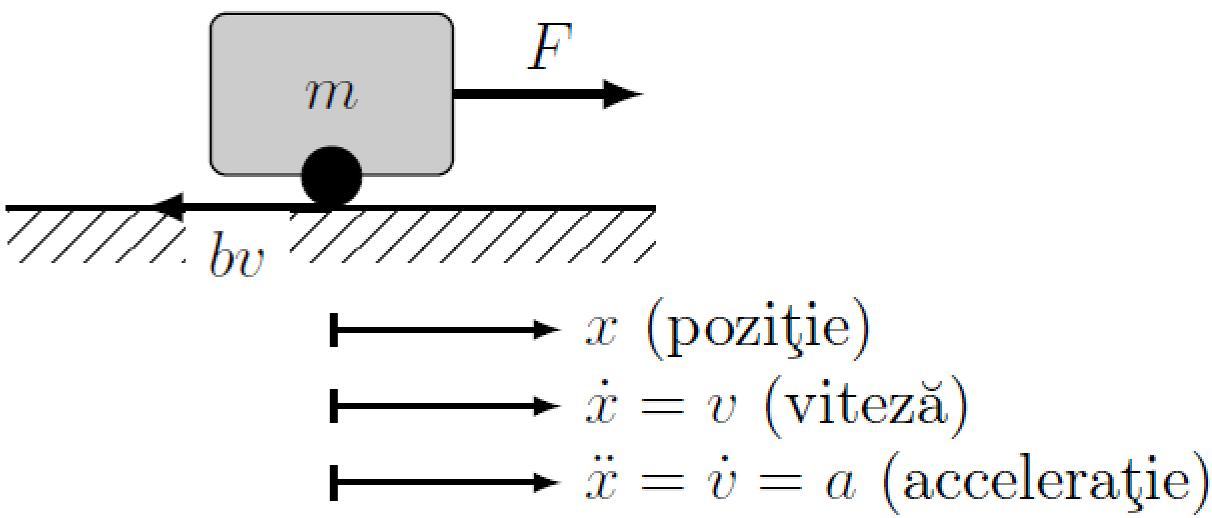
Reglarea pozitiei si vitezei robotilor mobili uniciclu cu un motor cu legi din clasa PID

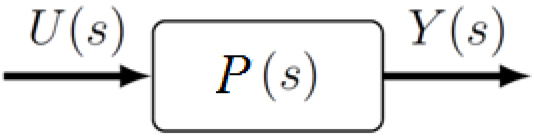
Conf. dr. ing. Monica Patrascu
Complex Systems Laboratory

- Fie un robot mobil (vehicul) actionat de un singur motor
- Acest robot se deplaseaza rectiliniu pe o suprafata plana
- Modelul de miscare al robotului este dat de modelul de miscare al vehiculelor de masa *m* actionate de forte de tractiune *F* a caror pozitie *x*, viteza *v* si/sau acceleratie *a* pot fi masurate



REGLAREA VITEZEI

- **Reglarea vitezei: I. Cazul fara frecare**
- Ecuatia de miscare este: *F* = *ma*
- Procesul condus (robotul) are:
  - Intrarea U(s) = F(s) forta de tractiune
  - Iesirea Y(s) = V(s) viteza



- Rescriem ecuatia de miscare:

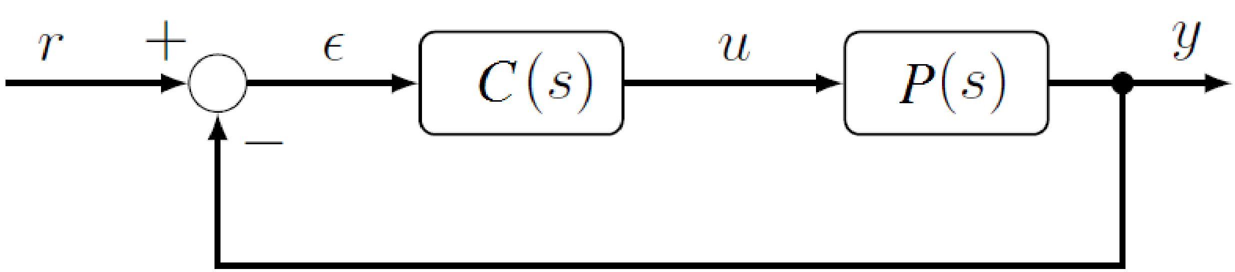
$$F = ma = m\dot{v}$$

- De unde rezulta (aplicand Laplace) $F(s) = msV(s)$
- Asadar procesul este, notand *K* = *1/m*

$$P(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{V(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms} = \frac{K}{s}$$

- Obs. In bucla deschisa sistemul nu e stabil (BIBO)

- Fie m = 0.5 kg, deci K = 2
- Pentru reglarea vitezei, se cere (de exemplu):
  - Sa se asigure stabilitatea in bucla inchisa
  - Un raspuns aperiodic la referinta treapta
  - Regim tranzitoriu de maxim 9 sec (i.e. $t_t \leq 9$ sec)
  - Precizie foarte buna in regim stationar la referinta treapta (i.e. eroarea de pozitie este zero: $\varepsilon_{st} = 0$; n.b. eroarea de pozitie este eroarea in regim stationar la referinta treapta, iar eroarea de viteza este eroarea in regim stationar la referinta rampa)
- Analizand procesul si numarul marimilor reglate (una singura), alegem SRA cu un grad de libertate



- Din conditiile de performanta, analizand forma dorita a raspunsului SRA, concludem ca *T*(*s*) trebuie sa fie de ordinul I. N.b. Raspunsurile de ordinul II fara oscilatii (i.e. aperiodice) presupun un factor de amortizare $\zeta \geq 1$, ceea ce nu ofera informatii formale despre regimul tranzitoriu, adica nu se pot calcula timpul tranzitoriu si suprareglajul

$$T(s) = \frac{K_0}{T_0 s + 1}$$

- Stabilitate: *T*(*s*) este stabil pentru orice $T_0 > 0$
- Regimul permanent: utilizand T.V.F.: $\varepsilon_{st} = 0 \Leftrightarrow T(0) = 1$
- De unde rezulta: $K_0 = 1$

- Regimul tranzitoriu:
  - Pentru sistemele de ordinul I, constanta de timp e cuprinsa de 3 (pentru banda de regim stationar de ±5%) sau 4 (pentru b.r.s. de ±2%) ori in timpul tranzitoriu
- Fie b.r.s. ±2%. Asadar: $4T_0 \leq 9 \Rightarrow T_0 \leq 2.25$
- Alegerea, pentru a tine cont de eventualele incertitudini de modelare si pentru a nu cere performante nefezabile (de ex. un vehicul cu masa de 100 tone nu va raspunde in 0.1 sec niciodata), se face in apropierea limitei
- Alegem $T_0 = 2$
- Asadar:

$$T(s) = \frac{1}{2s+1} \Rightarrow L(s) = \frac{T(s)}{1-T(s)} = \frac{1}{2s}$$

- Pe calea directa $L(s) = C(s)P(s)$, de unde rezulta forma regulatorului:

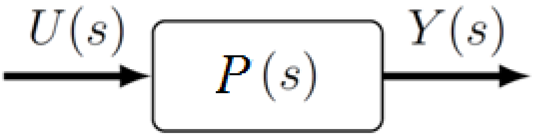
$$C(s) = L(s)\frac{1}{P(s)} = \frac{1}{2s}\frac{s}{K} = \frac{1}{2K} = 0.25$$

- Acesta este un regulator P (proportional), iar legea lui de comanda este:

$$u(t) = K_R \varepsilon(t) = 0.25\varepsilon(t)$$

- Regulatorul este implementabil
- Se observa ca pentru urmarirea referintei treapta un proces ce contine integrator nu are nevoie de 1/s in regulator (v. principiul modelului intern)

- **Reglarea vitezei: II. Cazul cu frecare**
- Ecuatia de miscare este: *F* = *ma* + *bv*
- Procesul condus (robotul) are:
  - Intrarea U(s) = F(s) forta de tractiune
  - Iesirea Y(s) = V(s) viteza



- Rescriem ecuatia de miscare:

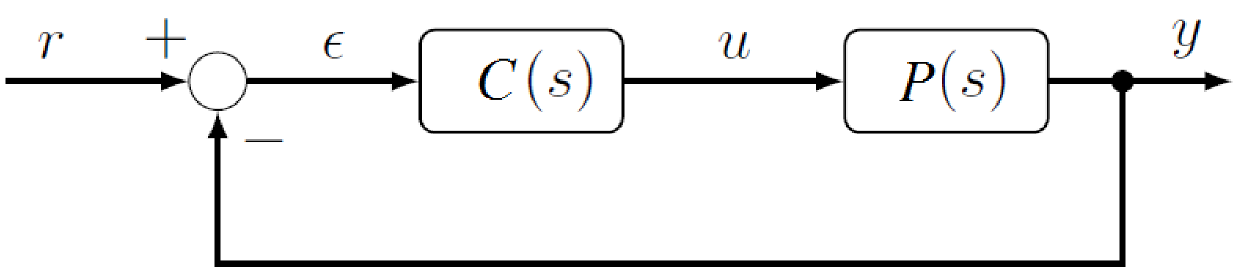
$$F = ma + bv = m\dot{v} + bv$$

- De unde rezulta (aplicand Laplace) $F(s) = msV(s) + bV(s)$
- Asadar procesul este, notand $K_P = 1/b$ si $T_P = m/b$

$$P(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{V(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms+b} = \frac{K_P}{T_P s + 1}$$

- Obs. In bucla deschisa sistemul e stabil (BIBO) pt. $T_P > 0$

- Fie m = 0.5 kg si b = 0.1 Nsec/m, deci K_P = 10 si T_P = 5
- Pentru reglarea vitezei, se cere (de exemplu):
  - Sa se pastreze stabilitatea in bucla inchisa
  - Un raspuns aperiodic la referinta treapta
  - Regim tranzitoriu de maxim 9 sec (i.e. $t_t \leq 9$ sec)
  - Precizie foarte buna in regim stationar la referinta treapta: $\varepsilon_{st} = 0$
- Analizand procesul si numarul marimilor reglate (una singura), alegem SRA cu un grad de libertate



- Din conditiile de performanta, analizand forma dorita a raspunsului SRA, concludem ca *T*(*s*) trebuie sa fie de ordinul I.

$$T(s) = \frac{K_0}{T_0 s + 1}$$

- Stabilitate: *T*(*s*) este stabil pentru orice $T_0 > 0$
- Regimul permanent: utilizand T.V.F.: $\varepsilon_{st} = 0 \Leftrightarrow T(0) = 1$
- De unde rezulta: $K_0 = 1$
- Regimul tranzitoriu: fie b.r.s. ±2%. Asadar: $4T_0 \le 9 \Rightarrow T_0 \le 2.25 \Rightarrow$ Alegem $T_0 = 2$
- Asadar

$$T(s) = \frac{1}{2s+1} \Rightarrow L(s) = \frac{T(s)}{1 - T(s)} = \frac{1}{2s}$$

- Pe calea directa $L(s)$ = $C(s)P(s)$, de unde rezulta:

$$C(s) = L(s)\frac{1}{P(s)} = \frac{1}{2s}\frac{T_P s + 1}{K_P} = \frac{5s+1}{20s} = 0.25\left(1 + \frac{1}{5s}\right)$$

- Acesta este un regulator PI (proportional-integral), iar legea lui de comanda este:

$$u(t) = K_R \varepsilon(t) + \frac{K_R}{T_i}\int_0^t \varepsilon(\tau)d\tau = 0.25\varepsilon(t) + 0.05\int_0^t \varepsilon(\tau)d\tau$$

- Regulatorul este implementabil
- Se observa ca pentru urmarirea referintei treapta un proces ce nu contine integrator necesita forma 1/s in regulator (v. principiul modelului intern)

- **Reglarea vitezei: III. Cazul masa si frecare variabile**
- Calculul legii de reglare cu performantele impuse anterior este acelasi; fie constanta de frecare variabila in timp *b*(*t*) si masa variabila in timp *m*(*t*)
- Legea de reglare este:

$$C(s) = \frac{1}{T_0 s}\frac{T_P s + 1}{K_P} = \frac{T_P}{T_0 K_P}\left(1 + \frac{1}{T_P s}\right)$$

- Acesta este un regulator PI cu parametrii de acord:

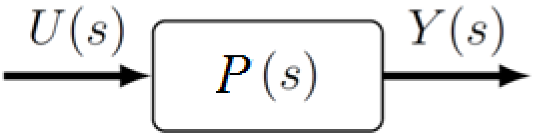
$$\begin{cases} K_R = \dfrac{m(t)}{T_0} \\ T_P = \dfrac{m(t)}{b(t)} \end{cases}$$

- Acest regulator se numeste parametrizat, i.e. e o varianta de adaptare a legii de reglare la conditiile de mediu (frecare cu solul) sau perturbatii structurale (masa)

- N.b. Pentru implementarea acestui regulator, trebuie sa existe o procedura de masura (senzori) sau o procedura de estimare a variabilelor $b(t)$ si $m(t)$ in orice moment, ceea ce este uneori dificil, deseori imposibil, caz in care se aplica alte metode de proiectare, de ex. proiectare robusta

REGLAREA POZITIEI

- **Reglarea pozitiei: I. Cazul cu frecare**
- Ecuatia de miscare este: *F = ma + bv*
- Procesul condus (robotul) are:
  - Intrarea U(s) = F(s) forta de tractiune
  - Iesirea Y(s) = X(s) pozitia



- Rescriem ecuatia de miscare:

$$F = ma + bv = m\ddot{x} + b\dot{x}$$

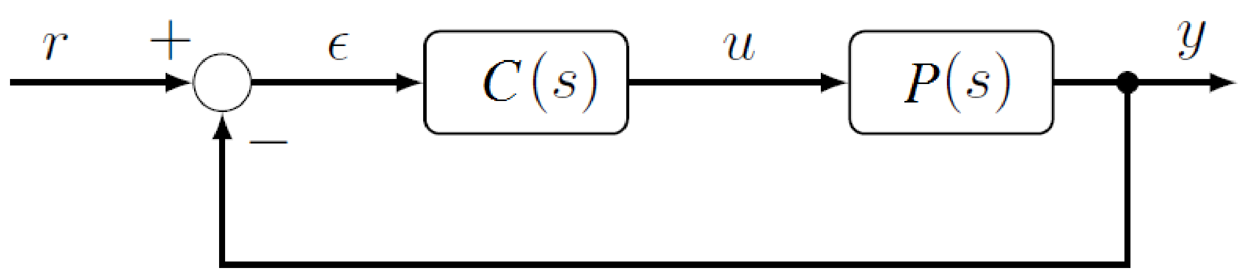
- De unde rezulta (aplicand Laplace) $F(s) = ms^2 X(s) + bsX(s)$
- Asadar procesul este, notand $K_P = 1/b$ si $T_P = m/b$

$$P(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms^2 + bs} = \frac{K_P}{s(T_P s + 1)}$$

- Obs. In bucla deschisa sistemul nu e stabil (BIBO)

- Fie m = 0.5 kg si b = 0.1 Nsec/m, deci K_P = 10 si T_P = 5
- Pentru reglarea vitezei, se cere (de exemplu):
  - Sa se asigure stabilitatea in bucla inchisa
  - Un raspuns aperiodic la referinta treapta
  - Regim tranzitoriu de maxim 12 sec (i.e. $t_t \leq 12$ sec)
  - Precizie foarte buna in regim stationar la referinta treapta: $\varepsilon_{st} = 0$

- Analizand procesul si numarul marimilor reglate (una singura), alegem SRA cu un grad de libertate



- Din conditiile de performanta, analizand forma dorita a raspunsului SRA, concludem ca *T*(*s*) trebuie sa fie de ordinul I.

$$T(s) = \frac{K_0}{T_0 s + 1}$$

- Stabilitate: *T*(*s*) este stabil pentru orice $T_0 > 0$
- Regimul permanent: utilizand T.V.F.: $\varepsilon_{st} = 0 \Leftrightarrow T(0) = 1$
- De unde rezulta: $K_0 = 1$
- Regimul tranzitoriu: fie b.r.s. ±2%. Asadar: $4T_0 \leq 12 \Rightarrow T_0 \leq 3 \Rightarrow$ Alegem $T_0 = 3$
- Asadar

$$T(s) = \frac{1}{3s+1} \Rightarrow L(s) = \frac{T(s)}{1 - T(s)} = \frac{1}{3s}$$

- Pe calea directa $L(s) = C(s)P(s)$, de unde rezulta:

$$C(s) = L(s)\frac{1}{P(s)} = \frac{1}{2s}\frac{s(T_P s+1)}{K_P} = 0.03(5s+1)$$

- Acesta este un regulator PD (proportional-derivativ), iar legea lui de comanda este:

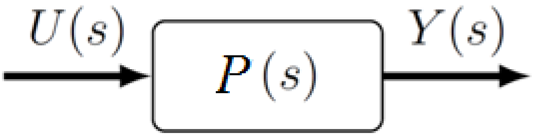
$$u(t) = K_R\varepsilon(t) + K_D\frac{d\varepsilon(t)}{dt} = 0.03\varepsilon(t) + 0.15\frac{d\varepsilon(t)}{dt}$$

- Regulatorul nu este implementabil, de aceea componenta derivativa se filtreaza cu filtru de ord. I:

$$C_F(s) = K_R\frac{T_d s+1}{\alpha_F T_d s+1} = 0.03\frac{5s+1}{0.05s+1}$$

- Constanta α_F este pozitiva (pentru pastrarea stabilitatii) si mult subunitara (pentru a nu afecta regimul tranzitoriu)

- **Reglarea pozitiei: II. Cazul cu alunecare**
- Ecuatia de miscare este: *F = ma - bv*
- Procesul condus (robotul) are:
  - Intrarea U(s) = F(s) forta de tractiune
  - Iesirea Y(s) = X(s) pozitia



- Rescriem ecuatia de miscare:

$$F = ma - bv = m\ddot{x} - b\dot{x}$$

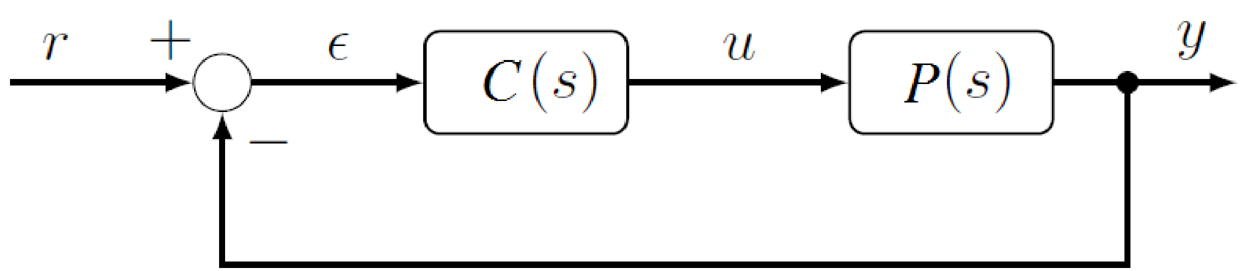
- De unde rezulta (aplicand Laplace) $F(s) = ms^2 X(s) - bsX(s)$
- Asadar procesul este, notand $K_P = 1/b$ si $T_P = m/b$

$$P(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms^2 - bs} = \frac{K_P}{s(T_P s - 1)}$$

- Obs. In bucla deschisa sistemul nu e stabil (BIBO)

- Fie m = 0.5 kg si b = 0.1 Nsec/m, deci K_P = 10 si T_P = 5
- Pentru reglarea vitezei, se cere (de exemplu):
  - Sa se asigure stabilitatea in bucla inchisa
  - Un raspuns aperiodic la referinta treapta
  - Regim tranzitoriu de maxim 12 sec (i.e. $t_t \leq 12$ sec)
  - Precizie foarte buna in regim stationar la referinta treapta: $\varepsilon_{st} = 0$

- Analizand procesul si numarul marimilor reglate (una singura), alegem SRA cu un grad de libertate



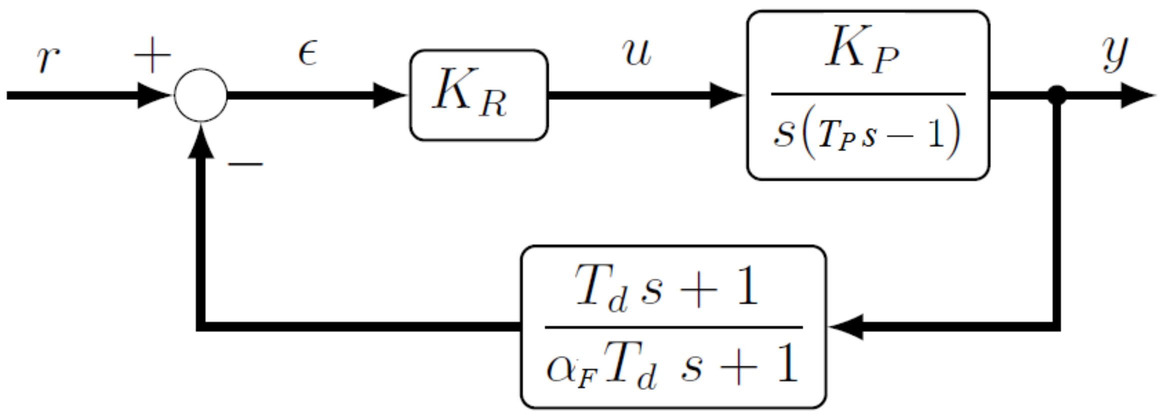
- Daca incercam metoda anterioara de proiectare, va rezulta un regulator cu un zero in origine si un zero instabil, ceea ce incalca regulile de proiectare stabila
- Analizand rezultatele anterioare, incercam introducerea unui regulator PD in schema. Rezulta, in bucla inchisa:

$$T(s)=\frac{C(s)P(s)}{1+C(s)P(s)}=\frac{K_R(T_d s+1)\dfrac{K_P}{s(T_P s-1)}}{1+K_R(T_d s+1)\dfrac{K_P}{s(T_P s-1)}}$$

$$T(s)=\frac{K_R K_P(T_d s+1)}{s(T_P s-1)+K_R K_P(T_d s+1)}=\frac{K_R K_P(T_d s+1)}{s^2+(T_P-K_R K_P T_d)s+K_R K_P}$$

- Acest raspuns este de ordinul II cu un zero

- Incercam eliminarea zeroului in b.i. prin alegerea unei scheme P-D (“PD modificat”) ce are componenta proportionala pe calea directa si componenta derivativa pe calea inversa



- Natural, componenta derivatiava (neimplementabila, improprie) va trebui filtrata, insa calculele formale se fac fara aceasta

- Rezulta, in bucla inchisa:

$$T(s)=\frac{C(s)P(s)}{1+C(s)P(s)}=\frac{K_R\dfrac{K_P}{s(T_Ps-1)}}{1+K_R(T_ds+1)\dfrac{K_P}{s(T_Ps-1)}}$$

$$T(s)=\frac{K_RK_P}{s(T_Ps-1)+K_RK_P(T_ds+1)}=\frac{K_RK_P/T_P}{s^2+(1-K_RK_PT_d)/T_Ps+K_RK_P/T_P}$$

- Am eliminat zeroul, iar forma in b.i. este de ordinul II cu:

$$\begin{cases}2\zeta\omega_n=(1-K_RK_PT_d)/T_P\\ \omega_n^2=K_RK_P/T_P\end{cases}$$

- Stabilitatea este asigurata cand ambii parametri sunt > 0

- Asadar:

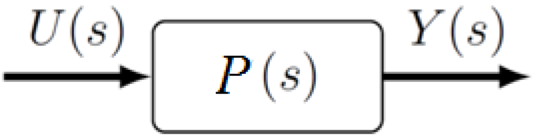
$$\begin{cases} \omega_n = \sqrt{K_R K_P / T_P} > 0 \Rightarrow K_R, K_P, T_P > 0 \\ \zeta > 0 \Rightarrow (1 - K_R K_P T_d) / T_P > 0 \end{cases}$$

- Din cele doua conditii, si stiind ca parametrii procesului sunt pozitivi, rezulta ca SRA este stabil in b.i. pentru:

$$\frac{1}{T_P} > \frac{K_R K_P T_d}{T_P}$$

- Se aleg parametrii legii de reglare care satisfac aceasta conditie. Performantele in regim tranzitoriu se obtin prin incercari (variind K_R si T_d).

- **Reglarea pozitiei: III. Cazul fara frecare**
- Ecuatia de miscare este: *F = ma*
- Procesul condus (robotul) are:
  - Intrarea U(s) = F(s) forta de tractiune
  - Iesirea Y(s) = V(s) viteza



- Rescriem ecuatia de miscare:

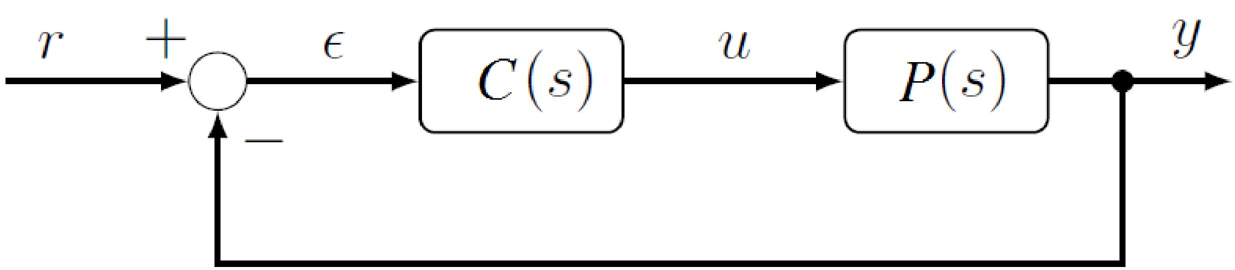
$$F = ma = m\ddot{x}$$

- De unde rezulta (aplicand Laplace) $F(s) = ms^2 X(s)$
- Asadar procesul este, notand *K = 1/m*

$$P(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{V(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms^2} = \frac{K_P}{s^2}$$

- Obs. In bucla deschisa sistemul nu e stabil (BIBO)

- Fie m = 0.5 kg, deci K = 2
- Pentru reglarea vitezei, se cere (de exemplu):
  - Sa se pastreze stabilitatea in bucla inchisa
  - Un raspuns aperiodic la referinta treapta
  - Regim tranzitoriu de maxim 12 sec (i.e. $t_t \leq 12$ sec)
  - Precizie foarte buna in regim stationar la referinta treapta: $\varepsilon_{st} = 0$
- Analizand procesul si numarul marimilor reglate (una singura), alegem SRA cu un grad de libertate



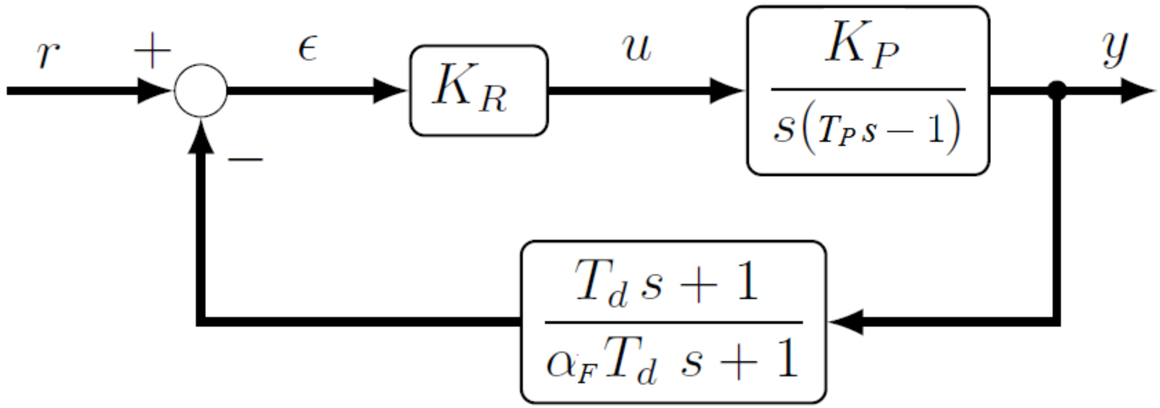
- Daca incercam metoda anterioara de proiectare, va rezulta un regulator cu un zero in origine, ceea ce incalca regulile de proiectare stabila
- Analizand rezultatele anterioare, incercam introducerea unui regulator PD in schema. Rezulta, in bucla inchisa:

$$T(s)=\frac{C(s)P(s)}{1+C(s)P(s)}=\frac{K_R(T_d s+1)\frac{K_P}{s^2}}{1+K_R(T_d s+1)\frac{K_P}{s^2}}$$

$$T(s)=\frac{K_R K_P(T_d s+1)}{s^2+K_R K_P(T_d s+1)}=\frac{K_R K(T_d s+1)}{s^2+K_R K_P T_d s+K_R K_P}$$

- Acest raspuns este de ordinul II cu un zero

- Incercam eliminarea zeroului in b.i. prin alegerea unei scheme P-D ("PD modificat") ce are componenta proportionala pe calea directa si componenta derivativa pe calea inversa



- Natural, componenta derivatiava (neimplementabila, improprie) va trebui filtrata, insa calculele formale se fac fara aceasta

- Rezulta, in bucla inchisa:

$$T(s)=\frac{C(s)P(s)}{1+C(s)P(s)}=\frac{K_R\,\dfrac{K_P}{s^2}}{1+K_R(T_d s+1)\dfrac{K_P}{s^2}}$$

$$T(s)=\frac{K_R K_P}{s^2+K_R K_P T_d s+K_R K_P}$$

- Am eliminat zeroul, iar forma in b.i. este de ordinul II cu:

$$\begin{cases} 2\zeta\omega_n = K_R K_P T_d \\ \omega_n^2 = K_R K_P \end{cases}$$

- Stabilitatea este asigurata cand ambii parametri sunt > 0

- Asadar:

$$\begin{cases} \omega_n = \sqrt{K_R K_P} > 0 \Rightarrow K_R, K_P > 0 \\ \zeta > 0 \Rightarrow K_R K_P T_d > 0 \end{cases}$$

- Din cele doua conditii, si stiind ca parametrii procesului sunt pozitivi, rezulta ca SRA este stabil in b.i. pentru

$$K_R, T_d > 0$$

- Regimul permanent: utilizand T.V.F.: $\varepsilon_{st} = 0 \Leftrightarrow T(0) = 1$
- Conditia este indeplinita pentru orice $\zeta, \omega_n > 0$
- Regimul tranzitoriu: daca impunem raspuns aperiodic, acesta se obtine numai pentru $\zeta \geq 1$

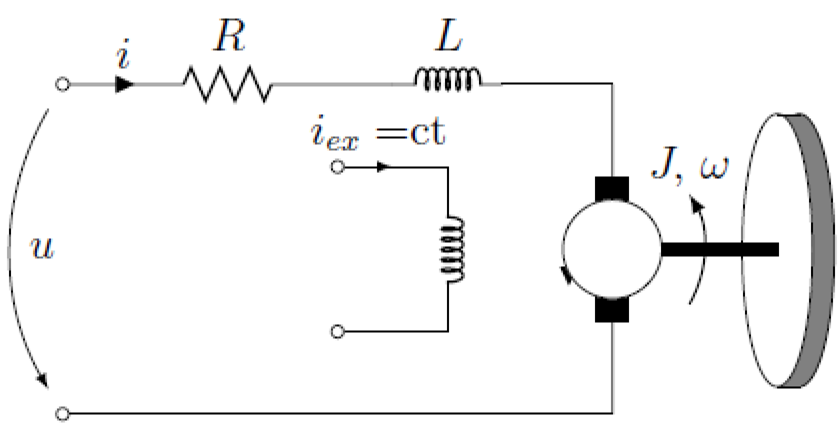
- Deoarece nu putem calcula timpul tranzitoriu si suprareglajul in acest caz, recurgem la un artificiu de calcul: formele de ordinul II cu poli reali au $\zeta \geq 1$
  - N.b. Formele de ordinul II cu poli complex conjugati au $\zeta \in (0;1)$
- Asadar aproximam *T*(*s*) cu o forma cu poli reali unde unul este dominant si unul este parazit, iar cele 12 secunde ale timpul tranzitoriu sunt guvernate de polul dominant: $$T(s) \approx \frac{1}{(T_0 s + 1)(T_\Sigma s + 1)} = \frac{1}{T_0 T_\Sigma s^2 + (T_0 + T_\Sigma)s + 1}$$
- Unde $T_0 >> T_\Sigma$
- Prin echivalare rezulta: $K_R K_P = \dfrac{1}{T_0 T_\Sigma} \quad si \quad K_R K_P T_d = \dfrac{T_0 + T_\Sigma}{T_0 T_\Sigma}$
- De unde se obtin parametrii regulatorului ($T_0 \leq 3$)

REGLAREA TURATIEI MOTORULUI DE TRACTIUNE

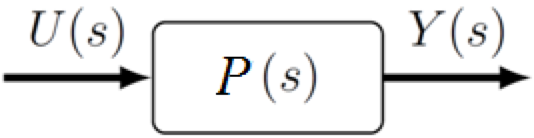
- In cazuri in care turatia motorului de tractiune este afectata de perturbatii, este necesara reglarea acesteia
- Fie un motor de curent continuu pentru care
  - *u* este tensiunea aplicata, *i* este curentul rotoric, *L* este inductanta circuitului rotoric, *R* este rezistenta circuitului rotoric, *J* este momentul de inertie pe axul motorului, K_e este constanta electrica, si *ω* este turatia motorului
- Ecuatiile fizice sunt:

$$J\dot{\omega} + b\omega = K_e i$$

$$L\frac{di}{dt} + Ri = u - K_e\omega$$



- Procesul condus (motorul) are:
  - Intrarea U(s) tensiunea aplicata (din u(t))
  - Iesirea Y(s) = Ω(s) turatia (din ω(t))



- Aplicam Laplace si obtinem

$$(Js+b)\Omega(s) = K_e I(s)$$

$$(Ls+R)I(s) = U(s) - K_e\Omega(s)$$

- De unde procesul condus devine

$$P(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\Omega(s)}{U(s)} = \frac{K_e}{(Ls+R)(Js+R)+K_e^2}$$

- De obicei $K_e \ll 1 \Rightarrow K^2{}_e \ll K_e$ deci putem aproxima:

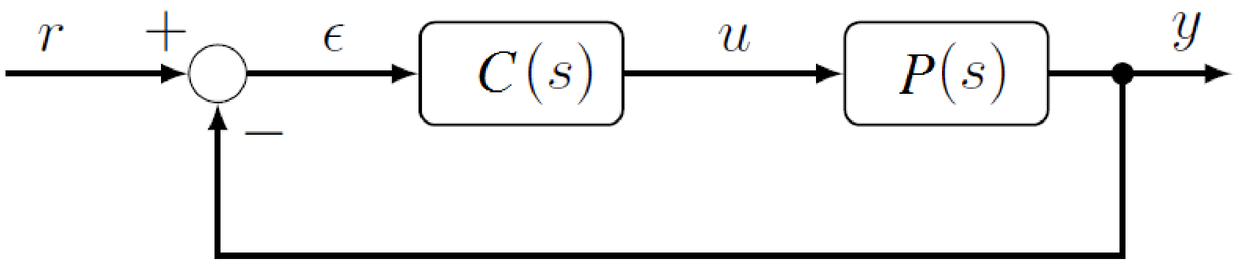
$$P(s) \cong \frac{K_e}{(Ls+R)(Js+R)}$$

- Notam: $K = K_e/R^2$, $T_1 = L/R$, $T_2 = J/R$ si obtinem

$$P(s) = \frac{K}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$$

- Pentru care parametrii K, T_1 si T_2 sunt pozitivi, ceea ce inseamna ca sistemul in bucla deschisa este stabil.
- Pentru reglarea turatiei, se cere (de exemplu):
  - Sa se pastreze stabilitatea in bucla inchisa
  - Un raspuns aperiodic sau cu suprareglaj mic la referinta treapta
  - Regim tranzitoriu finit (de ex. $t_t \leq 0.5$ sec)
  - Precizie foarte buna in regim stationar la referinta treapta: $\varepsilon_{st} = 0$ (deoarece acest motor reprezinta element de actionare pentru procesul robot, i.e. turatia sa de iesire determina forta de tractiune care reprezinta comanda transmisa pentru miscarea robotului)

- **Reglarea turatiei: I. Cazul raspuns aperiodic**
- Analizand procesul si numarul marimilor reglate (una singura), alegem SRA cu un grad de libertate



- Din conditiile de performanta, analizand forma dorita a raspunsului SRA, concludem ca *T*(*s*) trebuie sa fie de ordinul I.

$$T(s) = \frac{K_0}{T_0 s + 1}$$

- Stabilitate: $T(s)$ este stabil pentru orice $T_0 > 0$
- Regimul permanent: utilizand T.V.F.: $\varepsilon_{st} = 0 \Leftrightarrow T(0) = 1$
- De unde rezulta: $K_0 = 1$
- Regimul tranzitoriu: fie b.r.s. ±2%. Asadar: $4T_0 \leq 0.5 \Rightarrow T_0 \leq 0.125 \Rightarrow$ Alegem $T_0 = 0.1$
- Asadar $$T(s) = \frac{1}{0.1s+1} \Rightarrow L(s) = \frac{T(s)}{1-T(s)} = \frac{1}{0.1s}$$
- De unde rezulta

$$C(s) = L(s)\frac{1}{P(s)} = \frac{1}{0.1s}\frac{(T_1s+1)(T_2s+1)}{K}$$

- Acest regulator este de tip PID

$$\begin{cases} C_{PID}^{serie}(s) = K_R\left(1+\frac{1}{T_i s}\right)(T_d s+1) = K_R\,\frac{(T_i s+1)(T_d s+1)}{T_i s} \\ C_{PID}^{paralel}(s) = K_R\left(1+\frac{1}{T_i s}+T_d s\right) = K_R + K_I\,\frac{1}{s} + K_D s \end{cases}$$

- Varianta paralel este standard in industrie. Forma regulatorului se alege dupa caz/nevoie.
- Obs. In cazul serie, T_i si T_d se aleg egale cu constantele T_1 si T_2 ale procesului, cu $T_i > T_d$.

- Fie R = 1Ω; L = 0.5H; J = 0.01kgm^2/sec^2; K_e = 0.01

- Regulatorul devine (alegand forma serie)

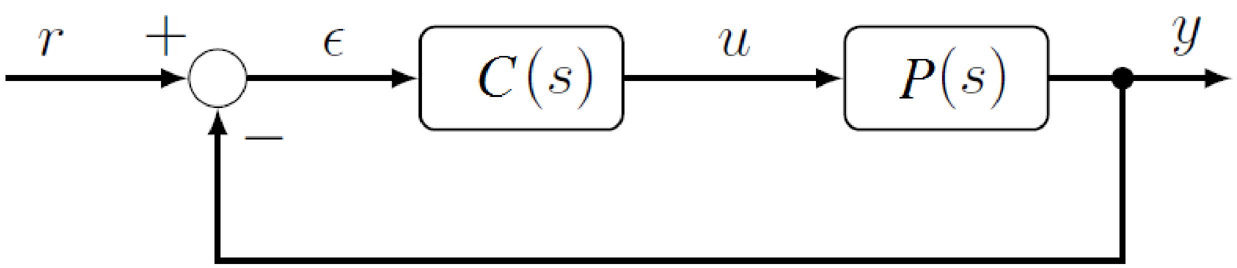
$$C(s) = \frac{1}{0.1s}\frac{(0.5s+1)(0.01s+1)}{0.01}$$

- Alegem T_i = 0.5 si T_d = 0.01 si obtinem (alegand corespunzator un filtru pentru componenta derivativa neimplementabila)

$$C(s) = 500\left(1+\frac{1}{0.5s}\right)\frac{0.01s+1}{\alpha_F 0.01s+1}$$

- Se observa ca fortand un sistem de ordinul II sa aiba in bucla inchisa un raspuns de ordinul I, se obtine o amplificare foarte mare a controllerului, ceea ce duce la comenzi mari, i.e. consum mare de energie

- **Reglarea turatiei: II. Cazul raspuns cu suprareglaj**
- Analizand procesul si numarul marimilor reglate (una singura), alegem SRA cu un grad de libertate



- Din conditiile de performanta, analizand forma dorita a raspunsului SRA, concludem ca $T(s)$ este de ordinul II.

$$T(s) = K_0 \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

- Stabilitate: $T(s)$ este stabil pentru orice ζ si $\omega_n > 0$
- Regimul permanent: utilizand T.V.F.: $\varepsilon_{st} = 0 \Leftrightarrow T(0) = 1$
- De unde rezulta: $K_0 = 1$
- Regimul tranzitoriu: fie b.r.s. ±2%.
- Dorim suprareglaj mic, de ex. $\sigma \leq 5\%$
- Reamintim

$$\sigma = e^{-\frac{\Pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \qquad t_t = \frac{\ln(\beta\sqrt{1-\zeta^2})}{-\zeta\omega_n}$$

- Unde β = 0.02 pentru b.r.s. ±2% si β = 0.05 b.r.s. ±5%.
- Valorile suprareglajului sunt de obicei tabelate

ζ	0.2	0.4	0.6	0.7	0.8	0.9	0.98
σ	52%	25%	10%	4.3%	1.5%	0.15%	$\approx 0\%$

- Alegem ζ = 0.7 care asigura σ ≈ 4.3% ≤ 5%
- Pentru aceasta valoare, se poate aproxima ln din formula timpului tranzitoriu, asadar:

$$t_t \approx \frac{4}{\zeta\omega_n} \le 0.5 \Rightarrow \omega_n \ge \frac{4}{0.5\zeta} = 11.4$$

- Regulatorul devine

$$C(s) = L(s)\frac{1}{P(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s}\frac{1}{P(s)} =$$

$$= \frac{\omega_n}{2\zeta}\frac{1}{s\left(\dfrac{1}{2\zeta\omega_n}s + 1\right)}\frac{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}{K}$$

- Incercam simplificare

A) Daca $\dfrac{1}{2\zeta\omega_n} = T_1 \Rightarrow \omega_n = 1.42 < 11.4$ Neconvenabil

B) Daca $\dfrac{1}{2\zeta\omega_n} = T_2 \Rightarrow \omega_n = 71 > 11.4$

Dar aceasta valoare este *extrem* de mare, ceea ce ar determina in b.i. un timp tranzitoriu de 0.08 secunde. Consumul energetic va fi masiv si exista pericol de defect fizic.

- Alegem in apropierea limitei: $\omega_n = 12$

- Regulatorul devine

$$C(s) \cong 8.6\frac{(0.5s+1)(0.01s+1)}{s(0.06s+1)}$$

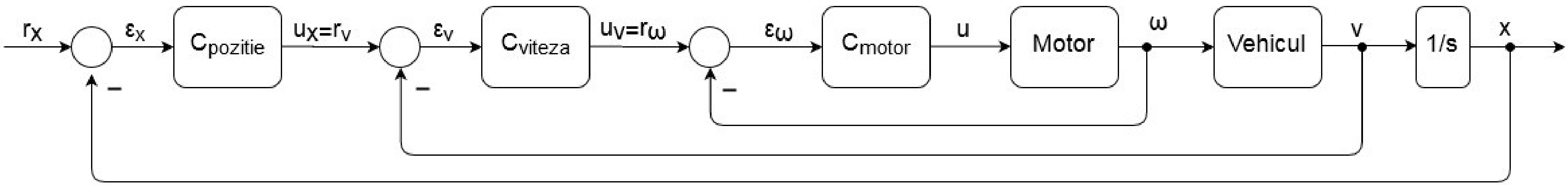
- Acest regulator nu este din clasa PID. Se observa ca e format dintr-un regulator PI si un compensator intarziere-avans (lag-lead compensator)

$$C(s) = \underbrace{4.3\left(1+\frac{1}{0.5s}\right)}_{PI\begin{cases}K_R=4.3\\ T_i=0.5\end{cases}}\underbrace{\frac{0.01s+1}{0.06s+1}}_{Compensator}$$

- Se observa ca regulatorul este implementabil (N.b. regulatoarele se obtin implementabile din calcul daca T(s) este ales de cel putin acelasi ordin ca procesul)

INTEGRAREA SISTEMELOR

- Conducerea proceselor robot si motor se realizeaza in acelasi timp.

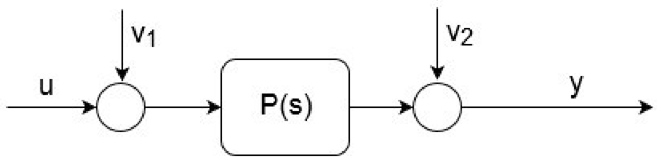


- Aceasta schema s.n. in cascada. Pentru implementare este necesar ca marimile reglate (ω, v, x) sa fie masurabile (i.e. sa existe senzori sau metode de estimare ale lor) si ca buclele interne sa fie de cel putin 3-4 ori mai rapide decat buclele externe. De ex. dinamica SRA a turatiei motorului sa fie mai rapida decat cea a vitezei vehiculului.

REJECTIA PERTUBATIILOR

VIRARE

- Subiect de gandire: determinati rejectia perturbatiilor treapta in schemele de mai sus in doua cazuri:
  - Perturbatia treapta se aplica la iesirea procesului
  - Perturbatia treapta se aplica la intrarea procesului



- Sugestie: rescrieti $T_V(s)$ functia de transfer in bucla inchisa cu intrarea perturbatie si calculati eroarea de pozitie la perturbatie in regim stationar: $\lim_{s \to 0} T_V(s)$
- Pentru ce valoare a limitei este perturbatia rejectata?
- Care este legatura dintre concluziile obtinute si principiul modelului intern?
- Ce fel de efect au perturbatiile sarcina in cazul motorului?

- Virarea se realizeaza adaugand o componenta fizica ce realizeaza miscarea laterala unghiulara a rotilor fata de ax.
- Care dintre modelele anterioare modeleaza aceasta miscare? N.b. pozitia unghiulara este o pozitie!
- Cele doua comenzi, pentru translatie si pentru unghiul rotilor se aplica in acelasi timp catre doua elemente de executie diferite