

Proiect – Inteligentă Artificială

(Tema 9 : Regula Dempster-Shafer)

Ionescu Ana – Maria

Pădurariu Matei – Ionuț

Rusu Eduard – Ionuț

1. Descrierea problemei considerate

În viața reală și în sistemele informatici complexe, deciziile trebuie luate adesea pe baza unor informații care nu sunt 100% sigure. Spre deosebire de problemele matematice clasice, unde o variabilă este fie adevărată, fie falsă, în realitate ne lovim de incertitudine, imprecizie și surse de informație care se pot contrazice.

Problema pe care am abordat-o în acest proiect este gestionarea incertitudinii și combinarea informațiilor din mai multe surse. Am ales 2 scenarii :

- **Diagnostic medical:** Un pacient are anumite simptome. Un medic crede că e gripă, altul crede că e meningită, iar rezultatele analizelor sunt neconcludente. Cum combinăm aceste opinii pentru a lua cea mai bună decizie, știind că medicii pot greși?
- **Sistem bancar (Risk Management):** O bancă vrea să acorde un credit. Analiza veniturilor spune că clientul este bun, dar istoricul de creditare sugerează un risc, iar comportamentul online pare suspect de fraudă. Deci avem 3 senzori diferiți care spun lucruri diferite.

Dacă am folosi probabilități clasice (Bayesiene), ar trebui să știm exact toate probabilitățile anterioare, ceea ce este greu. De aceea, am ales să implementăm **Regula Dempster-Shafer**. Scopul programului este să primească intrări de la mai multe surse (experti sau senzori) și să ofere o singură concluzie, împreună cu un grad de încredere (Belief) și plauzibilitate (Plausibility).

2. Aspecte teoretice privind algoritmul

Teoria Dempster-Shafer (DST) este o generalizare a teoriei probabilităților, introdusă de Arthur Dempster și dezvoltată ulterior de Glenn Shafer.

2.1. Cadrul de discernământ

Total pleacă de la o mulțime finită de ipoteze exclusive, numită **Cadrul de discernământ** (notat cu $\Theta \setminus H$). De exemplu, pentru un diagnostic, $H = \{\text{Raceala}, \text{Gripă}, \text{Meningita}\}$.

2.2. Funcția de masă (Basic Belief Assignment - m)

Spre deosebire de probabilitățile clasice care alocă un număr fiecărui element, în DST alocăm o "masă" (încredere) submulțimilor lui Θ .

Funcția: $m : \wp(\Theta) \rightarrow [0, 1]$, unde $\wp(\Theta)$ este mulțimea părților lui Θ trebuie să respecte 2 reguli:

$$m(\emptyset) = 0$$

$$\sum_{A \in \wp(\Theta)} m(A) = 1$$

Dacă o sursă nu are nicio informație, ea va aloca $m(\Theta) = 1$. Aceasta reprezintă ignoranța totală, un avantaj major față de probabilitățile clasice.

2.3. Regula de combinare Dempster

Partea centrală a algoritmului este combinarea a două surse independente (m_1 și m_2) pentru a obține o nouă funcție de masă m . Regula se bazează pe intersecția mulțimilor și produsul maselor.

Formula matematică este:

$$m_n(Z) = \frac{\sum_{X \cap Y = Z} m_{n-2}(X) \cdot m_{n-1}(Y)}{1 - \sum_{X \cap Y = \emptyset} m_{n-2}(X) \cdot m_{n-1}(Y)}$$

Practic, calculăm produsul cartezian al ipotezelor din cele două surse. Dacă intersecția a două ipoteze este vidă (ex: {Gripă} intersectat cu {Meningită} = mulțimea vidă), acea valoare contribuie la conflict (K). Dacă intersecția este validă, produsul maselor se adaugă la noua masă a acelei intersecții. La final, împărțim totul la $(1 - K)$ pentru a normaliza rezultatele, eliminând conflictul.

2.4. Metrici de decizie: Belief și Plausibility

Algoritmul nu oferă o singură probabilitate, ci un interval de incertitudine $[Bel(A), Pl(A)]$.

- **Belief (Credință - Bel):** Reprezintă încrederea minimă, justificată direct de dovezi. Este suma maselor tuturor submulțimilor incluse în A .
- **Plausibility (Plauzibilitatea - PI):** Reprezintă încrederea maximă potențială (cât de mult ar putea fi adevărată ipoteza). Este suma maselor tuturor mulțimilor care se intersectează cu A .

Relația este: $Pl(A) = 1 - Bel(\neg A)$.

Incertitudinea este diferența $Pl(A) - Bel(A)$

3. Modalitatea de rezolvare

Pentru implementarea proiectului am ales limbajul **Python**. Am ales Python pentru că este foarte ușor de citit și permite lucrul rapid cu seturi (mulțimi) și dicționare, structuri de date esențiale pentru acest algoritm.

Proiectul este structurat pe trei fișiere pentru a separa logica algoritmului de datele de test:

1. **dempster_shafer.py**: Conține clasa DempsterShafer. Aceasta este "motorul" aplicației. Aici am implementat metodele pentru intersecția mulțimilor, calculul conflictului și formulele matematice descrise mai sus.
2. **cazuri.py**: Aici am definit scenariile de test (Medical și Bancar). Acest fișier conține datele de intrare (dicționare cu mase și ipoteze) și funcțiile care apelează algoritmul pentru a afișa rezultatele.
3. **main.py**: Este punctul de intrare în aplicație, care doar rulează funcțiile din cazuri.py.

Fluxul de execuție

1. Programul definește universul Theta.
2. Se definesc sursele de evidență (ex: sursa1, sursa2) sub formă de dicționare. Cheile sunt seturi imutabile (**frozenset**), iar valorile sunt numere reale (probabilități).
3. Funcția **combinare** ia lista de surse și le combină secvențial (Sursa 1 cu Sursa 2, rezultatul cu Sursa 3, etc.).
4. La fiecare pas se calculează intersecțiile și se adună conflictul K.
5. Dacă K este aproape de 1 (0.999), programul semnalează o eroare, deoarece sursele se contrazic total.
6. La final, se calculează Bel și Pl pentru fiecare ipoteză posibilă și se afișează rezultatele sortate descrescător.

4. Listarea părților *semnificative* din codul sursă însotite de explicații și comentarii

- Combinarea a 2 surse

Această funcție este implementarea directă a regulii lui Dempster. Parcurge toate perechile de ipoteze, le intersecțează și calculează noua distribuție de masă

```
def combina_doua_surse(self, m1, m2):
    rezultat_temp = {}
    K = 0.0 # Factorul de conflict

    # Parcurgem ipotezele din prima sursă și din a două sursă
    for h1, v1 in m1.items():
        for h2, v2 in m2.items():

            # Calculăm intersecția și produsul probabilităților
            intersecția = h1.intersection(h2)
            produs = v1 * v2

            # Dacă intersecția e vida, inseamnă că sursele se contrazic
            if not intersecția:
                K = K + produs
            else:
                # Dacă avem elemente comune, adunăm masa la acea intersecție
                if intersecția not in rezultat_temp:
                    rezultat_temp[intersecția] = 0.0
                rezultat_temp[intersecția] = rezultat_temp[intersecția] + produs

    # Normalizare: împartim la (1 - K) conform formulei
    m_final = {}
    factor = 1.0 - K

    for ipoteza, val in rezultat_temp.items():
        m_final[ipoteza] = val / factor

    return m_final, K
```

- Calculul Belief și Plausibility

După ce am obținut masa finală, trebuie să interpretăm rezultatele calculând intervalele de încredere.

```
def calculeaza_bel_pl(self, m_final):
    rezultate = {}

    for ipoteza_A in m_final.keys():
        bel = 0.0
        pl = 0.0

        for ipoteza_B, val_B in m_final.items():
            # Belief: suma maselor submultimilor (ce e sigur)
            # Adica B este complet inclus in A
            if ipoteza_B.issubset(ipoteza_A):
                bel = bel + val_B

            # Plausibility: suma maselor care se intersecteaza (ce e posibil)
            # Adica B are macar un element comun cu A
            if ipoteza_B.intersection(ipoteza_A):
                pl = pl + val_B

        rezultate[ipoteza_A] = {
            "mass": m_final[ipoteza_A],
            "bel": bel,
            "pl": pl,
            "incertitudine": pl - bel
        }

    return rezultate
```

5. Rezultatele obținute prin rularea programului în diverse situații, capturi ecran și comentarii asupra rezultatelor obținute

5.1. Rezultate Detaliate - Scenariul Medical

1. Cazul de Consens (Gripă confirmată)

Acesta este cazul ideal. Atât medicul, cât și testul rapid indică aceeași boală. Algoritmul a combinat cele două mase de încredere, rezultând un **Belief de 98%** pentru Gripă. Incertitudinea a scăzut aproape la zero.

```
SCENARIUL 1: CONSENS (Simptome clare + Test Rapid Positiv)
Descriere: Medicul suspecteaza Gripa (0.8), Testul rapid confirma Gripa (0.9).

Calcul Consens: Medic vs Test
-----
m1 BBA          m2 BBA          intersectie      produs
-----
{Gripa} 0.8      {Gripa} 0.9      {Gripa}           0.7200
{Gripa} 0.8      {Gripa, Pneumonie, Raceala} 0.1 {Gripa}       0.0800
{Gripa, Pneumonie, Raceala} 0.2 {Gripa} 0.9      {Gripa}           0.1800
{Gripa, Pneumonie, Raceala} 0.2 {Gripa, Pneumonie, Raceala} 0.1 {Gripa, Pneumonie, Raceala} 0.0200
-----
Nu exista conflict intre surse.

RESULTATE DETALIATE ALE COMBINARII EVIDENTELOR
-----
IPOTEZA          | MASA (m) | BEL (Sigur) | PL (Posibil) | INCERTITUDINE
-----
{Gripa}          | 0.9800  | 0.9800    | 1.0000     | 0.0200
{Gripa, Pneumonie, Raceala} | 0.0200  | 1.0000    | 1.0000     | 0.0000
-----
INTERPRETARE DECIZIE:
Sistemul indica GRIPA cu un grad de certitudine de 98.0%
```

2. Cazul de Rafinare (Excludere prin Radiografie)

Aici observăm că deși prima sursă suspectă și Pneumonia, a doua sursă (Radiografia) a infirmat-o. Algoritmul a eliminat automat ipoteza "Pneumonie" din calcul, crescând probabilitatea pentru Gripă la **72%**, fără a fi nevoie de o confirmare directă, ci doar prin excludere.

SCENARIUL 2: RAFINARE (Excluderea prin intersecție)				
Descriere:				
Sursa 1 (Simptome Generale): Poate fi Gripă sau Pneumonia (febra mare).				
Sursa 2 (Radiografie): Plamanii sunt curați (Exclude Pneumonia).				
Calcul Rafinare: Simptome vs Radiografie				
m1 BBA	m2 BBA	intersectie	produs	
{Gripa, Pneumonie} 0.8	{Gripa, Raceala} 0.9	{Gripa}	0.7200	
{Gripa, Pneumonie} 0.8	{Gripa, Pneumonie, Raceala} 0.1	{Gripa, Pneumonie}	0.0800	
{Gripa, Pneumonie, Raceala} 0.2	{Gripa, Raceala} 0.9	{Gripa, Raceala}	0.1800	
{Gripa, Pneumonie, Raceala} 0.2	{Gripa, Pneumonie, Raceala} 0.1	{Gripa, Pneumonie, Raceala}	0.0200	
Nu există conflict între surse.				
REZULTATE DETALIATE ALE COMBINARII EVIDENTELOR				
IPOTEZA	MASA (m)	BEL (Sigur)	PL (Posibil)	INCERTITUDINE
{Gripa}	0.7200	0.7200	1.0000	0.2800
{Gripa, Raceala}	0.1800	0.9000	1.0000	0.1000
{Gripa, Pneumonie}	0.0800	0.8000	1.0000	0.2000
{Gripa, Pneumonie, Raceala}	0.0200	1.0000	1.0000	0.0000
INTERPRETARE DECIZIE:				
Sistemul indică GRIPA cu un grad de certitudine de 72.0%				

3. Cazul de Ignoranță (Incertitudine)

Deoarece ambele surse au avut o masă mare alocată mulțimii Theta (Ignoranță), sistemul a refuzat să ia o decizie arbitrară. Incertitudinea afișată este de **90%**, semnalând utilizatorului uman că sunt necesare mai multe investigații.

SCENARIUL 3: IGNORANTA (Incertitudine ridicată)				
Descriere: Pacient atipic. Medicul e nesigur, Analizele sunt neconcluante.				
Calcul Ignoranta: Medic vs Analize				
m1 BBA	m2 BBA	intersectie	produs	
{Raceala} 0.1	{Gripa, Pneumonie, Raceala} 1 {Raceala}		0.1000	
{Gripa, Pneumonie, Raceala} 0.9	{Gripa, Pneumonie, Raceala} 1 {Gripa, Pneumonie, Raceala}		0.9000	
Nu există conflict între surse.				
REZULTATE DETALIATE ALE COMBINARII EVIDENTELOR				
IPOTEZA	MASA (m)	BEL (Sigur)	PL (Posibil)	INCERTITUDINE
{Gripa, Pneumonie, Raceala}	0.9000	1.0000	1.0000	0.0000
{Raceala}	0.1000	0.1000	1.0000	0.9000
INTERPRETARE DECIZIE:				
Sistemul NU poate lua o decizie clară (Incertitudine ridicată - Ignoranta). Sunt necesare investigații suplimentare.				

4. Cazul de Conflict Moderat (Opinii Divergente)

Sursele s-au contrazis parțial: una susține {Gripă}, iar cealaltă susține opusul, {Pneumonie, Răceală}. Conflictul generat este $K=0.49$. Deoarece sursa a doua a pariat pe {Pneumonie, Răceală} (adică *non-Gripă*), plauzibilitatea pentru Gripă a scăzut semnificativ sub 1. Sistemul a redistribuit masa conflictuală, arătând că nu poate decide clar între Gripă și celelalte două boli fără investigații suplimentare.

```
SCENARIUL 4: CONFLICT MODERAT (Opinie divergenta)
Descriere:
Specialist 1 zice Pneumonie (0.7).
Specialist 2 zice Raceala (0.7).
Amandoi acceptă o marja de eroare (Theta).

Calcul Conflict: Pneumonie vs Raceala
-----
m1 BBA           m2 BBA           intersectie      produs
{Pneumonie} 0.7   {Raceala} 0.7       Multime Vida (Conflict)  0.4900
{Pneumonie} 0.7   {Gripa, Pneumonie, Raceala} 0.3 {Pneumonie}          0.2100
{Gripa, Pneumonie, Raceala} 0.3 {Raceala} 0.7       {Raceala}            0.2100
{Gripa, Pneumonie, Raceala} 0.3 {Gripa, Pneumonie, Raceala} 0.3 {Gripa, Pneumonie, Raceala} 0.0900
-----
Conflict total K = 0.4900
Factor de normalizare = (1 / (1 - K)): 1 / (1 - 0.4900) = 1.9608

REZULTATE DETALIATE ALE COMBINARII EVIDENTELOR
-----
IPOTEZA          | MASA (m) | BEL (Sigur) | PL (Posibil) | INCERTITUDINE
{Pneumonie}      | 0.4118   | 0.4118    | 0.5882     | 0.1765
-----
{Raceala}        | 0.4118   | 0.4118    | 0.5882     | 0.1765
-----
{Gripa, Pneumonie, Raceala} | 0.1765   | 1.0000    | 1.0000     | 0.0000
-----
INTERPRETARE DECIZIE:
CONFLICT DE DECIZIE: Sistemul nu poate diferenția între: PNEUMONIE și RACEALA
Ambele au un grad de certitudine egal de 41.2%.
Se recomanda investigatii suplimentare pentru a departaja.

Conflictul K este 0.49. Masa conflictuala a fost redistribuita proportional catre ipotezele ramase.
```

5. Cazul de Conflict Total (Eroare/Paradox)

Am testat robustețea aplicației introducând date imposibile (certitudine 100% pentru două lucruri opuse). Programul a detectat corect faptul că $K=($ aproximativ $)1$ și a oprit execuția pentru a preveni o concluzie eronată, demonstrând mecanismul de siguranță implementat.

```
SCENARIUL 5: CONFLICT TOTAL (Eroare/Paradox)
Descriere: Doua surse sigure se contrazic complet (K ~ 1.0).

Tentativa Combinare Paradoxala
-----
m1 BBA           m2 BBA           intersectie      produs
{Gripa} 0.99     {Raceala} 0.99       Multime Vida (Conflict)  0.9801
{Gripa} 0.99     {Pneumonie} 0.01      Multime Vida (Conflict)  0.0099
{Pneumonie} 0.01   {Raceala} 0.99       Multime Vida (Conflict)  0.0099
{Pneumonie} 0.01   {Pneumonie} 0.01      {Pneumonie}            0.0001
-----
Conflict total K = 0.9999
Factor de normalizare = (1 / (1 - K)): 1 / (1 - 0.9999) = 10000.0000

SISTEMUL A DETECTAT O EROARE CRITICA: Conflict total intre surse!
```

5.2. Rezultate Detaliate - Scenariul Bancar

Client 1: Profil Ideal

Toate sursele au fost coerente (venit mare, istoric bun). Sistemul a atins rapid o certitudine de **99.4%** pentru acordarea creditului ("ClientBun"), demonstrând funcționarea corectă în condiții normale.

ANALIZA: CLIENT 1: PROFIL IDEAL				
DETALIU CALCUL (Venit vs Istoric) pentru CLIENT 1: PROFIL IDEAL				
m1 BBA	m2 BBA	intersectie	produs	
{ClientBun} 0.8	{ClientBun} 0.9	{ClientBun}	0.7200	
{ClientBun} 0.8	{ClientBun, ClientRiscant, Frauda} 0.1	{ClientBun}	0.0800	
{ClientBun, ClientRiscant, Frauda} 0.2	{ClientBun} 0.9	{ClientBun}	0.1800	
{ClientBun, ClientRiscant, Frauda} 0.2	{ClientBun, ClientRiscant, Frauda} 0.1	{ClientBun, ClientRiscant, Frauda} 0.0200		
Nu există conflict între surse.				
REZULTATE DETALIATE ALE COMBINARII EVIDENTELOR				
IPOTEZA	MASA (m)	BEL (Sigur)	PL (Posibil)	INCERTITUDINE
{ClientBun}	0.9940	0.9940	1.0000	0.0050
{ClientBun, ClientRiscant, Frauda}	0.0050	1.0000	1.0000	0.0000
INTERPRETARE DECIZIE:				
Sistemul indică CLIENT BUN cu un grad de certitudine de 99.4%				

Client 2: Conflict (Venit Mare vs Istoric Negativ)

Acesta este cel mai complex caz, unde sursele se contrazic direct (Venit vs Istoric). Conflictul a fost de 0.56. Deoarece Istoricul a susținut o ipoteză compusă negativă {ClientRiscant, Frauda} cu o încredere mare (0.8), algoritmul a favorizat această incertitudine negativă. Decizia finală înclină spre zona de risc, demonstrând prudența sistemului bancar care refuză creditul atunci când există dovezi puternice pentru oricare dintre situațiile negative.

ANALIZA: CLIENT 2: RISC RIDICAT (Istoric negativ)				
DETALIU CALCUL (Venit vs Istoric) pentru CLIENT 2: RISC RIDICAT (Istoric negativ)				
m1 BBA	m2 BBA	intersectie	produs	
{ClientBun} 0.7	{ClientRiscant} 0.8	Multime Vida (Conflict)	0.5600	
{ClientBun} 0.7	{ClientBun, ClientRiscant, Frauda} 0.2	{ClientBun}	0.1400	
{ClientBun, ClientRiscant, Frauda} 0.3	{ClientRiscant} 0.8	{ClientRiscant}	0.2400	
{ClientBun, ClientRiscant, Frauda} 0.3	{ClientBun, ClientRiscant, Frauda} 0.2	{ClientBun, ClientRiscant, Frauda} 0.0600		
Conflict total K = 0.5600				
Factor de normalizare = (1 / (1 - K)) : 1 / (1 - 0.5600) = 2.2727				
REZULTATE DETALIATE ALE COMBINARII EVIDENTELOR				
IPOTEZA	MASA (m)	BEL (Sigur)	PL (Posibil)	INCERTITUDINE
{ClientRiscant}	0.5455	0.5455	0.6818	0.1364
{ClientBun}	0.3182	0.3182	0.4545	0.1364
{ClientBun, ClientRiscant, Frauda}	0.1364	1.0000	1.0000	0.0000
INTERPRETARE DECIZIE:				
Sistemul indică CLIENT RISCANT cu un grad de certitudine de 54.5%				

Client 3: Suspiciune de Fraudă

În acest caz, sursa "Istoric" nu a avut date ($m(\Theta)=1$) simulând un client nou. Totuși, comportamentul suspect online a fost suficient pentru ca algoritmul să identifice riscul de **Fraudă (60.9%)**. Acest lucru demonstrează că sistemul funcționează chiar și cu date incomplete.

ANALIZA: CLIENT 3: SUSPICIUNE DE FRAUDA				
DETALIU CALCUL (Venit vs Istoric) pentru CLIENT 3: SUSPICIUNE DE FRAUDA				
m1 BBA	m2 BBA	intersectie	produs	
{ClientBun} 0.6	{ClientBun, ClientRiscant, Fraudă} 1 {ClientBun}		0.6000	
{ClientBun, ClientRiscant, Fraudă} 0.4	{ClientBun, ClientRiscant, Fraudă} 1 {ClientBun, ClientRiscant, Fraudă} 0.4000			
Nu există conflict între surse.				
REZULTATE DETALIATE ALE COMBINARII EVIDENTELOR				
IPOTEZA	MASA (m)	BEL (Sigur)	PL (Posibil)	INCERTITUDINE
{Fraudă}	0.6087	0.6087	0.6957	0.0870
{ClientRiscant}	0.1739	0.1739	0.2609	0.0870
{ClientBun}	0.1304	0.1304	0.2174	0.0870
{ClientBun, ClientRiscant, Fraudă}	0.0870	1.0000	1.0000	0.0000
INTERPRETARE DECIZIE:				
Sistemul indică FRAUDA cu un grad de certitudine de 60.9%				

6. Concluzii

Realizarea acestui proiect ne-a permis să înțelegem mai bine cum pot sistemele inteligente să raționeze în condiții de incertitudine. Principalele concluzii deduse sunt:

- Gestionarea lipsei de informații:** Un mare avantaj este că putem modela situațiile în care o sursă nu știe nimic. Spre deosebire de probabilitățile clasice, acest algoritm acceptă incertitudinea și nu ne obligă să împărțim şansele dacă nu avem dovezi clare.
- Gestionarea conflictelor:** Capacitatea de a calcula explicit conflictul (K) dintre surse este foarte utilă pentru a detecta dacă senzorii sau expertii sunt defecți sau total nealiniati.
- Complexitate:** Pe măsură ce numărul de ipoteze din Theta crește, numărul de submulțimi posibile crește exponențial (2^N), ceea ce face algoritmul destul de costisitor computațional pentru probleme foarte mari.

În concluzie, acest proiect ne-a ajutat să înțelegem mecanismele prin care un sistem de inteligență artificială poate lua decizii raționale în condiții de incertitudine. Aplicația realizată demonstrează că, folosind reguli matematice de combinare, putem transforma date vagi sau conflictuale într-o concluzie clară și argumentată matematic.

7. Listă cu ce a lucrat fiecare membru al echipei

Pădurariu Matei-Ionuț: Funcții algoritm.

Ionescu Ana-Maria: Cazuri studiu medical.

Rusu Eduard-Ionuț: Cazuri studiu fraude bancare.

8. Bibliografie

- **Leon Florin.** *Suport de curs Inteligență Artificială: Metode de raționament cu informații incomplete.* Universitatea Tehnică „Gheorghe Asachi” din Iași, 2025.
- **Dempster, A. P. (1967).** *Upper and Lower Probabilities Induced by a Multivalued Mapping.* The Annals of Mathematical Statistics, 38(2), 325–339.
- **Shafer, Glenn. (1976).** *A Mathematical Theory of Evidence.* Princeton University Press.
- **Python Software Foundation.** *Python 3.x Documentation.* Disponibil online la: <https://docs.python.org/3/> (Pentru structurile de date *set* și *dict* utilizate în implementare).
- **Wikipedia.** *Dempster–Shafer theory.* Disponibil online la: https://en.wikipedia.org/wiki/Dempster–Shafer_theory (Pentru exemplele de calcul și validarea formulelor).

Link GitHub : <https://github.com/dutu31/Proiect-IA.git>