TEORIA SISTEMELOR

Tudor C. Ionescu

Dept. de Automatică și Ingineria Sistemelor (ACSE),
Facultatea de Automatică și Calculatoare,
Universitatea Politehnica București

e-mail: `tudor.ionescu@upb.ro`

URL: `http://acse.pub.ro/person/tudor-cornel-ionescu/`

13 octombrie 2020

Concepte fundamentale ale ingineriei moderne ← aplicate mașinilor de calcul...

Capitolul 1: INTRODUCERE

Unde: Prelucrarea Digitală a Semnalelor, Sisteme (e.g., căști audio, servere video, UAV, roboței[1]), Achiziții de Date, Securitate Cibernetică, Automatică etc.

științe inginerești moderne.

Ingineria clasică:

- dispozitive/instalații de transformare a energiei (mașina cu aburi, motorul electric) $\leftarrow$ caracteristici principale: randament, debit.
- comanda/acționarea instalațiilor acestora e făcută de către operatori umani.

Informațiile necesare acționării parvin prin intermediul simțurilor umane, în urma observațiilor privind rezultatele acțiunilor anterioare.

[1] K Åström, RM Murray, *Feedback Systems–An Introduction for Scientists and Engineers*, Princeton Univ. Press, 2008.
M Pătrașcu, TC Ionescu, *Sisteme de conducere a roboților–îndrumar de laborator*, Politehnica Press, 2018.

State-of-the-art in a nutshell

Aplicații care trebuie să funcționeze „singure”, adică automat:

- domestice: bazinul de WC[2], încălzirea unei incinte cu centrala termică, aparatură...
- mecanice: industria automotive, industria aeronautică civilă, dar mai ales *militară* ← **UAV-uri, watch** **https://www.ted.com/talks/raffaello_d_andrea_meet_the_dazzling_flying_machines_of_the_future**

  Rafaello d’Andrea, ETH Zürich, http://raffaello.name/biography/;
- electrice: circuite electrice și electronice *complexe* ← FILTRE de semnale;
- în robotică: de la roboței uniciclu, până la brațe robotice *complexe*;
- sisteme *complexe* de calcul, rețele neuronale pentru IA;
- de reglare a congestiei în rețele ← modelarea TCP...
- de securitate cibernetică ← abordare modernă sistemică și cu reglare dinamică avansată: *filtru Kalman–cap. 8* pentru estimarea si stabilizarea unui sistem ciberfizic după ce a fost supus unui atac cibernetic....

[2] Cel mai simplu sistem automat de reglare a nivelului: mecanic, nu prea „ciberfizic”. Pe bune!

Chestiuni administrative fixate

- **Curs:** Dr. Tudor C Ionescu, 14×2h, Marți 10–12, Teams & Moodle $+$ 7×2h, Miercuri *par*, 10–12, Teams & Moodle.
- **Seminar**: Dr. Cristian G Flutur (ACSE) & Drd. Denis Ilie-Ablachim (ACSE), Teams & Moodle.
- **Laborator**: Denis Ilie-Ablachim & Cristian G Flutur (ACSE) & friends, Teams & Moodle.
- **Nota din sesiunea de iarnă:** $\boxed{10\mathbf{N} = \dfrac{20\mathbf{Q} + 40\mathbf{L} + 40\mathbf{F}}{100}}$, $\mathbf{N} \leq 10$, cu $100 \geq \mathbf{Q} = \sum_{i=1}^{q} Q_i$, $100 \geq \mathbf{L} = \sum_{j=1}^{7} L_i$ și $100 \geq \mathbf{F} =$ examen final, $Q_i =$ quizz[3], $i = 1 : N$, $L_j =$ lucrare de laborator[4], $j = 1 : 7$, $n \geq 2$.
- **Promovare:** $\boxed{\mathbf{N} \geq 5}$. NU se cere teorie pură la examene sau la laboratoare!
- **Restanțe:** Un examen de 10 puncte. Promovare: minim 5 puncte din 10. *NU se mai păstrează punctajul de la laborator/quizz.*
- **Punctajele și notele** se vor acorda întâi pe **catalogul Moodle**!

[3] Pe Moodle, vor fi notate și se vor contoriza automat pe catalogul Moodle.
[4] Pe Moodle, vor fi notate și se vor contoriza automat pe catalogul Moodle.

CONCEPTELE FUNDAMENTALE: EXEMPLE

Semnalele sunt funcții de variabile independente („timp”).

Purtătoare de informații.

- Semnale electrice: curenți, tensiuni în circuitele elctrice.
- Semnale acustice: audio, vorbire; analogice sau digitale.
- Semnale *discrete* în economie, biologie: cursul valutar, indicele bursier; secvența a bazelor într-o moleculă de ADN.
- Semnale video: secvențe de imagini (tablouri de pixeli).
- $x(k)$, $u(t)$: semnale discrete/continuale de o variabilă.

k, t–momente de TIMP. Mulțimea momentelor de timp este formată din elemente pozitive $\leftarrow$ timpul de la 0 la foarte mare, chiar ∞.

Teoria (matematică a) sistemelor (automate)

Noțiunea de sistem: un concept matematic precis.

Definiția (Kalman, 1969)

Concepem un sistem ca o structură în care ceva (materie, energie, informație) poate fi introdus la *un anumit moment* dat și din care rezultă spre exterior ceva la *un alt moment* de timp.

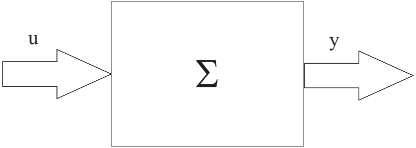


Figura: Model de tip „BLACK-BOX”

- *u* și *y* („ceva”) sunt semnale.
- Problemă: ce caracteristici are un astfel de model?
- Sistem: „operator”.

Sisteme de convoluție care admit funcții de transfer raționale

$$y = T(u), \quad y(t) = (h * u)(t) := \int_{-\infty}^{\infty} h(t-\tau)u(\tau)\mathrm{d}\tau$$

având funcție de transfer **rațională**, cu $A(s)$ și $B(s)$ polinoame în variabila $s \in \mathbb{C}$,

$$H(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{B(s)}{A(s)},$$

unde $H(s)$ este **transformata Laplace** a funcției pondere $h(t)$,

$$H(s) = \mathcal{L}\left\{h(t)\right\}(s) := \int_0^{\infty} h(t)\ \mathrm{e}^{-st}\,\mathrm{d}\ t,$$

iar $U(s)$ și $Y(s)$ sunt **transformatele Laplace** a intrării $u(t)$, și a ieșirii $y(t)$.
Sistemul $u \to y$ realizează tranziția între semnalul de intrare (comanda) u și semnalul de ieșire (răspunsul) y.
Sistemele de convoluție sunt liniare și invariante în timp (LTI).

ABORDĂRI FUNDAMENTALE

SISTEM: „operator” care transformă intrarea în ieșire.

S-au impus două puncte de vedere:

a) caracterizarea comportamentului intrare-ieșire $\equiv$ maniera *operatorială* de abordare;

Analiză funcțională

Domeniul frecvență

b) comportamentul intern $\equiv$ maniera *newtoniană* de abordare.

Ecuații diferențiale - Reprezentare în spațiul stărilor

Domeniul timp

Exemple

Amplificatorul operațional.

$v_o = A(v_+ - v_-) \overset{v_+=0}{=} -Av_-.$

Transformă un semnal în alt semnal: $v_- \mapsto v_o$.

Q: lărgimea de bandă, răspuns la intrare sinusoidală?

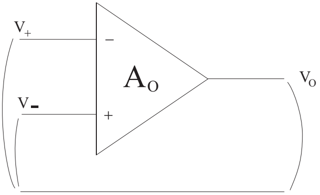


Figura: Amplificator operațional

Divizorul de tensiune în curent alternativ

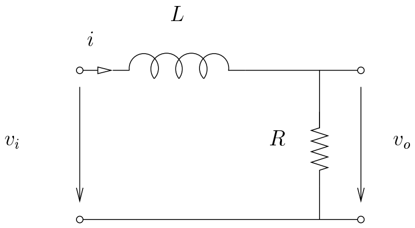


Figura: Divizorul de tensiune în curent alternativ

$$V_o(s) = \frac{R}{sL + R} V_i(s)$$

$$\begin{cases} \dfrac{di}{dt} &= -\dfrac{R}{L} i + \dfrac{1}{L} v_i \\ v_o &= Ri \end{cases}$$

Comportament Intrare/Ieșire (I/O)

Comportament Intern

Proprietate importantă: Liniaritatea

R și L sunt elemente *liniare* de circuit.

Pendulul gravitațional

Model foarte popular. Fie θ unghiul dintre poziția tijei și axa verticală. Tija este presupusă rigidă și de lungime l.

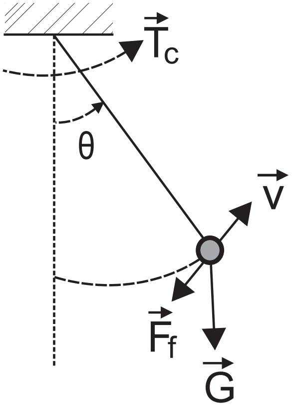


Figura: Pendulul gravitațional

Pendulul gravitațional - ecuațiile fizice

Din legea fundamentală a mecanicii Newtoniene pentru mișcări de rotație, aplicată bilei de masă m se deduce că:

$$ml^2\ddot{\theta} = -G\sin\theta\, l - F_f\, l + T_c,$$

sau, echivalent,

$$\ddot{\theta} = -\frac{g}{l}\sin\theta - \frac{k}{m}\dot{\theta} + \frac{T_c}{ml^2}, \tag{1}$$

unde g este accelerația gravitațională, iar k este coeficientul de frecare vâscoasă, presupus constant, care face legătura între viteză (tangențială) și forța de frecare, $F_f = kv = kl\dot{\theta}$.

Modelul matematic al pendulului

Ecuație diferențială neliniară $\Longrightarrow$ Model matematic neliniar.

Pentru obținerea unui model matematic în spațiul stărilor, de forma

$$\dot{x} = f(x,u), \;\; y = g(x,u),$$

alegem ca variabile de stare unghiul $x_1 = \theta$ și, respectiv, viteza unghiulară $x_2 = \dot{\theta} = \omega$. Analizăm evoluția *liberă* a sistemului, adică presupunem că $T_c = 0 \Rightarrow$

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2, \\ \dot{x}_2 &= -\frac{g}{l}\sin x_1 - \frac{k}{m}x_2. \end{aligned} \tag{2}$$

Punctele de echilibru (PE), $\dot{x}_1 = \dot{x}_2 = 0$–adică unde s-au "liniștit"/se opresc dinamicile–sunt $(n\pi, 0)$, $n \in \mathbb{Z}$, ca rezultat al sistemului de ecuații

$$\begin{aligned} 0 &= x_2, \\ 0 &= -\frac{g}{l}\sin x_1 - \frac{k}{m}x_2. \end{aligned}$$

Pendulul gravitațional- PE, discuție

Din punct de vedere fizic, cele 2 echilibre sunt evident diferite: dacă pendulul se poate opri în punctul $(0, 0)$, este imposibil să se întâmple același lucru în punctul $(\pi, 0)$, deoarece o perturbație oricât de mică în raport cu acest punct de echilibru îndepărtează bila de această poziție.

Este vorba deci despre un punct de echilibru stabil - bila în poziție verticală în jos - și de un punct de echilibru instabil - bila în poziție verticală în sus. Care este semnificația celorlalte puncte de echilibru $(n \neq 0, n \neq 1)$? Intuiți.

Ce se întâmplă în situația *ideală* când nu există frecare $(k = 0)$ sau când frecarea este neglijabilă (k foarte aproape de 0)? Intuiți.

Liniarizare

La liceu, la Fizică, aflam că pentru unghiuri „foarte mici", când pendulul „atârnă", $\sin\theta = \theta \leftarrow$ ce înseamnă, de fapt?

Fie $x^* = (x_1^*, x_2^*)$ un PE al sistemului (2).
Atunci $f_1(x_1^*, x_2^*) = 0$, $f_2(x_1^*, x_2^*) = 0$ și

$$\begin{aligned} f_1(x_1, x_2) &= \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(x_1^*, x_2^*)(x_1 - x_1^*) + \frac{\partial f_1}{\partial x_2}(x_1^*, x_2^*)(x_2 - x_2^*) + o(\|x - x^*\|) \\ f_2(x_1, x_2) &= \frac{\partial f_2}{\partial x_1}(x_1^*, x_2^*)(x_1 - x_1^*) + \frac{\partial f_2}{\partial x_2}(x_1^*, x_2^*)(x_2 - x_2^*) + o(\|x - x^*\|) \end{aligned} \tag{3}$$

unde $o(\varepsilon)/\varepsilon \to 0$ când $\varepsilon \to 0$.

Introducem „erorile"

$$\xi_1 = x_1 - x_1^*, \quad \xi_2 = x_2 - x_2^*.$$

Modelul (Sistemul) liniar al pendulului

Dacă $(x_1(t), x_2(t))$ verifică ecuația (2), atunci $(\xi_1(t), \xi_2(t))$ este o soluție a sistemului

$$\begin{aligned}\dot{\xi}_1 &= \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(x_1^*, x_2^*)\xi_1 + \frac{\partial f_1}{\partial x_2}(x_1^*, x_2^*)\xi_2 + o(\|\xi\|),\\ \dot{\xi}_2 &= \frac{\partial f_2}{\partial x_1}(x_1^*, x_2^*)\xi_1 + \frac{\partial f_2}{\partial x_2}(x_1^*, x_2^*)\xi_2 + o(\|\xi\|),\end{aligned}$$

sau

$$\dot{\xi} = A\xi + o(\|\xi\|),$$

unde A este matricea jacobiană (calculați pentru pendul și discutați după tipul PE) a lui f în x^*

$$A = f'(x^*) = \left.\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(x) & \frac{\partial f_1}{\partial x_2}(x) \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1}(x) & \frac{\partial f_2}{\partial x_2}(x) \end{bmatrix}\right|_{x=(x_1^*, x_2^*)} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{g}{l}\cos x_1^* & -\frac{k}{m} \end{bmatrix}. \qquad (4)$$

Liniarizare = neglijarea termenilor $o(\|\xi\|)$.

Ideea: sistemul liniar reține comportamentul local (într-o vecinătate a unui PE) al pendulului.

Scurt istoric al Teoriei Sistemelor

• antichitate: reglarea automată a debitului și a nivelului apei;

• începutul revoluției industriale: regulatorul centrifugal al lui J. Watt pt. reglarea vitezei de rotație a mașinii cu aburi;

• contribuții teoretice:
- J.C. Maxwell "On Governors" 1868;
- E.J. Routh Stabilitate (sisteme liniare) 1877;
- A.M. Liapunov Stabilitate (sisteme neliniare);

• practică inginerească: servomecanisme, dispozitive de urmărire automată (US, WWI);

• introducerea reacției inverse în tehnică: Stephen Black - Bell Lab's - 1927; atenuarea zgomotului și a perturbațiilor în liniile (telefonice) lungi;

• perioada clasică (interbelică): proiectare în domeniul frecvență
H. Bode & H. Nyquist - criterii de stabilitate, relații fundamentale.

Epoca modernă–contribuții românești

• epoca modernă : comandă optimală 1960-1980:
R. Bellman: programare dinamică;
L. Pontriaghin: principiul optimului;
R. Kalman: fundamentarea Teoriei Sistemelor;
Vasile Mihai Popov[5] & V.A. Yakubovich: Lema YKP;

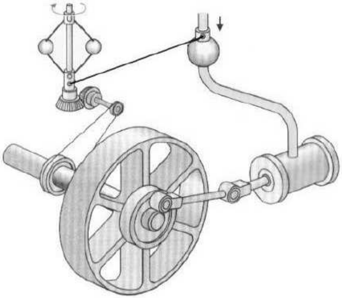
• 1980: sinteză robustă: G. Zames - specificații de proiectare în domeniul frecvență
- soluție a problemei de sinteză:

• 1990-2000: metode numerice pentru sinteza robustă
- ecuații Riccati;
- inegalități matriceale liniare (LMI);

• Vladimir Răsvan/Vlad Ionescu - extinderea teoriei Popov la sisteme complexe (neliniare, cu timp mort) și la sinteza robustă.

[5] Membru al Academiei Române

Regulatorul Watt

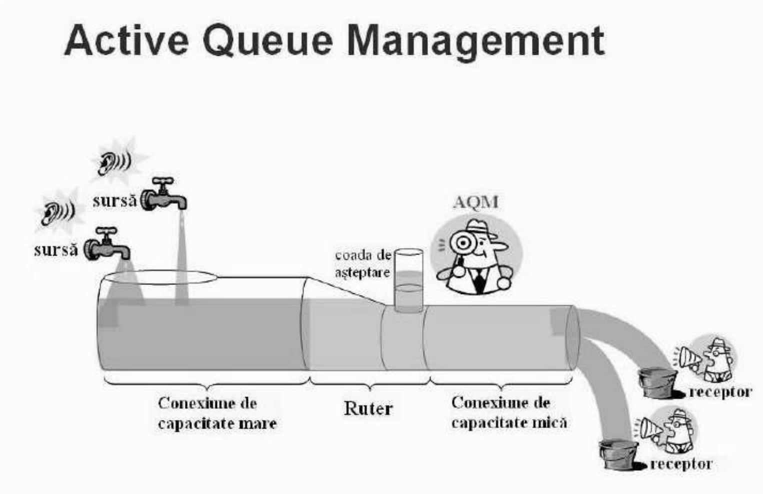


Regulatorul Watt

- primul sistem de reglare automată folosit într-un proces industrial;
- scop: menținerea **constantă** a turației axului principal, în prezența variațiilor de sarcină (ex. ridicarea mai multor vagoneți plini cu cărbune);
- „măsoară" turația cu ajutorul poziției celor două bile metalice;
- utilizează această informație (poziția bilelor) pentru a elabora comanda: închiderea/deschiderea valvei de admisie a aburului.

Concluzie: Regulatorul Watt $\Longleftrightarrow$ IT !

Congestia în rețele TCP



Protocolul TCP: Metode de evitare a congestiei

- Congestie: prezența prea multor pachete într-o subrețea; degradare substanțială a performanțelor.
- Cauze: depășire a capacității de transport, procesoare lente, memorie redusă a cozii de așteptare.
  Dar dacă aceasta din urmă ar fi infinită? Congestia s-ar înrăutăți, datorită mecanismului pauzelor de așteptare (timeout: intervalul de timp în care emițătorul așteaptă primirea confirmării pentru pachetul trimis).
- Mecanisme de control al congestiei:
  fără reacție (în buclă deschisă) sau cu reacție (în buclă închisă).

Mecanism TCP/IP

În primul caz se iau decizii fără a ține cont de starea curentă a rețelei. De exemplu, „ceasul propriu": se încetinește automat emiterea pachetelor când confirmările sunt întârziate (semnalare doar prin timeout).

În cel de-al doilea, se ajustează rata de de transmisie în funcție de mărimea ferestrei (numărul maxim de pachete trimise, încă neconfirmate). La rândul ei, mărimea ferestrei este adaptată dinamic în funcție de cât de aglomerată este rețeaua (lungimea cozii de așteptare).

Exemplu de mecanism TCP/IP.
RED (random early detection).
TCP: Răspunsul la pachete pierdute este micșorarea ratei de transmisie („ceasul propriu").
RED: se aruncă pachete nu doar atunci când buffer-ul cozii de așteptare este plin, pentru că este deja prea târziu.

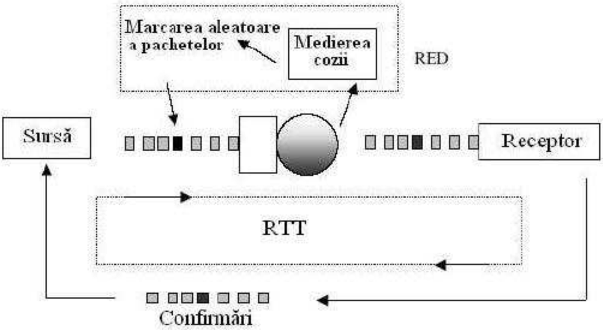
Mecanism TCP/IP: RED

Pachetele se aruncă cu o probabilitate care crește cu lungimea cozii de așteptare.
Sub o anumită valoare a lungimii cozii nu se aruncă niciun pachet (probabilitate 0).
Peste o altă valoare a lungimii cozii se vor arunca toate pachetele (probabilitate 1).

Există modele matematice pentru un astfel de mecanism?
Alegem unul *determinist*. Asupra acurateții acestui *tip* de model pentru protocolul TCP, încă se mai discută.

RED

Marcarea pachetelor



Un model matematic simplificat! pt. RED

$$
\begin{aligned}
\dot{W} &= \frac{1}{R(t)} - \frac{W(t)}{2} \frac{W(t-R(t))}{R(t-R(t))} p(t-R(t)) \\
\dot{q} &= \begin{cases} -C + \dfrac{N(t)}{R(t)} W(t), & q > 0 \\ \max\left\{0, -C + \dfrac{N(t)}{R(t)} W(t)\right\}, & q = 0 \end{cases}
\end{aligned} \tag{5}
$$

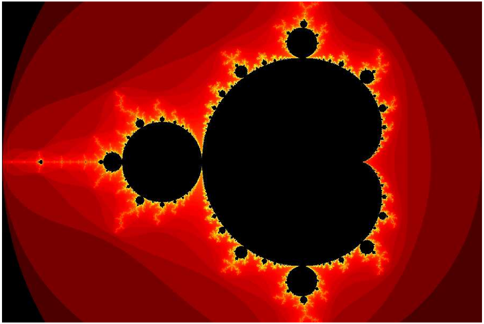
unde:
W = valoarea medie a ferestrei TCP,
q = lungimea cozii de așteptare asociată ruterului,
$R(t)$ = Round Trip Time ($= \frac{q(t)}{C} + T_p$),
C = capacitatea conexiunii,
T_p = timpul de propagare,
N = număr de sesiuni TCP,
p = probabilitatea ca un pachet să fie marcat.

Câteva explicații

- Prima ecuație reprezintă dinamica mărimii ferestrei.
- A doua ecuație reprezintă variația lungimii cozii, ca diferență dintre rata de primire a pachetelor și capacitatea conexiunii.
- Model complex = sistem cu întârziere, neliniar, variabil în timp.
- Scopul reglării automate este funcționarea sistemului în jurul unor valori „de echilibru" W_0, q_0, p_0, prin elaborarea unei comenzi potrivite p, în funcție de W și q.
  Ideea: utilizarea unei aproximații liniare $\rightarrow$ Teoria Sistemelor Liniare.
- Un exemplu numeric: $N = 120$ sesiuni TCP, $q_0 = 175$ pachete, $C = 3750$ pachete/sec, $W_0 = 7.7$ pachete, $R_0 = 0.346$ secunde etc.
- Problemă dificilă!!!

O mașină de calcul: un sistem neliniar *discret*

Problemă: Este setul Mandelbrot decidabil? [Blum et al. SPRINGER1997]



Set Mandelbrot:
Fie $p_c(z) = z^2 + c,\ c \in \mathbb{C}$.
Complementul $\mathcal{M}$ al lui
$\mathcal{M}' = \left\{c \in \mathbb{C} | \lim_{n\to\infty} p_c^n(0) = \infty\right\}$, cu
$p_c^n = \underbrace{p_c \circ p_c \circ p_c \cdots \circ p_c}_{n\ ori} \leftarrow$ punctele
$p_c(0), p_c^2(0), \ldots$ rămân în partea neagră a imaginii = nu se fac albe $\Leftrightarrow$ dacă șirul $c,\ c^2 + c,\ (c^2 + c) + c$ nu diverge (la infinit cercurile nu „explodează”) $\Leftrightarrow |z| < 2$. Se construiește o mașină de calcul care să decidă dacă setul rămâne în formă sau nu.

Exemplu: Pt. $p(z) = z^2 + 4 \Rightarrow$ set Julia. Dacă $|z| > 2 \Rightarrow |p^k(z)| \to \infty$ când $k \to \infty$. Setul de oprire al unei mașini care să decidă setul $\mathcal{M}$ este $\Omega_M = \{z \in \mathbb{C}||z| > 2\}$, iar setul Julia este $\mathbb{C} - \Omega_M$... Obs. că punctele de echilibru, i.e., punctele fixe $f(z) = z \Leftrightarrow p^k(z) = z$ nu sunt în Ω_M.

SISTEME DE REGLARE AUTOMATĂ

Reglare automată: procesul de a impune ca anumite *variabile specificate* ale unui sistem să urmeze anumite evoluții impuse, în prezența diferitelor perturbații (precum și a incertitudinilor de modelare).

Influențarea evoluției unui sistem *fără* intervenția umană.

Sisteme interconectate: serie, paralel, **reacție** - corespund unor operații matematice specifice ale operatorilor care descriu (d.p.d.v matematic) sistemele respective.

Serie: compunere („înmulțire")
Paralel: adunare
Reacție: transformare liniară fracțională (omografică).

Diagrama unui Sistem de Reglare Automată

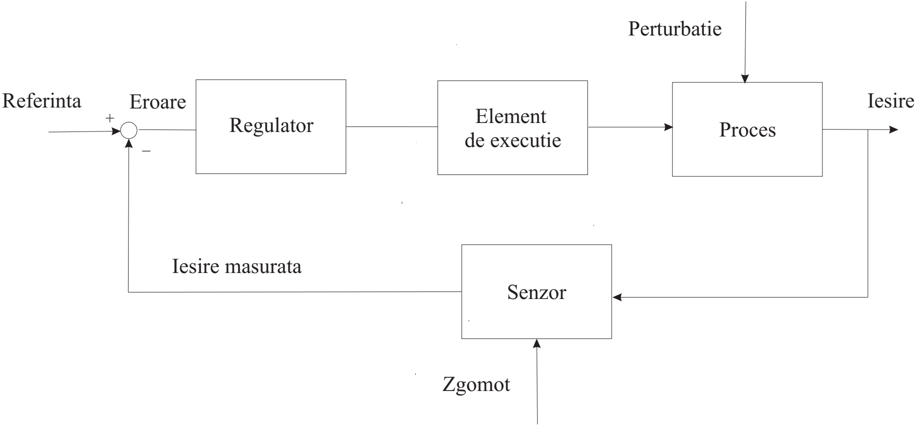


Figura: Diagrama bloc funcțională a unui SRA

SRA

Observații:

- ansamblu de sisteme interconectate (serie, paralel, reacție)
- existența reacției inverse!

Reglarea cu reacție inversă folosește măsurători ale variabilei reglate pentru a influența mărimile de intrare ale sistemului reglat, astfel încât variabila reglată să urmărească o anumită evoluție impusă.

Conexiunea inversă permite evaluarea permanentă a gradului de realizare a obiectului propus: metodă extrem de eficientă.

Obiectivul principal al cursului de TS

Întelegerea conceptelor de semnale care sunt trecute apoi prin filtre, cu scopul de a obtine ceva dorit, precum și descrierea unor metode simple și pretabile calculatoarelor, de sinteză a compensatoarelor (regulatoarelor).

Cursul introduce noțiunile fundamentale necesare pentru proiectarea filtrelor numerice/analogice.

Opinie personală: TS e un curs „exotic”, outside the IT box. Orice inginer de inginerie electrică, în general, și de calculatoare (computer enginnering) în particular, trebuie să dobândească minime competențe și aptitudini sistemice și de prelucrare (digitală) a semnalelor

Pentru a putea înțelege și aplica aceste tehnici de sinteză elementară, este necesar, mai întâi, să studiem anumite proprietăți și caracteristici sistemice. În consecință, începem cu metode de analiză a sistemelor.

Proiectarea SRA

1. Stabilirea obiectivelor reglării.
2. Identificarea mărimilor care trebuie reglate.
3. Scrierea **specificațiilor** pt. mărimile reglate.
4. Stabilirea configurației de reglare.
5. Obținerea unui *model* (pt. fiecare element al buclei: proces, senzor, element de acționare etc.)
6. Alegerea unui regulator/compensator (*[eng.]* controller) și a parametrilor săi.
7. Optimizarea **parametrilor** și analiza performanțelor.
8. Dacă performanțe = specificații atunci proiectarea este încheiată.
   In caz contrar, se reia „algoritmul” de la pasul 4.