Circuite elementare de prelucrare a impulsurilor

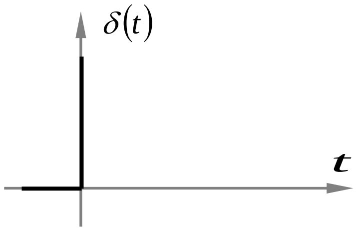
<u>Impulsul electric</u>

Formă de undă care caracterizează variaţia rapidă a unei mărimi fizice (tensiune, curent, sarcină) pe o anumită porţiune a axei timpului. Dacă acestea se repetă spunem că avem de a face cu o serie de impulsuri. Deci, impulsurile electrice sunt:

- <u>singulare</u> atunci când forma de undă elementară apare o singură dată
- <u>periodice</u> atunci când forma de undă rezultantă este formată dintr-o succesiune de impulsuri elementare identice

Exemple de impulsuri ideale:

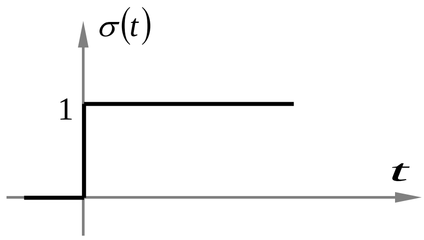
<u>Impulsul Dirac</u>:



$$\delta(t) = \begin{cases} \infty, t = 0 \\ 0, t \neq 0 \end{cases}$$

$$L\{\delta(t)\} = 1$$

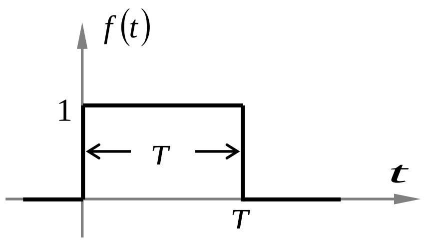
<u>Impulsul treaptă unitate</u>:



$$\delta(t) = \begin{cases} 0, t < 0 \\ 1, t \geq 0 \end{cases}$$

$$L\{\delta(t)\} = \frac{1}{s}$$

<u>Impulsul fereastră</u>:



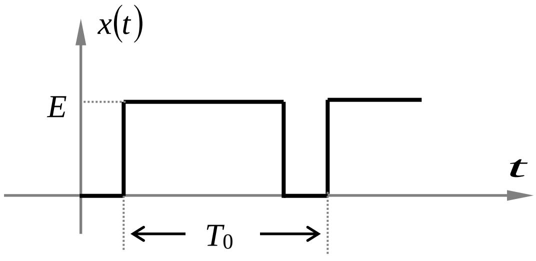
$$f(t) = \begin{cases} 0, t < 0, t > T \\ 1, 0 \leq t \leq 0 \end{cases}$$

$$f(t) = \sigma(t) - \sigma(t - T)$$

$$L\{f(t)\} = \frac{1}{s}\left(1 - e^{-sT}\right)$$

Majoritatea impulsurilor sunt caracterizate de treceri bruşte (aproape instantanee) între două nivele de tensiune. Dacă variaţiile se fac între 0 si un nivel pozitiv (sau negativ) de tensiune spunem că impulsurile sunt unipolare. Dacă impulsurile sunt caracterizate de treceri între două nivele de tensiune de polaritate diferită, spunem că impulsurile sunt bipolare.

Parametrii electrici care caracterizează o formă de undă dreptunghiulară ideală (impuls fereastră) periodică:



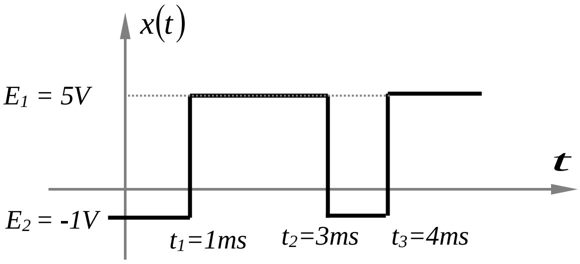
- amplitudinea impulsurilor, E
- durata impulsului elementar, T
- perioada impulsurilor, T_0
- frecvenţa impulsurilor, $f = 1/T_o$
- factorul de umplere, $\gamma = T/T_0$
- valoarea medie a tensiunii,

$$X_m = E \cdot \frac{T}{T_o} = \gamma E$$

În general pentru o serie de impulsuri periodice, valoarea medie a tensiunii este dată de:

$$X_m = \frac{1}{T_0} \int_{T_0} x(t) dt$$

Se consideră forma de undă:



Avem: amplitudinea impulsurilor

→ pozitivă $E_1 = 5V$

→ negativă $E_2 = - 1V$

variaţia semnalului: $\Delta E = E_1 - E_2 = 6V$

durata impulsurilor pozitive: $T_{01} = t_2 - t_1 = 2$ms

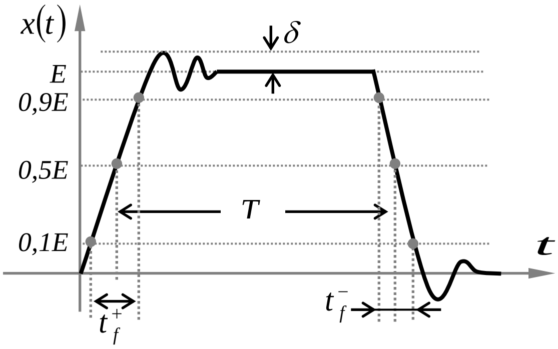
durata impulsurilor negative: $T_{02} = t_3 - t_2 = 1$ms

$\Rightarrow T_0 = 3ms$

valoarea medie a tensiunii

$$X_m = \frac{1}{T_0}\left(E_1 T_{01} + E_2 T_{02}\right) = \frac{1}{3}(10 - 1) = 3V$$

Parametrii efectivi care caracterizează impulsul real:



T – durata impulsului

t_f^+ – durata frontului crescător

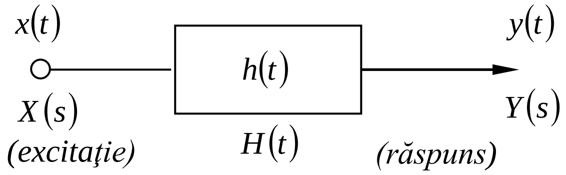
t_f^- – durata frontului descrescător

δ – supracreşterea

Circuitele de prelucrare

- liniare
  - de trecere
  - de derivare
  - de integrare
- neliniare
  - limitatoare
  - de axare
  - de formare

Circuitele cu un singur element reactiv, sau în care predomină un singur element reactiv sunt circuite de ordinul unu, caracterizate de o funcţie de transfer cu un singur pol, sau de o ecuaţie diferenţială de oridinul unu.



$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$$

(funcţie de transfer)

$$\tau \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = x(t), \quad t > 0$$

Dacă $x(t) = \sigma(t)$ semnal treaptă, atunci răspunsul unui circuit liniar de ordinul 1 este de forma:

$$y(t) = \lim_{\substack{t \to 0 \\ t > 0}} y(t) = \lim_{s \to \infty} \{sY(s)\} \text{ (teorema valorii iniţiale)}$$

$y(\infty)$ – valoarea finală a răspunsului, valoarea de regim staţionar

$$y(\infty) = \lim_{t \to \infty} y(t) = \lim_{s \to 0} \{sY(s)\} \text{ (teorema valorii finale)}$$

τ – constanta de timp a circuitului

Mărimile electrice se determină prin analiza circuitului ţinând cont de caracteristicile electrice ale componentelor:

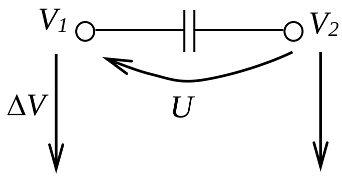
a) capacităţile nu admit salturi de tensiune la borne
b) curentul prin inductanţe trebuie să-şi menţină continuitatea
c) sarcina nu se acumulează instantaneu

înainte de aplicarea impulsului

$$U = V_2 - V_1$$

după aplicarea impulsului

$$U' = V_2' - V_1' = U$$



$$V_1' \quad \Longrightarrow \quad V_2' = V' +_1 \Delta V$$

În concluzie, dacă pe una din bornele unui condensator aplicăm o variaţie ΔV de tensiune ($V_1' = V_1 + \Delta V$) atunci această variaţie este transmisă instantaneu pe cealaltă bornă ($V_2' = V_2 + \Delta V$). Cu alte cuvinte, deoarece sarcina nu se acumulează instantaneu între bornele condensatorului, în momentul aplicării impulsului, tensiunea la borne rămâne rămâne constantă.

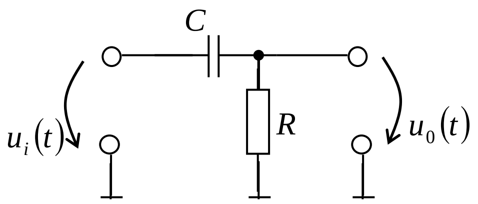
Pentru scrierea comodă a legilor de variaţie în timp a diverselor mărimi electrice, originea timpului va vi deplasată după necesităţi, de regulă la momente de timp în care au loc salturile de tensiune.

Aplicaţie:

Se consideră un circuit RC serie (R = 1K, C = 100 μF). Se cere:

a) să se calculeze răspunsul circuitului la un impuls de tensiune treaptă de valoare E = 10V;
b) să se calculeze durata impulsului obţinut la o valoare dată a tensiunii $v_0(t_\alpha) = \alpha V_{0\max} (\alpha < 1)$, (Cazuri particulare α = 0,1; α = 0,01; α = 0,5);
c) se cere forma de undă a răspunsului la un impuls fereastră de durată T şi amplitudine E = 10V; (cazuri particulare $T = \tau$, $T << \tau$, $T >> \tau$)

Circuitul RC de derivare



Funcţia de transfer: $H(s) = \dfrac{R}{R + \dfrac{1}{sC}}$

Semnalul de la intrare:

$$u_i(t) = E \cdot \sigma(t)$$

$$U_i(s) = \frac{E}{s}$$

Constanta circuitului: τ = *RC = 100ms*

Răspusul la ieşire: $U_0(s) = H(s)U_i(s) = \dfrac{E\tau}{1 + s\tau}$

Variaţia în timp a răspunsului la ieşire:

$$u_0 = L^{-1}\{U_0(s)\} = E \cdot \exp(-t/\tau), t \geq 0$$

Acelaşi răspuns obţinem dacă scriem:

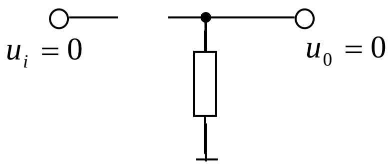
$$u_0(t) = u_0(\infty) + [u_0 - u_0(\infty)]\exp(-t/\tau)$$

$u_0(0) = \lim\limits_{s \to \infty}\{sU_0(s)\} = E$ (teorema valorii iniţiale)

$u_0(\infty) = \lim\limits_{s \to \infty}\{sU_0(s)\} = 0$ (teorema valorii finale)

În mod practic putem ocoli calculul funcţiei de transfer şi să determinăm valorile iniţiale şi finale ţinând cont de următoarele aspecte:

Înainte de aplicarea impulsului treaptă schema se găsea în regim staţionar. Regimul staţionar este echivalent cu regimul de c.c. şi, deci, condensatoarele se pot

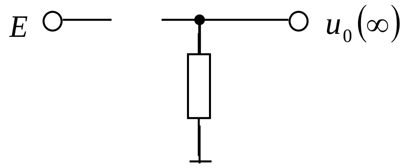


elimina din schemă:

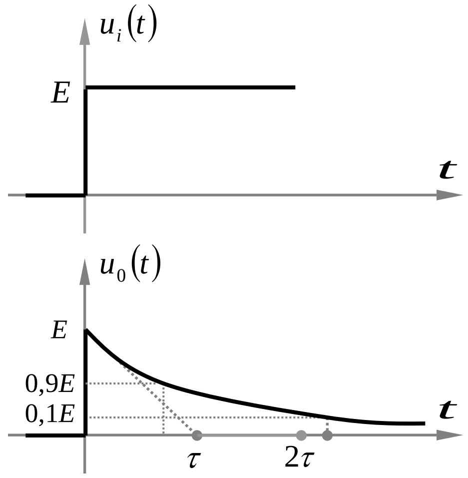
Prin aplicarea unui impuls treaptă unitate la intrare, pe una din bornele condensatorului aplicăm variaţia ΔV = E – 0 = E. Această variaţie este transmisă instantaneu la ieşire, avem deci:

$$u_0(0) = E$$

După aplicarea impulsului, în regim staţionar, intrarea este la $u_i = E$, iar ieşirea este $u_0(\infty) = 0$, condensatorul este încărcat şi nu mai acumulează sarcină:



Înlocuind se obţine $u_0(t) = E\exp(-t/\tau)$. Forma de undă este:



$$u_0(t_\alpha) = \alpha E$$

rezultă :

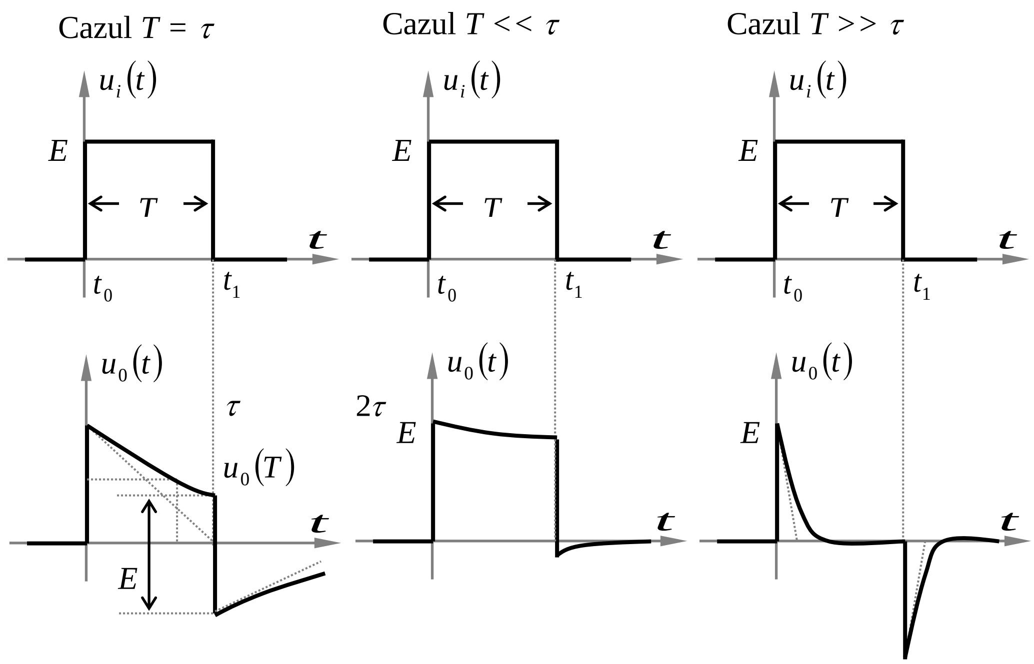
$$t_\alpha = \tau \ln \frac{1}{\alpha}$$

$$\alpha = 0{,}5 \;\Rightarrow\; t_{0,5} = \tau \ln 2 = 0{,}7\tau$$

$$\alpha = 0{,}1 \;\Rightarrow\; t_{0,1} = \tau \ln 10 = 2{,}3\tau$$

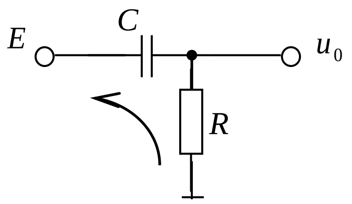
$$\alpha = 0{,}01 \;\Rightarrow\; t_{0,01} = 2\tau \ln 10 = 4{,}6\tau$$

c)



La momentul $t = t_0 = 0$, $u_i = E$

$$\left.\begin{array}{l} u_0 = E \\ u_0 = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow u_0(t) = E\exp(-t/\tau)$$



Pentru $t = T \Rightarrow u_0(T) = E\exp(-T/\tau)$

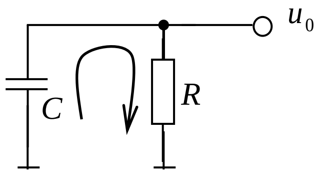
- $T = \tau \Rightarrow u_0(T) = \dfrac{E}{e}$
- $T << \tau \Rightarrow u_0(t) \cong E$
- $T >> \tau \Rightarrow u_0(t) \cong 0$

La momentul t = t_1 = T, u_i = 0

$u_0(0) = u_0(T) - \Delta V = u_0(T) - E$

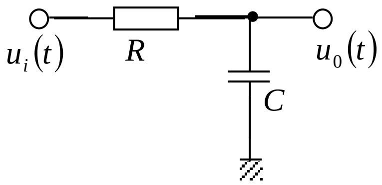
$u_0(\infty) = 0$

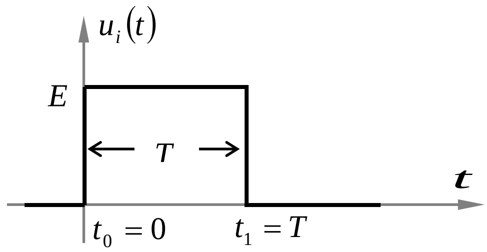
Vom avea:



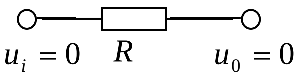
- $T = \tau \quad u_0(t) = \dfrac{1-e}{e} E\exp(-t/\tau)$
- $T << \tau \quad u_0(t) \cong 0$
- $T >> \tau \quad u_0(t) \cong -E\exp(-t/\tau)$

<u>Circuitul RC de integrare</u>

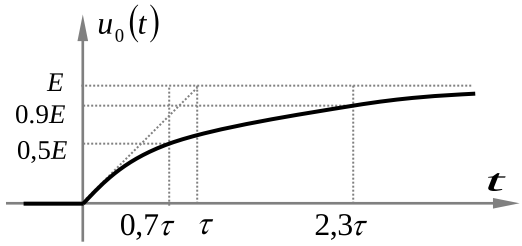




Înainte de aplicarea impulsului $t < t_0$

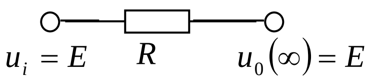


deci $U_C = U_0 = 0$



La aplicarea impulsului tensiunea pe condensator rămâne constantă şi deci $u_0(0) = 0$.

Valoarea finală a răspunsului rezultă tot pe schema corespunzătoare regimului staţionar (fără condesator), dar cu $u_i = E$:

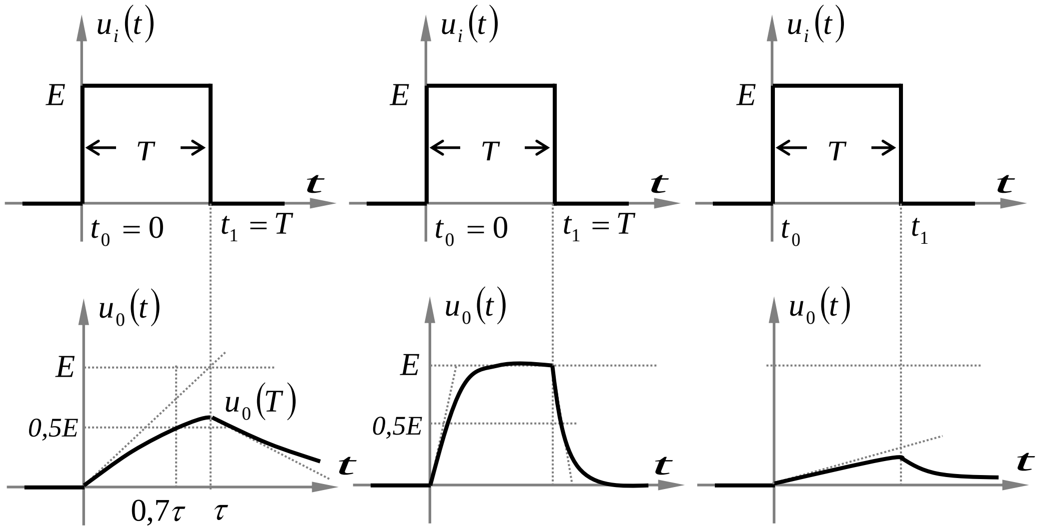


Rezultă $u_0(t) = E(1 - \exp(-t/\tau))$

În mod asemănător ca la circuitul de derivare obținem $t_{0,9} = 2{,}3\tau$

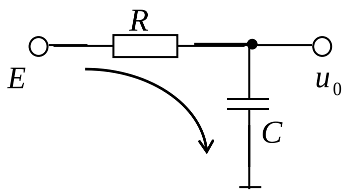
c)

Cazul $T = \tau$ Cazul $T << \tau$ Cazul $T >> \tau$



La momentul $t = t_0 = 0,\ u_i = E$

$$\left.\begin{array}{l} u_0(0)=0 \\ u_0(\infty)=E \end{array}\right\} \Rightarrow u_0(t)=E\left(1-\exp(-t/\tau)\right)$$

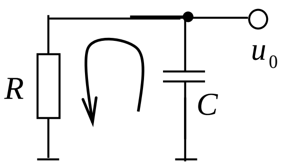


- $T=\tau \ \Rightarrow\ u_0(T)=\left(1-\dfrac{1}{e}\right)E$
- $T<<\tau \ \Rightarrow\ u_0(T)\cong 0$
- $T>>\tau \ \Rightarrow\ u_0(T)\cong E$

La momentul $t = t_1 = T,\ u_i = 0$

$u_0(0)=E\left(1-\exp(-t/\tau)\right)$

$u_0(\infty)=0$

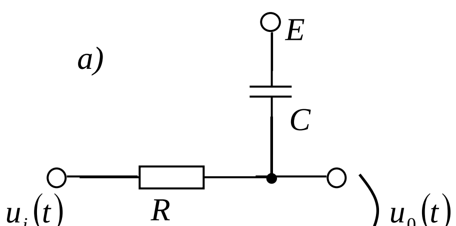


Vom avea:

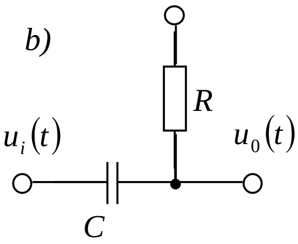
- $T=\tau \ \Rightarrow\ u_0(t)=u_0\exp(-t/\tau)$
- $T<<\tau \ \Rightarrow\ u_0(t)\cong 0$
- $T>>\tau \ \Rightarrow\ u_0(t)\cong E\exp(-t/\tau)$

<u>Probleme propuse</u>: $u_i(t)=E\sigma(t)$

a)

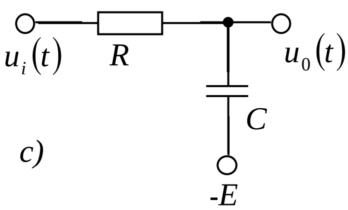


b)



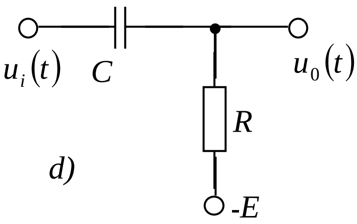
$u_i(t)$
R
$u_0(t)$
C

c)



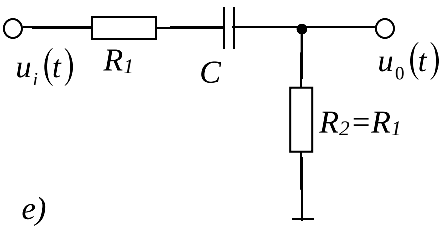
$u_i(t)$
R
$u_0(t)$
C
-E

d)



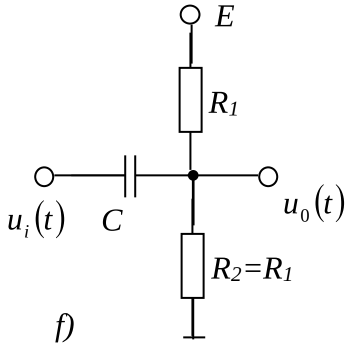
$u_i(t)$
C
$u_0(t)$
R
-E

e)



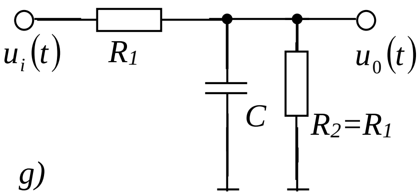
$u_i(t)$
R_1
C
$u_0(t)$
$R_2=R_1$

f)



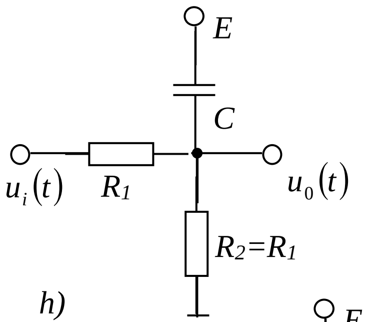
E
R_1
$u_i(t)$
C
$u_0(t)$
$R_2=R_1$

g)



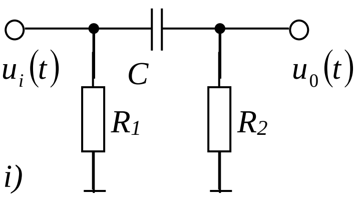
$u_i(t)$
R_1
$u_0(t)$
C
$R_2=R_1$

h)



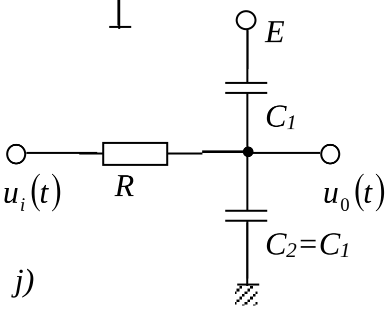
E
C
$u_i(t)$
R_1
$u_0(t)$
$R_2=R_1$

i)



$u_i(t)$
C
$u_0(t)$
R_1
R_2

j)



E
C_1
$u_i(t)$
R
$u_0(t)$
$C_2=C_1$