Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Escola de Engenharia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

# PEC00144 - Métodos Experimentais em Engenharia Civil

## Prévia do trabalho final

Eduardo Pagnussat Titello

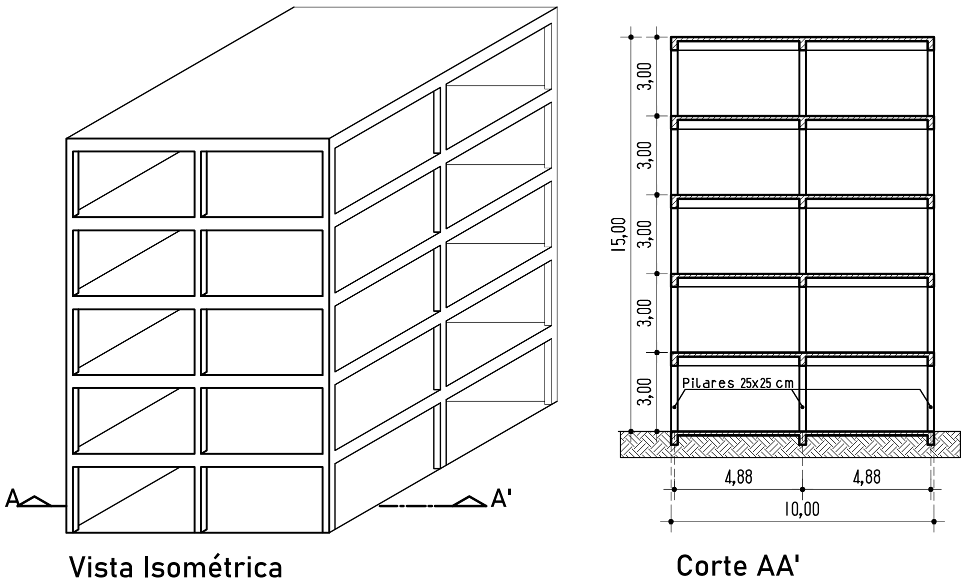
Janeiro de 2021

## 1 Introdução

Este trabalho tem por objetivo introduzir o modelo reduzido que será construído e estudado na disciplina. Serão apresentados o conceito do modelo, a tabela de escalas adotadas e o tipo de grandeza medida experimentalmente.

A estrutura a ser representada pelo modelo reduzido é um edifício hipotético, com planta quadrada de dimensões $10 \times 10\,m$, contendo 5 lajes acima do nível do solo e pé direito de $3\,m$. A estrutura é formada por 9 pilares de $25 \times 25\,cm$, além das vigas e lajes. Esse é apresentado na figura 1.

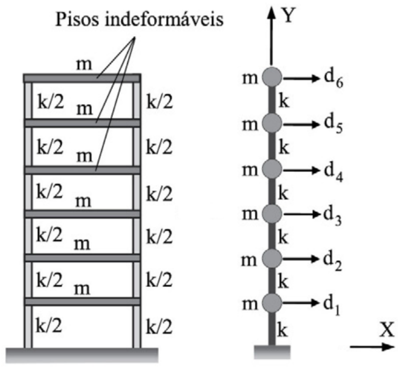
Figura 1: Edifício de estudo



Conforme Soriano (2014), a análise dinâmica de edifícios de múltiplos pavimentos pode ser realizada matematicamente com modelos de diferentes graus de refinamento. Esses modelos costumam ter suas massas concentradas nos pavimentos e podem ser do tipo *shear building* ou tridimensionais.

O modelo *shear building*, clássico e de grande simplicidade, supõe pisos indeformáveis e colunas inextensíveis. Matematicamente esse modelo equivale à uma coluna de trechos de rigidezes iguais à soma das rigidezes à flexão dos pilares de cada pavimento da edificação. No caso de edifícios com dois planos de simetria esse modelo pode ser plano, tendo apenas uma translação horizontal por pavimento (Soriano, 2014). Na figura 2 é apresentado um modelo plano de *shear building* e o modelo matemático equivalente.

Figura 2: Modelo *shear building*.
(Adaptado de Soriano, 2014)




Dessa forma, visando determinar a primeira frequência de vibração do edifício da figura 1, o modelo reduzido construído será um modelo plano de *shear building*. A frequência de vibração será determinada por meio das acelerações medidas no topo do modelo, através dessas também poderá ser determinado o amortecimento do modelo reduzido, para estudos posteriores.

# 2 Projeto do modelo reduzido

```
# Importando e configurando módulos
import numpy as np
import pandas as pd
import matplotlib.pyplot as plt
%config InlineBackend.figure_format = 'svg'
import jupyter2latex as j2l
from math import pi
```

O projeto do modelo reduzido é baseado na introdução de escalas que relacionem grandezas do modelo reduzido e do modelo real, onde o número de escalas deve ser menor ou igual ao número de grandezas fundamentais envolvidas no problema. Para o problema em questão as grandezas fundamentais são três: comprimento ($L$), massa ($M$) e tempo ($T$), que formam a base da matriz dimensional. Para construção do modelo reduzido as grandezas escolhidas para serem escaladas são relativas ao comprimento ($L$), à rigidez à flexão ($EI$) e à aceleração ($a$).

Os fatores de escala adotados para $L$ e $EI$ são baseados no material empregado para construção das colunas do modelo, essas serão formadas por réguas de alumínio, com cerca de $50cm$ de comprimento, à serem adquiridas e caracterizadas. A distância entre os pavimentos será representada por trechos de $10cm$, logo, a escala de comprimento $\lambda_L$ será:

```
L_pav = 10
scale_L = L_pav/300

j2l.print(f"$$ \lambda_L = 1:{1/scale_L:.2f} $$")
```

$$\lambda_L = 1:30.00$$

A escala da rigidez à flexão $EI$ relaciona a rigidez de 2 réguas às colunas do edifício. Adotando concreto da classe C25 tem-se $E_C = 28GPa$, enquanto para a régua em alumínio tem-se $E_r = 70GPa$. Em relação às geometrias, são estimadas para às reguas larguras de $2.5cm$ e espessuras de $0.1cm$, enquanto os pilares tem seção quadrada de $25 \times 25cm$; seus momentos de inércia $I$ são dados por 1.

$$I = \frac{bh^3}{12} \tag{1}$$

Dessa forma:

```
# Propriedades dos materiais
E_C = 28E9   # Concreto
E_r = 70E9   # Régua

# Geometria em concreto dos pilares
b_C = 0.25
h_C = 0.25
I_C = b_C*h_C**3/12
EI_C = E_C * I_C
j2l.print(f'''- Momento de inércia de um pilar em concreto: ${I_C=:.3E}␣
 ↪\: m^4$.

- Rigidez à flexão do pilar em concreto: ${EI_C=:.3E} Nm^2$''')
```

```python
# Geometria da régua
b_r = 0.025
h_r = 0.001
I_r = b_r*h_r**3/12
EI_r = E_r * I_r
j2l.print(f'''- Momento de inércia de uma regua em alumínio: ${I_r=:.
↪3E} \: m^4$.

- Rigidez à flexão da régua em alumínio: ${EI_r=:.3E} Nm^2$''')
```

- Momento de inércia de um pilar em concreto: $I_C = 3.255E-04\ m^4$.

- Rigidez à flexão do pilar em concreto: $EI_C = 9.115E+06 Nm^2$

- Momento de inércia de uma regua em alumínio: $I_r = 2.083E-12\ m^4$.

- Rigidez à flexão da régua em alumínio: $EI_r = 1.458E-01 Nm^2$

Conforme descrito anteriormente o edifício é composto por 9 pilares, distribuídos em 3 linhas, enquanto o modelo em escala é composto por duas réguas, dessa forma, a escala da rigidez à flexão $\lambda_{EI}$ será:

```python
scale_EI = (2*EI_r) / (9*EI_C)
j2l.print("$$ \lambda_{EI} =" + f"1:{1/scale_EI:.3E}$$")
```

$$\lambda_{EI} = 1 : 2.812E+08$$

Em relação à escala de acelerações ($a$) optou-se inicialmente por manter a proporção $\lambda_a = 1:1$. Todavia, visto que o problema de vibração livre é independente da aceleração da gravidade essa poderá ser alterada de forma a facilitar a construção do modelo.

```python
scale_a = 1/1
```

Em posse das escalas impostas, para construção do modelo reduzido e realização da análise devem ser conhecidas as escalas derivadas necessárias, que são obtidas através de uma análise dimensional, onde a base da nova matriz dimensional será formada pelas grandezas $L$, $EI$ e $a$. Fazendo uso da metodologia implementada por Rocha (2020), a base da matriz dimensional é alterada para a base $L$, $EI$ e $a$:

```python
# Importando DimData
DimData = pd.read_excel('../Resources/DimData.xlsx', index_col=0,␣
↪sheet_name='DimData')

# Grandezas fundamentais originais
LMT = ['L', 'M', 'T']
```

```
# Novas base de grandezas
ABC = ['L', 'EI', 'a']

# Importa matriz dimensional de ABC na base LMT
base = DimData.loc[ABC, LMT]
j2l.df2table(base, '{} na base {}'.format(','.join(ABC), ','.join(LMT)))

# Inverte base de unidades de LMT para ABC
base_i = pd.DataFrame(np.linalg.inv(base), index=LMT, columns=ABC)
j2l.df2table(base_i, '{} na base {}'.format(','.join(LMT), ','.
↪join(ABC)))
```

Tabela 1: L,EI,a na base L,M,T

| | L | M | T |
|---|---|---|---|
| L | 1 | 0 | 0 |
| EI | 3 | 1 | -2 |
| a | 1 | 0 | -2 |

Tabela 2: L,M,T na base L,EI,a

| | L | EI | a |
|---|---|---|---|
| L | 1.0 | 0.0 | 0.0 |
| M | -2.0 | 1.0 | -1.0 |
| T | 0.5 | -0.0 | -0.5 |

Para análise do modelo reduzido é necessário o conhecimento da escala de massa ($\lambda_m$), necessária para determinação das massas dos pavimentos, e a escala de frequências ($\lambda_f$), que relaciona as frequências de vibração do modelo reduzido e da estrutura real. Para a determinação da tais fatores essas grandezas devem estar presentes na matriz dimensional de base $L$, $EI$ e $a$.

```
par = ABC + ['m', 'f']
npar = len(par)

DMat_LMT = DimData.loc[par, LMT]
DMat_ABC = np.matmul(DMat_LMT, base_i)
DMat_ABC.rename(columns=dict(zip(LMT, ABC)), inplace=True) # Renomeia␣
↪colunas para nova base
j2l.df2table(DMat_ABC, 'Matriz $D$  na base {}'.format(','.join(ABC)))
```

Tabela 3: Matriz $D$ na base L,EI,a

| | L | EI | a |
|---|---|---|---|
| L | 1.0 | 0.0 | 0.0 |
| EI | 0.0 | 1.0 | 0.0 |
| a | 0.0 | 0.0 | 1.0 |
| m | -2.0 | 1.0 | -1.0 |
| f | -0.5 | 0.0 | 0.5 |

Por fim, aplicando sobre a matriz **D** as escalas impostas tem-se a tabela de escalas:

```
escalas = np.array([scale_L, scale_EI, scale_a])
escalas = np.tile(escalas, (npar, 1))
escalas = np.prod(escalas**DMat_ABC, axis=1)
escalas = pd.DataFrame({'λ': escalas, '1/λ': 1/escalas}, index=par)
j2l.df2table(escalas, 'Fatores de escala')

j2l.print("""Escalas derivadas:

- Escala de massa: $\lambda_m = 1:{:.2E}$

- Escala de frequências: $\lambda_f = {:.3f}:1$""".format(escalas.
↪loc['m', '1/λ'], escalas.loc['f', 'λ']))
```

Tabela 4: Fatores de escala

| | λ | 1/λ |
|---|---|---|
| L | 3.333333e-02 | 3.000000e+01 |
| EI | 3.555556e-09 | 2.812500e+08 |
| a | 1.000000e+00 | 1.000000e+00 |
| m | 3.200000e-06 | 3.125000e+05 |
| f | 5.477226e+00 | 1.825742e-01 |

Escalas derivadas:

- Escala de massa: $\lambda_m = 1 : 3.12E + 05$

- Escala de frequências: $\lambda_f = 5.477 : 1$

Dessa forma a massa dos pavimentos do modelo em escala devem ter $1/312500$ da massa de cada pavimento da estrutura real. Sendo que as vigas tem seção $25 \times 50cm$, a laje tem $h = 10cm$ e considerando uma carga permanente (alvenarias, revestimentos e etc.) de $300kg/m^2$ sobre todos os pavimentos, a massa dos pavimentos são:

```
M_vigas   = 0.25*0.50 * 10 * 6 * 2500   # 6 vigas de 10 metros por␣
 ↪pavimento
M_laje    = 0.10 * 10*10 * 2500         # Laje 10x10 e h=12cm
M_cargas  = 300 * 10*10                 # carga de 300 kg/m²
M_pilares = 0.25**2 * 3 * 2500 * 9      # 9 pilares de 3m por pavimento␣
 ↪(1.5m apenas no pav superior)

M_pavtipo = M_vigas + M_laje + M_cargas + M_pilares
M_pavcob  = M_vigas + M_laje + M_cargas + M_pilares/2

j2l.print("""Massas da estrutura:

- Massa dos pavimentos tipo: {:.1f}

- Massa do pavimento de cobertura {:.1f}""".format(M_pavtipo, M_pavcob))
```

Massas da estrutura:

- Massa dos pavimentos tipo: 77968.8

- Massa do pavimento de cobertura 75859.4

Logo as massas dos pavimentos do modelo em escala deverão ser:

```
j2l.print("""
Massas do modelo em escala:

- Massa dos pavimentos tipo: {:.3f}

- Massa do pavimento de cobertura {:.3f}""".format(M_pavtipo*escalas.
 ↪loc['m', 'λ'], M_pavcob*escalas.loc['m', 'λ']))
```

Massas do modelo em escala:

- Massa dos pavimentos tipo: 0.250

- Massa do pavimento de cobertura 0.243

# 3 Referências Bibliográficas


Rocha, M. M. **PEC00144 - Experimental Methods in Civil Engineering**, 2020. Disponível em: `https://github.com/mmaiarocha/PEC00144`.

Soriano, H. L. **Introdução à dinâmica das estruturas**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2014.