)}$ 。

见教材第262页例[5-6]



12、（本小题3分）某恒星距离地球12光年，假如一个30岁的宇航员乘一个速度为$0.6c$的高速火箭从地球飞向该恒星，当到达的时候，他觉得他自己的年龄为 16 岁。

$\Delta t=\frac{12c}{0.6c}$(年)$=20$(年)，$\Delta t=\frac{\Delta\tau}{\sqrt{1-\frac{(0.6c)^2}{c^2}}}$，$\Delta\tau=\Delta t\cdot 0.8=16$(年)

13、（本小题4分）质点A、B静质量同为m_0，今使B在惯性系S中静止，A则以$3c/5$的速度对准B运动。若A、B碰撞过程中无能量释放，且碰后粘连在一起，则碰后系统相对S系的运动速度大小为 $\frac{1}{3}c$ ，系统动能减少量为 $(\frac{3}{2}\sqrt{2}-2)m_0c^2$ 。

能量守恒：$m_0c^2+\frac{m_0}{\sqrt{1-0.6^2}}c^2=Mc^2$，$\frac{m_0}{\sqrt{1-0.6^2}}\times 0.6c=Mv\Rightarrow v=\frac{1}{3}c$，$M=\frac{M_0}{\sqrt{1-v^2}}=\frac{9}{4}m_0$

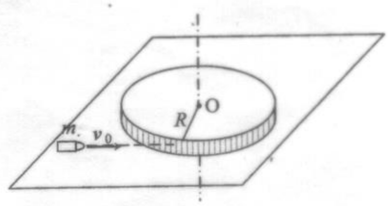
$\Rightarrow M_0=\frac{3}{2}\sqrt{2}m_0$，动能损失：$\frac{m_0}{\sqrt{1-0.6^2}}c^2-m_0c^2-(Mc^2-M_0c^2)=(\frac{3}{2}\sqrt{2}-2)m_0c^2$

二、计算题（共43分）

1、（本题10分）如图所示，一质量均匀分布的圆盘，质量为M，半径为R，放在一粗糙水平面上，摩擦系数为μ，圆盘可绕通过其中心O的竖直固定光滑轴转动。开始时圆盘静止，一质量为m的子弹以水平速度v_0垂直圆盘半径打入圆盘边缘并嵌在盘边上，求：

（1）子弹击中圆盘后，盘所获得的角速度；

（2）经过多长时间后，圆盘停止转动。（圆盘绕通过O的竖直轴的转动惯量为$MR^2/2$，忽略子弹重力造成的摩擦阻力矩。）



144 学 时 参 考 答 案

一、填空题

1、$\overline{v_x}=0$　　$\overline{v_x^2}=k_BT/m$（**4分**）

2、速率处在速率间隔v_1 –v_2 之内的分子平动动能之和 （**3分**）

3、（**3分**）40%　　**B卷**：25%

4、124.7J，424.7J，42.5J/mol·K （**6 分**） **B 卷：** 124.7J，524.7J，52.5J/mol·K

5、$\frac{3}{2}p_0V_0$，$\frac{5}{2}p_0V_0$，$\frac{12}{13}p_0$，$\frac{8}{13}\frac{p_0V_0}{R}$ （**8 分**）

6、$v_0\vec{i}-\sqrt{2gh}\vec{j}$，$-g\vec{j}$，$\frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{v_0^2+2gh}}g$ （**6 分**）

7、$\frac{3m(v_1-v_2)l}{ML^2}$，$\frac{3m(v_1-v_2)l}{2L}$ （**4 分**）

8、0，0，$\frac{h}{l}v_0$（**1+1+2 分**）

9、$mg\frac{\pi r}{v_0}$，$\sqrt{4m^2v_0^2+\frac{m^2g^2\pi^2r^2}{v_0^2}}$ （表达式中有θ，结果正确也可以。）（**4 分**）

10、$\sqrt{gR}$，45^0 （**4 分**）

11、$\frac{u+v_{\mathrm{R}}}{u-v_{\mathrm{M}}}\cdot\frac{u+v_{\mathrm{M}}}{u}v_0$，$\frac{2v_{\mathrm{M}}(u+v_{\mathrm{R}})}{u(u-v_{\mathrm{M}})}v_0$（**4 分**）

12、46（**3 分**） **B 卷：**42

13、$\frac{1}{3}c$，$\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}-2\right)m_0c^2$（**4 分**）

二、计算题

1、（10 分）解：(1)子弹击中并嵌入圆盘，忽略摩擦力矩的作用，子弹与圆盘系统的角动量守恒：

$$mv_0R=(mR^2+J)w \qquad （2 分）$$

$$w=\frac{mv_0R}{mR^2+J}\ ,\ J=\frac{1}{2}MR^2 \qquad （1 分）$$

(2)圆盘获得角速度后，到停止转动，摩擦力矩做功：

在圆盘上取一环状面元，质量为$dm=\sigma\cdot 2\pi r dr$；摩擦力矩为：$dM_f=\mu dmg\cdot r$

$$M_f=2\pi\mu\sigma g\int_0^R r^2dr=\frac{2}{3}\pi\mu\sigma gR^3=\frac{2}{3}\mu RMg \qquad （4 分）$$

由角动量定理，有：$\Delta t=\dfrac{\Delta L}{M_f}=\dfrac{(mR^2+J)\omega}{2\mu RMg/3}=\dfrac{3mv_0R}{2\mu RMg}=\dfrac{3mv_0}{2\mu Mg}$（3 分）

2、（12 分）解: 由于泥块与板碰撞后合为一体，因此是质量为 2m 的竖直放置的弹簧振子的运动，其简谐振动的圆频率为

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{2m}} \qquad （1 分）$$

由$kl_0=mg$得

$$\omega=\sqrt{\frac{g}{2l_0}} \qquad （1 分）$$

（1）碰撞后泥块与木板的平衡位置已不是原来木板的平衡位置了，而应满足

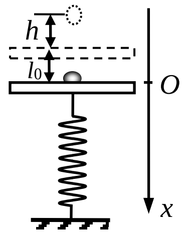
$$2mg-k\Delta l=0$$

得$\Delta l=\dfrac{2mg}{k}=2l_0$

因此泥块落上后弹簧新的平衡位置在原来木板平衡位置下方 l_0 处，以新的平衡位置为坐标原点作 Ox 坐标如图，则泥块与木板碰撞瞬时的位置 $x_0=-l_0$。

碰撞后谐振动的运动方程为

$$x=A\cos(\omega t+\varphi)$$



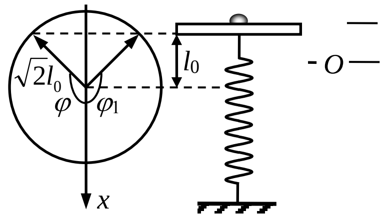
其中ω为已知，A、φ为待求量，可由初始条件求出。

泥块与木板碰撞过程满足动量守恒

$$m_{泥}v=(m_{泥}+m_{木})v_0 \qquad （1 分）$$

即 $m\sqrt{2gl_0}=2mv_0$，得 $v_0=\sqrt{\dfrac{gl_0}{2}}$ （1 分）

由此得 $A=\sqrt{{x_0}^2+\frac{{v_0}^2}{\omega^2}}=\sqrt{(-l_0)^2+\frac{gl_0/2}{g/2l_0}}=\sqrt{2}l_0$ （1 分）



$$\tan\varphi=-\frac{v_0}{\omega x_0}=-\frac{\sqrt{\frac{gl_0}{2}}}{\sqrt{\frac{g}{2l_0}}\cdot(-l_0)}=1$$

得：$\varphi=\frac{\pi}{4}$ 或 $\varphi=\frac{5\pi}{4}$。

因为 t=0 时 x_0 为负，v_0 为正，应取：$\varphi=\frac{5}{4}\pi$ 或取 $\varphi=-\frac{3}{4}\pi$。 （1 分）

上述结果也能利用旋转矢量图直接得出。碰撞后木板的谐振动方程为

$$x=\sqrt{2}l_0\cos(\sqrt{\frac{g}{2l_0}}t-\frac{3}{4}\pi)$$ （1 分）

（2）利用旋转矢量法，当泥块第一次回到相碰位置 $x_1=-l_0$ 时，$\varphi_1=\frac{3}{4}\pi$。

旋转矢量以匀角速 ω 转动，可得

$$t_1=\frac{\Delta\varphi}{\omega}=\frac{\varphi_1-\varphi}{\omega}=\frac{\frac{3}{4}\pi-\left(-\frac{3}{4}\pi\right)}{\sqrt{g/2l_0}}=\frac{3}{2}\pi\sqrt{\frac{2l_0}{g}}$$ （5 分）

3、（10 分）解：（1）A 点的振动表达式为

$$y_{\rm A}=A\cos(\frac{2\pi}{T}t+\varphi_{A0})=0.01\cos(200\pi t-\frac{\pi}{2})\text{m}$$ （1 分）

$$l = uT = 4\text{m}$$ （1 分）

$$k=\frac{2p}{l}=\frac{p}{2}\text{m}^{-1}$$ （1 分）

平面波从 A 点传播到 B 点，B 点比 A 点振动落后 $k\overline{AB}=p$

由此可得到 B 点的振动表达式为

$$y_{\rm B}=0.01\cos(200\pi t-\frac{\pi}{2}-\pi)=0.01\cos(200\pi t-\frac{3}{2}\pi)\text{m}$$ （2 分）

以 B 点为坐标原点的波表达式为

$$y=0.01\cos[200\pi(t-\frac{x}{400})-\frac{3}{2}\pi)\text{m}$$ （2 分）

(2) B 点和 C 点间振动的相位差为

$$Dj = j_B - j_C = -k\overline{CB} = -\frac{\pi}{2}$$ （3 分）

4、（11 分）解：bc 过程为等容过程：$V_2 = V_c$ （1 分）

对于绝热过程 ca：$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_c V_c^{\gamma-1}$ （2 分）

C 点的温度：$T_c = (\frac{V_1}{V_2})^{\gamma-1} T_1$ （1 分）

$$A = \nu C_V (T_1 - T_c) = \nu C_V \left[1 - (\frac{V_1}{V_2})^{\gamma-1}\right] T_1$$ （2 分）

ab 等温过程，内能不变：$Q_{吸} = \nu R T_1 \ln\frac{V_2}{V_1}$ （1 分）

bc 等体过程，工质对外不做功：

$Q_{放} = E_2 - E_1 = \nu C_V (T_c - T_1)$，$Q_{放} = \nu C_V [(\frac{V_1}{V_2})^{\gamma-1} - 1] T_1$ （1 分）

ca 绝热过程，$Q = 0$。

循环的效率：$\eta = \frac{Q_{吸} + Q_{放}}{Q_{吸}}$，（1 分）

$$\eta = \frac{R \ln\frac{V_2}{V_1} + C_V [(\frac{V_1}{V_2})^{\gamma-1} - 1]}{R \ln\frac{V_2}{V_1}}$$ （2 分）